

## **ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В УПРУГИХ ТРУБОПРОВОДАХ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ПРОДОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЖЕНИЯХ**

**А. П. КОВАЛЕНКО**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины, Киев  
e-mail: dynamic@inmech.kiev.ua*

В работе исследуются динамические возмущения в упругом трубопроводе с жидкостью при продольном импульсном нагружении. Задача сводится к исследованию полубесконечной цилиндрической оболочки при указанном нагружении. Движение оболочки описывается уравнениями по модели Тимошенко, жидкость рассматривается в акустическом приближении. Применяется разработанный автором аналитико-численного подхода подход к решению такого класса задач. В пространстве изображений по Лапласу-Карсону по методу итераций получено аналитическое решение для второго приближения характеристик оболочки. Для конкретного вида импульсного нагружения проведены численные расчеты и показано влияние жидкости на переходные процессы в трубопроводе. Полученные результаты позволяют проанализировать влияние жидкости на характер возмущений в трубопроводе.

### **ВСТУПЛЕНИЕ**

Задачи изучения переходных процессов в различного вида технических устройствах требуют создания адекватных методов исследования. Современная наука накопила большой потенциал решения таких задач. Это, в частности, метод конечных элементов для технических устройств сложной конфигурации, различные методы решения начально-краевых задач, приближенные аналитические и аналитико-численные методы. Вышеупомянутые методы эффективны при рассмотрении определенного класса задач. Одним из таких методов является аналитико-численный подход к решению подобных задач. При этом упругий трубопровод с жидкостью моделируется полубесконечной цилиндрической оболочкой с жидкостью. При определенных условиях многие нестационарные процессы в цилиндрических оболочках можно рассматривать в линейной постановке без существенного влияния на точность результатов [1-4]. Поэтому применение интегрального преобразования в таких задачах является достаточно обоснованным. Решение системы дифференциальных уравнений в пространстве изображений по методу итераций позволяет получить приемлемую точность результатов [5]. Полученное решение в пространстве изображений представляет собой достаточно громоздкое аналитическое выражение. Поэтому переход к оригиналам в аналитическом виде представляется зачастую невозможным. Оригиналы находятся в таких случаях обычно численным образом. Задача нахождения оригиналов по своей сути есть некорректная математическая задача. В частности при применении численного обращения по смещенным полином Лежандра [2,3] это вызывает необходимость учета большого количества значащих цифр. Большинство современных вычислительных пакетов ориентированы на удержание 16-18 значащих цифр (за исключением специализированных пакетов Mathematica, Maple и др.). Применение таких специализированных пакетов требует значительных ресурсов ЭВМ. Поэтому возникает

необходимость построения алгоритмов численного обращения преобразования Лапласа-Карсона ориентированного на распространенные вычислительные пакеты (FORTRAN, C, PASCAL) [7,8].

Целью данной работы является исследование влияния возмущений в жидкости на характер возмущений в упругом трубопроводе при осевых импульсных нагрузках на упругий трубопровод с жидкостью. В работе продолжено исследование взаимного влияния элементов системы цилиндрическая оболочка-жидкость на динамические процессы в таких гидроупругих системах [9-13] и предполагается исследовать влияние возмущений в жидкости на характеристики трубопровода.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Упругий трубопровод с жидкостью рассматривается как гидроупругая система полубесконечная цилиндрическая оболочка – жидкость при осевом импульсном нагружении. Движение оболочки описывается уравнениями типа Тимошенко, жидкость рассматривается в акустическом приближении. На торце оболочки  $x=0$  прикладывается импульсная нагрузка по заданному закону  $f(t) \cdot \eta(t)$ , где  $f(t)$  – закон задания импульсной нагрузки,  $\eta(t)$  – функция Хэвисайда. Задача исследуется в безразмерных величинах [3,9].

В результате математическую модель исследуемой задачи можно сформулировать следующим образом. Уравнения движения механической системы имеют вид [12]:

$$\begin{aligned} L_1(U, W, \psi) - \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0; \quad L_2(U, W, \Psi) - \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} &= K_s \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \\ L_3(U, W, \Psi) - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0; \quad \Delta \varphi - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Начальные условия при этом будут

$$t=0: U=W=\Psi=\frac{\partial U}{\partial t}=\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial \Psi}{\partial t}=\varphi=\frac{\partial \varphi}{\partial x}=\frac{\partial \varphi}{\partial r}=\frac{\partial \varphi}{\partial t}=0. \quad (2)$$

Граничные условия будут следующего вида

$$x=0: \frac{\partial W}{\partial x}=\psi=0; \quad \frac{\partial U}{\partial t}=f(t) \cdot \eta(t), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x}=\frac{\partial U}{\partial t}; \quad (4)$$

$$x=\infty: U=W=\Psi=\frac{\partial \varphi}{\partial x}=\frac{\partial \varphi}{\partial r}=\frac{\partial \varphi}{\partial t}=0; \quad (4)$$

$$r=1: \frac{\partial \varphi}{\partial r}=\frac{\partial W}{\partial t}. \quad (5)$$

Обозначения введены согласно [3,9].  $K_s = \frac{2R\rho_0}{h\rho_1 k^2(1-\nu)}$  – коэффициент взаимосвязи элементов гидроупругой системы оболочка – жидкость [3,9].

## 2. РЕШЕНИЕ ПОСТАВЛЕННОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Решение поставленной задачи (1)–(5) находится по аналитико-численному подходу [3,5,9-13], который заключается в применении интегрального преобразования

Лапласа-Карсона, метода простых итераций, метода Бубнова-Галеркина и численного обращения преобразования Лапласа-Карсона с использованием смещенных полиномов Лежандра, модифицированного автором. В результате в пространстве изображений по Лапласу-Карсону найдено начальное, первое и второе приближение для  $U, W, \Psi, \varphi$  – продольного, поперечного перемещения оболочки, тангенса угла поворота сечения по теории оболочек типа Тимошенко и потенциала скоростей жидкости, соответственно. Потенциала скоростей жидкости в пространстве изображений имеет вид [10]

$$\varphi^* = -\frac{1}{\beta} V_0 e^{-\beta x} + a W_2^* e^{-\beta(1-r)} + \sum_{j=0}^N \Phi_j(x) J_0(\alpha_j r) . \quad (6)$$

Второе приближение для поперечного и продольного перемещения имеет вид

$$W_2^* = (N_9 + N_{10}x) \cdot e^{-px} + (N_{13} + N_{14}x) \cdot e^{-\beta x} + (C_7 + N_{11}x) \cdot e^{-d_1 x} + N_{12} \cdot e^{-d_2 x} + \sum_{j=1}^N K_j e^{-\lambda_j x} \quad (7)$$

$$U_2^* = (C_9 + N_{17}x + N_{18}x^2) \cdot e^{-px} + (N_{20} + N_{21}x) \cdot e^{-\beta x} + (N_{15} + N_{16}x) \cdot e^{-d_1 x} + N_{19} \cdot e^{-d_2 x} + \sum_{j=1}^N L_j e^{-\lambda_j x} \quad (8)$$

Функции и переменные соответствуют обозначениям в [6–9]. Коэффициенты, входящие в выражения (6), (7) и (8) приведены в [13].

Ранее показана приемлемая практическая сходимость применяемых методов (Бубнова-Галеркина, метода итераций, численного обращения преобразования Лапласа-Карсона) и проанализирована погрешность численного обращения преобразования Лапласа-Карсона [8,11,12].

### 3. ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЖИДКОСТИ НА ПОПЕРЕЧНЫЕ И ПРОДОЛЬНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТенок ТРУБОПРОВОДА

Для наглядности представления численных результатов, представленных графически, изобразим область возмущений в жидкости для момента времени  $t = 2$ . Анализ решения показывает, что возмущения, распространяющиеся по стенке оболочки со скоростью, превышающей скорость звука в жидкости, генерируют волны в жидкости и область возмущений в жидкости в этом случае аналогична конусу Маха для движения сверхзвукового источника в сплошной среде. Для данной постановки задачи (1) – (5) максимальная скорость распространения возмущений в системе (по стенке оболочки) равна единице. На эту область накладывается область возмущений от волн сжатия в жидкости. На рис.1 заштрихованная область соответствует суммарной области в жидкости, охваченной возмущениями, для момента времени  $t = 2$  при значении скорости звука в жидкости  $a = 0,25$ . Вне этой области жидкость находится в состоянии покоя. Линия  $x = at = 0,5$  разделяет область возмущений на две зоны: на зону  $\alpha : 0 \leq x \leq 0,5$  и зону  $\beta : 0,5 < x \leq 2,0$ . Точка  $x = 0,5$  соответствует приходу волны сжатия в жидкости (волны  $A$ ) в данное сечение. В зоне  $\alpha$  возмущения в жидкости определяются действием волны  $A$  и волны  $B$  (волна возмущений от стенки оболочки). В зоне  $\beta$  возмущения в жидкости определяются только действием волны  $B$ .

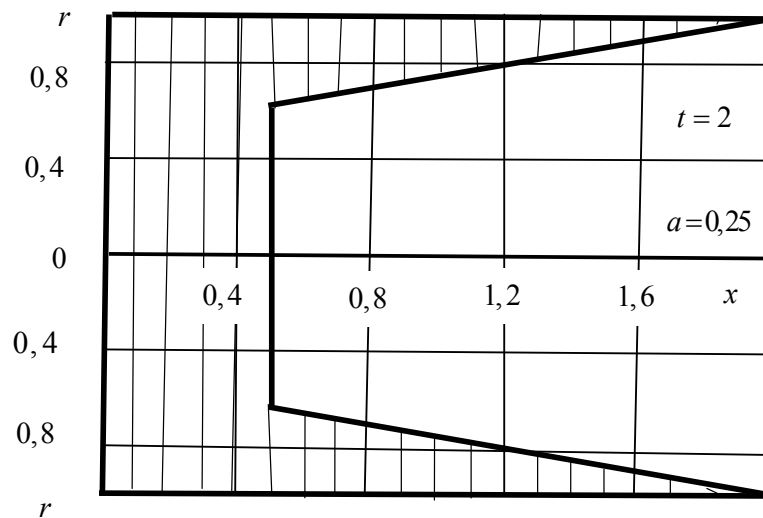


Рис.1. Область возмущений в гидроупругой системе

Расчеты проводились для импульсной нагрузки  $V_0 \cdot \eta(t)$  ( $V_0 = const$ ). Результаты численных расчетов представлены на рис.2 и рис.3. На рис.2 и 3 изображены решения  $W$  и  $\dot{U}$  соответственно, отнесенные к скорости удара  $V_0$ , в сечении  $x=1$ . На рисунках приведены первое (пунктирная линия) и второе (сплошная линия) приближения для значений коэффициента взаимосвязи  $K_s = 0,10,50$ .

Анализ результатов, представленных на рис.2, показывает, что первое приближение удовлетворительно согласуется со вторым для значений  $K_s \leq 10$  и  $t \leq 8$ . При увеличении  $K_s$  расхождение увеличивается, достигая 30% при  $K_s = 50$  и  $t = 8$ . Аналогичные рассуждения справедливы и для скорости продольного перемещения (рис.3), но максимальное расхождение при  $K_s = 50$  и  $t = 8$  здесь весьма мало и составляет всего 4,3%.

## ВЫВОДЫ

В данной работе получено приближенное аналитическое решение в пространстве изображений для изучения переходных процессов в упругом трубопроводе с жидкостью. Исследовано влияние возмущения в жидкости на поперечное и продольное перемещение стенок упругого трубопровода при импульсном нагружении на торце рассматриваемой гидроупругой системы. Приведены численные расчеты для первого и второго приближения решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Динамика элементов конструкций / Под ред. В.Д.Кубенко.–К.: “АСК”,1999.–379с.– (Механика композитов. В 12-ти томах: Т.9)

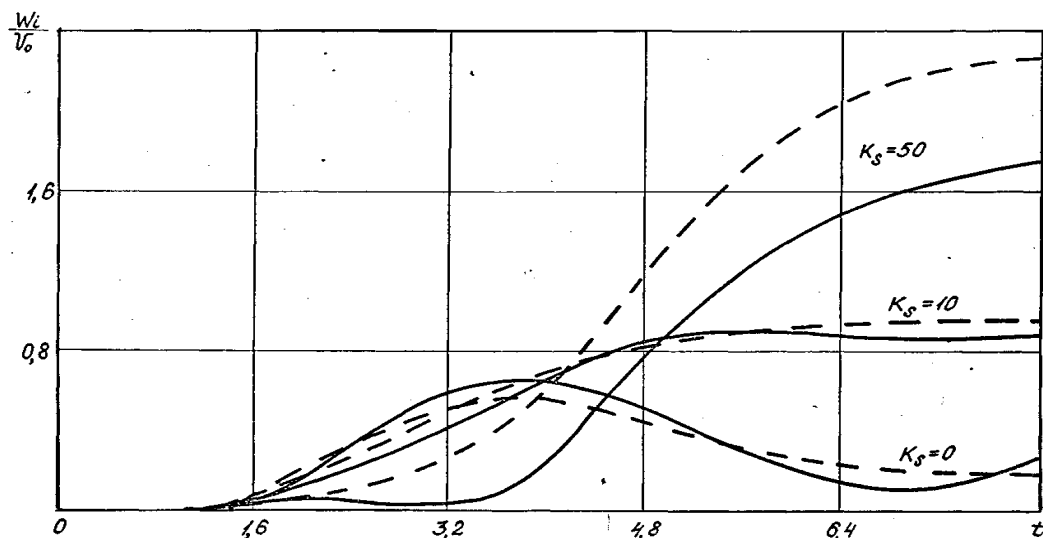


Рис.2. Распределение поперечного перемещения стенок трубопровода по времени в сечении  $x = 1$

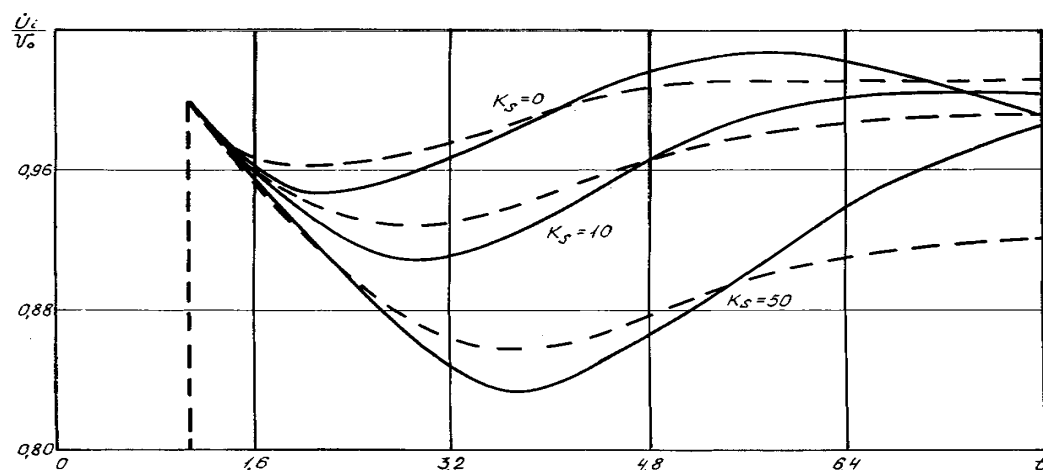


Рис.3. Распределение скорости продольного перемещения стенок трубопровода по времени в сечении  $x = 1$

2. Ковальчук П.С., Кубенко В.Д. Взаимодействие колеблющихся цилиндрических оболочек с содержащейся в них жидкостью //Динамика тел взаимодействующих со средой/. Под ред . А.Н.Гузя.–К.: Наук. Думка,1991.–С.168-214
3. Kovalenko A.P. Investigation of Transients in a Cylindrical Shell with Fluid under Shock Excitation //Soviet Appl. Mech.– 1979.–**15**, №11.–P.1067-1072.
4. Koval'chuk P.S., Filin V.G. On modes of Flexural of initially Bent Cylindrical Shells Partially Filled with a Liquid // Int. Appl. Mech.– 2003.–**39**, №4.–P.464-471.
5. Коваленко А.П. Исследование практической сходимости метода итераций при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке. Вестник Херсонского национального технического университета . Вып. 2(31). –Херсон:ХНТУ,2008.–С.240–244

6. Крылов В.И., Скобля Н.С. Методы приближенного преобразования Фурье и обращения преобразования Лапласа.– М.: Наука, 1974.–224 с.
7. Коваленко А.П. Исследование практической сходимости численного обращения преобразования Лапласа-Карсона при математическом моделировании динамических процессов в цилиндрической оболочке. Вестник Херсонского национального технического университета. Вып. 2(35).– Херсон: ХНТУ, 2009.– 516с. с.236-240.
8. Коваленко А.П. О применимости интегрального преобразования Лапласа-Карсона при математическом моделировании переходных процессов в цилиндрических оболочках. Вестник Херсонского национального технического университета. Вып. 3(39).– Херсон: ХНТУ, 2010.– 554с. с.213-217.
9. Коваленко А.П. Исследование переходных процессов в цилиндрической оболочке с жидкостью при ударном возбуждении.–Прикл.механика,1979,15, №11,с.68-75.
10. Коваленко А.П. Знаходження потенціалу швидкостей рідини при поширенні хвиль в нескінченній циліндричній оболонці з рідиною. КОНСОНАНС-2005, Акустичний симпозіум (27-29 вересня 2005 р.). Збірник праць.-Київ.-2005 –С.209-214.
11. Коваленко А.П. Математическое моделирование влияния жидкости на характер продольных возмущений в цилиндрической оболочке с жидкостью при осевой импульсной нагрузке. Матеріали VIII міжнародн. наук.-техн.конф.”АВІА–2007”, т.1, Київ, 2007, с.14.30-14.33.
12. Коваленко А.П. Математическое моделирование давления в цилиндрической оболочке с жидкостью при осевой импульсной нагрузке. Вестник ХНТУ.-2007.- №2(28).-С.147-152.
13. Коваленко А.П. Математическое моделирование продольных динамических возмущений в оболочке в системе полубесконечная цилиндрическая оболочка с жидкостью при осевом импульсном нагружении. КОНСОНАНС-2007, Акустичний симпозіум (25-27 вересня 2007 р.), Збірник праць.-Київ.-2008 – с.108-113.