

## ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ ЧЕРНОМОРСКОГО ВОЛНОВОДА

Ю. И. ПАПКОВА

*Севастопольский национальный технический университет,  
ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 99053*

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из акустических характеристик гидроакустического волновода является групповая скорость, которая позволяет получить детальную информацию о модовой дисперсии. Групповая скорость зависит от принятой модели среды, в качестве первого приближения к реальным природным волноводам рассмотрим двухслойный гидроакустический волновод. Для моделирования свойств дна волновода используют два основных подхода: плоскостроистая модель на абсолютно жестком основании и плоскостроистая модель на жидком полупространстве. Данные модели приводят к принципиально разным краевым задачам для вертикального волнового уравнения. В случае жесткого дна оператор задачи имеет только дискретную часть спектра, для жидкого полупространства оператор имеет также и непрерывную составляющую спектра в силу того, что краевая задача дается при  $z \in [0; \infty)$ . В реальных природных волноводах адекватность первого или второго подхода определяется, главным образом, структурой и свойствами донного грунта.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для исследования основных волноводных эффектов в черноморском волноводе, рассмотрим двухслойную модель гидроакустического волновода. Расположим начало цилиндрической системы координат на поверхности волновода над источником звука с координатами  $(0, z_0)$ , ось  $Oz$  направлена к дну. В случае цилиндрической симметрии звуковое поле точечного гармонического источника излучающего волну круговой частоты  $\omega$ , описывается скалярной функцией  $\Phi(r, z, t) = \Phi(r, z) \exp(-i\omega t)$ , удовлетворяющей уравнению Гельмгольца

$$\Delta \Phi + \frac{\omega^2}{c^2(z)} \Phi = -\frac{\delta(z - z_0)\delta(r)}{2\pi r},$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\Phi(r, z)$  – амплитуда потенциала скорости;  $\delta$  - дельта функция Дирака;  $c(z)$  – вертикальное распределение скорости звука в волноводе.

Поверхность волновода моделируется как акустически свободная, что соответствует краевому условию

$$\Phi|_{z=0} = 0.$$

На границе раздела слоев  $z = h$  выполняются условия непрерывности звукового поля:

$$\lim_{z \rightarrow h^-} \rho_1 \Phi = \lim_{z \rightarrow h^+} \rho_2 \Phi; \quad \lim_{z \rightarrow h^-} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \lim_{z \rightarrow h^+} \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

где  $\rho_1$  – плотность слоя воды;  $\rho_2$  – плотность донных осадков.

В случае наличия затухания  $\gamma$  в донном слое групповая скорость вычисляется аналитически как отношение среднего потока энергии через вертикальную плоскость  $r =$

const к средней плотности энергии, находящейся между двумя вертикальными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстоянии  $2\pi/|\operatorname{Re}\xi|$ , где горизонтально-волновые числа  $\xi$  определяются из соответствующего дисперсионного уравнения [1]. В случае наличия постоянного профиля скорости звука как в водном слое  $c_1$ , так и в донном слое  $c_2$  и модели дна в виде жидкого полупространства групповую скорость можно определить как [1, 2]

$$U_m c_{\phi m} = \frac{v_m}{\sigma_m},$$

где  $c_{\phi}$  - фазовая скорость  $c_{\phi m} = \frac{\omega}{|\operatorname{Re}\xi_m|}$ ;

$$v_m = \frac{\rho_1}{2\mu_{1m}} \left( \mu_{1m} h - \sin(\mu_{1m} h) \cos(\mu_{1m} h) - b_{12}^2 \sin^2(\mu_{1m} h) \operatorname{tg}(\mu_{1m} h) \right),$$

$$\sigma_m = \frac{\rho_1}{2c_1^2 \mu_{1m}} \left( \mu_{1m} h - \sin(\mu_{1m} h) \cos(\mu_{1m} h) - \frac{c_1^2 b_{12}^2}{c_2^2} \sin^2(\mu_{1m} h) \operatorname{tg}(\mu_{1m} h) \right),$$

$$\mu_{1m}^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2} - \xi_m^2, \quad b_{12} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

В некоторых случаях удобнее аппроксимировать жидкое полупространство слоем конечной толщины ( $h_1-h$ ), в результате получим модель гидроакустического волновода, дно которого расположено на абсолютно – жестком основании.

Доказывается, что при достаточно большой глубине жесткого дна  $h_1$  выражение для групповой скорости модели волновода, в котором дно расположено на абсолютно - жестком основании, совпадает с выражением для групповой скорости в волноводе, у которого дно представляет собой жидкое полупространство.

$$v_{1n} = \frac{\rho_1}{2\mu_{1n}} \left( \mu_{1n} h - \sin(\mu_{1n} h) \cos(\mu_{1n} h) - b_{12}^2 \sin^2(\mu_{1n} h) \operatorname{tg}(\mu_{1n} h) \right) (1 - \exp(-2i\mu_{2n}(h_1 - h))).$$

Если  $\operatorname{Im}(\mu_2) < 0$  ( $\mu_{2n}^2 = \frac{\omega^2}{c_2^2} (1 - i\gamma)^2 - \xi_n^2$ )

$$\exp(-2i\mu_2(h_1 - h)) \rightarrow 0.$$

$$v = v_1.$$

Аналогично можно показать, что  $\sigma = \sigma_1$  и  $U = U_1$ .

## ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Черноморский гидроакустический волновод формируется верхним теплым слоем воды и холодным промежуточным водным слоем.

Влияние неоднородности профиля скорости звука в водном слое на акустическое поле в зимний период времени незначительно, следовательно, подводный звуковой канал выражен слабо, поэтому профиль скорости звука может быть описан при помощи формулы:

$$\tilde{c}_1 = \frac{\max c_1(z) + \min c_1(z)}{2}$$

Таким образом, получим среднее значение скорости звука в водном слое черноморского волновода для декабрьского профиля скорости звука  $\tilde{c}_1 \approx 1467 \text{ м/с}$ .

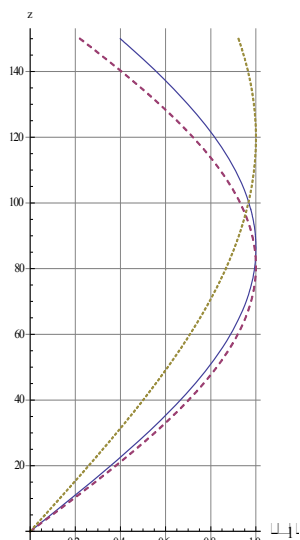


Рис. 1

На рис. 1 показаны собственные функции первой моды для двухслойного волновода, у которого грунт состоит из глины со следующими акустическими параметрами  $c_2 = 1550$  м/с,  $\gamma = 0,09$ ,  $\rho_2 = 1,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, в частотном диапазоне от  $f = 50$  Гц до  $f = 200$  Гц для черноморского волновода с декабрьским профилем скорости звука (— частота 50 Гц; --- частота 100 Гц; ... частота 200 Гц).

В табл. 1 приводятся результаты численных расчетов групповой скорости для черноморского волновода, представляющего собой однородный слой воды глубины  $h = 150$  м с декабрьским профилем скорости звука  $\tilde{c}_1 = 1467$  м/с, второй слой – грунт, состоящий из ила с постоянным профилем скорости звука  $c_2 = 1474$  м/с и с затуханием  $\gamma = 0,009$ . Отношение плотностей водного слоя и слоя осадков полагаем  $b_{12} = 0,806$ , частота звука  $f = 50$  Гц.

В табл. 2 показано влияние частоты на групповую скорость черноморского волновода.

Табл. 1

$\xi_m$	$ U_m $
$-0.213500+0.000150i$	97.385
$-0.211432+0.000678i$	296.679
$-0.210425+0.001942i$	571.540
$-0.209289+0.001953i$	546.314
$-0.207369+0.001530i$	292.438

Табл. 2

$f$ (Гц)	$ U_1 $
50	97.385
75	84.892
100	5.500
150	1.702
200	7.153

## ЛИТЕРАТУРА

1. Толстой И., Клей К. С. Акустика океана. – М.: Мир, 1969. – 301 с.
2. Buckingham M. J., Giddens E. M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space// J.Acoust.Soc.Am. – 2006. – 1. – P. 123 – 142.