

ВОЗБУЖДЕНИЕ РАДИАЛЬНО РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН ЛЭМБА ЛИНЕЙНЫМИ И ТОЧЕЧНЫМИ ПУЛЬСИРУЮЩИМИ ИСТОЧНИКАМИ

О. Н. ПЕТРИЩЕВ, Н. С. ТРУШКО

НТУУ «КПИ», г. Киев

petrishev@ukr.net n.trushko@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Среди достаточно большого перечня методов неразрушающего контроля материалов в последнее время становится все более актуальным и все более востребованным метод акустической эмиссии. Различные аспекты теории и практики метода акустической эмиссии системно изложены в монографии [1]. Автор монографии, профессор Недосека А.Я., пишет: «Полученные результаты показывают, что с помощью метода акустической эмиссии можно измерять уровень напряжений (деформаций) материала конструкции, обнаруживать различные дефекты и определять их координаты, оценивать степень опасности дефектов, а также решать другие задачи при оценке состояния конструкций и сооружений. Однако эти методы не нашли пока широкого практического применения. Объясняется это их относительной новизной, наличием ряда нерешенных еще вопросов теории и практики ...» (стр. 514, второй абзац сверху). К перечню нерешенных вопросов теории метода акустической эмиссии относится вопрос о том, как доставляется энергия источника шума акустической эмиссии в точку наблюдения, где располагается регистрирующий ультразвуковые волны электроакустический преобразователь. Особенностью постановки и исследования данного вопроса является тот известный факт [2], что в области высоких частот (коротких волн) в пластинах и стержнях существует несколько (иногда несколько десятков) распространяющихся нормальных волн, каждая из которых имеет свой определенный вес в энергетическом балансе динамического напряженно-деформированного состояния объекта. При этом далеко не каждая нормальная волна может быть эффективно зарегистрирована преобразователем, который находится на поверхности твердого тела.

В настоящей работе сделан первый шаг в направлении исследования особенностей волноводного распространения сигналов акустической эмиссии и формулировки ответа на вопрос, как доставляется энергия источника акустической эмиссии в точку наблюдения.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ. ЛИНЕЙНЫЙ ПУЛЬСИРУЮЩИЙ ИСТОЧНИК

Рассмотрим вначале линейный источник, который имеет вид вертикально ориентированной цилиндрической полости (рис. 1) кругового поперечного сечения. Высота полости 2ℓ , радиус поперечного сечения R_0 . Координата срединного поперечного сечения, которое делит полость на две равные по длине части, обозначена на рис. 1 символом z_0 . На боковых стенках полости $\rho = R_0$ действует

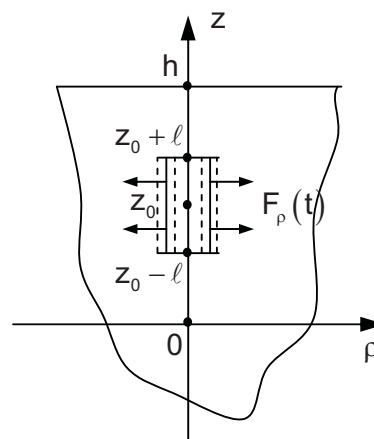


Рис. 1

радиально ориентированная сила $F_\rho(t) = F_\rho(\omega)e^{i\omega t}$, где t - время; $i = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота. Так как шумы акустической эмиссии формируются в результате разгрузки некоторых, предварительно напряженных, областей пластины, частотно-зависимую амплитуду $F_\rho(\omega)$ гармонически изменяющейся во времени силы $F_\rho(t)$ можно определить следующим образом: $F_\rho(\omega) = 2\pi F_0/(\gamma R_0)$, где F_0 - константа, пропорциональная уровню начальных напряжений; $\gamma = \omega/v_f$ - волновое число гармонической волны, v_f - её фазовая скорость. Очевидно, что рассматриваемый линейный источник при $z_0 \neq 0$ возбуждает как симметричные, так и асимметричные радиально распространяющиеся волны Лэмба.

В работе [3] получено общее решение неоднородной граничной задачи о возбуждении радиально распространяющихся волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок. Для того, чтобы воспользоваться результатами этой работы, формально представим радиальный компонент вектора силы $F_\rho(\omega)$ как произведение объемной плотности $f_\rho^* = \lim_{\Delta \rightarrow 0} [F_\rho(\omega)/(8\pi R_0 \ell \Delta)]$, где 2Δ - «толщина» стенок полости, на «объем» боковой поверхности полости $V = 8\pi R_0 \ell \lim_{\Delta \rightarrow 0} \Delta$. Такое представление силовых факторов, при $R_0 \rightarrow 0$ позволяет записать следующие соотношения для расчета компонентов вектора смещения материальных частиц:

а) симметричные осесимметрично распространяющиеся волны Лэмба (множитель $e^{i\omega t}$ опущен):

$$\begin{aligned} u_\rho^{SL}(\rho, z) &= -iU_0 F_s(\gamma, \Gamma) [a_\rho \cos \alpha z + b_\rho \cos \beta z] H_1^{(2)}(\gamma \rho); \\ u_z^{SL}(\rho, z) &= -iU_0 F_s(\gamma, \Gamma) [a_z \sin \alpha z + b_z \sin \beta z] H_0^{(2)}(\gamma \rho), \end{aligned} \quad (1)$$

где $U_0 = \pi F_0/(8Gh)$; h - полутолщина пластины; G - модуль сдвига; $F_s(\gamma, \Gamma) \equiv F_s(\gamma, z_0, \ell)$;

$$F_s(\gamma, z_0, \ell) = \frac{(\gamma h)^2 (\beta h)^2 F_s(z_0, \ell)}{(k_s h)^6 (\alpha h) \sin(\alpha h) [\sin(\beta h)/(\beta h)] \Delta_0(\gamma h)};$$

$$\begin{aligned} F_s(z_0, \ell) &= \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \frac{\sin(\beta h)}{(\beta h)} \cos(\alpha z_0) \times \\ &\quad \times \frac{\sin(\alpha \ell)}{(\alpha \ell)} + 2(\alpha h) \sin(\alpha h) \cos(\beta z_0) \frac{\sin(\beta \ell)}{(\beta \ell)}; \end{aligned}$$

$$\Delta_0(\gamma h) = \frac{\beta}{k_s^4 h} \cdot \frac{d\Delta_s(\chi)}{d\chi}; \quad \chi \equiv \gamma^2;$$

$$\begin{aligned} \Delta_s(\chi) &= (\gamma^2 - \beta^2)^2 \times \\ &\quad \times \cos(\alpha h) \sin(\beta h) + 4\gamma^2 \alpha \beta \sin(\alpha h) \cos(\beta h) = 0; \end{aligned}$$

$\alpha^2 + \gamma^2 = k_\ell^2$; $k_\ell^2 = \omega^2 \rho_0/(\lambda + 2G)$; ρ_0 и λ - плотность и модуль упругости материала пластины; $\beta^2 + \gamma^2 = k_s^2$; $k_s^2 = \omega^2 \rho_0/G$; $a_\rho = \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \frac{\sin(\beta h)}{(\beta h)}$; $b_\rho = 2(\alpha h) \sin(\alpha h)$;

$a_z = \left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] \frac{\sin(\beta h)}{(\beta h)} \cdot \frac{(\alpha h)}{(\gamma h)}$; $b_z = -2(\alpha h) \sin(\alpha h) \frac{(\gamma h)}{(\beta h)}$; $H_v^{(2)}(\gamma \rho)$ ($v = 0, 1$) - функції Ханкеля другого рода;

б) асимметричные осесимметрично распространяющиеся волны Лэмба:

$$\begin{aligned}
 u_\rho^{AL}(\rho, z) &= iU_0 F_a(\gamma, \Gamma) [a_\rho \sin \alpha z + b_\rho \sin \beta z] H_1^{(2)}(\gamma \rho); \\
 u_z^{AL}(\rho, z) &= -iU_0 F_a(\gamma, \Gamma) [a_z \cos \alpha z + b_z \cos \beta z] H_0^{(2)}(\gamma \rho),
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$F_a(\gamma, \Gamma) \equiv F_a(\gamma, z_0, \ell);$$

$$F_a(\gamma, z_0, \ell) = \frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\gamma h)^2 \cos(\beta h) F_a(z_0, \ell)}{(k_s h)^6 (\alpha h)^2 \cos(\alpha h) \Lambda_0(\gamma h)};$$

$$\Lambda_0(\gamma h) = \frac{\alpha}{k_s^4 h} \cdot \frac{d\Delta_a(\chi)}{d\chi};$$

$$\Delta_a(\chi) = (\gamma^2 - \beta^2)^2 \sin(\alpha h) \cos(\beta h) + 4\gamma^2 \alpha \beta \cos(\alpha h) \sin(\beta h) = 0;$$

$$F_a(z_0, \ell) = (\alpha h) \sin(\alpha z_0) \times$$

$$\times \frac{\sin(\alpha \ell)}{(\alpha \ell)} - \frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\alpha h) \sin(\alpha h)}{2(\gamma h)^2 \sin(\beta h)} \sin(\beta z_0) \frac{\sin(\beta \ell)}{(\beta \ell)};$$

$$b_\rho = - \frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\alpha h) \sin(\alpha h)}{2(\gamma h)^2 \sin(\beta h)}; \quad a_\rho = \alpha h;$$

$$a_z = \frac{(\alpha h)^2}{\gamma h}; \quad b_z = \frac{\left[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2 \right] (\alpha h) \sin(\alpha h)}{2(\gamma h)(\beta h) \sin(\beta h)}.$$

При симметричном расположении линейного источника, т. е. при $z_0 = 0$, амплитудный множитель $F_a(z_0, \ell)$ обращается в нуль, и линейный источник генерирует исключительно симметричные волны Лэмба. Если предположить, что длина линейного источника равняется толщине пластины, т. е. $\ell = h$, то ситуация по своему физическому содержанию становится эквивалентной случаю, который был рассмотрен П. Торвиком [4]. В работе [4] он исследовал процесс возбуждения плоских симметричных волн Лэмба продольной, гармонически изменяющейся во времени, силой, которая действовала на торце полуплоскости.

Для линейного источника симметричных волн Лэмба, длина которого равна толщине пластины, был выполнен расчет потоков мощности, которые уносятся распространяющимися симметричными волнами Лэмба. Согласно методике, изложенной в монографии [2], радиальный компонент $P_\rho(\omega)$ вектора потока мощности определялся следующим образом:

$$P_\rho(\omega) = \frac{i\pi\omega}{2} \rho \int_{-h}^h (\sigma_{\rho\rho} u_\rho^* - \sigma_{\rho\rho}^* u_\rho + \sigma_{\rho z} u_z^* - \sigma_{\rho z}^* u_z) dz,$$

где $\sigma_{\rho\rho}$ и $\sigma_{\rho z}$ - нормальные и касательные напряжения; u_ρ и u_z - радиальный и аксиальный компоненты вектора смещения материальных частиц, определенные выражениями (1); звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины.

На рис. 2, в левой полуплоскости рисунка, показаны графики частотно-зависимого изменения потоков мощности, которые уносятся от пульсирующего линейного источника с бесконечно малым радиусом полости R_0 распространяющимися симметричными волнами Лэмба. По горизонтальной оси левой полуплоскости рис. 2 отложены значения нормированного потока $\hat{P}_\rho(\omega) = P_\rho(\omega)/P_0$, где $P_0 = (\pi F_0)^2 / (32\rho_0 v_s h^2)$. По вертикальной оси отложены числовые значения безразмерной частоты $\Omega = 2k_s h / \pi$. В правой полуплоскости рис. 2 показаны ветви действительных корней дисперсионного уравнения $\Delta_s(\chi) = 0$ симметричных волн Лэмба. По горизонтальной оси правой полуплоскости рис. 2 отложены значения безразмерного волнового числа $\zeta = 2\gamma h / \pi$. Отчетливо видно, что каждая

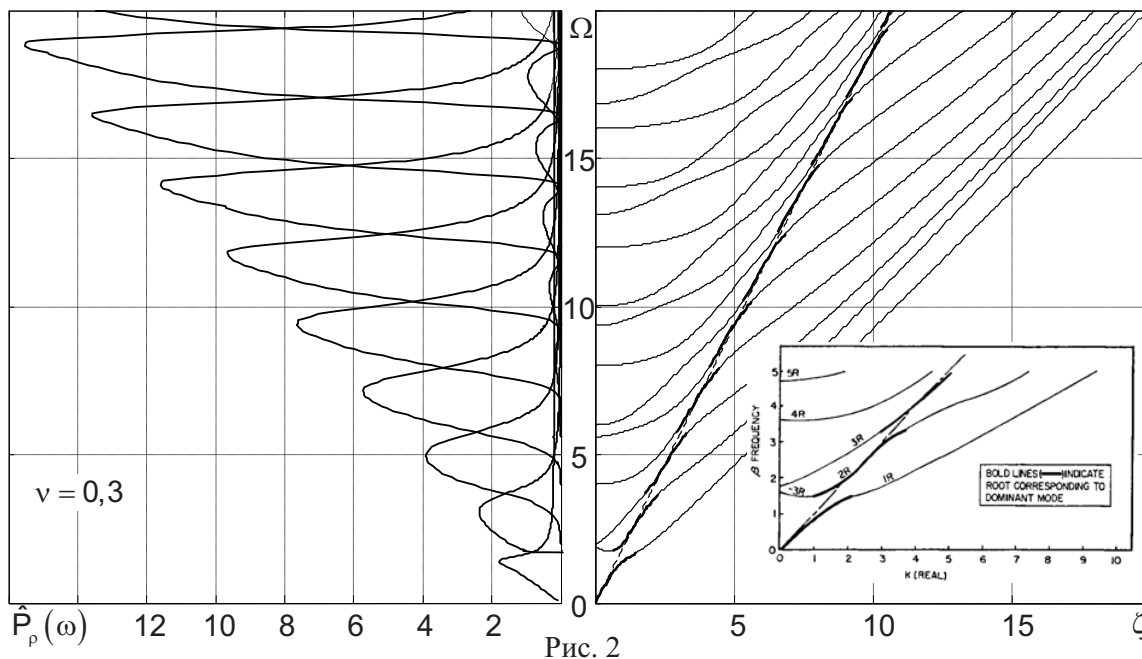


Рис. 2

распространяющаяся волна в определенном диапазоне частот переносит наибольшее, по сравнению с другими распространяющимися волнами, количество энергии. Соответствующий этому частотному диапазону участок ветви действительных волновых чисел выделен полужирной кривой. Нетрудно заметить, что волновые числа доминирующих по уровню переносимой энергии симметричных волн сгруппированы в ближайшей окрестности прямой $\Omega = k_s \zeta / k_\ell$. Именно в этом диапазоне волновые числа $\gamma \approx k_\ell$ и аксиальный компонент вектора смещения материальных частиц пластины $u_z^{SL}(\rho, z) \approx 0$. При этом радиальный компонент $u_\rho^{SL}(\rho, z) \neq 0$ и практически не изменяется по толщине пластины. Подобная кинематика собственных форм волновых движений в пластине наилучшим образом соответствует типу движения, которое навязывается материальным частицам пластины пульсирующим линейным источником. Это соответствие является необходимым условием для максимально возможного отбора ультразвуковой волной энергии от источ-

ника упругих возмущений. Точно к такому же выводу пришел П. Торвик в своей работе [4], рисунок из которой показан на врезке в поле правой полуплоскости рис. 2.

Полное качественное совпадение результатов решения двух, эквивалентных по физическому содержанию, но различных по математическому описанию, задач можно рассматривать как достаточно убедительное свидетельство достоверности расчетных соотношений (1) и (2). Отсюда следует, что формальное представление силы, действующей на боковой поверхности пульсирующей полости, в виде произведения объемной плотности на «объем» боковой поверхности полости при устремлении этого «объема» к нулю, не искажает физического содержания последующих математических формулировок.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ. ТОЧЕЧНЫЙ ПУЛЬСИРУЮЩИЙ ИСТОЧНИК

Рассмотрим сферическую полость радиуса R_0 . Вертикальную координату центра полости обозначим символом z_0 , причем $z_0 \in [-h, h]$. Будем полагать, что на сферической поверхности действует радиально ориентированная центросимметричная сила $F_R(t) = F_R(\omega)e^{i\omega t}$, причем $F_R(\omega) = 4\pi F_0/(\gamma R_0)$. Также, как и в случае линейного пульсирующего источника, будем полагать, что $F_R(\omega) = 4\pi R_0^2 \lim_{\Delta \rightarrow 0} [2\Delta \cdot f_R^*]$, где f_R^* - объемная плотность центросимметричной радиальной силы $F_R(\omega)$. Для вычисления амплитудных множителей симметричных и антисимметричных радиально распространяющихся волн в представленных в работе [3] расчетных соотношениях необходимо перейти к сферической системе координат. При выполнении вычислений был выполнен предельный переход $R_0 \rightarrow 0$, т. е. переход к точечному источнику. При этом смещения материальных частиц в точке наблюдения с координатами ρ, z определяются выражениями (1) и (2), в которых

$$U_0 = \pi F_0 / [6(\lambda + 2G)h]; F_s(\gamma, \Gamma) = F_s(\gamma, z_0); F_a(\gamma, \Gamma) = F_a(\gamma, z_0);$$

$$F_s(\gamma, z_0) = \frac{[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2](\beta h)^2 \cos(\alpha z_0)}{(k_s h)^4 (\alpha h) \sin(\alpha h) \Delta_0(\gamma h)}; F_a(\gamma, z_0) = \frac{[(\gamma h)^2 - (\beta h)^2] \cos(\beta h) \sin(\alpha z_0)}{(k_s h)^4 (\alpha h) \cos(\alpha h) \Delta_0(\gamma h)}. \quad (3)$$

Из соотношений (3) следует, что при $z_0 = 0$ амплитудный множитель $F_a(\gamma, 0) = 0$, т. е. симметрично расположенный относительно поверхностей $z = \pm h$ точечный источник возбуждает только лишь симметричные радиально распространяющиеся волны Лэмба.

При выполнении расчетов потоков мощности было установлено, что частотно-зависимое изменение энергоемкости распространяющихся симметричных волн Лэмба носит более сложный, по сравнению с показанными на рис. 2 кривыми, характер. Это объясняется тем, что в отборе энергии от источника принимают участие и радиальные и аксиальные компоненты вектора смещения материальных частиц.

На рис. 3 показаны потоки мощности, которые уносятся от точечного источника, расположенного на различных расстояниях от срединной поверхности пластины, первой симметричной (сплошные кривые) и первой антисимметричной (штриховые кривые) волнами Лэмба. По оси ординат на рис. 3, а, ..., г отложены числовые значения нормированного радиального компонента вектора потока мощности $\hat{P}_\rho(\omega) = P_\rho(\omega)/P_0$, где

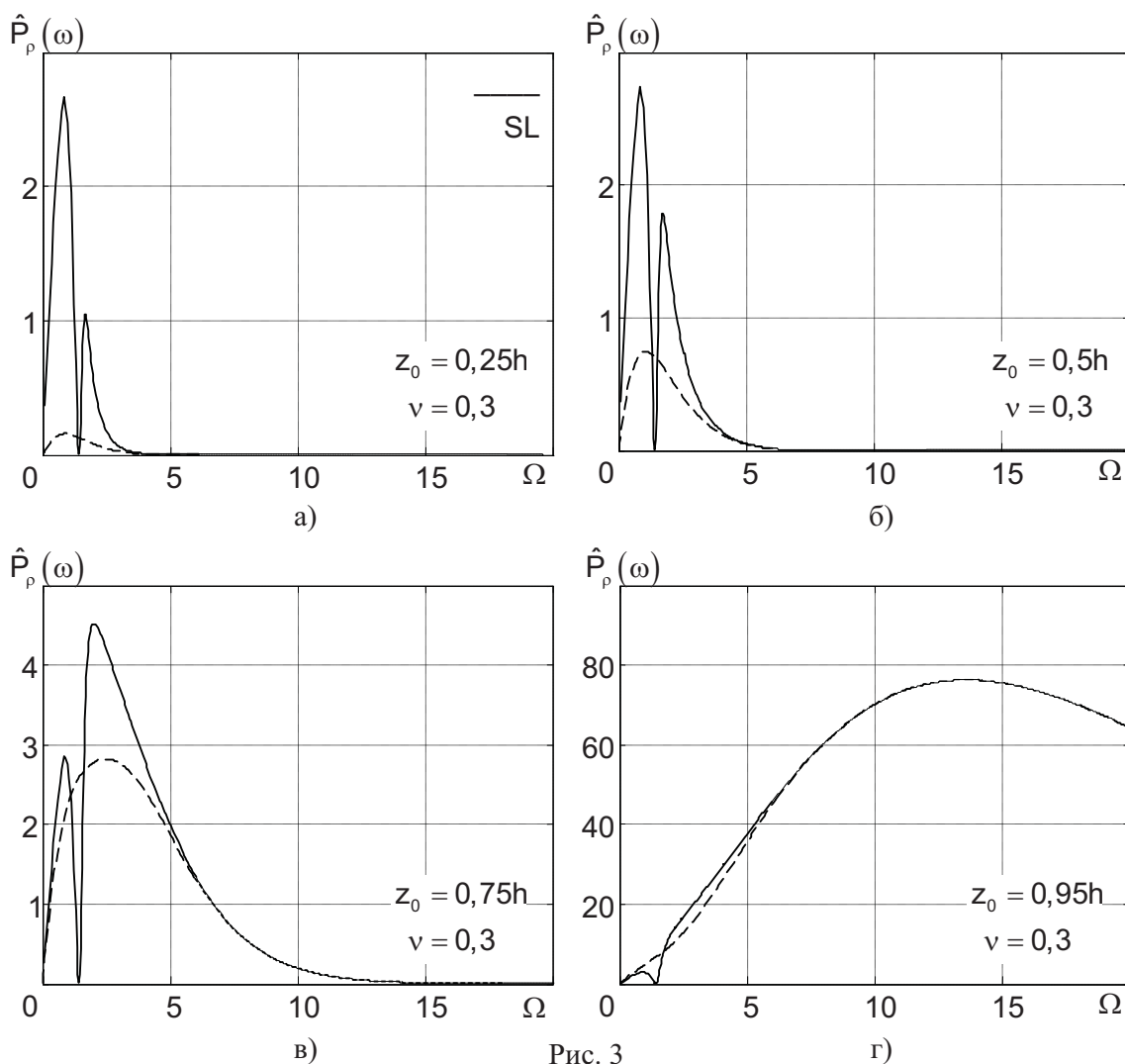


Рис. 3

$P_0 = (\pi F_0 G)^2 / [18 \rho_0 v_s h^2 (\lambda + 2G)^2]$. По оси абсцисс отложено значение безразмерной частоты Ω . Расчеты выполнены в предположении, что материал пластины характеризуется коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$. Расположенный вблизи срединной плоскости источник (рис. 3,а) возбуждает преимущественно первую симметричную волну, уровень энергоемкости которой становится практически нулевым при $\Omega > 4$. По мере подъема точечного источника к поверхности пластины уровни энергоемкости первой симметричной и первой антисимметричной волн Лэмба начинают возрастать. При этом расширяется частотный диапазон, в пределах которого эти волны отбирают от источника и переносят в точку наблюдения заметные уровни энергии.

На рис. 3,в и рис. 3,г отчетливо видно, что в частотном диапазоне $\Omega > 7$ энергоемкости симметричной и антисимметричной волн становятся одинаковыми. Именно в этом частотном диапазоне становятся практически одинаковыми кинематические характеристики первых нормальных волн Лэмба с различным типом симметрии относительно срединной плоскости пластины. Они образуют псевдорэлеевскую волну, которая распространяется со скоростью мало отличающейся от скорости распространения волн сдвига. Так, для пластины с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ скорость волны Рэлея $v_R = 0,927 v_s$. Если принять во внимание, что при контактном способе регистрации ульт-

развуковых волн электроакустический преобразователь реагирует на аксиальный компонент вектора смещения материальных частиц поверхности пластины, то можно утверждать, что электрический сигнал (наблюдаемая в реальном эксперименте величина) на выходе приемника формируется именно псевдорэлеевской волной. Высшие по номеру нормальные волны Лэмба, все без исключения, обладают заметными уровнями аксиальных смещений вблизи поверхности пластины в узких полосах частот, которые располагаются преимущественно вблизи частот запираания. Это дает основания для предположения, что энергия точечного источника шумов акустической эмиссии доставляется в точку наблюдения на поверхности пластины в основном псевдорэлеевской волной, которая распространяется практически со скоростью волн сдвига. Высшие моды Лэмба формируют псевдошумовой сигнал на электрическом выходе приемника ультразвуковых волн.

ВЫВОДЫ

В результате выполнения модельных исследований линейного пульсирующего источника радиально распространяющихся волн Лэмба установлено полное качественное (физическое) соответствие полученных результатов с ранее установленными фактами в рамках задачи о плоском динамическом напряженно-деформированном состоянии. Результаты первых расчетов энергетических характеристик волн Лэмба, которые возбуждаются точечным источником, дают основания для предположения, что энергия точечного источника доставляется в точку наблюдения на поверхности пластины псевдорэлеевской волной, которая образуется в результате сложения первой симметричной и первой антисимметричной волны Лэмба. Псевдорэлеевская волна формирует на электрическом выходе преобразователя информативный электрический сигнал. Высшие по номеру нормальные волны Лэмба формируют на выходе преобразователя помехоподобный электрический сигнал.

ЛИТЕРАТУРА

1. Недосека А.Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. К.: Издательство «ИНДПРОМ», 2008. – 816 с.
2. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с.
3. Петрищев О.Н. Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. С. 259 – 273.
4. Torvik P. J., McClatchey J. J. Response of an Elastic Plate to a Cyclic Longitudinal Force // J. Acoust. Soc. Amer. – 1968. – 44. - №1. – P. 59 – 64.