

## АНОМАЛИЯ ВРЕМЕНИ ЛУЧА И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ЭФФЕКТА СДВИГА ВЕЛОКЛИНА (Часть 2)

В. К. БОГУШЕВИЧ, Н. С. НИКОНЮК, М. И. СКИПА

*Отделение гидроакустики МГИ НАН Украины, г. Одесса*

Рассматриваются вопросы аномалий времени лучей и восстановления профилей в условиях вертикального сдвига велоклина для идеализированных и реалистичных профилей Черного моря.

### 1. АНОМАЛИЯ ВРЕМЕНИ ЛУЧА ПРИ СДВИГЕ ВЕЛОКЛИНА

**1.5. Идеализированные велоклины при конечных значениях градиента, реалистичные профили верхнего и нижнего слоёв.** Если верхний слой, от оси канала до велоклина, не изоскоростной, а изогradientный (рис. 4) и изменения скорости в этом слое не велики, 1 – 3 м/с, то значения аномалии времени практически полностью совпадают с расчётными, полученными по формуле (3), в которой значения углов  $\chi_o$  и  $\Delta\chi$  и значение скорости звука  $c$  принимаются для нижней границы опорного велоклина:

$$\Delta t = -2\Delta z \cdot \sin(\chi_{\text{нг}}^o - \Delta\chi_{\text{нг}} / 2) / c_{\text{нг}}. \quad (30)$$

Для трех разных реальных профилей с идеализированными клинами (рис. 5) формула (30) для большинства лучей дает ошибку менее 0,01 %. Этого и следовало ожидать, так как в (28), вклад слагаемых  $D$  и  $E$ , определяемых градиентом ниже оси канала,  $a$ , крайне мал.

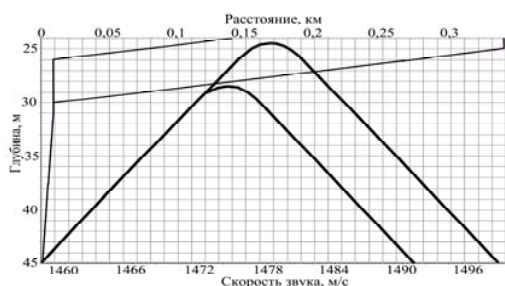


Рис. 4. Профили скорости звука и лучевые траектории



Рис. 5. Профили скорости звука

**1.6. Профили с переходными областями и идеализированными велоклинами.** В случае верхнего слабоgradientного слоя и переходных областей к нижним границам клинов (рис. 6), для определения  $\Delta T_m$  надо учитывать изменения скорости звука в этих переходных областях от общей точки профилей  $A$  ( $z = 30$  м) до точек начала велоклинов  $B$  ( $z = 28$  м) и  $B'$  ( $z = 25$  м). Учесть дополнительные аномалии времени, формируемые по лучам в этих интервалах глубин, можно в рамках процедуры «интегрирования по лучам»:

$$\Delta t_g = \int_{\Gamma_m^o, z=30}^{z=28} \left[ \frac{c - c_{(z=30)}}{c^2} \right] ds - \int_{\Gamma_m^o, z=30}^{z=25} \left[ \frac{c - c_{(z=30)}}{c^2} \right] ds. \quad (31)$$

В случае переходных областей возникают вопросы определения значения скорости звука  $c$ , для расчётов аномалии времени, нижних границ клинов и глубин, на которых

определяются углы  $\chi_o$  и  $\chi_a$ . Значение скорости звука для расчётов принято  $c_{cp}$  – среднее по аномальному профилю в интервале глубин между нижними границами клинов. В качестве углов для расчётов принято значение  $\chi_o$  на горизонте, где расходятся аномальный и опорный профили,  $\chi_{o(z=30)}$  (рис. 6). При этом расчётная формула, учитывающая как сдвиг велоклина, так и интегрирование по лучам (31), принимает вид:

$$\Delta t \approx -2\Delta z \cdot \sin \chi_{o(z=30)} / c_{cp} + 2(\Delta c_{cp1} \cdot \Delta s_1 - \Delta c_{cp2} \cdot \Delta s_2) / c_{cp}^2, \quad (32)$$

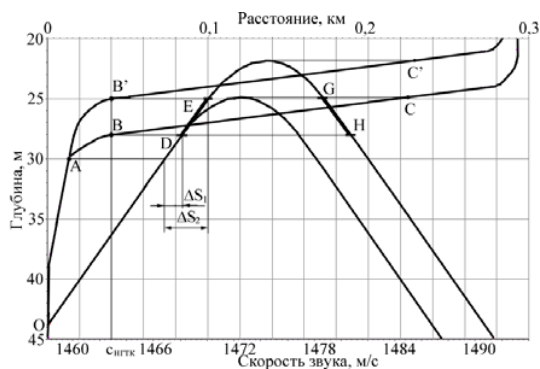


Рис. 6. Профили скорости звука и лучевые траектории

где значения  $\Delta s_1$  и  $\Delta s_2$  определялись как длины путей аномального и опорного лучей в интервалах глубин  $\Delta z = 30 - 25$  м и  $\Delta z = 30 - 28$  м, а значения  $\Delta c_{cp1}$  и  $\Delta c_{cp2}$  – как усреднённые в этих же интервалах глубин значения аномалий  $\Delta c$ ,  $\Delta c = c_i - c_{(z=30)}$  (рис. 6).

Значения аномалии времени, рассчитанные с учётом двух её составляющих (32), с большой точностью (для большинства лучей 0,1 %) совпадают с фактическими. Это позволяет использовать (32) для точного расчета аномалии времени лучей во всех

случаях профилей скорости звука со сдвигом клина и переходными областями.

**1.7. Схематизация профилей.** Знание опорного и аномального профилей позволяет через значения углов скольжения лучей  $\chi_o$  и  $\chi_a$  и величину сдвига клина  $\Delta z$  рассчитывать (32) значения аномалий времени лучей. Но решение обратной задачи (восстановление сдвига  $\Delta z$  и аномального профиля по значениям опорного профиля, углам  $\chi_o$  и аномалиям  $\Delta T_m$ ) при этом оказывается значительно более сложным из-за неизвестности переходной области аномального профиля. Вопрос переходной области критичен и для опорного профиля, так как процедура интегрирования по лучам изменяющейся кривизны при изменяющихся по лучу значениях скорости звука сложна и трудоёмка. Поэтому интересен вопрос схематизации профилей (задание в упрощённом кусочно-линейном виде) и оценки получаемых при таких упрощениях ошибок расчётов.

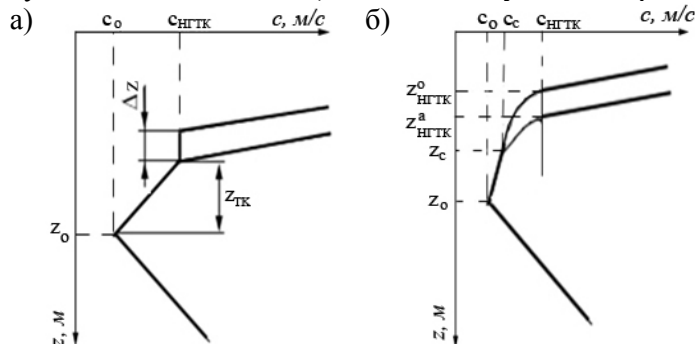


Рис. 7. Схематизация профилей скорости звука в области нижних границ велоклинов

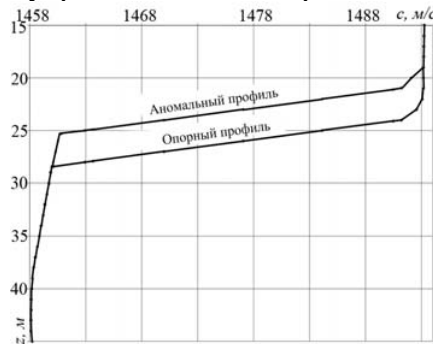


Рис. 8. Опорный и аномальный профили скорости звука

Можно предложить два наиболее простых варианта схематизации профилей в области нижних границ велоклин (рис. 7а, б). Расчёты по варианту схематизации «а» (замена реальных профилей схематизированными) показали, что точность вычислений аномалий времени  $\Delta T$  при такой замене составила для нескольких разных профилей до  $\sim 0,2\%$  для лучей с глубинами заворота  $z_m^- > 300$  м и до  $0,42\%$  для остальных лучей с  $z_m^- > 100$  м. Такая точность представляется достаточной для практических целей, и необходимости использования более сложного варианта схематизации «б» нет. Близкую точность расчётов обеспечивает и близкий к «а» вариант схематизации рис. 8.

**1.8. Профили с разными значениями градиентов в клинах и нулевым начальным сдвигом.** Обычно велоклин сдвигается по глубине не плоско-параллельно. Частным случаем является нулевой сдвиг нижней границы клина и ненулевой сдвиг его верхней границы, т.е. изменение градиента в клине (рис. 9). В случаях двух разноградиентных клинов, разница путей по аномальному и опорному лучам будет определяться отличием их областей заворота, определяемых значениями градиентов  $g_2$  в велоклинах и значениями углов лучей,  $D = 2 \operatorname{tg} \chi_{\text{нр}} / a_2$ ,  $z_m = \chi_{\text{нр}}^2 / 2a_2$ ,  $a_2 = g_2 / c$ . Разницу времён распространения по дугам (областям заворота) в изоградиентных слоях можно было бы найти исходя из ранее использовавшегося выражения (12)  $t \approx D/c - D^3 a^2 / 24c$ , получая зависимость  $\Delta t$  от градиентов клинов  $g_2^o$  и  $g_2^a$  и угла  $\chi_o$ . Но (12) даёт плохую точность при малых  $\chi$ , когда  $\chi_o \neq \chi_a$ , и неудобно для использования. Поэтому решение будем искать в рамках уже используемых зависимостей  $\Delta t$  от  $\Delta z$ .

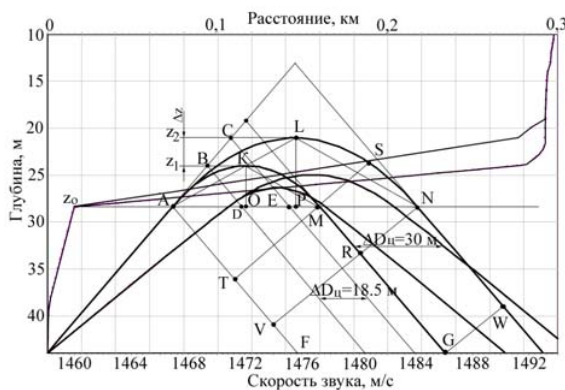


Рис. 9. Профили скорости звука и лучевые траектории

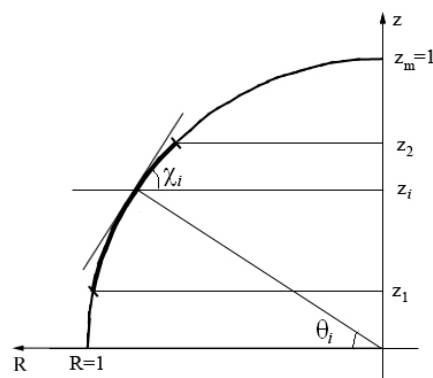


Рис. 10. Геометрия луча, область заворота

Решение задачи можно найти, рассматривая аномалии путей и времён областей заворота  $ALN$  и  $AKM$  относительно прямой  $AV$ . Аномалию пути луча в области заворота будем представлять как сумму аномалий на множестве бесконечно тонких слоёв  $\delta z$ , в каждом из которых значение угла скольжения луча  $\chi_i$  постоянно и меняется от слоя к слою (в пределах от  $\chi_{\text{нр}}$  до 0). Разница путей на каждом элементе  $\delta z$  по элементу опорного луча до поперечного сечения  $TM$  составляет  $\Delta s_i = -2\delta z \cdot \sin \chi_i$ . Тогда общая разница пути по области заворота опорного луча  $\cup AKM$  и по прямой  $AT$  составит

$$\Delta s_o = -2 \int_{z=z_{\text{нр}}}^{z=z_m^o} \sin \chi_o dz = -2(z_{\text{нр}} - z_m^o) \cdot (\sin \chi_o)_{cp}, \quad (33)$$

где  $(\sin \chi_o)_{cp}$  – среднее значение синуса угла скольжения в интервале глубин заворота. Аналогичное значение будет иметь разница пути из точки  $A$  до поперечного сечения  $VN$  по аномальному лучу ( $\cup ALN$  и отрезок  $AV$ ). Дуги  $AKM$  и  $ALN$  подобны (при  $\chi_a \approx \chi_o$ ), закон изменения  $\chi_o$  и  $\chi_a$  по областям заворота одинаков и  $(\sin \chi_o)_{cp} = (\sin \chi_a)_{cp}$ . Тогда разница аномалий путей по аномальному и опорному лучам до сечения  $RN$  составит

$$\Delta s = \Delta s_a - \Delta s_o = -2(z_m^o - z_m^a) \cdot (\sin \chi)_{cp} = -2\Delta z_m \cdot (\sin \chi)_{cp}. \quad (34)$$

Принимая в случае малых углов  $\sin \chi \approx \chi$ , получим:

$$\Delta s \approx -2\Delta z_m \cdot \chi_{cp}. \quad (35)$$

Значение  $\chi_{cp}$  можно найти. Траектории лучей в области заворота являются дугами окружностей. Переходя от углов скольжения  $\chi$  к углам падения  $\theta$ , получим:  $\chi = 90^\circ - \theta$ ,  $\chi_{cp} = 90^\circ - \theta_{cp}$ . При радиусе дуги окружности  $R = 1,0$  высота подъёма точки траектории  $z$  по дуге (рис. 10) определяется как  $z_i = \sin \theta_i$ , откуда  $\theta_i = \arcsin(z_i)$ . Тогда в интервале глубин от  $z_1$  до  $z_2$  среднее значение угла падения будет определяться соотношением

$$\theta_{cp} = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \arcsin(z) dz. \quad (36)$$

Интеграл в (36) является табличным,  $\int \arcsin(x) dx = x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2}$ . Вычисления для  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1$ ,  $\theta = 0 - 90^\circ$  дают значения  $\theta_{cp} = \pi/2 - 1$  и  $\chi_{cp} = 1 \approx 57^\circ$ . При  $\chi_{нач} = 90^\circ$  отношение начального угла к среднему составляет  $\chi_{нач}/\chi_{cp} \approx 1,57$ . Вычисление интеграла (36) для малых углов,  $\chi = 10 - 0^\circ$  и  $\chi = 5 - 0^\circ$ , позволило получить  $\chi_{нач}/\chi_{cp} \approx 1,50$ . При этом можно принимать для интересующего нас диапазона углов, от  $0$  до  $14^\circ$ , отношение:

$$\chi_{cp} \approx 2\chi_{нр}/3. \quad (37)$$

Последнее выражение позволяет вычислять разницу путей заворота аномального и опорного лучей по формулам (34, 35) и аномалию времени из соотношения  $\Delta t = \Delta s/c_{cp}$ :

$$\Delta t \approx -2\Delta z_m \cdot \sin(2 \cdot \chi_{нр}/3) / c_{cp}. \quad (38)$$

Справедливость формулы (38) проверялась расчётами для разных значений градиентов  $g_o$  и  $g_a$ , в велоклинах. Расчёты для  $g_o = 7,06$  1/с и  $g_a = 4,21$  1/с (рис. 9) показали, что для всех лучей, кроме двух, самых пологих, ошибка вычислений не превышала 1%. Расчёты для градиентов  $g_o = 23,1$  1/с и  $g_a = 7,06$  1/с дали тот же результат.

**1.9. Разноградиентные велоклины с ненулевыми сдвигами верхней и нижней границ.** Если градиенты в аномальном и опорном велоклинах различны,  $g_a \neq g_o$ , и сдвиг по глубине нижней границы клина не нулевой,  $\Delta z \neq 0$ , то аномалия времени каждого луча будет определяться сдвигом клина  $\Delta z$ , одинаковым для всего интервала глубин,  $\Delta t_1$ , и разной градиентностью клинов (при нулевом сдвиге нижней границы),  $\Delta t_2$  (рис. 11):

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = -(2\Delta z \cdot \sin \chi_{нр}) / c_{нр} - 2[(\Delta z_m^+ - \Delta z) \cdot \sin(\chi_{нр}/1,5)] / c_{cp}.$$

Принимая  $c_{cp} \approx c_{нг}$  и с учётом отличия углов аномального и опорного лучей на нижней границе клина, значение аномалии времени можно определять выражением:

$$\Delta t = -\left[2\Delta z \cdot \sin[(\chi_{нг}^o + \chi_{нг}^a)/2] + 2(\Delta z_m^+ - \Delta z) \cdot \sin[(\chi_{нг}^o + \chi_{нг}^a)/3]\right] / c_{нг}. \quad (39)$$

Расчёты по формуле (39) для профилей рис. 11 и других подобных показали, что для абсолютного большинства лучей ошибка не превышала 1%.

## 2. НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ЗАДАЧ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЕЙ

**2.1. Разноградиентные кусочно-ломанные велоклины.** Реальные профили скорости звука в области клина не бывают строго линейными. Поэтому интерес представляют вопросы более реалистичного, кусочно-линейного, задания профилей,

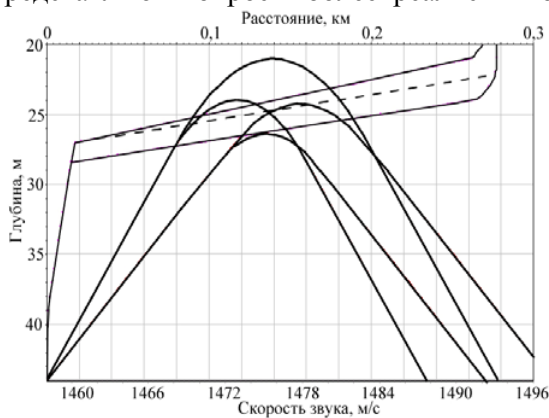


Рис. 11. Профили скорости звука и лучевые траектории

определения в этих случаях значения  $\Delta z$  сдвига нижней границы клина и ошибок расчётов аномалий времени. Рассмотрены два профиля (рис. 14а), опорный, линейный и аномальный, ломанный, из трёх линейных участков. Расчёты по профилям показали, что если за  $\Delta z$  взять его значение для первого участка профиля,  $\Delta z_1$ , то точность расчётов для лучей, заворачивающих в интервале глубин этого участка, составляет 1 – 5%, для лучей второго участка - 8 – 21% и для лучей третьего участка - 20 – 23%. Лучи, заворачивающие в области глубин второго участка профиля, формируются и этим вторым участком, и находящимся глубже первым участком профиля. Поэтому для их расчётов нужно принять  $\Delta z$  исходя из прямой, усредняющей эти два участка профиля (рис. 12б). Соответственно, для расчёта лучей с точками заворота в третьем участке профиля значение  $\Delta z$  нужно принимать исходя из прямой, усредняющей все три участка профиля (рис. 12в). При большом числе участков «ломаного» профиля задание величины сдвига нижней границы клина  $\Delta z_i$  становится сложным, а в ряде случаев и некорректным. В таких условиях для расчётов предлагается использовать одно общее, для всех лучей, значение сдвига  $\Delta z$ , получаемое по одной, усредняющей весь профиль скорости звука в области глубин клина, прямой. Расчёты, выполненные для профилей (рис. 12в) показали, что при общем значении сдвига  $\Delta z$  для трёх групп лучей (заворачивающих в трёх интервалах глубин) ошибка составила (-0,3 – +2,0)%, (2,3 – 3,4)% и (3,8 – 5,8)%, что является вполне удовлетворительным для практического использования.

**2.2. Восстановление профилей по аномалиям времен.** В случае линейности аномального и опорного профилей в области велоклина аномалия времени  $\Delta t$  определяется соотношением (39). При любых отношениях  $g_o$  и  $g_a$  для пологих лучей глубины верхних точек заворота близки к глубинам нижних границ велоклинов и  $\Delta z_m^+ \approx \Delta z$ ; для них вклад второго слагаемого в (39) будет крайне мал и аномалия времени с определённым приближением будет определяться соотношением  $\Delta t \approx -2\Delta z \cdot \sin \chi / c$ .

Для крутых лучей разница глубин заворота близка разнице глубин верхних границ велоклинов,  $\Delta z_m^+ \approx \Delta z_{вг}$ , и при  $g_o \neq g_a$ ,  $\Delta z \neq \Delta z_{вг}$  аномалия времени  $\Delta t$  будет определяться вертикальными сдвигами как верхней,  $\Delta z_{вг}$ , так и нижней,  $\Delta z_{нг} = \Delta z$ , границ велоклина. С некоторым приближением,  $\chi_o \approx \chi_a$ ,  $\sin \chi \approx \chi$ , выражение (39) можно представить в виде

$$\Delta t \approx -\left[2\Delta z \cdot \sin \chi_{нг} - 2(\Delta z - \Delta z_m^+) \cdot \sin(2\chi_{нг}/3)\right] / c_{нг} \approx -\left[2(\Delta z/3 + 2\Delta z_m/3) \sin \chi_{нг}\right] / c_{нг}, \quad (40)$$

Тогда, для пологих лучей,  $\Delta z_m^+ \approx \Delta z_{нг}$ ,  $\Delta t \approx -2 \cdot (\Delta z_{нг} \cdot \sin \chi_{нг}) / c_{нг}$ , будет

$$\Delta z_{нг} \approx -\Delta t c_{нг} / 2 \sin \chi_{нг}; \quad (41)$$

А в случае крутых лучей,  $\Delta z_m^+ \lesssim \Delta z_{вг}$ ,  $\Delta t \approx -2[(\Delta z_{нг} + 2\Delta z_{вг}) \sin \chi_{нг}] / 3 \cdot c_{нг}$  будет

$$\Delta z_{вг} \approx (-3\Delta t \cdot c_{нг} / 2 \sin \chi_{нг} - \Delta z_{нг}) / 2. \quad (42)$$

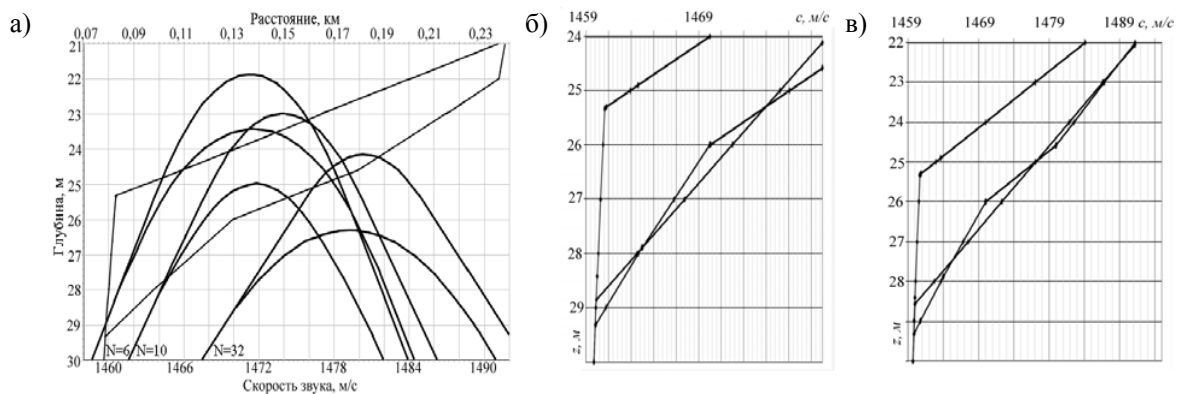


Рис. 12. Профили скорости звука и лучевые траектории, а, профили скорости звука и усредняющая прямая, б, в

Последние формулы (41) и (42) можно использовать для восстановления идеализированных профилей скорости звука по аномалиям времён сигналов лучей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены зависимости аномалии времени лучей при сдвиге велоклина в условиях Черного моря для различных идеализированных и реалистичных профилей, даны рекомендации по восстановлению аномальных профилей, основанные на инверсии аномалии времени сигналов лучей в вертикальные сдвиги точек аномальных профилей скорости звука.