

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТЕПЛОВОЙ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

А.И. Дрозденко

*Национальный технический университет Украины
"Киевский политехнический институт",
кафедра акустики и акустоэлектроники.
E-mail: sdlm@bk.ru*

Предложен метод расчета времени разогрева пьезокерамических электроакустических преобразователей до максимальной температуры и определения температуры в любой точке объема преобразователя.

ВВЕДЕНИЕ

При изготовлении и в процессе эксплуатации на конструкции электроакустических преобразователей действуют флуктуации температур. Повышение температуры выше установленных границ приводит к температурным изменениям параметров преобразователей, деполяризации активных элементов, нарушению целостности электрического монтажа и потере изоляционных свойств герметизирующими материалами.

Повышение температуры конструкций преобразователей на этапе изготовления вызвано необходимостью обеспечения требуемых условий технологического процесса, как например вулканизация, пайка электрических выводов, склеивание, полимеризация герметизирующего компаунда, горячее насаждение армирующего бандажа и др.

На этапе эксплуатации конструкции электроакустических преобразователей подвержены влиянию флюктуации температур окружающей среды. Также происходит разогрев конструкций излучающих электроакустических преобразователей вследствие механических потерь в его активном элементе.

Во многих электроакустических приборах жестко соединяются между собой элементы конструкций из материалов с разными температурными коэффициентами линейного расширения, вследствие чего в них возникают температурные механические напряжения.

При конструировании акустических приборов определению максимальных температур разогрева элементов конструкций и величин механических температурных напряжений, которые в них возникают, отводится значительное внимание. Так, например, в работе [1] предложен метод расчета максимальных температур разогрева конструкций электроакустических преобразователей. В работах [2,3] рассмотрены методы расчета температурных механических напряжений, которые возникают в типовых конструкциях цилиндрических электроакустических преобразователей. Для всесторонней оценки надежности работы преобразователей необходима информация о времени разогрева их конструкций до максимальной температуры и определение температуры в любой точке объема преобразователя. На сегодняшний день такая информация отсутствует, и поэтому разработка таких методов и является целью данной работы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Температура разогрева конструкции излучающего прибора зависит от количества выделенного в нем тепла и эффективности схемы теплоотвода.

Ход теплового процесса в любой точке твердого изотропного тела с теплопроводностью, которая есть постоянной в исследуемом диапазоне температур, в любой момент времени при заданных предельных и начальных условиях описывается дифференциальным уравнением теплопроводности Фурье [4]:

$$\lambda_T \nabla^2 T + q_V = c_T \rho \frac{\partial T}{\partial t},$$

где ∇^2 – оператор Лапласа; T – температура разогрева тела; q_V – удельная мощность источников энергии или мощность, которая выделяется единицей объема; c_T – удельная теплоемкость тела; ρ – плотность тела; t – время; λ_T – коэффициент теплопроводности тела. Для стационарного температурного поля это уравнение принимает вид:

$$\lambda_T \nabla^2 T + q_V = 0.$$

Рассмотрим решение этого уравнения для конструкции электроакустического прибора, выполненного в виде заполненного жидкостью тонкостенного пульсирующего цилиндра без акустических экранов. Его конструкция герметизирована изотропной полимерной оболочкой (компаундом), которая имеет одинаковые толщины на внутренней и внешней цилиндрических поверхностях. Расчетная модель конструкции такого прибора изображена на рис. 1, а.

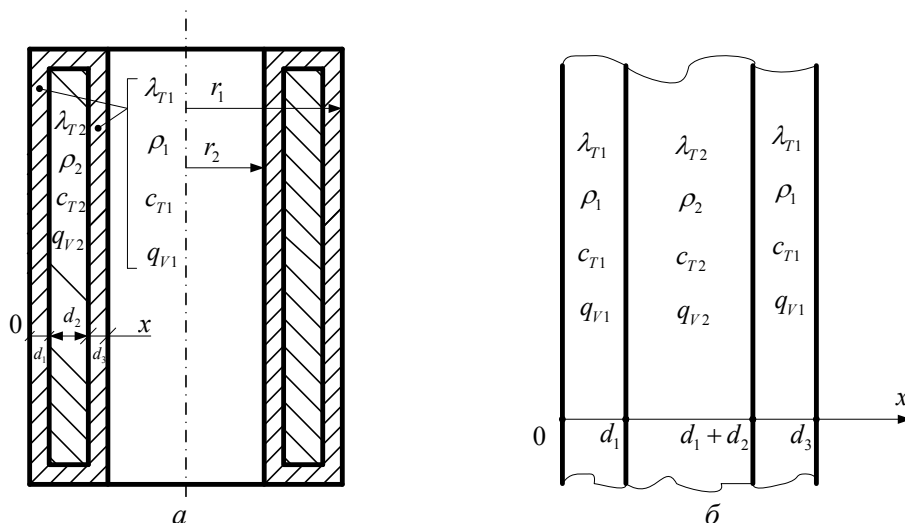


Рис.1

Введем следующие допущения: источники выделения тепла равномерно распределены по объему активного и пассивного конструктивных материалов; теплообмен торцов конструкции с рабочей средой пренебрегаем в силу малости их размеров и теплоизоляции поверхностей торцов. Тогда температурное поле в каждом из слоев конструкции преобразователя может быть описано одномерным уравнением теплопроводности, которое в круговых цилиндрических координатах имеет вид:

$$\lambda_{Ti} \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + q_{Vi} = \rho_i c_{Ti} \frac{\partial T_i}{\partial t}$$

Если отношение радиусов внешней r_1 и внутренней r_2 цилиндрических поверхностей $r_1/r_2 \leq 1,4$, то с погрешностью, меньшей 10%, температурное поле бесконечного цилиндра эквивалентно полю пластины [1]. Поскольку приведенное условие для конструкций цилиндрических преобразователей выполняется всегда, то в качестве расчетной модели температурного поля такого прибора, возможно принять температурное поле бесконечной пластины с теми же предельными условиями и определяющими размерами (рис. 1, б).

Тепловой режим каждого из слоев бесконечной пластины описывается уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\lambda_{Ti}}{\rho_i c_{Ti}} \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{q_i(x)}{\rho_i c_{Ti}}. \quad (1)$$

Его решение может быть найдено [1] в виде

$$T(x, t) = T_\infty(x) + T_0(x, t),$$

где $T_\infty(x)$ – решение неоднородного уравнения, которое отвечает установившемуся режиму (определено в [1]); $T_0(x, t)$ – решение однородного уравнения теплопроводности, которому уравнение (1) отвечает при условии $q_i(x) = 0$:

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T_0}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где $a^2 = \frac{\lambda_T}{\rho c_T}$.

Начальные условия сформулируем таким образом: $T(x)|_{t=0} = (T_\infty(x) + T_0(x))|_{x=0} = T_c$, при всех x , где T_c – температура окружающей среды. Из последнего выражения следует, что при всех x будет справедливо равенство

$$T_0(x)|_{t=0} = T_c - T_\infty(x). \quad (3)$$

Граничные условия:

– $T_0(x)|_{x=0} = T_c - T_\infty(x)$ – по определению (3);

– $\lambda_{T1} \frac{\partial T_0(x)}{\partial x} \Big|_{x=d_1-0} = \lambda_{T2} \frac{\partial T_0(x)}{\partial x} \Big|_{x=d_1+0}$; $\lambda_{T1} \frac{\partial T_0(x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_T T_S \Big|_{x=0}$ – в силу

равенства тепловых потоков (α_T – коэффициент теплопроводности слоя прибора, d_1 – толщина первого слоя конструкции прибора);

– поскольку температуры в точках контакта слоев материалов конструкции прибора одинаковые, то $T_0(x)|_{x=d_1-0} = T_0(x)|_{x=d_1+0}$;

– $\frac{\partial T_0(x)}{\partial x} \Big|_{x=d_1+\frac{d_2}{2}} = 0$ – исходя из условия симметрии температурного поля (d_2 –

толщина второго слоя конструкции прибора).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ РАЗОГРЕВА ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

Решение уравнения (2) будем искать в виде произведения двух функций $T_0(x, t) = X(x)T(t)$. Тогда $X(x)T'(t) = a_T^2 T(t)X''(x)$; $\frac{T'(t)}{T(t)} = a_T^2 \frac{X''(x)}{X(x)} = -m^2$, откуда находим $T(t) = e^{-m^2 t}$.

Решение уравнения $X''(x) + \left(\frac{m}{a_T}\right)^2 X(x) = 0$ для каждого слоя ищем в виде $X_i(x) = A_i \sin\left(\frac{mx}{a_{T,i}}\right) + B_i \cos\left(\frac{mx}{a_{T,i}}\right)$.

Так для интервала $0 < x < d_1$ имеем $X_1(x) = A_1 \sin\left(\frac{mx}{a_{T1}}\right) + B_1 \cos\left(\frac{mx}{a_{T1}}\right)$.

Условию $\left.\frac{\partial T_0(x)}{\partial x}\right|_{x=d_1+\frac{d_2}{2}} = 0$ для интервала $d_1 < x < d_1 + \frac{d_2}{2}$ соответствует

$$X_2(x) = B_2 \cos\left[\frac{m}{a_{T2}}\left(x - d_1 - \frac{d_2}{2}\right)\right].$$

Условию $T_0(x)|_{x=d_1-0} = T_0(x)|_{x=d_1+0}$ соответствует $X_1(x)|_{x=d_1-0} = X_2(x)|_{x=d_1+0}$, т.е.

$$A_1 \sin\left(\frac{md_1}{a_{T1}}\right) + B_1 \cos\left(\frac{md_1}{a_{T1}}\right) = B_2 \cos\left(\frac{md_2}{2a_{T2}}\right). \quad (4)$$

Условию $\lambda_{T1} \left.\frac{\partial T_0(x)}{\partial x}\right|_{x=d_1-0} = \lambda_{T2} \left.\frac{\partial T_0(x)}{\partial x}\right|_{x=d_1+0}$ соответствует

$$\lambda_{T1} \left[\frac{A_1 m}{a_{T1}} \cos\left(\frac{md_1}{a_{T1}}\right) - \frac{B_1 m}{a_{T1}} \sin\left(\frac{md_1}{a_{T1}}\right) \right] = -\lambda_{T2} \frac{B_2 m}{a_{T2}} \sin\left(\frac{md_2}{2a_{T2}}\right). \quad (5)$$

Условию $\lambda_{T1} \left.\frac{\partial T_0(x)}{\partial x}\right|_{x=0} = \alpha_T T_S|_{x=0}$ соответствует $\lambda_{T1} \frac{A_1 m}{a_{T1}} = \alpha_T B_1$, т.е. $\frac{A_1}{B_1} = \frac{\alpha_T a_{T1}}{\lambda_{T1} m}$. (6)

Поделив (5) на (4) и с учетом (6) получим характеристическое уравнение задачи:

$$\frac{\lambda_{T2} m_k \operatorname{tg}\left(\frac{m_k d_2}{2a_{T2}}\right)}{a_{T2}} = \frac{\lambda_{T1} \left(\frac{\alpha_T}{\lambda_{T1}} - \frac{m_k d_1}{a_{T1}} \operatorname{tg}\left(\frac{m_k d_1}{a_{T1}}\right) \right)}{\frac{\alpha_T a_{T1}}{\lambda_{T1} m_k} \operatorname{tg}\left(\frac{md_1}{a_{T1}}\right) + 1}.$$

Если учесть условие нормировки $\sqrt{A_i + B_i} = 1$ то собственные функции задачи $X_k(x)$ можем представить в виде:

– для интервала $0 < x < d_1$ $X_k(x) = \sin\left(\frac{m_k x}{a_{T1}} + \varphi_k\right)$, где $\varphi_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda_{T1} m_k}{\alpha_T a_{T1}}\right)$;

– для інтервала $d_1 < x < d_1 + \frac{d_2}{2}$: $X_k(x) = B_2 \cos\left(\frac{m_k}{a_{T2}}\left(x - d_1 - \frac{d_2}{2}\right)\right)$, где

$$\text{коэффициент } B_2 = \frac{\sin\left(\frac{m_k d_1}{a_{T1}} + \varphi_k\right)}{\cos\left(\frac{m_k d_1}{a_{T2}}\right)}.$$

Решение задачи можно представить в виде ряда по собственным функциям:

$$T_0(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k X_k(x) e^{-m_k^2 t}.$$

Коэффициенты A_k могут быть определены из начальных условий задачи с учетом свойств ортогональности ее собственных функций. В частности, $T_0(x)|_{t=0} = \sum_{k=0}^{\infty} A_k X_k(x)$,

$\int_0^{d_1 + \frac{d_2}{2}} X_k(x) X_n(x) dx = 0$, при $k \neq n$. При $k = n$, с учетом условия сопряжения на границе слоев имеем

$$\int_0^{d_1 + \frac{d_2}{2}} X_k^2(x) dx = \frac{d_1}{2} - \frac{a_1}{4m_k} \left[\sin 2\left(\frac{m_k d_1}{a_{T1}} + \varphi_k\right) - \sin^2 \varphi_k \right] + \left[\frac{\sin\left(\frac{m_k d_1}{a_{T1}} + \varphi_k\right)}{\cos\left(\frac{m_k d_1}{a_{T2}}\right)} \right]^2 \frac{d_2}{4} + \frac{a_2}{4m_k} \sin\left(\frac{m_k d_2}{a_{T2}}\right) = N_k \quad (7)$$

Найдем интеграл от произведения функций: $\int_0^{d_1 + \frac{d_2}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} A_k X_k^2(x) dx = \sum_{k=1}^{\infty} A_k N_k$.

$$\text{Таким образом } A_k N_k = \int_0^{d_1 + \frac{d_2}{2}} T_0|_{t=0} X_k(x) dx = \int_0^{d_1} T_0|_{t=0} X_k(x) dx + \int_{d_1}^{d_1 + \frac{d_2}{2}} T_0|_{t=0} X_k(x) dx. \quad (8)$$

С учетом выражения $T_0|_{t=0} = T_c - T_{\infty}(x) = -T'_{\infty}(x)$, где величина $-T'_{\infty}(x)$ определяется для каждого интервала отдельно [1]:

$$\text{– для интервала } 0 < x < d_1 \quad T'_{\infty}(x) = \beta x^2 + bx + G, \quad (9)$$

$$\text{где } \beta = -\frac{q_1}{2\lambda_{T1}}; \quad b = \frac{q_2 d_2}{2\lambda_{T1}} + \frac{q_1 d_1}{\lambda_{T1}}; \quad G' = \frac{q_2 d_2}{2\alpha_T} + \frac{q_1 d_1}{\alpha_T}.$$

$$\text{– для интервала } d_1 < x < d_1 + \frac{d_2}{2} \quad T'_{\infty}(x) = p(x - d_1)^2 + d(x - d_1) + \varepsilon', \quad (10)$$

$$\text{где } p = -\frac{q_2}{2\lambda_{T2}}; \quad d = \frac{q_2 d_2}{2\lambda_{T2}}; \quad \varepsilon' = -\frac{q_1 d_1^2}{2\lambda_{T1}} + \left(\frac{q_2 d_2}{2\lambda_{T2}} + \frac{q_1 d_1}{\lambda_{T1}}\right) d_1 + \frac{\lambda_{T1}}{\alpha_T} \left(\frac{q_2 d_2}{2\lambda_{T1}} + \frac{q_1 d_1}{\lambda_{T1}}\right)$$

С учетом выражений (9, 10) найдем составляющие выражения (8). Так,

$$\int_0^{d_1} T_0|_{t=0} X_k(x) dx = -2\beta \left(\frac{a_1}{m_k}\right)^3 \left[\frac{m_k d_1}{a_1} \sin\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) + \cos\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) - \cos(\varphi_k) \right] +$$

$$+ \beta \frac{a_1 d_1^2}{m_k} \cos\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) + b d_1 \frac{a_1}{m_k} \cos\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) - b \left(\frac{a_1}{m_k}\right)^2 \sin\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) + \quad (11)$$

$$+ b \left(\frac{a_1}{m_k}\right)^2 \sin(\varphi_k) + G' \frac{a_1}{m_k} \left[\cos\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right) - \cos(\varphi_k) \right] = M_{1k};$$

$$\int_{d_1}^{d_1 + \frac{d_2}{2}} T_0|_{t=0} X_k(x) dx = M_{2k} = - \frac{\sin\left(\frac{m_k d_1}{a_1} + \varphi_k\right)}{\cos\left(\frac{m_k d_2}{2a_2}\right)} \times \quad (12)$$

$$\times \left\{ p \left(\frac{a_2}{m_k}\right)^2 \left[\frac{m_k d_2}{a_2} - 2 \sin\left(\frac{m_k d_2}{2a_2}\right) \right] + d \left(\frac{a_2}{m_k}\right)^2 \left[1 - \cos\left(\frac{m_k d_2}{2a_2}\right) + \varepsilon' \sin\left(\frac{m_k d_2}{2a_2}\right) \right] \right\}.$$

С учетом (7,8, 11,12) имеем $A_k = \frac{M_{1k} + M_{2k}}{N_k}$.

Таким образом, температура любого участка объема с координатой x в любой момент времени t может быть определена из соотношения

$$T(x, t) = T_\infty(x) + T_0(x, t) = T_\infty(x) + \sum_{k=1}^{\infty} A_k X_k(x) e^{-m_k^2 t}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученное уравнение позволяет произвести вычисление температуры на любом участке исследуемой конструкции преобразователя в любой момент времени

ЛИТЕРАТУРА

1. *Подводные электроакустические преобразователи. (Расчет и проектирование): Справочник* / В.В. Богородский, Л.А. Зубарев, Е.А. Корепин, В.И. Якушев. – Л.: Судостроение, 1983. – 248 с.
2. *Дрозденко О.І.* Метод розрахунку температурних напружень, які виникають в конструкціях п'єзоелектричних перетворювачів, герметизованих гумо-металевими шарами / О.І. Дрозденко // *Електроніка та зв'язь*. – 2010. – №3(56). – С. 135–138.
3. *Дрозденко О.І.* Температурні напруження в конструкціях електроакустичних приладів, герметизованих епоксидними компаундами / О.І. Дрозденко // *Електроніка та системи управління*. – 2010. – №4(26). – С. 126–133.
4. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики: Учеб. пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.