

ВЛИЯНИЕ МАССОВО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ УПРУГИЙ ТРУБОПРОВОД – ЖИДКОСТЬ НА ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТРУБОПРОВОДЕ ПРИ ПРОДОЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ УДАРНЫХ НАГРУЗКАХ

А. П. КОВАЛЕНКО

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев
e-mail: koval.ap@yandex.ua*

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Трубопроводные системы широко представлены в различного типа технических устройствах. Зачастую такие системы подвержены различного рода динамическим нагрузкам, в том числе и продольным ударным нагружениям. Поэтому актуальным является исследование переходных процессов в таких системах при продольных ударных нагружениях. При определенных ограничениях трубопроводы можно рассматривать как полубесконечные цилиндрические оболочки с жидкостью. При этом необходимо построить механическую и математическую модели; выявить характерные параметры для исследуемой гидроупругой системы; разработать метод решения и исследовать влияние характерных величин на переходные процессы в такой гидроупругой системе. Зачастую исследование переходных процессов в трубопроводах с жидкостью сводится к поиску решений сложных систем уравнений математической физики при определенных начальных и граничных условиях. При этом актуальным есть построение эффективных подходов к изучению переходных процессов в таких гидроупругих системах при определенных ограничениях на систему.

АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Активные исследования в этой области проводятся на протяжении последних десятилетий. В работах рассматриваются различные модели и методы решения. Рассматриваются, как правило, приближенные модели оболочек. Одной из распространенных является модель типа Тимошенко. Рассматриваются задачи как в нелинейной так и в линейной постановке. Для исследования переходных процессов зачастую достаточно ограничиться линейной постановкой задачи [1–5,9]. Анализ публикаций показывает, что приемлемую точность решения дают приближенные методы решения задачи о переходных процессах в оболочке в линейной постановке (метод Бубнова-Галеркина, метод итераций, численное обращение интегрального преобразования Лапласа-Карсона) [6–10].

ЦЕЛЬ СТАТЬИ

В работе ставится цель выявить характерные массово-геометрические характеристики рассматриваемой механической системы, построить адекватную математическую модель исследования переходных процессов в системе упругий трубопровод–жидкость и изучить влияние массово-геометрических характеристик системы при продольном ударном нагружении используя линейные уравнения движения

оболочек по модели Тимошенко и акустическое приближение для жидкости, разработать подход к изучению переходных процессов в данной гидроупругой системе при продольном ударном нагружении.

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБРАННОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Задачи изучения переходных процессов в упругих трубопроводах при продольных ударных нагружениях можно моделировать с приемлемой погрешностью полубесконечной цилиндрической оболочкой с находящейся внутри жидкостью. При этом необходимо применять такие механические модели цилиндрической оболочки, которые учитывают волновой характер распространения возмущений по стенке оболочки. Вместе с тем механическая модель движения оболочки должна быть достаточно простой для расчетов, учитывать все существенные процессы для данного класса задач и иметь удовлетворительную точность при проведении вычислений. Модель жидкости также должна учитывать волновой характер распространения возмущений.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

На основании вышеизложенного представляется целесообразным использовать линейные уравнения движения оболочки по модели Тимошенко [11]. Эта модель учитывает волновой характер распространения возмущений по стенке оболочки и, при определенных ограничениях на импульсное или ударное нагружение, обеспечивает хорошее совпадение с результатами исследований по нелинейной теории [9] ($V_0 \leq 0,03C_p$, где V_0 – начальная скорость продольного удара по торцу оболочки, C_p – скорость распространения продольных волн по стенке оболочки). Жидкость рассматриваем в акустическом приближении, учитывающем волновой характер возмущений в среде. Следовательно, задачу можно рассматривать в линейном приближении. При приемлемой точности вычислений такие модели позволяют применять математические методы, значительно упрощающие проведение исследований.

На оболочку действует продольная ударная нагрузка, т.е. удар по торцу оболочки некоторой массой M с некоторой начальной скоростью V_0 . Рассматриваются тонкостенные оболочки в классическом понимании ($h/R \leq 0,1$, h – толщина стенки оболочки; R – срединный радиус оболочки). На торце оболочки находится некоторая масса m .

В данном случае начально-краевая задача запишется следующим образом.

Уравнения движения [11]:

$$\begin{cases} U_{xx} - U_{tt} = \beta_{13}W_x; & \Psi_{xx} - \Psi_{tt} = \alpha_{22} + \beta_{23}W_x; \\ W_{xx} - b_3^2W_{tt} = \alpha_{33}W + \beta_{31}U_x + \beta_{32}\Psi + K_s\varphi_t, & \varphi_{xx} + \varphi_{rr} + \frac{1}{r}\cdot\varphi_r - \frac{1}{a^2}\cdot\varphi_{tt} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Начальные условия имеют вид

$$t=0: U=W=\Psi=U_t=W_t=\psi_t=0, \quad \varphi=\varphi_x=\varphi_r=\varphi_t=0. \quad (2)$$

Граничные условия будут

$$\begin{aligned} x=0: W_x=\Psi=0, \quad \varphi_x=U_t; \quad U_t=2\pi K_m K_h (U_x + vW) + \frac{2\pi}{\alpha_{33}} K_m K_s K_h \int_0^1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} r dr; \quad t=+0: U_t=V_0 \\ x=\infty: U=W=\Psi=\varphi=\varphi_x=\varphi_r=\varphi_t=0; \quad r=1: \varphi_r=W_t. \end{aligned} \quad (3)$$

Задача рассматривается в безразмерном виде. За характерную длину L выбран радиус оболочки, т.е. $L = R$, за характерную массу выбрана величина $M + m$, а за характерное время T выбрано характерное время $T = R\sqrt{(1-\nu^2)\rho_1/E}$, где ν, E, ρ_1 – коэффициент Пуассона, модуль Юнга и плотность материала оболочки соответственно. Здесь x, r, t – продольная, радиальная координаты оболочки и время соответственно; U, W, Ψ – продольное, радиальное перемещение стенок оболочки и тангенс угла наклона сечения по теории оболочек типа Тимошенко соответственно. Следует отметить, что при таком выборе характерных величин безразмерная продольная скорость возмущений в оболочке $C_p = 1$ (максимальная), а $C_v = \sqrt{k^2(1-\nu)/2}$ – скорость распространения поперечных возмущений по стенке оболочки, a – скорость распространения возмущений (звука) в жидкости.

Коэффициенты системы имеют следующий вид: $b_3^2 = \alpha_{33} = 2/k^2(1-\nu)$, $\beta_{13} = -\nu$, $\alpha_{22} = \beta_{23} = 6k^2(1-\nu)/K_h^2$, $\beta_{31} = 2\nu/k^2(1-\nu)$, $\beta_{23} = -1$, $K_h = h/R$, $K_m = R^3\rho_1/(M+m)$, $K_s = 2R\rho_0/(h\rho_1k^2(1-\nu)) = (2/k^2(1-\nu)) \cdot K_\rho/K_h$, $K_\rho = \rho_0/\rho_1$ (ρ_0 – плотность жидкости в состоянии покоя).

Следует отметить, что при записи системы (1) – (3) в безразмерных величинах удалось выявить характерные массово-геометрические характеристики рассматриваемой системы K_h, K_m, K_s, K_ρ . Это есть характерные параметры рассматриваемой гидроупругой системы, которые позволяют оценить взаимное влияние параметров системы на динамические процессы в системе при продольном ударном нагружении.

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Для изучения данных процессов целесообразно применить разработанный подход [12–14], который заключается в применении интегрального преобразования Лапласа-Карсона по времени [15], метода Бубнова-Галеркина [16], метода простых итераций в пространстве изображений [6] и численного обращения преобразования Лапласа-Карсона [7, 10]. Такой подход достаточно эффективно зарекомендовал себя при решении ряда задач исследования переходных процессов в полубесконечных цилиндрических оболочках. Погрешность вычислений при этом достигала 1%–2% [6–8].

Для решения поставленной задачи применяется интегральное преобразование Лапласа-Карсона по времени [15] $f^*(p) = p \int_0^\infty f(t)e^{-pt} dt$. Тогда в пространстве изображений по Лапласу-Карсону задача запишется в следующем виде:

Система уравнений:

$$\begin{cases} U_{xx}^* - d_1^2 U^* = \beta_{13} W_x^*; & \Psi_{xx}^* - d_2^2 \Psi^* = \beta_{23} W_x^*; \\ W_{xx}^* - d_3^2 W^* = \beta_{31} U_x^* + \beta_{32} \Psi^* + K_s p \varphi^*, & \varphi_{xx}^* + \varphi_{rr}^* + \varphi_r^*/r - \beta^2 \varphi^* = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Граничные условия примут вид:

$$\begin{aligned} x=0: & W^* = \Psi^* = 0, \quad \varphi_x^* = pU^*, \quad p^2(U^* - V_0/p) = 2\pi K_m K_h (U_x^* + \nu W^*) + \frac{2\pi}{\alpha_{33}} K_m K_s K_h p \int_0^1 \varphi^* r dr; \\ x=\infty: & U^* = W^* = \Psi^* = 0; \quad r=1: \varphi_r^* = pW^* \end{aligned} \quad (5)$$

Звездочкой помечены величины в пространстве изображений. Коэффициенты β , d_i^2 ($i=1,3$) имеют следующий вид $\beta = p/a$, $d_1^2 = p^2$, $d_2^2 = p^2 + \alpha_{22}$, $d_3^2 = b_3^2 p^2 + \alpha_{33}$.

Для данного случая находится потенциал скоростей жидкости в пространстве изображений через перемещения оболочки (для ограниченного класса задач) [13] и задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения поставленной задачи применяется метод Бубнова–Галеркина и метод простых итераций [7]. В начале выбираем начальное приближение решения для $W^* = W_0^* = 0$, которое удовлетворяет граничным условиям для W^* . Подставляем данное приближение в правую часть второго уравнения системы (4) и находим начальное приближение для $\psi^* = \psi_0^* = 0$. Аналогично подставляем полученные приближения в правую часть первого уравнения системы (4) и находим начальное приближение для $U^* = U_0^* = C_1 e^{-d_1 x}$. Найденные приближения начального приближения для U_0^*, ψ_0^* подставляем в правую часть третьего уравнения системы (4) и находим первое приближение для $W^* = W_1^*$. Далее процесс повторяется по данному алгоритму. В результате в пространстве изображений по Лапласу–Карсону получено начальное, первое и второе приближение для U^*, W^*, Ψ^* . В частности, второе приближение для W^* в пространстве изображений имеет вид

$$W_2^* = (S_{10} + S_{11}x) \cdot e^{-d_1 x} + S_{20} \cdot e^{-d_2 x} + (C_{11} + S_{30}x) \cdot e^{-d_3 x} + (S_{\beta 0} + S_{\beta 1}x) \cdot e^{-\beta x} + \sum_{j=1}^N S_{\lambda j 0} e^{-\lambda_j x} \quad (6)$$

Значение коэффициентов выражения (6) приведено в [17].

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При записи задачи в безразмерных величинах были выделены массово-геометрические характеристики системы K_h , K_m , K_s , K_ρ . Это есть характерные параметры рассматриваемой гидроупругой системы которые позволяют оценить взаимное влияние параметров системы на динамические процессы при продольном ударном нагружении. В частности, коэффициент K_s позволяет учесть взаимное влияние жидкости и оболочки при рассматриваемых динамических процессах. Этот коэффициент имеет ясный физический смысл и зависит от констант для материала оболочки, отношения плотностей для жидкости и материала оболочки а также от удельной толщины стенки оболочки.

Анализ решения (6) в пространстве изображений позволяет сделать следующие выводы: слагаемые с множителями $e^{-d_1 x}$ и $e^{-d_2 x}$ соответствуют возмущениям, распространяющимся с самой высокой скоростью, равной единице (в безразмерном виде); слагаемые с множителями $e^{-d_3 x}$ соответствуют возмущениям, распространяющимся со скоростью распространения поперечных возмущений в оболочке (в безразмерном виде это равно примерно 0,5), слагаемые с множителями $e^{-\beta x}$ соответствуют возмущениям, распространяющимся со скоростью распространения волны давления в жидкости (в безразмерном виде это равно примерно 0,25), слагаемые с множителями $e^{-\lambda_j x}$ соответствуют возмущениям от взаимодействия стенки оболочки и жидкости (соответствуют слагаемым от применения метода Бубнова–Галеркина). Следовательно, решение учитывает распространение возмущений со всеми скоростями,

которые присущие системе (1). Переход в пространство оригиналов предполагается осуществляется численно [7,8,10,14].

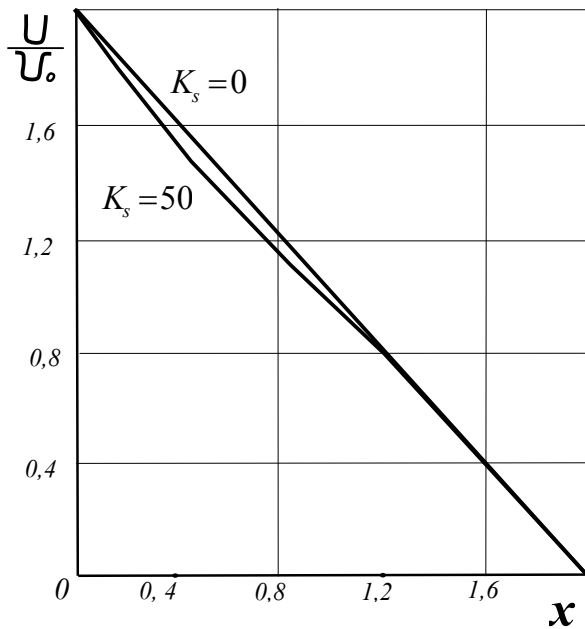


Рис.1. Распределение продольного возмущения стенки оболочки для момента времени $t = 2$

На рис.1 представлено приближенно решенное численное решение конкретной задачи для продольного возмущения стенки оболочки для значений параметров системы $\nu = 1/3$, $k^2 = 0,87$, $K_h = 0,1$, $K_m = 0,01$ при $t = 2$. На рисунках 2 и 3 представлено численное решение для тех же значений параметров системы при различных значениях коэффициента K_s (как бы “фотография” значения \dot{U}_2 при $t = 2$, по оси абсцисс приведено значение координаты x) (рис.2) и распространение возмущений \dot{U}_2 в сечении $x = 1$ по времени (рис.3) (по оси абсцисс приведено значение времени t).

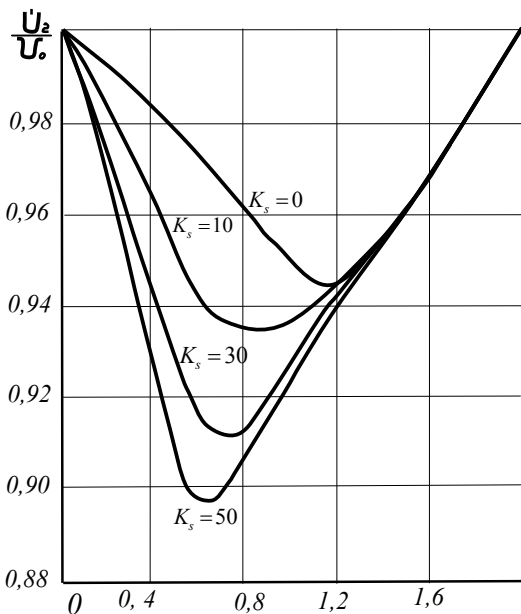


Рис.2. Распределение скорости продольного возмущения в момент времени $t = 2$

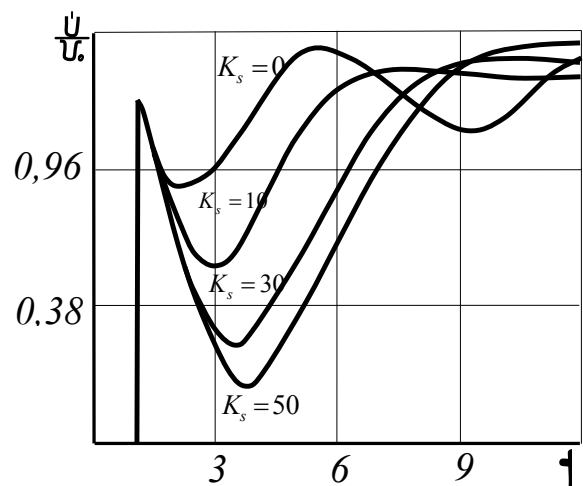


Рис. 3

Распределение скорости продольного возмущения в сечении $x = 1$

Анализ численных результатов показывает незначительное влияние коэффициента K_s в рассматриваемой гидроупругой системы “трубопровод с жидкостью” на характер продольных возмущений и существенное влияние – на скорость продольного возмущения стенки оболочки при продольном ударном нагружении.

ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На основании вышеизложенного следует, что применение предложенного подхода дает возможность построить приближенное решение в пространстве изображений, учитывающее взаимное влияние элементов гидроупругой системы и волновой характер распространения возмущений. Метод итераций имеет хорошую сходимость. Переход в пространство оригиналов осуществляется численно с приемлемой погрешностью вычислений. Исследования в данной области целесообразно продолжать для исследования переходных процессов в данных механических системах при осевом ударном нагружении для различных значений массово-геометрических характеристик системы. В частности, представляет несомненный интерес исследование влияния параметров системы на поперечные перемещения стенок трубопровода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алумяэ Н. А. Переходные процессы деформации упругих оболочек и пластинок./ Н.А. Алумяэ // Труды VI Всес. конф. по теории оболочек и пластинок. – М.:Наука,1966. – С.883–889.
2. Мовсисян Л. А. Продольный удар по цилиндрической оболочке. / Л.А.Мовсисян // Изв.АН Арм.ССР.Физ мат науки.– 1964. – Т.17. – №5. – С.43–46.
3. Нигул У. К. О применимости приближенных теорий при переходных процессах деформации круговых цилиндрических оболочек./ У.К.Нигул // Тр. VI Всес.конф. по теории оболочек и пластинок.– М.: Наука,1966. – С.593–599.
4. Сагомоян А. Я. Осевой удар цилиндрической оболочки о жесткую плоскость/ А.Я.Сагомоян // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1973. –№2. – С.173–176.
5. Кубенко В. Д. Нестационарное взаимодействие элементов конструкций со средой./ В.Д. Кубенко. – Киев.:Наук.думка, 1979. –184с.
6. Коваленко А. П. Исследование практической сходимости метода итераций при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке / А.П.Коваленко // Вестник ХНТУ. – 2008.– Вып. 2(31). – С.240–244.
7. Коваленко А. П. Исследование практической сходимости численного обращения преобразования Лапласа-Карсона при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке./ А.П.Коваленко // Вестник ХНТУ. – 2009. – Вып. 2(35). – С.236–240.
8. Коваленко А. П. О применимости интегрального преобразования Лапласа- Карсона при математическом моделировании переходных процессов в цилиндрических оболочках. / А.П.Коваленко // Вестник ХНТУ. – 2010. – Вып. 3(39). – С.213–217.
9. Сагомоян Е. А. О распространении продольных волн в цилиндрической оболочке./ Е.А. Сагомоян // Вестн. Моск.ун-та. Математика, механика – 1977 – №1. – С.111–112.

10. Крылов В. И., Скобля Н. С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа / В.И.Крылов, Н.С.Скобля.–М.: Наука, 1974.– 224с.
11. Gerrmann G., Mirsky J. Three-dimensional and shell-theory analysis of axially motions of cylinder / G. Gerrmann, J.Mirsky // J. Appl. Mech.–1956.– Т.23. – №4.–Р.563–568.
12. Коваленко А. П. Знаходження потенціалу швидкостей рідини при поширенні хвиль в нескінченній циліндричній оболонці з рідиною. КОНСОНАНС-2005, Акустичний симпозиум. Збірник праць.-Київ.-2005 –С.209–214.
13. Коваленко А. П. Математическое моделирование продольных динамических возмущений в оболочке в системе полубесконечная цилиндрическая оболочка с жидкостью при осевом импульсном нагружении. КОНСОНАНС-2007, Акуст. симпозиум. Зб. праць.– К.: – 2008. – С.108-113.
14. Коваленко А. П. Переходные процессы в упругих трубопроводах с жидкостью при продольных импульсных нагружениях. КОНСОНАНС – 2011, Акустичний симпозиум. Зб. праць.: – К.: – 2011. – С. 148-153.
15. Лурье А.И. Операционное исчисление. / А.И.Лурье // М.-Л.:Гостехиздат, 1950. – 431с.
16. Коваленко А. П. Математическое моделирование давления в цилиндрической оболочке с жидкостью при осевой импульсной нагрузке. / А.П.Коваленко // Вестник ХНТУ. – 2007.– Вып. 2(28). – С.147–152.
17. Коваленко А. П. Влияние массово-геометрических характеристик системы упругий трубопровод-жидкость на переходные процессы в трубопроводе при продольных динамических ударных нагрузках / А.П.Коваленко // Вып. 2(47).– Херсон: ХНТУ, 2013.– 420с. С.150–154.