

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ В КАНАЛЕ С ДВУМЯ СТЕНОЗАМИ

И. В. ВОВК, В. С. МАЛЮГА

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
ул. Желябова, 8/4, 03680, Киев-180, ГСП, Украина
тел. 456-72-19; e-mail: v_s_malyuga@ukr.net*

Исследовано течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале при наличии в нем следующих друг за другом двух стенозов (сужений) на основе численного решения нестационарных уравнений Навье-Стокса. Алгоритм численного решения базируется на методе конечных объемов с использованием TVD схем для дискретизации конвективных членов. Проанализирован характер течения в области между стенозами в зависимости от числа Рейнольдса. В частности показано, что в определенном диапазоне чисел Рейнольдса появляются характерные вихревые структуры в сдвиговых слоях на границе струи и полостей (ниш), образованных стенозами. В результате этого возникают устойчивые периодические антисимметричные автоколебания профиля скорости на выходе из отверстия второго стеноза, которые принципиально могут служить источником звуковых колебаний в канале. Определена зависимость чисел Струхала автоколебаний профиля скорости от числа Рейнольдса.

ВСТУПЛЕНИЕ

Явлениями генерации звука потоками в каналах с геометрическими нерегулярностями интересовались очень давно. Еще Рэлей в своих фундаментальных работах [1] указывал, что в 1854 году Зондхауз наблюдал возникновение тонального звука при натекании струи воздуха на круглое отверстие в пластине. В наше время, этой проблеме также уделяется значительное внимание. Например, установлено, что в трубах, имеющих два сужения, следующих друг за другом на определенном расстоянии, может возникнуть тональный звуковой сигнал, частота которого пропорциональна скорости потока, см., например, [2], [3]. Экспериментальная работа [4] посвящена изучению физического механизма возникновения свиста, который способен генерировать человек, выдыхая воздух через ротовую полость и отверстие, образованное губами. С помощью видеокамеры со стробоскопической подсветкой было зафиксировано, что на поверхностях струи (на участке между стенозами) образуются кольцевые вихри. В статье [5] высказана интересная гипотеза, предполагающая, что сухие хрипы, сопутствующие ряду легочных заболеваний, могут возникать за счет образования в бронхах стенозов, вызванных воспалением стенок бронхов и, как следствие, частичным перекрытием их сечений выделяющейся при этом вязкой мокротой. Были проведены модельные эксперименты, которые подтвердили принципиальную возможность появления сухих хрипов из-за такого рода явлений в бронхиальном дереве.

Целью настоящей работы является исследование особенностей течения потока в плоском канале с двумя стенозами, выяснение физических причин, способных приводить к появлению автоколебательных движений среды и, как следствие, к появлению тональных звуков.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается течение жидкости в плоском канале при наличии двух последовательно расположенных стенозов. Расчетная область и принятые обозначения представлены на рис. 1. Предполагается, что стенки канала, а также стенки стенозов неподвижны и абсолютно жесткие, а поток жидкости попадает в расчетную область через левую границу $x = 0$ и покидает расчетную область на правой границе $x = L_1$.

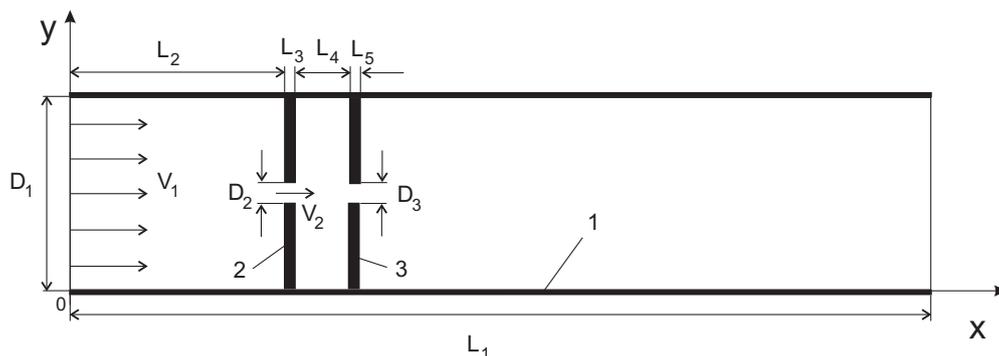


Рис. 1. Геометрия расчетной области: 1 – стенка канала; 2 – первый стеноз; 3 – второй стеноз

Задача решается в рамках модели вязкой несжимаемой жидкости. Число Рейнольдса можно определить по длине ниш, образованных стенозами: $Re = V_2 L_4 / \nu$, где ν – кинематическая вязкость среды. При этом масштабом длины является расстояние между стенозами L_4 , масштабом скорости – скорость V_2 (скорость в отверстии первого стеноза, осредненная по вертикальному сечению), масштабом времени – величина L_4 / V_2 , а масштабом давления – удвоенный скоростной напор в отверстии стеноза ρV_2^2 .

В рамках принятой модели процесс описывается системой уравнений Навье-Стокса, которые представляются в тензорной форме следующим образом

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U}\mathbf{U} = \frac{1}{Re} \nabla \cdot \nabla \mathbf{U} - \nabla p \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (2)$$

где p – скалярное поле давления; \mathbf{U} – векторное поле скорости; $\mathbf{U}\mathbf{U}$ – тензор второго ранга (внешнее произведение векторов). Покомпонентное представление этих уравнений можно найти в литературе (см., например, [6]).

Граничные условия для скорости задавались следующим образом: равномерный поток на входе в расчетную область, условие прилипания на твердых поверхностях канала и стенозов, равенство нулю нормального градиента на выходе из расчетной области. Для давления условие равенства нулю нормального градиента формулировалось по всей границе расчетной области за исключением выхода. На выходе задавалось постоянное давление.

Значения геометрических параметров канала выбирались такие же как в экспериментальной работе [5], а именно: $D_1 = 18$ мм, $D_2 = D_3 = 2$ мм, $L_1 = 150$ мм, $L_2 = 20$ мм, $L_3 = L_5 = 1$ мм, $L_4 = 5.8$ мм. Кинематическая вязкость принималась равной вязкости воздуха при температуре 20°C : $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с. Размеры области при расчетах

не изменялись, а значения скорости на входе варьировались в пределах 0.6 – 3 м/с, что соответствовало значениям числа Рейнольдса $Re = 2088 - 10440$.

2 ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Уравнения движения (1), (2) решались численно методом конечных объемов. Для дискретизации расчетной области использовалась неортогональная сетка со сгущением узлов в отверстиях стенозов (208 контрольных объемов по вертикальному сечению отверстия) и со сгущением узлов при приближении к стенке. Точки сетки принимались за вершины контрольных объемов, а значения неизвестных функций определялись в центроидах ячеек. В данном исследовании мы использовали структурированную неортогональную сетку с четырехугольной формой ячейки (но в общем случае не прямоугольной). Представленные результаты получены на сетке с 264496 контрольных объемов с минимальным шагом 0.004 мм вблизи угловых точек у отверстий стенозов.

При расчетах использовались библиотеки тулбокса с открытым кодом OpenFOAM [7]. Для вычисления объемных интегралов по контрольному объему использовалась общая процедура Гаусса, согласно которой интеграл по объему представляется через интеграл по поверхности ячейки, а значение функции на поверхности ячейки интерполируется из значений функции в центроидах соседних ячеек. Для интерполяции конвективных членов использовалась имплементированная в OpenFOAM TVD схема для векторного поля. Нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, вычислялись из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках сетки использовалась процедура коррекции погрешности. В качестве схемы дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (backward differencing).

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась процедура PISO [6] с числом корректоров 4. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений использовались итерационные солверы, основанные на методе сопряженных/бисопряженных градиентов, для симметричных и асимметричных матриц, соответственно. В качестве предобусловливателя были выбраны упрощенные схемы неполной факторизации Холецкого и неполной LU факторизации для симметричных и асимметричных матриц, соответственно.

Расчеты проводились для шести значений скорости на входе в диапазоне 0.6 - 3 м/с ($Re = 2088 - 10440$). Результаты расчетов для течения с предыдущим, меньшим значением входной скорости принимались за начальные условия для течения с следующим, большим значением входной скорости. Для задачи с наименьшим значением входной скорости $V_1 = 0.6$ м/с ($Re = 2088$) формулировались нулевые начальные условия.

С целью контроля точности вычислений поле скорости численно интегрировалось по вертикальному сечению на входе в отверстие первого стеноза ($x = L_2$), которое в дальнейшем называется S_1 , а также по вертикальному сечению на выходе из отверстия второго стеноза ($x = L_2 + L_3 + L_4 + L_5$), которое в дальнейшем называется S_2 . Это позволяло контролировать точность выполнения условия несжимаемости среды. Относительная погрешность не превышала 10^{-3} . Также следует упомянуть, что с целью верификации используемого численного алгоритма была численно решена классическая

задача о нестационарном отрыве потока при обтекании кругового цилиндра.

Для распараллеливания вычислений использовалась технология MPI и метод распараллеливания, известный как декомпозиция области решения, т. е. распараллеливание на основе геометрического параллелизма [6].

3 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2, *а* представлены картины линий тока при $V_1 = 0.6$ м/с ($Re = 2088$). Хорошо видно как поток, входя из широкой левой части канала в узкое отверстие первого стеноза, образует в межстенном пространстве струю с ровными и гладкими линиями тока. На рис. 2, *б* представлено поле завихренности. Черный цвет соответствует максимальному модулю завихренности, белый – нулевой завихренности. Как видно, на поверхностях первого стеноза формируются два ламинарных пограничных слоя (верхний и нижний), которые после отрыва становятся по сути свободными сдвиговыми слоями и далее сносятся течением в область между стенозами. На пути от первого стеноза к второму сдвиговые слои несколько расширяются и поэтому общая толщина струи со сдвиговыми слоями при подходе ко второму стенозу становится больше ширины его отверстия. Это приводит к тому, что каждый сдвиговый слой разрезается передними кромками отверстия второго стеноза на два слоя – внутренний и внешний. Внутренние слои проходят через отверстие второго стеноза, а внешние слои заворачивают в верхнюю и нижнюю ниши, где формируют два основных циркуляционных течения (два вихря). Профили скорости потока V_x во входном сечении S_1 и в выходном сечении S_2 межстенной области представлены на рис. 2, *в*, *г*. Следует сказать, что форма профиля скорости во входном сечении не зависит от времени. А форма профиля скорости в выходном сечении имеет весьма малую нестационарную составляющую, которая обусловлена медленными изменениями направления движения струи в области за стенозами.

Увеличим скорость потока до $V_1 = 0.9$ м/с ($Re = 3132$). Линии тока и поле завихренности представлены на рис. 3, *а*, *б*. Как хорошо видно, эти картины существенно отличаются от соответствующих картин для скорости потока $V_1 = 0.6$. Здесь, начиная примерно с середины межстенного пространства, струя приобретает извилистый характер, а в сдвиговых слоях образуется характерная последовательность вихрей. При этом ряды вихрей в верхнем и нижнем сдвиговых слоях располагаются относительно друг друга в шахматном порядке. Набегая на отверстие второго стеноза, эти ряды вихрей вызывают несимметричные (относительно оси струи) колебания вертикального профиля скорости в выходном сечении S_2 , в то время как профиль скорости во входном сечении S_1 остается постоянным и не зависящим от времени, см. рис. 3, *в*, *г*.

Естественно возникает вопрос: являются ли колебания профиля скорости в сечении S_2 периодическими? Чтобы ответить на этот вопрос мы исследовали зависимость изменения профиля скорости от времени и оказалось, что в определенном диапазоне скоростей V_1 эти колебания носят ярко выраженный периодический характер и антисимметричны относительно оси струи. Таким образом, в рассматриваемой гидродинамической системе действительно могут возникать автоколебательные явления.

Следует отметить, что период автоколебаний уменьшается с ростом скорости потока. Действительно, при скорости потока $V_1 = 0.9$ м/с период автоколебаний составляет $T = 2.77 \cdot 10^{-4}$ с (число Струхала $St = L_4/(V_1 T) = 2.58$). При $V_1 = 1.2$ м/с

величина $T = 1.94 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 2.77$), а при $V_1 = 1.8$ м/с $T = 1.16 \cdot 10^{-4}$ с ($St = 3.08$). С ростом скорости потока также растет амплитуда колебаний профиля скорости, что вполне естественно поскольку растет кинетическая энергия потока. Точка, где начинают сворачиваться вихри в сдвиговых слоях, имеет тенденцию смещаться ближе к первому стенозу с увеличением скорости потока. Дальнейшее увеличение скорости до $V_1 = 2.4$ м/с ($Re = 8352$) приводит к тому, что точка сворачивания вихрей в сдвиговом слое смещается к задней кромке отверстия первого стеноза. Период колебаний профиля скорости в сечении S_2 уменьшается до $T = 0.72 \cdot 10^{-4}$ с, а число Струхала принимает значение $St = 3.73$. При дальнейшем увеличении скорости потока описанные выше закономерности движения потока в межстенной области могут не сохраняться. Характер движения потока может оказаться не стабильным и принимать несколько режимов, чередующихся со временем.

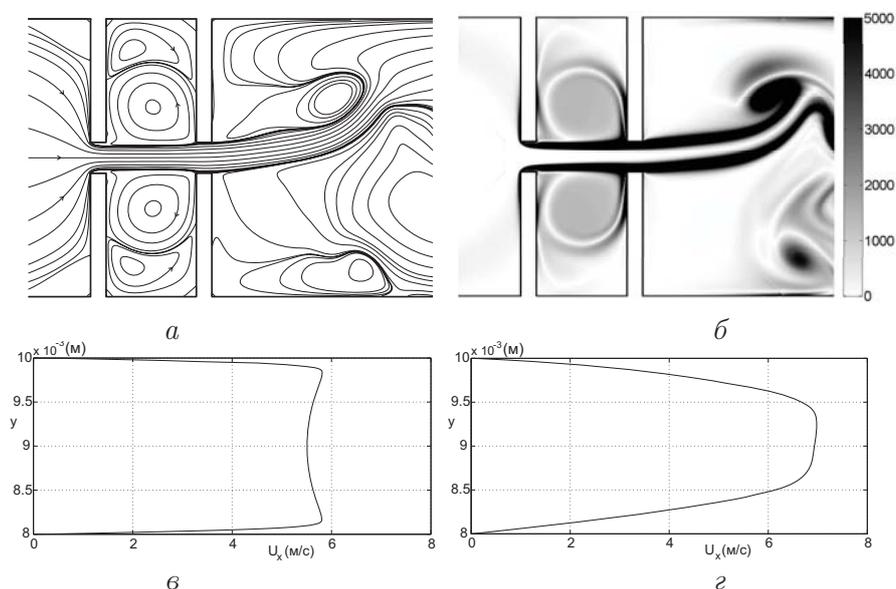


Рис. 2. Течение при $V_1 = 0.6$ м/с ($Re = 2088$): (а) линии тока, (б) поле завихренности, (в), (г) профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

ВЫВОДЫ

Установлено, что при относительно малых числах Рейнольдса ($Re \leq 2088$) течение жидкости в области между стенозами стационарно. При этом на поверхностях струи появляются устойчивые сдвиговые слои, образованные сходящими с передней кромки отверстия первого стеноза пограничными слоями.

При увеличении числа Рейнольдса выше некоторого критического значения сдвиговые слои, образованные на границах межстенных ниш и струи, теряют устойчивость. В каждом из сдвиговых слоев образуется последовательность вихрей, которые располагаются относительно друг друга в шахматном порядке. Набегая на отверстие второго стеноза, эти вихри вызывают периодические колебания в нем профиля скорости, в которых доминирует антисимметричная часть. Такие автоколебания профиля

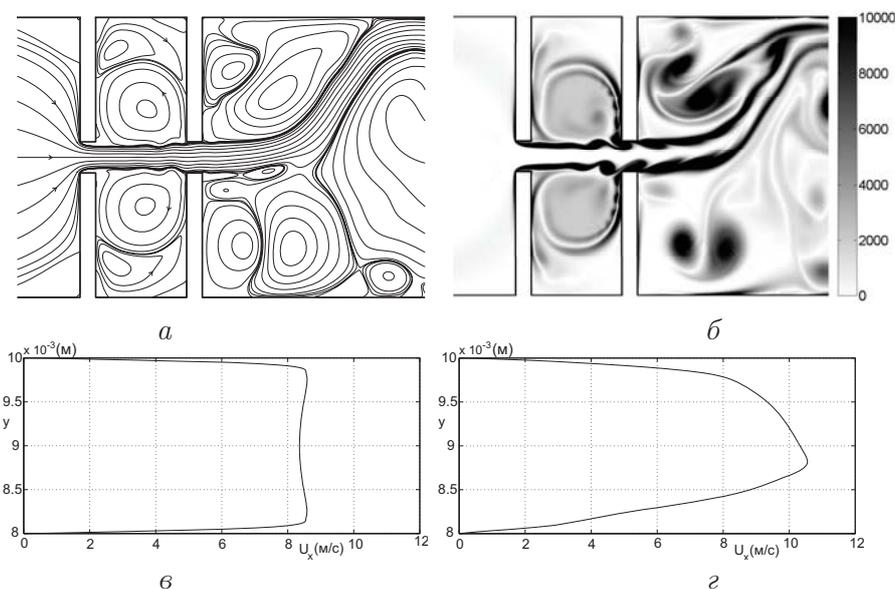


Рис. 3. Течение при $V_1 = 0.9$ м/с ($Re = 3132$): (а) линии тока, (б) поле завихренности, (в), (г) профили скорости в сечениях S_1 и S_2 , соответственно

скорости в отверстии второго стеноза принципиально могут служить источником звуковых колебаний в канале. При дальнейшем увеличении скоростей потока ($Re \geq 10440$) периодический характер течения нарушается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей) Теория звука. Т.2 – М-Л: Гос. Изд. Технико-теоретич. лит., 1955. – 474 с.
2. Rockwell D., Schachenmann A. Self-generation of organized waves in an impinging turbulent jet at low Mach number // J. Fluid. Mech. – 1982. – **117** – P. 425–441
3. Hourigan K., Welsh M. C., Thompson M. C., Stokes A. N. Aerodynamic sources of acoustic resonance in a duct with baffles // J. Fluids and Structures – 1990. – **4** – P. 345–370
4. Wilson T. A., Beavers G. S., DeCoster M. A., Holger D. K., Regenfuss M. D. Experiments on the fluid mechanics of whistling // J. Acoust. Soc. Am. – 1971. – **50** – P. 366–372
5. Басовский В. Г., Вовк И. В., Вовк О. И. О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом // Акуст. Вісник – 2003. – **6**, N 1 – P. 3–21
6. Ferziger J.H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics, 3rd rev. ed. – Berlin: Springer, 2002. – 424 p.
7. <http://www.open CFD.co.uk/openfoam/>