

ВОЛНОВАЯ СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЙ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ ОКОЛО НАКЛОННОЙ ПЛАСТИНЫ

Я. В. Загуменний

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина

In nonhomogeneous fluids under the action of mass forces (gravitational, centrifugal or electrical) there may exist specific fluid motions such as diffusion-induced flows and internal waves which are essential finestructure components of basic oceanic processes. For theoretical investigation of such finestructure flows the fundamental system of equations must be considered including state, continuity and transport of impulse, temperature and substance equations. General structure of diffusion-induced flow around a sloping plate consists of up- and down-slope jets along the both sides of the plate and a complex system of compensating circulating flows. Uniformly moving plate generates fields of advanced and attached internal waves which characteristics are studied accounting for the ground effects in dependence on physical and geometrical parameters of the problem. The calculation results are compared with the earlier obtained analytical evaluations and the schlieren images of stratified flows around motionless and moving plates.

ВВЕДЕНИЕ

Жидкости и газы в природных системах и технологических установках неоднородны по составу и концентрации растворенных веществ и взвешенных частиц, температуре, давлению и, как следствие, плотности. Действие массовых сил (гравитационных, центробежных, электрических) ведет к перераспределению веществ и формированию стратификации, обеспечивающей существование таких специфических видов движения жидкости, как течения, индуцированные диффузией (ТИД) на топографии [1] и внутренние волны [2]. Они ответственны за формирование тонкой структуры среды и оказывают существенное влияние на процессы перемешивания в океане и перенос вещества на большие расстояния. ТИД приводят к возникновению интенсивных долинных и горных ветров в устойчиво стратифицированной атмосфере [3] и плотностных течений в океане [4], а также формированию пропульсивных механизмов, обеспечивающих возможность свободного перемещения частиц нейтральной плавучести в устойчиво стратифицированной морской среде даже в отсутствии внешних динамических факторов [5]. Высокора разрешающие методы теневой визуализации регистрируют тонкие струйные течения, формирующиеся вдоль ограничивающих поверхностей неподвижных непроницаемых препятствий, и протяженные горизонтальные высокоградиентные прослойки, отходящие от полюсов погруженных в покоящуюся стратифицированную жидкость тел [6,8].

Впервые задача описания ТИД на топографии в устойчиво стратифицированной атмосфере была сформулирована Л. Прандтлем [1]. В обоих случаях, когда задан перепад температуры на наклонной стенке [1] либо прерывание потока [7,8], стационарное решение описывает одномасштабное пограничное течение с подобным распределением всех физических величин. В частности, на наклонной плоскости, погруженной в жидкость с постоянной частотой плавучести N , скорость \mathbf{v} и все остальные переменные являются периодическими функциями расстояния от нее ζ :

$$\mathbf{v}(\zeta) = 2k_s \gamma \operatorname{ctg} \varphi \exp(-\gamma \zeta) \sin(\gamma \zeta) \quad (1),$$
где k_s – коэффициент диффузии стратифицирующей компоненты (соли), ν – коэффициент кинематической вязкости, φ – угол

наклона плоскости к горизонту, $N^2 = g/\Lambda$ – квадрат частоты плавучести, $\Lambda = |d \ln \rho/dz|^{-1}$ – масштаб стратификации, $\gamma = (N^2 \sin^2 \varphi/4\nu\kappa_s)^{1/4}$ – обратный комбинационный масштаб задачи, который стремится к нулю с уменьшением угла наклона плоскости [7,8]. Полученные решения содержат ряд особенностей, которые не получили удовлетворительного объяснения: объемный поток не зависит от стратификации, а скорость течения при уменьшении угла не стремится тождественно к нулю и в профиле скорости (1) присутствуют противотечения, физическая природа которых неясна.

Теоретические решения, как правило, строятся только для самых простых геометрий (наклонная плоскость – фактически одномерная задача, в которой нелинейные члены в уравнениях движения выпадают в силу геометрического вырождения), что не позволяет их непосредственно использовать для сравнения с данными лабораторных экспериментов, в которых препятствия, как правило, имеют конечные размеры. В задачах динамики реальных стратифицированных течений и технологических приложений большой интерес представляет анализ тонкой структуры течений в окрестностях особых линий и точек ограничивающих поверхностей (центральных сечений, острых кромок, полюсов) [10].

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для адекватного математического моделирования тонкоструктурных течений неоднородных жидкостей необходимо исходить из рассмотрения фундаментальной системы, включающей уравнения неразрывности Даламбера, баланса импульса Навье-Стокса, температуры Фурье (или энтропии) и концентрации Фика с замыкающим уравнением состояния. Аналитические оценки показывают, что пренебрежение малыми изменениями плотности и наложение условия ее постоянства (приближение однородной жидкости) приводит к вырождению системы определяющих уравнений, вследствие отождествления (неразличимости или слияния) некоторых тонкоструктурных компонент течений различной природы [9].

Демонстрация подхода проводится на примере численного расчета течения, индуцированного диффузией на наклонной пластине конечной длины. В качестве основы исследований выбрана редуцированная версия определяющей системы уравнений механики неоднородных жидкостей, включающая уравнение Навье-Стокса с учетом гравитационной силы в приближении Буссинеска, уравнение неразрывности и диффузии с постоянным коэффициентом, а также замыкающее линеаризованное уравнение состояния:

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t + (\nabla \mathbf{v}) \mathbf{v} &= -\nabla P / \rho_{00} + \nu \Delta \mathbf{v} - s \mathbf{g}; \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0; \\ \partial s / \partial t + \mathbf{v} \nabla s &= \kappa_s \Delta s + v_z / \Lambda; \quad \rho = \rho_{00} (\exp(-z/\Lambda) + s), \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{v} , P , ρ , s – переменные скорость, давление, плотность и соленость, ρ_{00} – значение плотности на нулевом уровне, \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения.

Граничными являются условия прилипания для компонент скорости и непротекания для солености на поверхности пластины и затухания всех возмущений на бесконечности:

$$v_x|_{\Sigma} = U_0 \cos \varphi, \quad v_z|_{\Sigma} = U_0 \sin \varphi, \quad [\partial s / \partial n]_{\Sigma} = \Lambda^{-1} \partial z / \partial n, \quad \mathbf{v}, s|_{x, z \rightarrow \infty} = 0. \quad (3)$$

Для удобства система (2) с граничными условиями (3) записывается в системе координат (ξ, ζ) , связанной с наклонной пластиной, [10] и далее решается численно на

основе конечно-разностной схемы второго порядка точности с применением процедуры расщепления по физическим параметрам [10].

Задача описывается большим числом собственных масштабов: плавучести Λ , длины пластины L , микромасштабами $\delta_N = \sqrt{\nu/N}$ и $\delta_S = \sqrt{\kappa_S/N}$, характеризующими тонкоструктурные компоненты течения, обусловленные совместным влиянием диссипации и стратификации, и безразмерными комплексами – числами Рейнольдса $Re = U_N L/\nu$, Пекле $Pe = U_N L/\kappa_S$, Шмидта $Sc = \nu/\kappa_S$, Фруда $Fr = U_N/NL$ и отношением масштабов $C = \Lambda/L$, что свидетельствует о сложной внутренней структуре медленного течения, порождаемого прерыванием диффузионного потока на непроницаемом препятствии.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Рассматривается задача установления течения: в начальный момент времени и пластина, и жидкость с однородным распределением градиента плотности, находятся в состоянии покоя; со временем прерывание пластиной молекулярного потока стратифицирующего компонента нарушает однородность распределения плотности, что приводит к формированию нестационарных компенсационных течений, уносящих избыток солености и заполняющих ее дефицит под и над пластиной.

Наиболее наглядное представление о сложной структуре течения стратифицированной жидкости около неподвижной пластины дают картины линий тока, представленные на рис.1. Картина ТИД около горизонтальной пластины, моделирующей центральное сечение непроницаемого препятствия произвольной формы, состоит из восьмиуровневой последовательности симметрично расположенных горизонтальных вихревых ячеек (рис. 1, *a*). Зеленый (светло-серый) цвет линий тока соответствует циклоническому вращению жидкости, синий (темно-серый) – антициклоническому. Циркуляция в соприкасающихся ячейках над и под пластиной, как и в соседних ячейках на одном горизонте, имеет противоположные знаки, т.е. скорость на границах соседних ячеек однонаправлена. Такие пространственно-периодические течения можно отнести к классу диссипативно-гравитационных волн, в которых скорость на границах максимальна, в отличие от ячеек многокомпонентной конвекции, где скорости разнонаправлены и границы ячеек отмечены слоем покоящейся жидкости. Значения скорости и завихренности в ячейках резко уменьшаются с удалением от непроницаемой поверхности. Уменьшение длины пластины приводит к заметному усложнению структуры циркуляционных ячеек, непосредственно примыкающих к поверхности пластины, а именно, к резкому уменьшению их вертикального масштаба с приближением к кромкам препятствия, при этом структура дальнего поля течения остается практически неизменной.

Даже малое отклонение пластины от горизонтального положения приводит к нарушению симметрии течения и формированию новых циркуляционных систем, включая восходящее и нисходящее струйные течения вдоль, соответственно, верхней и нижней сторон пластины и систему компенсационных циркуляционных ячеек (рис. 1, *б*). Главные струи являются частью единой циклонической циркуляционной системы, в которой жидкость стекает по нижней стороне пластины, разворачивается в большой циркуляционной ячейке, примыкающей к правой кромке пластины, затем поднимается вдоль верхней стороны пластины, поворачивает влево и замыкается на погружающее главное струйное течение. Однородность картины линий тока вблизи поверхности

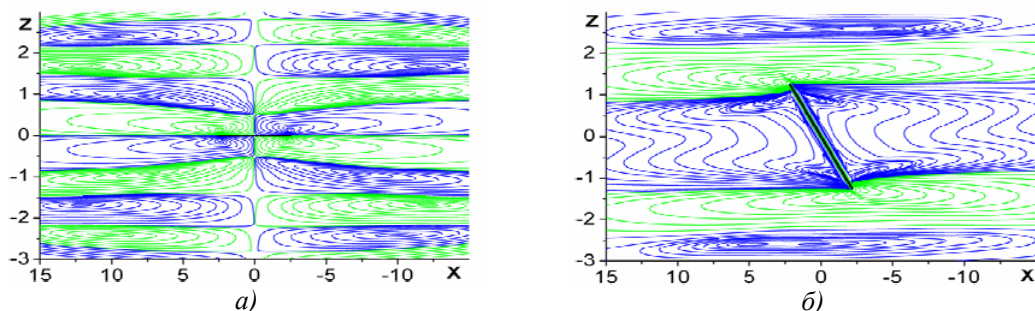


Рис.1. Линии тока течения, индуцированного диффузией на горизонтальной и наклонной пластинах: $N=1.26\text{с}^{-1}$, $L=5\text{ см}$, $\varphi=0^\circ$ (а) и $\varphi=30^\circ$ (б).

свидетельствует о неизменности профиля струй вдоль большей части длины пластины за исключением узких переходных областей в окрестности ее кромок.

К внешним границам главных струйных течений примыкают большие горизонтально ориентированные циркуляционные ячейки, антициклоническая циркуляция жидкости в которых приводит к формированию противотечений (рис. 1, б). В предельном случае достаточно длинной пластины профиль скорости содержит только одно явно выраженное противотечение, тогда как картина распределения скорости около пластины конечной длины имеет характерный “волноподобный” вид: над областью каждого течения располагается соответствующее противотечение, что типично для диссипативно-гравитационных волн или, как их еще называют, внутренних волн “нулевой” частоты. Вблизи кромок пластины внутри циркуляционных ячеек, примыкающих к главным струйным течениям, происходит зарождение новых вихревых систем, которые при дальнейшем увеличении угла наклона пластины к горизонту трансформируются в “крыловидные” структуры, располагающиеся практически симметрично относительно плоскости пластины.

Картины линий тока дополняют поля физических параметров – давления и возмущения солёности, которые приведены на рис. 2 для горизонтальной и наклонной пластин. Зеленому (светло-серому) цвету на картинах полей соответствуют положительные значения физических величин, синему (темно-серому) – отрицательные значения.

Первопричиной образования ТИД служит прерывание естественного молекулярного потока погруженной пластиной и, как следствие, формирование неоднородностей в поле возмущения солёности, что и продемонстрировано на рис.2, а,б. В силу сложности структуры течения поле солёности вблизи наклонной пластины оказывается немонотонным: к тонким слоям дефицита солёности над пластиной и избытка под ней примыкают полосы с избыточным значением солёности над и ее дефицитом под пластиной, что обусловлено существованием противотечений жидкости.

В поле давления отчетливо проявлены области разряжения, сконцентрированные вокруг пластины, и горизонтальные полосы отрицательного давления, примыкающие к ее кромкам, возникновение которых связано с вертикальным перемещением жидких частиц от пластины и подтягиванием окружающей жидкости к ее поверхности в области формирования восходящей и нисходящей струй (рис.2, в,г). Именно последний процесс наряду с отрывом струйных течений от кромок наклонной пластины способствует появлению протяженных горизонтальных полосчатых структур, отчетливо визуализируемых теневыми приборами в лабораторных опытах [6], и определяет знак

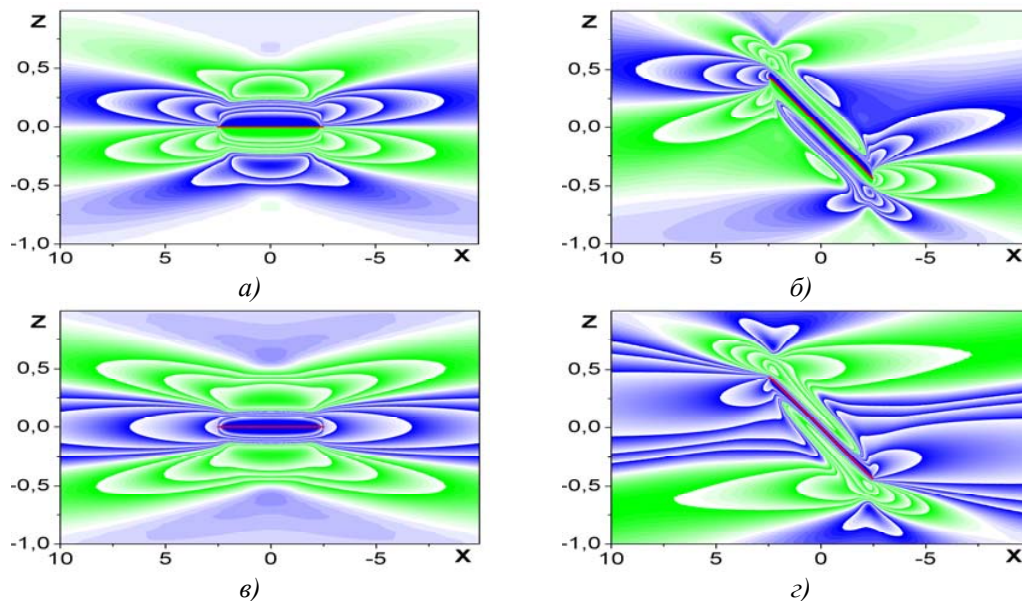


Рис.2. Поля возмущений солёности (а,б) и давления (в,г) течения, индуцированного диффузией на горизонтальной и наклонной пластинах:
 $L=5$ см, $N=1.256$ с⁻¹, $\varphi=0^\circ$ (а,в) и $\varphi=10^\circ$ (б,г).

полного момента сил, который стремится развернуть пластину в ее наиболее устойчивое горизонтальное положение.

С началом движения пластины ($L < \Lambda = U_0 T_b$) в толще непрерывно стратифицированной жидкости картина течения кардинально меняется: движущееся препятствие начинает генерировать присоединенные внутренние волны, опережающие возмущения и спутный след [12]. Источником внутренних волн служат краевые сингулярности, волновая картина течения принимает симметричную структуру относительно плоскости движения для горизонтальной компоненты скорости и антисимметричную – для вертикальной (рис.3, а). Введение подстилающей поверхности, расположенной на расстоянии h от плоскости движения (ground effect), приводит к появлению отраженных волн, заметно искажающих общую структуру волнового поля и нарушающих симметрию течения, а также оказывает влияние на динамические характеристики пластины (рис.3, б).

Проведенные сравнения численных результатов с теньевыми картинками визуализации стратифицированных течений в лабораторных экспериментах, а также аналитическими расчетами в рамках упрощенных постановок граничных условий, показывают хорошую согласованность рассчитанных, теоретических и опытных данных [10-12].

ВЫВОДЫ

1. Погруженное в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость неподвижное препятствие блокирует фоновый диффузионный перенос и формирует сложную систему структурированных течений, включающую тонкие главные струи вдоль каждой из сторон с примыкающими противотечениями и систему компенсационных циркуляционных ячеек.

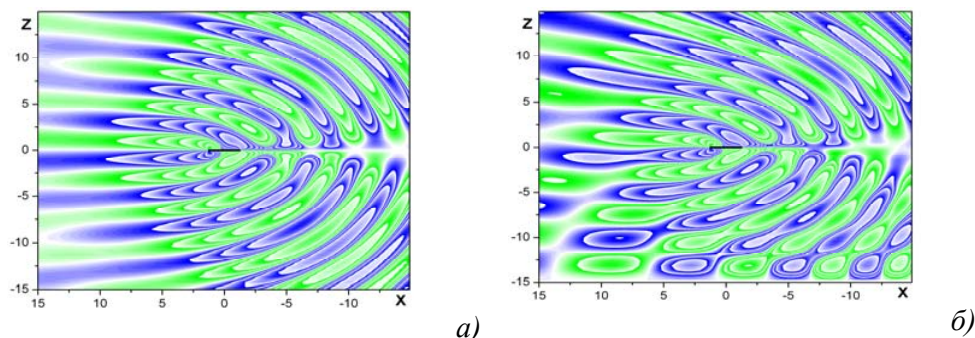


Рис.3. Поле вертикальной компоненты скорости, генерированное равномерным движением горизонтальной пластины над подстилающей поверхностью: $U=0.47\text{см/с}$, $L=2.5\text{см}$, $N_b=0.86\text{с}^{-1}$, $h=50\text{см}$ (а) и $h=15\text{см}$ (б).

2. Особо сложная структура течений, индуцированных диффузией, формируется возле кромок пластины, где области поворота главной струи служат источниками диссипативно-гравитационных волн, визуализируемых в лабораторных экспериментах в виде протяженных горизонтальных полосчатых структур.
3. Движущаяся пластина генерирует присоединенные внутренние волны, опережающие возмущения и спутный след, на структуру которых существенное влияние оказывает наличие подстилающей (земной) поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. – М.: Иностран. Лит., 1949. – 520 с.
2. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях. – М.: Мир, 1981. – 598 с.
3. Oerlemans J., Grisogono B. Glacier winds and parameterization of the related heat fluxes // *Tellus*. – 2002. – V. 54a. – P. 440–452.
4. Thompson L., Johnson G.C. Abyssal currents generated by diffusion and geothermal heating over rises // *Deep-Sea Res.* – 1996. – V. 43. № 2. – P. 193–211.
5. Allshouse M.R., Barad M.F., Peacock T. Propulsion generated by diffusion-driven flow // *Nature Physics*. – 2010. – V. 6. – P. 516–519.
6. Chashechkin Y.D. Schlieren Visualization of a Stratified Flow around a Cylinder // *J. of Visualization*. – 1999. – V. 1 № 4. – P. 345–354.
7. Phillips O.M. On flows induced by diffusion in a stably stratified fluid // *Deep-Sea Res.* – 1970. – V. 17. – P. 435–443.
8. Wunsch C. On oceanic boundary mixing // *Deep-Sea Res.* – 1970. – V. 17. – P. 293–301.
9. Чашечкин Ю.Д. Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей // *Морской гидрофизический журнал*. – 2010. – № 5. – С. 3–10.
10. Чашечкин Ю.Д., Загуменный Я.В. Течения непрерывно стратифицированной жидкости, индуцированные прерыванием диффузионного переноса неподвижной пластиной // *Морской гидрофизический журнал*. – 2011 (в печати).
11. Байдулов В.Г., Матюшин П.В., Чашечкин Ю.Д. Эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в непрерывно стратифицированную жидкость // *Механика жидкости и газа*. – 2007. – № 2. – С. 130–143.
12. Чашечкин Ю.Д., Бардаков Р.Н., Загуменный Я.В. Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн // *Морской гидрофизический журнал*. – 2010. – № 6. – С. 3–15.