

## ОСОБЕННОСТИ ВЕКТОРНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ВОЛНОВОДАХ МЕЛКОГО МОРЯ

О.Р. ЛАСТОВЕНКО, В.А. ЛИСЮТИН, А.А. ЯРОШЕНКО

*Севастопольский национальный технический университет,  
Университетская 33, Севастополь 99053, Крым, Украина*

Рассматривается пространственная структура скалярного и векторных полей в волноводе мелкого моря в случае одно- и многомодового характера распространения звука, выясняется расположение, тип особых точек векторного поля и пространственный размер областей, охваченных вихрями.

### ВВЕДЕНИЕ

В акустике океана, скалярным полем называют поле акустического давления, а векторными – поля вектора колебательной скорости и вектора интенсивности плотности потока мощности. Вследствие многомодового характера распространения звука, в волноводах возникают особые точки векторного поля, где горизонтальная и вертикальная составляющие вектора интенсивности равны нулю. Между особыми точками поля генеральное направление тока энергии в волноводе изменяется на обратное.

Методы моделирования поля давления в горизонтально-слоистых волноводах хорошо разработаны [1]. Однако, задача моделирования вектора интенсивности потока мощности в волноводах практически находится на начальной стадии развития. Связано это с тем, что для нахождения вектора интенсивности потока мощности помимо акустического давления требуется знание вектора колебательной скорости (КС). На данный момент прослеживаются четыре направления развития методов расчета и теоретического анализа характеристик вектора потока мощности, один из которых использует дифференциальную связь между КС и акустическим давлением. Такой подход удобен, когда имеются математические выражения поля давления, или решение волновой задачи для давления известно.

Традиционно, в основополагающих монографиях по акустике океана рассмотрение ограничено функциями акустического давления. Только в работе [2] моделируются поля колебательной скорости в волноводе Пекериса, в [3] – анализируется пространственное положение вихрей активной компоненты плотности потока мощности в идеальном волноводе, в работах [4,5] опубликованы результаты измерений поля потока мощности.

Кроме того, в акустике неоднородной среды всегда была актуальной задача о трансформации полей на границе раздела водный – донный слои. Ни в одной из упомянутых работ этот вопрос не рассматривается, поскольку не установлены пропорциональные соотношения для касательных граничных компонент вектора КС.

### ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Акустическое давление  $p(r,z)$  гармонического источника и компоненты вектора КС  $\vec{v}(r,z)$  в плоскостой волноводе связаны друг с другом соотношением:

$$v_z = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p(r,z)}{\partial z}, \quad v_r = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p(r,z)}{\partial r}. \quad (1)$$

В зависимости от свойств соприкасающихся сред, при построении решения уравнения Гельмгольца для давления применяют известные типы граничных условий: равенства нулю давления на свободной границе жидкости; равенства нулю нормальной к абсолютно жесткой границе составляющей КС; условие непрерывности давления и нормальной составляющей КС на границе двух жидких сред.

Выведем необходимое для решения задачи моделирования поля вектора интенсивности граничное условие для касательной составляющей вектора КС [6]. Представим два жидких слоя «1» и «2», и обозначим касательные к границе раздела компоненты КС как  $v_{1r}$  и  $v_{2r}$ . Поскольку давление непрерывно в каждой точке поверхности, производные акустического давления по направлениям, касательным к поверхности, также непрерывны на границе раздела, т.е.  $\frac{\partial p_1}{\partial r} = \frac{\partial p_2}{\partial r}$ . Тогда, записав уравнение Эйлера:

$-\rho_1 \frac{\partial v_{1r}}{\partial t} = \frac{\partial p_1}{\partial r}$ ,  $-\rho_2 \frac{\partial v_{2r}}{\partial t} = \frac{\partial p_2}{\partial r}$ , и приравняв левые части, получим:  $\rho_1 v_{1r} = \rho_2 v_{2r}$ . Непрерывность нормальной и разрывность тангенциальной компоненты вектора КС на границе раздела жидких сред известна, однако условие, устанавливающее их пропорциональную связь, представляется довольно новым результатом [6].

Обычно энергетические характеристики волны характеризуют средним за период значением плотности потока мощности, называемом вектором интенсивности плотности потока мощности (далее вектором *интенсивности* или вектором Умова), активная часть проекции которого на некоторое направление  $\vec{n}$  определяется как [7]

$$I_n = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(p^* v_n) = \frac{1}{2} |p v_n| \cos(\arg(p) - \arg(v_n)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Re}(p) \operatorname{Re}(v_n) + \operatorname{Im}(p) \operatorname{Im}(v_n)), \quad (2)$$

где \* - символ комплексного сопряжения,  $p$ ,  $v_n$  - комплексные амплитуды,  $\arg(p)$ ,  $\arg(v_n)$  - фазы давления и соответствующей компоненты КС. Кроме активной части, поле вектора интенсивности содержит так же и реактивную часть

$$Y_n = \frac{1}{2} \operatorname{Im}(p^* v_n) = \frac{1}{2} |p v_n| \sin(\arg(p) - \arg(v_n)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Re}(p) \operatorname{Im}(v_n) - \operatorname{Re}(v_{r,z}) \operatorname{Im}(p)). \quad (3)$$

Из (2) и (3) видно, что амплитудные и разностно-фазовые соотношения между давлением и колебательной скоростью отражают особенности формируемого поля вектора интенсивности. В случае синфазности  $p$  и  $v_n$ , например, в поле плоской бегущей в безграничном пространстве волны, вектор Умова направлен вдоль направления распространения волны перпендикулярно волновому (фазовому фронту), и чисто активен. Присутствие в среде нескольких когерентных источников или наличие у среды границ порождает и существование реактивной части поля вектора интенсивности. Физический смысл активной и реактивной компонент поля интенсивности потока достаточно ясен: активная часть характеризует процесс переноса акустической энергии в среде, вектор активного потока ортогонален к поверхности постоянной фазы; реактивная часть несет информацию о распределении в пространстве плотности потенциальной энергии поля, т.е. уровня звукового давления, а вектор реактивного потока ортогонален к поверхности равного уровня звукового давления [8]. Графически поле вектора интенсивности изображают линиями тока энергии (streamlines). Вектор интенсивности потока в каждой точке направлен по касательной к линии тока энергии.

Комплексная амплитуда поля акустического давления в водном слое в виде суммы мод может быть записана в виде

$$p_l(r, z) = CP_0 \sum_{l=1}^{l_m} p_l(r, z) = CP_0 \sum_{l=1}^{l_m} Q_l p_l(z, \xi_l) H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

где  $l_m$  – максимальный номер моды, возбуждающейся на данной частоте,  $p_l(z, \omega)$  - нормированные вертикальные профили мод. На основе (1) комплексные амплитуды составляющих колебательной скорости могут быть представлены в виде

$$v_r(r, z) = C \frac{iP_0}{\omega \rho c} \sum_{l=1}^{l_m} v_{rl}(r, z) = C \frac{iP_0}{\omega \rho c} \sum_{l=1}^{l_m} Q_l p_l(z, \xi_l) H_0^{(1)}(\xi_l r),$$

$$v_z(r, z) = C \frac{-iP_0}{\omega \rho c} \sum_{l=1}^{l_m} v_{zl}(r, z) = C \frac{-iP_0}{\omega \rho c} \sum_{l=1}^{l_m} Q_l \frac{\partial p_l(z, \xi_l)}{\partial z} H_0^{(1)}(\xi_l r).$$

Классификации особых точек (седло, центр, узел) посвящена работа [9]. Очевидно из (2), что критические точки поля вектора интенсивности  $\mathbf{I}(r, z)$  в  $(r_0, z_0)$ , могут быть в любой из следующих ситуаций:

1)  $\text{Re}(p(r_0, z_0)) = \text{Im}(p(r_0, z_0)) = 0$ ;

2)  $\text{Re}(v_r(r_0, z_0)) = \text{Im}(v_r(r_0, z_0)) = 0, \text{Re}(v_z(r_0, z_0)) = \text{Im}(v_z(r_0, z_0)) = 0$ ;

3) аргумент (фаза) давления и колебательной скорости в точке  $(r_0, z_0)$  отличаются на нечетное число  $\pi/2$ ;

4) комбинация двух предыдущих случаев, например

$$\text{Re}(v_r(r_0, z_0)) = \text{Im}(v_r(r_0, z_0)) = 0 \text{ и } (\arg(p) - \arg(v_z)) = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Показано [9], что для активной компоненты интенсивности потока мощности сингулярная точка - центр, только если это есть изолированный ноль давления. Ротор интенсивности потока отличен от нуля. Сингулярная точка есть седловая, если это - изолированный ноль колебательной скорости, или точка в которой фазы скорости и давления отличаются на нечетное число  $\pi/2$  или комбинация предыдущих двух ситуаций. Ротор интенсивности потока равен нулю. В седловой точке две ветви креста направления потока скрещиваются под прямым углом.

### ПОЛЕ И ОСОБЫЕ ТОЧКИ ВЕКТОРА ИНТЕНСИВНОСТИ

Простейшей моделью является волновод с абсолютно отражающими границами. Достоинство идеального волновода в том, что представление поля в виде суммы мод для него является точным. Рассмотрим на рис.1 поле активной компоненты вектора интен-

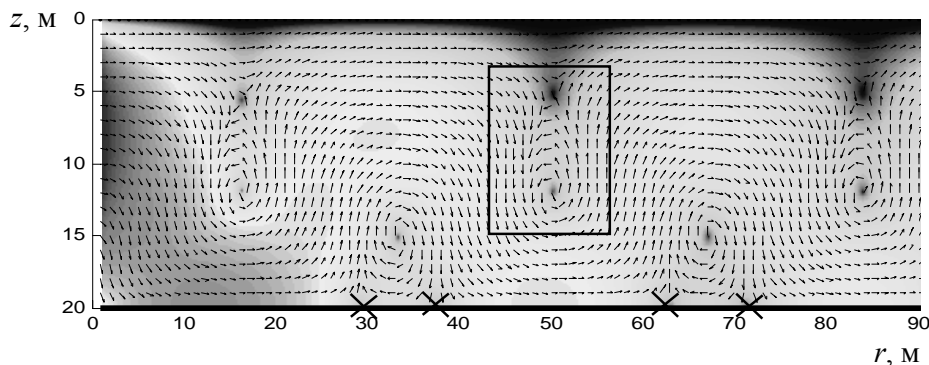


Рис.1

сивности. Яркость пропорциональна абсолютной величине поля, стрелками указано на-

правление вектора потока. Частота 57 Гц, 2 моды. Отчетливо видны особые точки – центры и седла. Пространственная периодичность особых точек определяется разностью горизонтальных волновых чисел  $(\xi_1 - \xi_2)r = n\pi$ ,  $n=1,2,\dots$ , откуда при  $\xi_1 \approx 0.225 \text{ м}^{-1}$ ,  $\xi_2 \approx 0.039 \text{ м}^{-1}$  можно получить  $r_1 \approx 17 \text{ м}$ ,  $r_2 \approx 34 \text{ м}$ ,  $r_3 \approx 51 \text{ м}$ , что совпадает с картиной на рис.1, причем если  $\cos((\xi_1 - \xi_2)r) = -1$ , вихрь вращается против часовой стрелки, если  $+1$ , то по часовой стрелке.

Для детального выяснения «акустической» природы особых точек, рассмотрим на рис.2 «типичную» пару, отмеченную на рис.1 рамкой. На рис.2 в центре – увеличенный фрагмент, на котором видны два нуля абсолютной величины вектора интенсивности (в яркостном виде). Снизу –

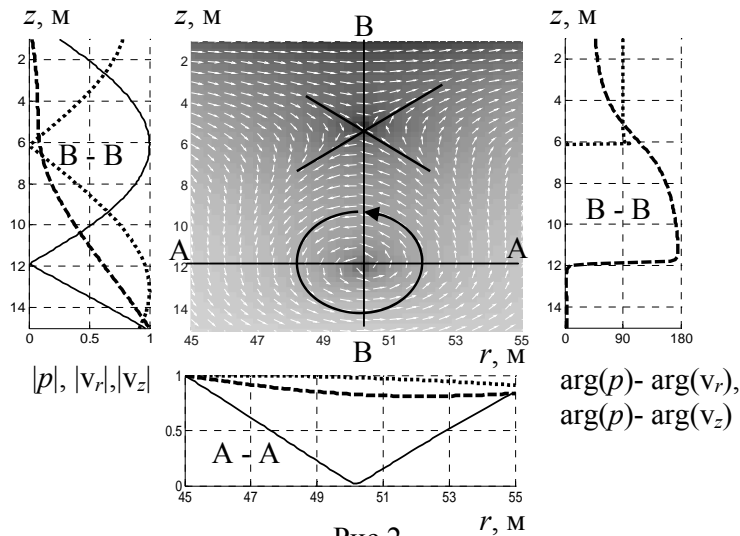


Рис.2

центр, вокруг которого образуется вихрь потока, сверху – седло, где отмечены линии крестирования потока. Между центром и седлом направление потока – обратное. На разрезе поля по линии А-А (линии: сплошная –  $|p|$ , пунктирная –  $|v_r|$ , точечная –  $|v_z|$ ), видно, что центр – это точка, где  $|p|=0$ . Из вертикального разреза слева видно, что в седловой точке  $|v_r| \neq 0$  и  $|v_z| \neq 0$ . На вертикальном разрезе справа – разности фаз между давлением и составляющими КС. В сед-

ловой точке и  $\arg(p) - \arg(v_r) = 90^\circ$  и  $\arg(p) - \arg(v_z) = 90^\circ$ , вследствие чего и образуется нуль интенсивности. Кроме того, от седловой точки и до поверхности  $I_z = 0$ . Нижняя группа особых точек с двумя седлами характерна только для идеального волновода, поскольку равенство нулю  $|v_z|$  прямо следует из граничных условий.

Рассмотрим теперь структуру поля интенсивности в изоскоростном «трехслойном» волноводе Пекериса с поглощающим дном. Толщина водного слоя 20м, промежуточного 25м, источник – посередине водного слоя. Одна мода. В водном слое вектор активной интенсивности направлен почти горизонтально, с возрастающим по мере приближения ко дну уклоном вниз.

Две моды – рис.3, показаны эпюры линий тока вектора интенсивности. Частота 90 Гц. В зависимости от глубины источника, возникают две системы вихрей, «верхняя», ближе к поверхности и «нижняя», ближе ко дну. Аналогичная система вихрей возникает также и в промежуточном слое. Вблизи поверхности направление тока энергии почти прямолинейно. Основной ток энергии осуществляется в «обход» системы верхних и нижних вих-

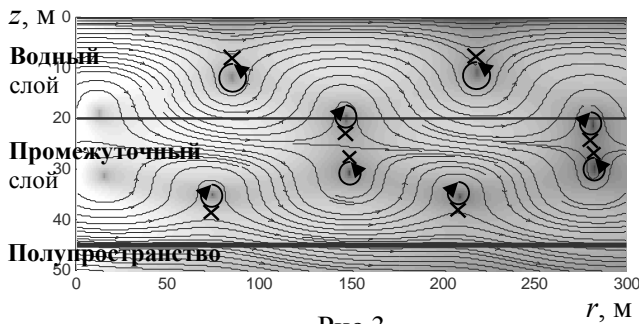


Рис.3

рейд, причем линии тока проникают в промежуточный слой и затем возвращаются обратно

рейд, причем линии тока проникают в промежуточный слой и затем возвращаются обратно

в водный. Расстояние между центром и седловой точкой составляет примерно  $0.1\lambda$ . С увеличением расстояния верхние вихри водного слоя приближаются к поверхности, нижние – заглубляются в промежуточный слой и сливаются с ближними к границе раздела вихрями промежуточного слоя. По мере «высвечивания» 2-й моды, начиная с дистанций  $\approx 1$  км особые точки вырождаются, и генеральное направление тока энергии соответствует току 1-й моды.

Более реалистичной моделью волновода является волновод с непостоянным профилем скорости звука (ПСЗ) и дном с вертикальным градиентом фазовой скорости звука и тангенса потерь. Для примера выбран «летний» ПСЗ, показанный на рис. 4. Наиболее интересный (и наиболее сложный) случай, когда промежуточный слой состоит из илистых осадков. Тогда скорость звука в слое вблизи границы раздела с водным слоем оказывается меньше чем в воде. Такой ПСЗ создает условия для формирования звукового канала, часть которого расположена в промежуточном слое. Толщина промежуточного слоя 25 м (как и в трехслойной модели, на рисунках ограничено до  $z=30$  м).

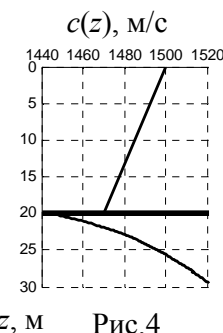


Рис.4

Рассмотрим вертикальные профили давления  $|p(z)|$  (сплошная),  $|v_z(z)|$  (точечная),  $|v_r(z)|$  (пунктирная) 1-й моды, показанные на рис. 5. Профили мод нормированы на максимум. Частота 200 Гц, распространяется 8 мод, источник – посередине водного слоя. На этой частоте профиль давления 1-й моды уже начинает «втягиваться» в область минимума ПСЗ, имея максимум на границе раздела водный – промежуточный слой. Профиль  $|v_r(z)|$  (касательная компонента КС) повторяет профиль давления, однако на границе раздела двух сред с различными плотностями имеет разрыв. Профиль  $|v_z(z)|$  неразрывен, максимум нормальной компоненты КС на данной частоте примерно на середине водного слоя.

Рассмотрим расположение особых точек и эпюры линий тока вектора интенсивности, показанные на рис. 5. Яркостная картина пропорциональна величине (сумме квадратов двух компонент) вектора интенсивности. Вблизи источника особых точек не возникает

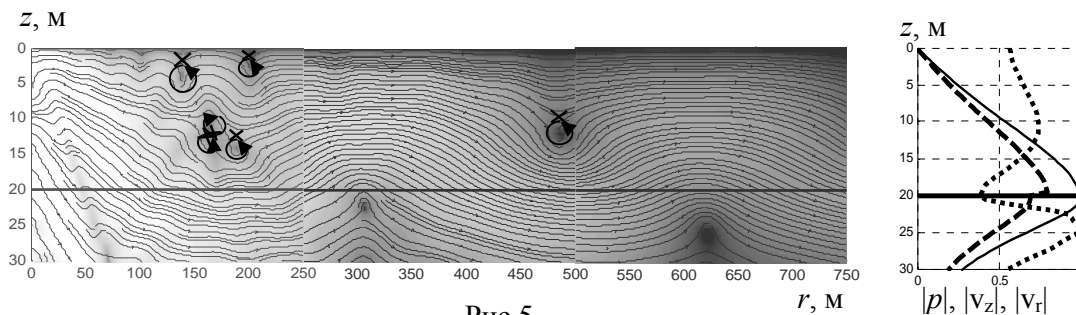


Рис.5

ет, значительную «подсветку» создают поля высших мод. Следует отметить, что вблизи источника ощутимое влияние на суммарное поле будет оказывать компонента поля со сплошным спектром горизонтально-волновых чисел, эта компонента в методе нормальных волн не учитывается. На некотором расстоянии от источника формируется плотная группа из трех «срединных» вихрей, возникновение которых обусловлено взаимодействием мод с незначительно различающейся разностью волновых чисел. По сравнению с ситуацией на рис.3 можно говорить о «разделении» срединного вихря. Ближайшая к поверхности система вихрей возникает за счет взаимодействия высших мод. Эта система, как и «срединные» вихри, вследствие «высвечивания» высших мод из волновода с ростом дистанции исчезает. Последний, видимый на рис. 5 вихрь возникает на счет взаимодейст-

вия 1-й и 2-й моды. При данном ПСЗ условия для распространения высших мод неблагоприятны. С ростом дистанции высшие моды быстро «высвечиваются» и вихри исчезают.

Линии тока энергии имеют сложную структуру, которая постепенно упрощается и сводится к генеральному направлению тока вдоль волновода и вниз, через слой в полупространство. По сравнению с волноводом с дном без вертикального градиента скорости, наблюдается более глубокое проникновение энергии в промежуточный слой с последующим заворотом линии тока и возвращением ее в водный слой.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Структура линий тока вектора интенсивности в многомодовых волноводах сложна, и значительно зависит от частоты и профиля скорости звука. В зависимости от того, благоприятны (песчаное дно) или неблагоприятны (илистое дно) условия для распространения звука, вихревая структура линий тока может либо сохраняться, либо вырождаться на небольших дистанциях. Существенная разница наблюдается так же и в случаях «двухмодового» и многомодового характера акустического поля. При распространении только двух мод пространственное расположение вихрей вполне упорядочено. В случае многомодового поля эффект «засвечивания» волновода полем высших мод препятствует образованию вихрей на небольших расстояниях от источника. С ростом дистанции высшие моды высвечиваются и образуются вихри. С дальнейшим ростом дистанции вихри вырождаются, и направление тока энергии все более упорядочивается.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1) Куперман У.А. Детерминированные модели распространения звука. Часть I: основные принципы / У.А. Куперман, Ф.Б. Енсен // Подводная акустика и обработка сигналов / Под ред. Л. Бьёрне – М.: Мир, 1985. – С. 116 – 125.
- 2) Smith K.B. Validating range-dependent, full-field models of the acoustic vector field in shallow water environments / K.B. Smith // J. Computational Acoust. – 2008. – Vol. 16, N 4. – P. 471 – 486.
- 3) Елисеевнин В.А. Поток акустической мощности в волноводе / В.А. Елисеевнин, Ю.И. Тужилкин // Акуст. журн. – 2001. – Т. 47, № 6. – С. 781 – 788.
- 4) Щуров В.А. Вихревой перенос акустической энергии в мелком море / В.А. Щуров, В.П. Кулешов, Е.С. Ткаченко, А.В. Черкасов // Акустика океана. Доклады XIII-ой школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XXIII сессией РАО – М.: ГЕОС, 2011. – С. 94 – 97.
- 5) Дзюба В.П. Стохастическое моделирование вектора плотности потока акустической энергии / В.П. Дзюба // Акустика океана. – М.: ГЕОС, 1998. – С. 250 – 254.
- 6) Godin O.A. Wave refraction at an interface: Snell's law vs. Chapman's law / O.A. Godin // J. Acoust. Soc. Am. – 2009. – v. 125. – P. EL117 – EL122(2009).
- 7) Грінченко В.Т. Основы акустики / В.Т. Грінченко, І.В. Вовк, В.Т. Маципура. – К.: Наукова думка, 2007. – 640с.
- 8) Жуков А.Н. Особенности тонкой энергетической структуры звукового поля / А.Н. Жуков, А.Н. Иванников, Д.И. Кравченко, В.И. Павлов // Акуст. журн. – 1989. – Т. XXXV, вып. 4. – С. 634 – 638.
- 9) Chien C.F. Singular points of intensity in two-dimensional sound fields / C.F. Chien, R.V. Waterhouse // J. Acoust. Soc. Am. – 1997. – v. 101, N 2. – P. 705 – 712.