

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИВЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ НА РЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАННЯХ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОГО СТЕРЖНЯ З РОЗРІЗНИМИ ЕЛЕКТРОДАМИ ПРИ КЕРОВАНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ЗБУДЖЕННІ

В. О. АНДРУЩЕНКО, О. В. БОРИСЕЙКО,
Д. С. НЕМЧЕНКО, І. А. УЛІТКО

*Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
вул. Володимирська, 64, 01601, Київ, МСП, Україна
тел. 521-33-34; e-mail: andron@univ.kiev.ua*

В доповіді на прикладі елементарної задачі про планарні коливання п'єзокерамічного стержня, який має розрізи поверхневих електродів, та до якого застосовується різне за знаком фази електричне збудження, встановлено умови, за яких інтенсивність першого основного резонансу є мінімальною, а максимальне значення динамічного КЕМЗ досягається на другій резонансній частоті. В експерименті з довгими ($100 \times 10 \times 1$ мм) прямокутними п'єзопластинами виявлено, що розділення електродного покриття вузькими розрізами на три майже рівних частини призводить до збільшення інтенсивності другого резонансу принаймні у п'ять разів, при цьому коливання на першій резонансній частоті практично відсутні.

ВСТУП

Досягнення оптимальних характеристик п'єзокерамічних перетворювачів на резонансних коливаннях є важливою задачею в багатьох пристроях сучасної ультразвукової техніки, таких як актуатори та сенсори різноманітного технічного призначення. Наприклад, коли для п'єзоперетворювача заданої геометричної форми і розмірів за технічними вимогами слід проводити збудження коливань на вищих частотах певного резонансного спектру, виявляється, що очікуваний рівень енергоперетворення п'єзоелемента з суцільним електродним покриттям граней є незадовільно низьким. Також неможливо здійснювати пригнічення тих чи інших небажаних частот даного спектру. Вирішення подібних задач досягається за рахунок керованого підводу електричного навантаження до електродного покриття п'єзоелемента шляхом розділення його на окремі частини або вузькими діелектричними прошарками, або ж неелектродованими скінченими ділянками поверхні. При цьому, окремі частини електродного покриття навантажуються зовнішнім електричним полем у протифазі до інших, або ж не навантажуються взагалі. Такі неоднорідні електричні граничні умови на поверхні п'єзокерамічного тіла відображаються на зміні характеристик напружено-деформівного стану всередині його об'єму. Тому практично важливими є повні дані про переміщення, напруження, електричне зміщення, струм, тощо, оскільки на їх основі проводяться визначення динамічних КЕМЗ на вибраній резонансній частоті.

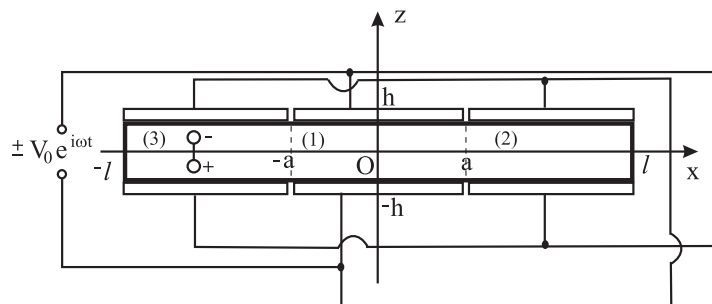


Рис. 1. Схема підводу електричного поля для протифазного збудження коливань стержня з розрізними електродами

Як приклад ми розглядаємо елементарну задачу про поздовжні коливання п'єзокерамічного стержня, маючи на меті знайти таку конфігурацію поверхневих електродів, при якій неможливим стає збудження коливань на першій резонансній частоті.

1 ПОЗДОВЖНІ КОЛИВАННЯ П'ЄОКЕРАМІЧНОГО СТЕРЖНЯ З РОЗРІЗНИМИ ЕЛЕКТРОДАМИ

П'єзокерамічний стержень має довжину $2l$ і поперечний переріз $2b \times 2h$, ($b \ll l$, $h \ll l$). Електродовані бічні поверхні $z = \pm h$ розділені симетричними відносно площини $x = 0$ достатньо вузькими діелектричними розрізами в точках $x = \pm a$. Стержень має поперечну поляризацію по товщині z . Коливання збуджуються гармонічною різницею потенціалів $\psi^+ - \psi^- = 2V_0 e^{i\omega t}$, підведеною до електродів в області 1, та протилежною за фазою різницею потенціалів $\psi^+ - \psi^- = -2V_0 e^{i\omega t}$ в областях 2 та 3, як це показано на рис. 1. Під дією такого розподіленого електричного навантаження, згідно з розв'язками елементарних задач електропружності для прямокутника [1], в стержні реалізується стан однорідної планарної деформації. Згідно з гіпотезою плоских перерізів, частинки стержня взагалі здійснюватимуть одновісний коливальний рух. Тому вектор переміщень матиме лише одну ненульову компоненту $\mathbf{u} = \{u_x(x, t), 0, 0\}$. Тоді рівняння п'єзоэффекту, співвідношення Коші, рівняння вимушеної електростатики та рівняння динаміки Ньютона в даному випадку мають такий простий вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= s_{11}^E \sigma_x + d_{31} E_z, & D_z &= \epsilon_{33}^T E_z + d_{31} \sigma_x, \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \frac{\partial D_z}{\partial z} &= 0, & E_z &= -\frac{\partial \psi}{\partial z}, & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут позначено: s_{11}^E – пружна податливість, d_{31} – п'ємодуль, ϵ_{33}^T – діелектрична проникливість та ρ – густина п'єзокераміки.

Механічні граничні умови на кінцях стержня, а також умови неперервності переміщень і напружень на границях розділу областей формулюються так:

$$\sigma_x|_{x=\pm l} = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(1)} &= \sigma_x^{(2)}, & u_x^{(1)} &= u_x^{(2)}, & \text{при } x &= a, \\ \sigma_x^{(1)} &= \sigma_x^{(3)}, & u_x^{(1)} &= u_x^{(3)}, & \text{при } x &= -a. \end{aligned} \quad (3)$$

Противафазність підведеної різниці потенціалів на розрізних електродах в областях $|x| < a$ та $a < |x| < l$ призводить до відмінності компонентів напруженості електричного поля. Враховуючи друге рівняння вимушеної електростатики (1), маємо

$$\begin{aligned} E_z^{(1)} &= E_0 e^{i\omega t}, \quad \text{при } |x| < a, \\ E_z^{(2)} &= E_z^{(3)} = -E_0 e^{i\omega t}, \quad \text{при } a < |x| < l, \quad E_0 = -\frac{V_0}{h}. \end{aligned} \quad (4)$$

У відповідності з механічними (2), (3) та електричними (4) граничними умовами для i -ї ($i = 1, 2, 3$) області стержня його переміщення $u_x(x, t)$ знаходяться із звичайного хвильового рівняння. Для гармонічних коливань з частотою ω в кожній з областей покладемо $u_x^{(i)}(x, t) = \hat{u}^{(i)}(x) e^{i\omega t}$, $\varepsilon_x^{(i)}(x, t) = \hat{\varepsilon}^{(i)}(x) e^{i\omega t}$, $\sigma_x^{(i)}(x, t) = \hat{\sigma}^{(i)}(x) e^{i\omega t}$, $D_z^{(i)}(x, t) = \hat{D}_z^{(i)}(x) e^{i\omega t}$. Амплітуди переміщень, осьових деформацій і напружень, враховуючи (4), запишуться наступним чином

$$\begin{aligned} \hat{u}^{(i)} &= A_i \cos \lambda x + B_i \sin \lambda x, \quad i = 1, 2, 3, \quad \lambda = \frac{\omega}{c}, \\ \hat{\varepsilon}^{(i)} &= \lambda (-A_i \sin \lambda x + B_i \cos \lambda x), \\ \hat{\sigma}^{(i)} &= \frac{1}{s_{11}^E} (\hat{\varepsilon}^{(i)} \mp d_{31} E_0) = \frac{1}{s_{11}^E} (-\lambda A_i \sin \lambda x + \lambda B_i \cos \lambda x \mp d_{31} E_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Тут верхній знак відповідає області $|x| < a$, нижній – іншим двом областям $a < |x| < l$.

Внаслідок симетричності задачі $u_x(x, t) = -u_x(-x, t)$, тому амплітуда переміщень при $x = 0$ дорівнює нулю. Звідси випливає, що у розв'язках (5) слід покласти $A_1 = 0$, $A_3 = -A_2$, $B_3 = B_2$. Сталі інтегрування B_1 , A_2 та B_2 знаходяться з граничних умов (2) та перших двох умов неперервності (3) у вигляді

$$\begin{aligned} B_1 &= -\frac{1 - 2 \cos \lambda (l - a)}{\lambda \cos \lambda l} d_{31} E_0, \quad A_2 = \frac{\sin \lambda (l + a) - \sin \lambda (l - a)}{\lambda \cos \lambda l} d_{31} E_0 \\ B_2 &= \frac{\cos \lambda (l - a) - \cos \lambda (l + a) - 1}{\lambda \cos \lambda l} d_{31} E_0. \end{aligned} \quad (6)$$

2 ПРИГНІЧЕННЯ ОСНОВНОГО РЕЗОНАНСУ ПОЗДОВЖНИХ КОЛИВАНЬ СТЕРЖНЯ

Як і у випадку стержня з суцільними електродами, резонансні частоти визначаються рівнянням $\cos \lambda l = 0$, тобто хвильовими числами $(\lambda l)_n^p = (2n + 1)\pi/2$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Проте при визначенні антирезонансних частот слід враховувати розв'язок (5), отриманий за умов протифазного збудження коливань (4). Ідентифікуючи струм у колі генератора коливань зі струмом зміщення на електродованих поверхнях стержня, для відшукування рівняння антирезонансних частот використаємо відому умову [1]

$$I = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{S^+} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) ds = 0, \quad (7)$$

де S^+ – площа електродованої поверхні стержня, навантажена однойменним потенціалом ψ^+ , що включає три різні частинні області, і на якій нормальна складова компоненти вектора електричної індукції $D_z = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{D})$ зазнає зміни при переході від однієї

області до іншої. Так, для області 1 амплітуда $\hat{D}_z^{(1)}$ визначається за формулою

$$\hat{D}_z^{(1)} = \epsilon_{33}^T E_0 + d_{31} \hat{\sigma}^{(1)} = \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \left(E_0 + \frac{1}{d_{31}} \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} \frac{d\hat{u}^{(1)}}{dx} \right), \quad (8)$$

а в області 2 дорівнює

$$\hat{D}_z^{(2)} = \epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \left(-E_0 + \frac{1}{d_{31}} \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} \frac{d\hat{u}^{(2)}}{dx} \right). \quad (9)$$

Підставляючи сюди формули для переміщень $\hat{u}^{(1)}$, $\hat{u}^{(2)}$ з розв'язку (5) і обраховуючи відповідні вирази (8) та (9) інтеграл (7), отримуємо

$$\begin{aligned} \hat{I} = \hat{I}_1 + 2\hat{I}_2 = 2\omega V_0 C_0 \left\{ \left(3\frac{a}{l} - 2 \right) + \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} \frac{1}{\lambda \cos \lambda l} \left[(2 \cos \lambda (l - a) - 1) \sin \lambda a + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 \sin \lambda a \cos \lambda l (\cos \lambda l - \cos \lambda a) + (4 \sin \lambda l \sin \lambda a - 2) (\sin \lambda l - \sin \lambda a) \right] \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Тут $C_0 = 2\epsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) (lb) / h$ – електростатична ємність стержня до деформації. Прирівнюючи вираз (10) до нуля, отримуємо рівняння розрахунку антирезонансних частот

$$\begin{aligned} \left(3\frac{a}{l} - 2 \right) \lambda l \cos \lambda l + \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} \left[(2 \cos \lambda (l - a) - 1) \sin \lambda a + \right. \\ \left. + 4 \sin \lambda a \cos \lambda l (\cos \lambda l - \cos \lambda a) + (4 \sin \lambda l \sin \lambda a - 2) (\sin \lambda l - \sin \lambda a) \right] = 0. \quad (11) \end{aligned}$$

Очевидно, що корені рівняння (11) залежать від відносних розмірів ділянок електродного покриття стержня. В тому випадку, коли відповідні їм антирезонансні частоти ω_A співпадають з частотами резонансу ω_R , відповідну нормальну моду коливань п'єзоелемента неможливо збуджувати за допомогою електричного навантаження. Дійсно, оскільки за формулою Мезона [2]

$$k_d^2 = \frac{\omega_A^2 - \omega_R^2}{\omega_A^2} = \frac{(\lambda l)_A^2 - (\lambda l)_R^2}{(\lambda l)_A^2}, \quad (12)$$

то, наприклад, для резонансної та антирезонансної частот основного резонансу, коли $(\lambda l)_{A,1} = (\lambda l)_{R,1}$, в рівнянні (11) слід покласти $\cos \lambda l = 0$, $\sin \lambda l = 1$. Тоді для визначення шуканого положення розрізу електродів отримуємо звичайне тригонометричне рівняння

$$5 \sin \lambda a - 2 \sin^2 \lambda a - 2 = 0, \quad (13)$$

звідки

$$\sin \lambda a = \frac{1}{2}, \quad \frac{a}{l} = \frac{1}{3}. \quad (14)$$

Отже, для пригнічення коливань на частоті основного резонансу слід поділити електродне покриття на три рівних частини.

3 ЕФЕКТИВНІСТЬ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ НА ДРУГІЙ РЕЗОНАНСНІЙ ЧАСТОТІ

Передбачуване пригнічення коливань стержня на основному резонансі в принципі має відобразитися на їх інтенсивності на вищих резонансних частотах. Щоб перевірити це, слід розглянути значення КЕМЗ за енергетичним критерієм [1]

$$k_d^2 = \frac{U_p - U_k}{U_p}, \quad (15)$$

де U_p – повна внутрішня енергія п'єзоелемента з розімкнутими електродами, а U_k – з коротко замкненими електродами. Для коливань стержня з розрізними електродами вказані енергії слід обраховувати у кожній з трьох областей окремо. Так, повна енергія i -тої частини стержня з розімкнутими електродами розраховується за формулою

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \iiint_{V_i} (\hat{\sigma}_p^{(i)} \hat{\varepsilon}^{(i)} + \hat{D}_z^{(i)} \hat{E}_p^{(i)}) dv \quad (16)$$

причому величини $\hat{E}_p^{(i)}$ визначаються з умови $\iint_{S_i^+} \hat{D}_z^{(i)} ds = 0$ на i -тій частині електродованої поверхні. Для i -тих частин стержня з коротко-замкненими електродами виконуються умови $\psi|_{S_i^+} - \psi|_{S_i^-} = 0$, і тому

$$U_k^{(i)} = \frac{1}{2} \iiint_{V_i} \hat{\sigma}_k^{(i)} \hat{\varepsilon}^{(i)} dv \quad (17)$$

Послідовно використовуючи формули (8) і (9) для $\hat{D}_z^{(i)}$, обраховуємо $\hat{E}_p^{(i)}$, і на основі розв'язку (5) і (6) визначаємо величини $\hat{\sigma}_p^{(i)}$, $\hat{\sigma}_k^{(i)}$ та $\hat{\varepsilon}^{(i)}$, що входять в інтеграли (16) та (17). В результаті, для внутрішньої частини стержня $|x| < a$ отримуємо

$$U_p^{(1)} - U_k^{(1)} = \frac{1}{2} \iiint_{V_1} (\hat{\sigma}_p^{(1)} - \hat{\sigma}_k^{(1)}) \hat{\varepsilon}^{(1)} dv = \frac{4hb}{a} \frac{1}{s_{11}^E} \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} B_1^2 \sin^2 \lambda a, \quad (18)$$

а для зовнішніх частин стержня $a < |x| < l$

$$U_p^{(2)} - U_k^{(2)} = \frac{1}{2} \iiint_{V_2} (\hat{\sigma}_p^{(2)} - \hat{\sigma}_k^{(2)}) \hat{\varepsilon}^{(2)} dv = \frac{2hb}{l-a} \frac{1}{s_{11}^E} \frac{k_{31}^2}{1 - k_{31}^2} [A_2(\cos \lambda l - \cos \lambda a) + B_2(\sin \lambda l - \sin \lambda a)]^2. \quad (19)$$

Вирази для повної енергії при коротко-замкнених електродах знаходяться аналогічно

$$U_k^{(1)} = \frac{2hb}{a} \frac{1}{s_{11}^E} B_1^2(\lambda a) \left[(\lambda a) + \frac{1}{2} \sin 2\lambda a \right], \quad |x| < a, \quad (20)$$

$$U_k^{(2)} = \frac{hb}{a} \frac{1}{s_{11}^E} (\lambda a) \left[(A_2^2 + B_2^2) \lambda(l-a) - (A_2^2 - B_2^2) \sin \lambda(l-a) \cos \lambda(l+a) - 2A_2 B_2 \sin \lambda(l-a) \sin \lambda(l+a) \right], \quad a < |x| < l, \quad (21)$$

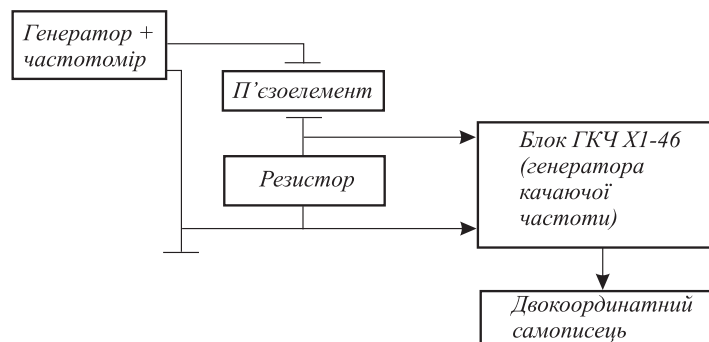


Рис. 2. Схема експериментального стенду

Для другої резонансної частоти коливань, відповідної $(\lambda)_{R,2} = 3\pi/2$, за формулами (15)–(21) був проведений розрахунок нормованого значення динамічного КЕМЗ k_d^2/k_{31}^2 в залежності від поділу електродного покриття розрізами $x = \pm a$. Максимальне значення $k_d^2/k_{31}^2 = 0.514$ досягається при $a/l = 1/3$, тобто – у тому самому випадку поділу електродного покриття на три рівних частини, при якому пригнічується основна резонансна мода коливань. Для порівняння, значення того ж КЕМЗ для стержня з суцільним електродним покриттям $\epsilon k_d^2/k_{31}^2 = 0.099$, тобто ефективність енергоперетворення підвищується більш ніж у 5 разів.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Були проведені експерименти для тонкої довгої п'єзокерамічної пластини з цирконату титанату свинцю (ЦТС-19, [1]), що мала розміри $100 \times 10 \times 1$ мм. Розрізи поверхневих електродів були виконані на відстані 34 мм від країв пластини. Схема експериментального стенду наведена на рис. 2. Для реалізації випадку протифазного збудження, застосовувалася схема підключення, показана на рис. 1, а для реалізації випадку однорідного електричного навантаження (стержень з суцільними електродами) всі три ділянки підключалися синфазно. В обох випадках амплітуда вхідної різниці електричних потенціалів не перевищувала 1 В, а величина активного опору не була більшою за 100 Ом. Нами було встановлено значення основної резонансної частоти на рівні 18.100 Гц, при цьому різниця між частотами резонансу та антирезонансу Δf при синфазному підключенні становила близько 900 Гц при інтенсивності струму 10 мА, а при протифазному підключенні значення Δf не перевищувало 9 Гц при амплітуді струму не більшій за 0.01 мА, тобто з різницею в 100 разів. Отже, передбачуване пригнічення основного поздовжнього резонансу повністю підтвердилося експериментально з цілком задовільною точністю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н.А. Элеетроупругость.– К.: Наукова думка, 1989.– 280 с.
2. Мезон У. П. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультразвуку.– М.: Иностран. лит., 1952.– 447 с.