

## РАСЧЕТ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Н. Ф. ДИМИТРИЕВА<sup>1</sup>, Я. В. ЗАГУМЕННЫЙ<sup>1</sup>, Ю. Д. ЧАШЕЧКИН<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина*

<sup>2</sup>*Институт проблем механики РАН, Москва, Россия*

Stratified flow around a horizontal plate is analyzed numerically based on the fundamental equations set. The stratified flow on a motionless plate is characterized by a complicated multi-level structure of circulation cells. Start of plate movement leads to formation of advanced disturbances, attached internal waves and vortex wake, which are separated by high-gradient quasi-stationary interfaces. Comparison of calculated patterns and Schlieren images of the stratified flow around a uniformly moving horizontal plate shows good agreement of the numerical and laboratory data.

### ВВЕДЕНИЕ

Неоднородность плотности жидкости в окружающей среде и технологических установках, задаваемая распределением концентрации растворенных веществ или взвешенных частиц, обуславливает существование ряда специфических течений, отсутствующих в однородной жидкости. К их числу относятся внутренние волны, являющиеся важным элементом динамики морской среды и атмосферы [1, 2]. Они переносят на большие расстояния энергию и импульс, образуют при обрушении пятна турбулентности, интенсифицирующие перенос вещества и влияющие на безопасность полетов в атмосфере. Большое число теоретических и экспериментальных работ посвящено изучению присоединенных (подветренных) внутренних волн, которые возникают при стационарном обтекании препятствий [3–5].

Теоретический анализ волновых полей обычно проводится в линейном приближении, а реальное тело заменяется набором гидродинамических источников и стоков в экспоненциально стратифицированной жидкости в пренебрежении эффектов вязкости и диффузии либо вводятся ограничивающие предположения – приближения подстилающей плоскости [4] либо пограничного слоя [6], что существенно затрудняет выполнение количественных сравнений с данными эксперимента [7].

Научный и практический интерес представляют решения определяющих уравнений в полной нелинейной постановке с учетом эффектов вязкости и диффузии, а также конечности размеров препятствия. Применение современных численных подходов позволяет провести расчет характеристик течения, полных сил и моментов, действующих на препятствие, в широком диапазоне значений параметров задачи, включая слабые стратификации и практически важный случай однородной среды. В данной работе приведены результаты расчета структуры и динамики стратифицированного течения вокруг пластины, установленной под нулевым углом атаки и равномерно движущейся в горизонтальной плоскости в свободном пространстве.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Математическое моделирование проводится на основе фундаментальной системы дифференциальных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей

[8]. Уравнения механики несжимаемой линейно стратифицированной жидкости, невозмущенное распределение плотности  $\rho_0(z)$  которой задается профилем солёности  $S_0(z)$ , где ось  $Oz$  направлена вертикально вверх,  $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$  – масштаб стратификации,  $N = 2\pi / T_b = \sqrt{g / \Lambda}$  – частота и  $T_b$  – период плавучести,  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения, включают уравнения состояния  $\rho(S(z))$ , неразрывности, Навье-Стокса в приближении Буссинеска и диффузии соли (стратифицирующего компонента):

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t + (\nabla \mathbf{v}) \mathbf{v} &= -\nabla P / \rho_{00} + \nu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{s} \mathbf{g}; \quad \text{div } \mathbf{v} = 0; \\ \partial s / \partial t + \mathbf{v} \nabla s &= \kappa_s \Delta s + v_z / \Lambda; \quad \rho = \rho_{00} (\exp(-z / \Lambda) + s), \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $s$  – возмущение солёности, включающее коэффициент солевого сжатия,  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  – индуцированная скорость,  $P$  – давление за вычетом гидростатического,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\kappa_s$  – коэффициент диффузии соли.

В качестве начального состояния стратифицированной среды рассматриваются установившееся течения, индуцированные прерыванием диффузионного переноса неподвижным препятствием, детальное исследование структуры и динамики которых выполнено экспериментально в работе [7] и численно – в [9].

Картина линий тока около горизонтальной пластины, моделирующей центральное сечение непроницаемого препятствия произвольной формы, состоит из последовательности симметрично расположенных горизонтальных вихревых ячеек (рис. 1, а). Жидкость подтекает к краям пластины, разворачивается в центре, поднимается и удаляется от препятствия, формируя семейство диссипативно-гравитационных волн, которые визуализируются в виде протяженных горизонтальных прослоек [9]. В поле давления отчетливо проявлены области разряжения, сконцентрированные вдоль всей линии горизонта пластины в виде темных горизонтальных полос, примыкающих к ее краям (рис. 1, б). Возникновение таких структурных элементов объясняется формированием высокоградиентных течений в горизонтальной плоскости, компенсирующих переизбыток (дефицит) солёности под (над) препятствием вследствие прерывания диффузионного потока стратифицирующего вещества на непроницаемой поверхности.

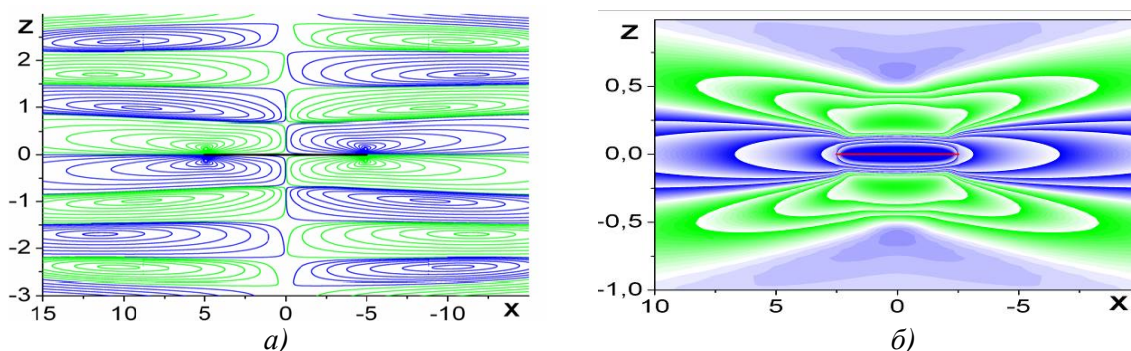


Рис. 1. Линии тока и поле давления течения, индуцированного диффузией на непроницаемой горизонтальной пластине:  $N=1.26\text{с}^{-1}$ ,  $L=10$  см.

Таким образом, физически обоснованные начальные и граничные условия для задачи обтекания горизонтальной пластины потоком непрерывно стратифицированной жидкости принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}|_{t \leq 0} = \mathbf{v}_{dif}(x, z), \quad s|_{t \leq 0} = s_{dif}(x, z), \quad p|_{t \leq 0} = p_{dif}(x, z), \\ \mathbf{v}_x|_{\Sigma} = \mathbf{v}_z|_{\Sigma} = 0, \quad \left[ \frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Sigma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad \mathbf{v}_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U, \quad \mathbf{v}_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U$  – скорость набегающего стратифицированного потока, индекс  $dif$  указывает на установившееся решение задачи прерывания диффузионного потока соли неподвижной пластиной для соответствующей физической переменной,  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности препятствия  $\Sigma$ .

Система (1) с начальными и граничными условиями (2) характеризуется большим числом собственных масштабов: длины (плавучести  $\Lambda$ , характерного размера препятствия  $L$ , скоростного  $\delta_N^v = \sqrt{\nu/N}$  и диффузионного  $\delta_N^{ks} = \sqrt{\kappa_s/N}$  микромасштабов); скорости ( $U_N^v = \sqrt{\nu N}$ ,  $U_N^{ks} = \sqrt{\kappa_s N}$ ) и времени  $t = T_b$ . Существенные различия в значениях масштабов длины указывают на сложность внутренней структуры даже такого медленного течения, которое порождается малыми силами плавучести, возникающими вследствие неоднородности молекулярного потока стратифицирующего компонента. Условия адекватного разрешения мелкомасштабных элементов течения, связанных с эффектами стратификации и диффузии, накладывает существенные ограничения на минимальный шаг расчетной сетки по пространству, что существенно замедляет скорость численных расчетов и вынуждает программиста прибегать к помощи высокопроизводительных вычислительных систем.

В полной нелинейной постановке решение фундаментальной системы строится численно с использованием метода конечных объемов в рамках открытого пакета OpenFOAM на базе объектно-ориентированного языка программирования C++. Для расчета течений непрерывно стратифицированных жидкостей был построен собственный решатель, разработанный на основе стандартных программных кодов пакета OpenFOAM для однородной жидкости. Вычисления проводились в параллельном режиме с применением методов декомпозиции расчетной области на базе технологической платформы UniHUB с использованием вычислительных ресурсов кластера МСЦ РАН.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Набор картин, иллюстрирующих поля внутренних волн при различных величинах стратификации жидкости и скорости движения пластины, представлен на рис.2. Изначально симметричная структура течения, индуцированного диффузией на непроницаемой горизонтальной пластине [9], кардинально меняется с началом движения препятствия: в толще непрерывно стратифицированной жидкости начинают формироваться присоединенные внутренние волны, опережающие возмущения и спутный след [4]. Источником внутренних волн служат краевые сингулярности, генерирующие интенсивное вертикальное вытеснение жидкости, что приводит к отклонению от изначального положения нейтральной плавучести и, как следствие, формированию периодических затухающих колебаний жидкости.

Уменьшение величины стратификации жидкости, также как и увеличение скорости движения пластины, приводят к пропорциональному увеличению длины

присоединенной внутренней волны. Фазовые поверхности, разделяющие волновые возмущения противоположных знаков, загибаются в сторону движения пластины (рис.2, *а*). В предельном случае слабой стратификации фазовые поверхности располагаются практически по нормали к поверхности пластины ближе к ее задней кромке, где генерируются сравнительно менее интенсивные возмущения (рис.2, *б*). При скоростях движения  $U > 2$  см/с в следе за пластиной формируются вихревые возмущения (рис.2, *в*), которые с дальнейшим увеличением скорости движения начинают заполнять область течения вокруг пластины (рис.2, *г*). На границах раздела различного типа возмущений – внутренних присоединенных волн и вихревого следа, формируются высокоградиентные области, отмеченные на рисунках высокой степенью концентрации изолиний.

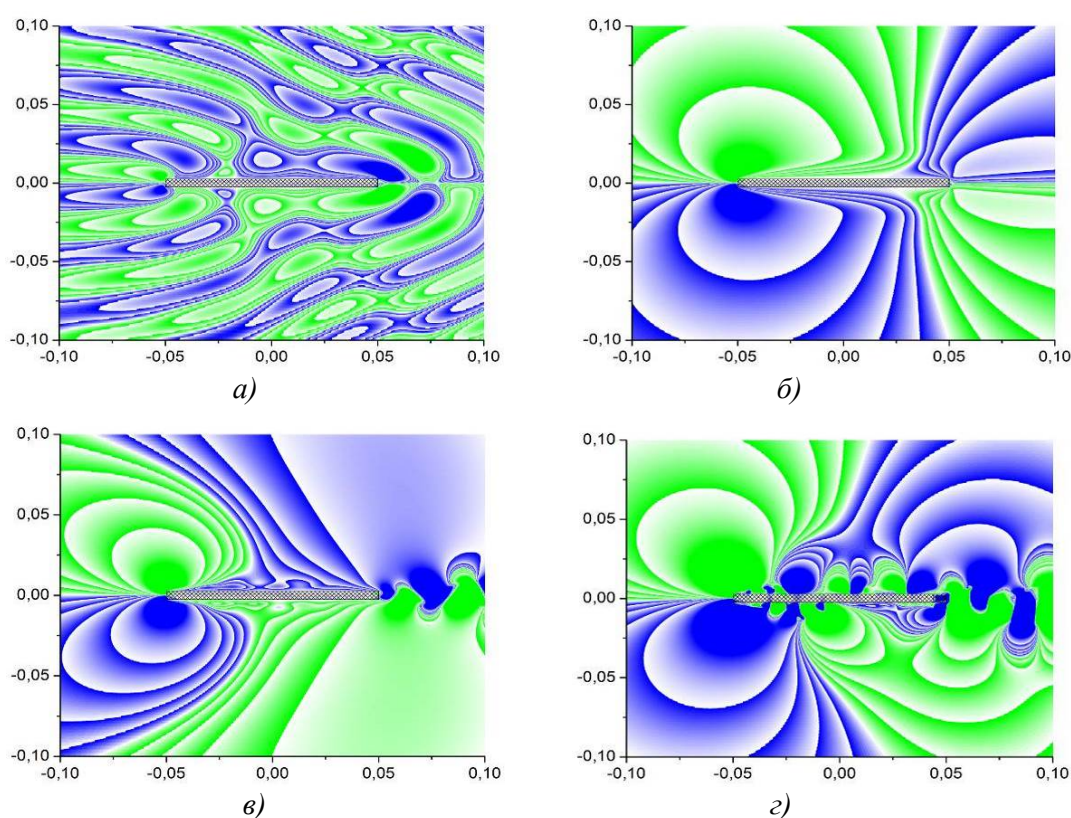


Рис.2. Поля вертикальной компоненты скорости жидкости около равномерно движущейся горизонтальной пластины:  $L = 10$  см,  $h = 0.5$  см, *а*) –  $U = 0.5$  см/с,  $N = 1.0$  с<sup>-1</sup>, *б*) –  $U = 0.5$  см/с,  $N = 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>, *в*) –  $U = 5$  см/с,  $N = 1.0$  с<sup>-1</sup>, *г*) –  $U = 20$  см/с,  $N = 1.0$  с<sup>-1</sup>.

Профили горизонтальной компоненты скорости в различных сечениях пластины для предельных случаев слабо и сильно стратифицированных жидкостей приведены на рис.3. При малых скоростях обтекания пластины структура профилей скорости указывает на наличие примыкающей к поверхности пластины сингулярной прослойки – пограничного слоя, толщина которого возрастает вдоль обтекаемой поверхности вниз по потоку (рис.3, *а*). Локальные значения скорости на верхней границе пограничного слоя несколько превышают скорость внешнего потока, после чего монотонно убывает, плавно выходя на фиксированное значение скорости обтекания. Структура профилей горизонтальной компоненты скорости в стратифицированной среде носит сугубо

періодичний згасаючий характер, що обумовлено наявністю в товщі рідини внутрішніх хвиль, інтенсивність яких зменшується з відстанню від перешкоди (рис.3, б). Максимальна амплітуда локальних коливань швидкості суттєво перевищує величину швидкості обтікання, а товщина збуреної пристеночної області зменшується вниз по потоку під подавляючим впливом внутрішніх хвиль, в отличие від випадку однорідного середовища, де товщина пограничного шару, навпаки, зростає вниз по потоку. Порівняння розрахункових даних з рішенням задачі Блазиуса для продольного обтікання горизонтальної пластини в наближенні пограничного шару [6], позначеного пунктирними лініями на рис.3,а, дає задовільний результат тільки вдали від країв пластини і при помірних швидкостях обтікання, коли ще не проявлені процеси вихреботворення і відриву течії.

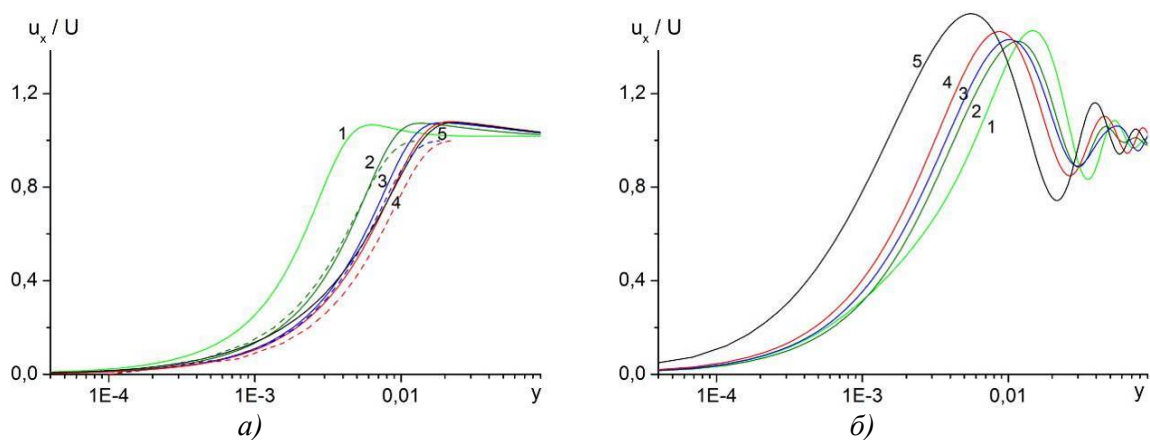


Рис.3. Профіли горизонтальної компоненти швидкості в різних сеченнях вздовж обтікаємої горизонтальної пластини:  $U = 0.5$  см/с,  $L = 10$  см,  $h = 0.5$  см, а) –  $N = 10^{-5}$  с $^{-1}$ , б) –  $N = 1.0$  с $^{-1}$ ,  $x = -5; -2.5; 0; 2.5; 5$  см (криві 1–5)

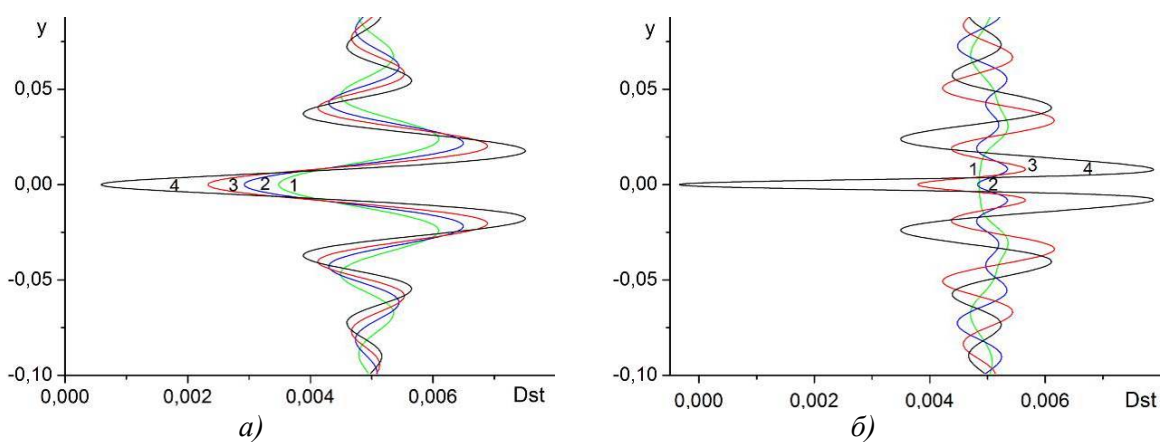


Рис.4. Деформації вертикальних маркерів в різних сеченнях впереди (а) і в сліде (б) за обтікаємої пластини:  $U = 0.5$  см/с,  $L = 10$  см,  $h = 0.5$  см,  $N = 1.0$  с $^{-1}$ , а) –  $x = -15; -10; -7.5; -5.3$  см, б) –  $x = 15; 10; 7.5; 5.3$  (криві 1–4).

Кривые, описывающие деформации плотностных меток, изначально расположенных вертикально в различных сечениях потока перед и позади обтекаемой пластины, за период времени  $T = 1$  сек, приведены на рис.4. Перемещения маркеров в поле опережающих возмущений имеют периодическую структуру с увеличивающейся амплитудой и несколько уменьшающейся длиной волны с приближением к передней кромке пластины (рис.4, *a*). Такой характер возмущенных распределений плотностных меток отражает особую структуру опережающих внутренних волн перед пластиной, фазовые поверхности которых размещаются практически параллельно линии горизонта. В следе за обтекаемой пластиной присоединенные внутренние волны располагаются под некоторым углом к горизонту, что проявляется в несоответствии фаз возмущенных положений маркеров в различных сечениях вниз по потоку (рис.4, *б*).

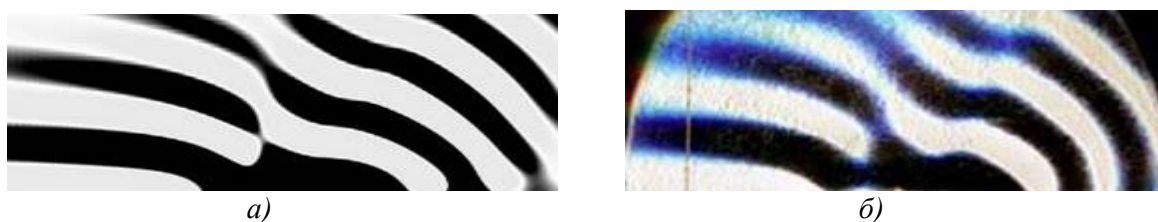


Рис.5. Рассчитанная (*a*) и теневая (*б*) картины стратифицированных течений около равномерно движущейся горизонтальной пластины:  $N = 0.8 \text{ с}^{-1}$ ,  $U = 0.5 \text{ см/с}$ .

Рассчитанные поля внутренних волн сравниваются с лабораторными картинами теневой визуализации течений около непроницаемой горизонтальной пластины, равномерно движущейся в толще непрерывно стратифицированной жидкости (рис.5). Численное решение содержит все структурные компоненты поля возмущений и достаточно хорошо согласуется с лабораторными наблюдениями по всей визуализируемой области течения.

На приведенной теневой картине (рис.5, *б*), полученной в лабораторных опытах с использованием метода “вертикальная щель – вертикальный нож Фуко”, приведено распределение градиента коэффициента преломления, который связан с плотностью водных растворов поваренной соли линейным соотношением [7]. С применением более чувствительных методов регистрации (цветной теневой метод с горизонтальной щелью и решеткой) размеры возмущенной области течения возрастают наряду с увеличением общей разрешающей способности тонкоструктурных компонент течения [10].

## ВЫВОДЫ

Численно рассчитаны поля внутренних волн, генерированных равномерным движением горизонтальной пластины в толще непрерывно стратифицированной жидкости, на основе фундаментальной системы уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей. Исследована структура течения при изменении величин стратификации и скорости движения пластины, прослежена деформация вертикальных плотностных маркеров в поле опережающих возмущений и в следе за пластиной.

Структура стратифицированного течения около неподвижной горизонтальной пластины характеризуется наличием сложной многоуровневой системы циркуляционных ячеек. С началом движения препятствия в толще непрерывно стратифицированной жидкости начинают формироваться опережающие возмущения, присоединенные внутренние волны и спутный след, на границах раздела которых располагаются

высокоградиентные квазистационарные прослойки. Сравнение рассчитанных и теневых картин стратифицированного течения около движущейся горизонтальной пластины показывает хорошее качественное согласие численных и опытных данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 13-07-90901-мол\_ин\_нр, 12-05-90417-укр). Эксперименты проведены на стенде ЛВК «ГФК ИПМех РАН» при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (ГК № 16.518.11.7059).

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкостях. – М.: Мир, 1981. – 598с.
2. *Веденьков В.Е., Смирнов Г.В., Борисов Т.Н.* Динамика поверхностных и внутренних корабельных волн. – Владивосток: Дальнаука, 1999. – 224с.
3. *Scase M.M., Dalziel S.B.* Internal wave fields generated by a translating body in a stratified fluid: an experimental comparison // *J. Fluid Mech.* – 2006. – V. 564. – P. 305–331.
4. *Чашечкин Ю.Д., Бардаков Р.Н., Загуменный Я.В.* Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн // *Морской гидрофизический журнал.* – 2010. – № 6. – С. 3–15.
5. *Chashechkin Yu.D., Zagumennyi Ia.V.* Non-equilibrium processes in non-homogeneous fluids under the action of external forces // *Physica Scripta.* – 2013. – T 155. – Paper 014010. doi: 10.1088/0031-8949/2013/T155/014010.
6. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1969. – 742с.
7. *Chashechkin Yu.D., Mitkin V.V.* A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // *J. Visualiz.* – 2004. – V.7, № 2. – P. 127–134.
8. *Чашечкин Ю.Д.* Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей // *Морской гидрофизический журнал.* – 2010. – № 5. – С.3–10.
9. *Загуменный Я.В., Чашечкин Ю.Д.* Тонкая структура нестационарного течения, индуцированного диффузией на неподвижной пластине // *Известия РАН: Механика жидкости и газа.* – 2013. – № 3. – С.100–117.
10. *Chashechkin Y.D.* Schlieren visualization of a stratified flow around a cylinder // *J. of Visualization.* – 1999. – V. 1, № 4. – P. 345–354.