# ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОЦЕНКИ АКУСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРАХЕИ И ГЛАВНЫХ БРОНХОВ ЧЕЛОВЕКА

# В. Г. БАСОВСКИЙ

Институт гидромеханики НАН Украины ул. Желябова, 8/4, 03680, Киев-180, ГСП, Украина e-mail: basovsky@ukr.net

На основе метода частичных областей и теории изгибных колебаний круговых стержней представлен метод оценки акустических свойств трахеи и главных бронхов человека с учетом колебаний хрящей в составе их стенок.

### **ВВЕДЕНИЕ**

При исследовании шумов дыхания человека актуальной задачей является построение акустической модели распространения звука от источников до поверхности грудной клетки. В силу геометрических размеров и расположения, очевидно, что трахея и главные бронхи человека являются теми воздухоносными путями, которые в основном определяют характер потоков звуковой энергии как в бронхиальном дереве человека, так и в окружающих его биотканях. Экспериментальные данные о механических свойствах стенок бронхиального дерева, в силу известных причин, весьма ограничены и во многом противоречивы. Поэтому исследователи, как правило, ограничиваются упрощенными физическими моделями стенок воздухоносных путей. Например, предполагают, что все стенки в пределах одного воздухоносного пути являются локально реагирующими и не меняют своих механических свойств ни вдоль образующей, ни вдоль направляющей этого пути. Здесь следует выделить работу [1], в которой оригинальным способом учтена неоднородность физических свойств трахеи вдоль ее образующей. Вместе с тем, хорошо известно, что физические свойства стенок воздухоносных путей транзиторной зоны существенно неоднородны из-за наличия в их составе кольцевидных незамкнутых хрящей.

В этом сообщении представлен метод оценки акустических свойств трахеи и главных бронхов человека с учетом колебаний хрящей в составе их стенок.

### 1 АНАТОМИЯ И ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

По форме трахея представляет собой трубку, несколько сплющенную в направлении спереди назад. Для взрослого человека средняя длина трахеи составляет приблизительно 12 см, поперечный размер просвета в среднем равен 2 см, а толщина стенки – около  $2 \div 3$  мм. Снаружи трахея покрыта тонким, рыхлым соединительнотканным футляром – адвентицией. Далее по направлению внутрь идут стенка трахеи (волокнистомышечно-хрящевой слой), подслизистый слой и слизистая оболочка. Основой стенки трахеи являются  $16 \div 20$  соосных гиалиновых кольцевидных хрящей, которые занимают около двух третей окружности трахеи и разомкнутой частью обращенных назад.

Высота хрящей у взрослых  $3 \div 4$  мм, толщина  $1 \div 2$  мм. Все хрящи снаружи покрыты надхрящницей. Соседние хрящи соедины между собой кольцевидными связками, высота которых почти в два раза меньше высоты хрящей. Основу связок составляют прочные соединительнотканные пучки с небольшим количеством эластических и гладких мышечных волокон. Связки и хрящи продолжаются в сплошную мягкую заднюю стенку, которая состоит из мышечных слоев и фиброзной ткани.

Главные бронхи отходят от нижнего конца трахеи и направляются к воротам соответствующего легкого. Длина правого бронха около 3 см, левого  $4 \div 5$  см. По своему строению они напоминают трахею. Скелетом их стенки тоже являются кольцевидные хрящи, которые здесь охватывают только около половины окружности соответствующего бронха. Данные о высоте и толщине хрящей главных бронхов в литературе обнаружить не удалось. Однако можно предположить, что отношение соответствующих геометрических размеров хрящей трахеи и главных бронхов равно отношению их диаметров, т.е. примерно равно 1.5.

Трахея и главные бронхи располагаются в области между легких, которая называется средостение. Эта область заполнена целым комплексом органов, клетчаткой, сосудами, нервами и лимфатическими узлами.

Перейдем к обсуждению физических характеристик биотканей средостения и стенок воздухоносных путей. В целом эти биоткани, кроме хрящей, можно отнести к мягким водоподобным тканям [2] и в хорошем приближении считать, что звуковые волны в них распространяются так же, как в воде. Поперечные волны не могут проникать в мягкие ткани на большую глубину, а среднее значение скорости продольных волн с небольшими вариациями приблизительно равно скорости звука в воде 1500~m/c и практически очень слабо зависит от частоты. При этом можно считать, что плотность мягких тканей также равна плотности воды  $1000~\text{кг/m}^3$ . Что касается физических свойств биоткани хрящей, то из обзора литературных источников можно заключить, что плотность лежит в довольно узком диапазоне  $(1.06 \div 1.14) \cdot 10^3~\text{kr/m}^3$ . В то время как, модуль Юнга может изменяться в очень широких пределах —  $0.5 \div 18~\text{M}$ Па. Такой разброс обусловлен несовершенством методик экспериментальной оценки. Здесь следует отметить работу [3], в которой, за счет усовершенствования методики измерений, удалось получить достаточно реалистический результат  $4.4^{+3.3}_{-1.8}~\text{M}$ Па.

Обобщая приведенные выше данные о строении и физических характеристиках биотканей стенок верхних воздухоносных путей, сформулируем следующие гипотезы для построения физической модели процесса излучения звука этими путями. Мягкие ткани стенок воздухоносных путей и ткани средостения считаем идентичными водоподобными средами с волновым сопротивлением  $\rho_0 c_0$ . Хрящи в плане представляют собой незамкнутые круговые стержни со средним радиусом  $r_0$ . Поперечное сечение хрящей имеет форму прямоугольника высоты h и ширины b. Линейные размеры поперечных сечений хрящей трахеи и главных бронхов подобны с коэффициентом подобия равным отношению их средних радиусов. Учитываем только изгибные колебания хрящей в плоскости их кривизны. При этом концы хрящей считаем свободными. Таким образом, хрящи являются свободно скользящими с абсолютно жесткими нижней и верхней поверхностями. Учитывая, что волновое сопротивления биотканей хрящей больше волнового сопротивления мягких биотканей, а также малые волновые размеры поперечного сечения хрящей, можно считать торцы хрящей абсолютно жесткими поверхностями со стороны мягких тканей стенки воздухоносных путей. Чтобы не усложнять физическую

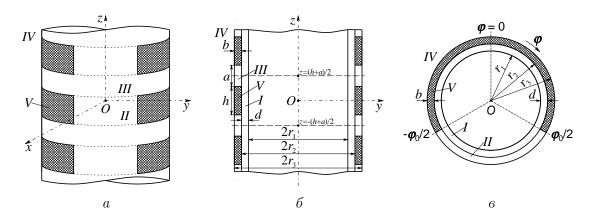


Рис. 1. Фрагмент стенки верхних воздухоносных путей (схема):

a – внешний вид; b – продольное сечение x = 0; b – поперечное сечение b = 0. b – подслизистый слой и слизистая оболочка; b – часть задней стенки между торцами хрящей; b – кольцевидные связки и часть задней стенки между их концами; b – внешняя среда (средостение); b – хрящи

модель, считаем, что хрящи в составе стенки воздухоносного пути не взаимодействуют по полю и часть задней стенки между их торцами тоже является свободно скользящей областью в радиальном направлении.

И так, принятые выше гипотезы и упрощения позволяют моделировать акустические свойства стенок трахеи и главных бронхов на основе задачи об излучении звука бесконечным цилиндром, который окружен соосно периодической эквидистантной решеткой из одинаковых круговых незамкнутых стержней. Между стержнями и цилиндром имеется зазор. На рис. 1 представлено схематическое изображение принятой физической модели.

### 2 МЕТОД РЕШЕНИЯ

Пусть на внутренней стенке трахеи или главных бронхов задано равномерное распределение колебательной скорости  $v_0$ . Временной множитель  $\exp(-i\omega t)$  здесь и ниже опускаем. В силу свойств симметрии физической модели рассматриваемых воздухоносных путей достаточно рассмотреть один ее период  $(|z| \le (h+a)/2)$  и выделить четыре частичных области, где существует звуковое поле: область I  $(r_1 \le r \le r_2, |\varphi| \le \pi, |z| \le (h+a)/2)$ ; область II  $(r_2 \le r \le r_3, \varphi_0 \le |\varphi| \le \pi, |z| \le h/2)$ ; область III  $(r_2 \le r \le r_3, |\varphi| \le \pi, |z| \le (h+a)/2)$ . Потенциал скорости в каждой из этих областей представим соответственно в следующей форме:

$$\Phi_{1}(r,\varphi,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(m\varphi) \cos(\alpha_{1,n}z) \left( A_{mn} \tilde{J}_{m}(k_{1,n}r) + B_{mn} \tilde{Y}_{m}(k_{1,n}r) \right),$$

$$\Phi_{2}(r,\varphi,z) = \sum_{q=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \cos(\beta_{q}(\pi-\varphi)) \cos(\alpha_{2,s}z) \left( C_{qs} \tilde{J}_{\beta_{q}}(k_{2,s}r) + D_{qs} \tilde{Y}_{\beta_{q}}(k_{2,s}r) \right),$$

$$\Phi_{3}(r,\varphi,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \cos(m\varphi) \cos(\alpha_{3,l}(h/2-z)) \left( E_{ml} \tilde{J}_{m}(k_{3,l}r) + F_{ml} \tilde{Y}_{m}(k_{3,l}r) \right),$$

$$\Phi_{4}(r,\varphi,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\nu=0}^{\infty} \cos(m\varphi) \cos(\alpha_{4,\nu}z) L_{m\nu} \tilde{H}_{m}(k_{4,\nu}r),$$
(1)

где

$$k_{1,n} = \sqrt{k^2 - \alpha_{1,n}^2}, \quad k_{2,s} = \sqrt{k^2 - \alpha_{2,n}^2}, \quad k_{3,l} = \sqrt{k^2 - \alpha_{3,n}^2}, \quad k_{4,\nu} = \sqrt{k^2 - \alpha_{4,\nu}^2},$$

$$k = \frac{\omega}{c_0}, \quad \beta_q = \frac{2q\pi}{2\pi - \varphi_0}, \quad \alpha_{1,n} = \frac{2n\pi}{h+a}, \quad \alpha_{2,s} = \frac{2s\pi}{h}, \quad \alpha_{3,l} = \frac{2l\pi}{a}, \quad \alpha_{4,\nu} = \frac{2\nu\pi}{h+a}.$$

Поскольку в представлениях (1) для потенциалов скорости в частичных областях содержится некоторая неопределенность, связанная с использованием функций Бесселя и Ханкеля от мнимых аргументов, то для исключения ее введены следующие функции:

$$\begin{split} \tilde{J}_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right) &= \begin{cases} J_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right), & k \geq \alpha, \\ I_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right), & k < \alpha, \end{cases} \\ \tilde{Y}_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right) &= \begin{cases} Y_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right), & k \geq \alpha, \\ K_{\eta}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right), & k \geq \alpha, \end{cases} \\ \tilde{H}_{m}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2}r\right) &= \begin{cases} H_{m}^{(1)}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2_{4,\nu}}r\right), & k \geq \alpha_{4,\nu}, \\ K_{m}\left(\sqrt{k^2-\alpha^2_{4,\nu}}r\right), & k < \alpha_{4,\nu}. \end{cases} \end{split}$$

Здесь для представления  $\Phi_1$  следует положить  $\eta=m$  и  $\alpha=\alpha_{1,n}$ ; для  $\Phi_2-\eta=\beta_q$  и  $\alpha=\alpha_{2,s}$ ; для  $\Phi_3-\eta=m$  и  $\alpha=\alpha_{3,l}$ . Выше использованы общепринятые обозначения:  $J_\eta(x)$  и  $Y_\eta(x)$  – соответственно функций Бесселя первого и второго рода действительного порядка от действительного аргумента;  $I_\eta(x)$  и  $K_\eta(x)$  – соответственно функций Бесселя первого и второго рода действительного порядка от мнимого аргумента;  $H_m^{(1)}(x)$  – функция Ханкеля целого порядка от действительного аргумента.

Используя очевидные условия сопряжения звуковых полей на границах частичных областей, условия сопряжения колебательных скоростей на боковых поверхностях хряща, дифференциальные уравнения изгибных колебаний хряща, а также свойства полноты и ортогональности соответствующих волновых функций, можно получить бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, являющуюся исходной для определения неизвестных коэффициентов в представлениях для потенциалов колебательной скорости в частичных областях.

### 3 АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При проведении конкретных расчетов были использованы следующие геометрические и физические характеристики стенок рассмотренных воздухоносных путей: для трахеи  $-2R_0=1.75\cdot 10^{-2}$  м,  $d=1.3\cdot 10^{-3}$  м,  $a=1.4\cdot 10^{-3}$  м,  $\varphi_0=240^\circ$ ,  $b=1.64\cdot 10^{-3}$  м,  $h=3.2\cdot 10^{-3}$  м; для главных бронхов  $-2R_0=1.18\cdot 10^{-2}$  м,  $d=0.88\cdot 10^{-3}$  м,  $a=0.94\cdot 10^{-3}$  м,  $\varphi_0=180^\circ$ ,  $b=1.1\cdot 10^{-3}$  м,  $h=2.18\cdot 10^{-3}$  м. Плотность биоткани хрящей принималась равной  $1.1\cdot 10^3$  кг/м³, а модуль Юнга  $-4.4\cdot 10^6$  Па. При этом считали, что акустические свойства мягких тканей стенок воздухоносных путей и тканей средостения идентичны акустическим свойствам воды, т. е.  $\rho_0=1000$  кг/м³ и  $c_0=1500$  м/с. Все расчеты проводились в интересном с точки зрения клинической практики диапазоне частот  $f\leq 2000$  Гц.

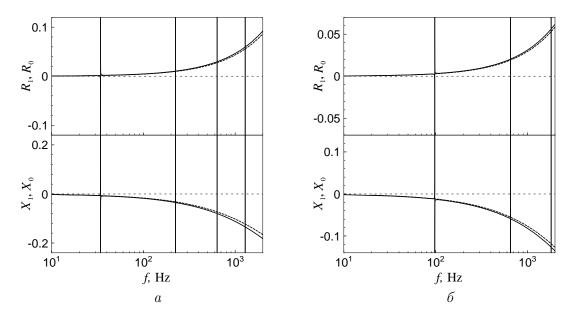


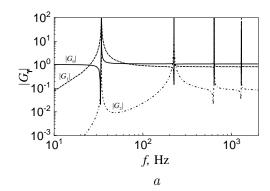
Рис. 2. Частотные зависимости (сплошные кривые) входного импеданса трахеи (a) и главных бронхов  $(\delta)$ . Штриховые кривые – частотные зависимости удельного импеданса излучения эквивалентного бесконечного цилиндра

Перейдем к анализу входного импеданса внутренней стенки воздухоносных путей. Используя представление для потенциала скорости в первой частичной области, входной импеданс внутренней стенки представим в следующей форме:

$$Z_1 = \rho_0 c_0 S_1 (R_1 + iX_1) = -\frac{i\omega \rho_0}{v_0} \int_{-(a+h)/2}^{(a+h)/2} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_1(r_1, \varphi, z) r_1 d\varphi dz,$$

где  $S_1 = 2\pi r_1 (a+h)$  – площадь одного периода внутренней стенки воздухоносного пути. Частотные зависимости  $R_1$  и  $X_1$  изображены на рис. 2. Здесь также для сравнения показаны частотные зависимости активной  $R_0$  и реактивной  $X_0$  частей нормированного (по отношению к  $\rho_0 c_0$ ) удельного импеданса излучения бесконечного цилиндра радиуса равным радиусу просвета соответствующего воздухоносного пути. Анализируя ход кривых на этом рисунке, нетрудно убедиться, что в целом различия между соответствующими кривыми незначительны, за исключением весьма узкого интервала в окрестности следующих частот: для трахеи –  $f_{\gamma} = 34.11, 223.74, 636.12, 1285.72$   $\Gamma$ ц; для главных бронхов –  $f_{\gamma}$  = 97.93, 654.26, 1817.42 Гц. Вблизи этих частот величина  $R_1$  принимает друг за другом минимальное и максимальное значения. При этом величина  $X_1$ сначала плавно меняет свой характер с массы на упругость, а затем резко с упругости на массу. Что указывает на чередование резонансов и антирезонансов в своеобразном механическом контуре, образованном механическими параметрами составных частей стенки воздухоносных путей и присоединенной массой окружающей среды. Интересно отметить, что величина  $R_1$  может принимать отрицательные значения, т. е. в соответствующем диапазоне частот внутренняя стенка поглощает звуковую энергию из поля и воздухоносный путь излучает звуковую энергию только внешней частью хрящей.

Чтобы более глубоко осмыслить физические процессы при излучении звука тра-



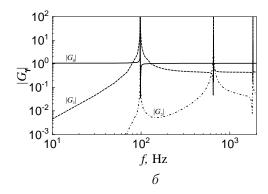


Рис. 3. Частотные зависимости модулей коэффициентов разложения по собственным формам колебательной скорости: а - хряща трахеи, б - хряща главных бронхов

хеей и главными бронхами, рассмотрим кинематику хрящей в составе их стенок. На рис. З изображены частотные зависимости нормированных относительно  $v_0$  значений модулей коэффициентов разложения колебательной скорости хрящей по их собственным формам колебаний в вакууме. Как видно из графика, основной вклад в колебания хрящей во всем диапазоне частот, исключая узкие полосы вблизи частот  $f_{\gamma}$ , вносят нулевая мода (хрящи движутся как единое целое) и первая изгибная. В районе частот  $f_{\gamma}$  естественно превалирует соответствующая изгибная мода  $\gamma$ . При этом на низких частотах (примерно до 20  $\Gamma$ ц для трахеи и до 70  $\Gamma$ ц для главных бронхов) основную роль играет нулевая мода.

## выводы

На основе анализа геометрических и физических характеристик стенок трахеи и главных бронхов человека построена физическая модель их колебаний под воздействием заданной равномерно распределенной колебательной скорости на внутренней стенке этих воздухоносных путей. Используя метод частичных областей и теорию изгибных колебаний круговых стержней представлен метод оценки акустических свойств верхних воздухоносных путей с учетом изгибных колебаний хрящей в составе их стенки. На основе численного анализа установлено, что вынужденные колебания хрящей рассмотренных воздухоносных путей определяются главным образом первыми двумя модами.

### ЛІТЕРАТУРА

- 1.  $\it Bacobckuŭ$  В.  $\it \Gamma$ .,  $\it Bobk$  И. В.,  $\it Bobk$  О. И. Особенности колебаний стенок трахеи человека // Акуст. вісн.— 2001.— 4, N 3.— С. 10–21.
- 2. Применение ультразвука в медицине: Физические основы / Ред. К. Хилла.— М.: Мир, 1989.— 568 с.
- 3. Lambert R. K., Baile E. M., Moreno R., Bert J., Pare P. D. A method for estimating the young's modulus of complete tracheal cartilage rings // J. Appl. Physiol.— 1991.—70, N 3.—P. 1152—1159.