

ОСОБЛИВОСТІ ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В КОНЦЕНТРОВАНИХ ЕМУЛЬСІЯХ

В. Н. ОЛІЙНИК

*Інститут гідромеханіки НАН України
вул. Желябова, 8/4, 03680, Київ-180, МСП, Україна
тел. (044) 456-69-83; e-mail: v_oliyuk@yahoo.com*

Розвинуто модифіковану фізико-математичну модель дисперсії та дисипації звуку в емульсіях за рахунок нелокальної термодинамічної релаксації з урахуванням взаємодії їхніх структурних елементів. На основі цих уявлень проаналізовано механізм формування акустичних властивостей таких середовищ на частотах, для яких довжина звукової хвилі значно перевищує характерний розмір мікроструктури. Показано, що уточнена модель повністю узгоджується з фізичними уявленнями про характер формування макроскопічних характеристик рідких та розорідинних емульсій.

ВСТУП

Мабуть, уперше на особливості формування акустичних властивостей дисперсних сумішей звернув увагу Л. І. Мандельштам. Вивчаючи поглинання високочастотного ультразвуку в рідинах, він зробив припущення про можливість розгляду такого середовища як двокомпонентного [1, 2]. При домінуванні термодинамічної взаємодії компонент поведінка мікронеоднорідних середовищ має яскраво виражену специфіку. Так, М. О. Ісакович наприкінці 1940-х років показав, що в емульсіях і бульбашкових суспензіях вплив термомеханічної зв'язаності призводить до появи аномально великих дисперсії й дисипації звуку, пов'язаних з теплообміном в околі мікроструктурного елемента середовища – зерна емульсії [3].

Зазначимо, що модель Ісаковича [3] будувалася для випадку термічно ізольованих зерен, тобто вважалося, що дисперговані включення в емульсії розташовані достатньо далеко, щоб їхньою взаємодією по температурному полю можна було знехтувати. У цьому розумінні емульсія Ісаковича є слабоконцентрованою. В роботах [4, 5] акустичну модель Ісаковича було узагальнено на випадок концентрованої дисперсної суміші, коли урахування термічної взаємодії між сусідніми зернами стає критичним. Це забезпечило більш коректне уявлення про характер акустичних дисперсії і дисипації у рідких та газорідинних сумішах (насамперед, для низьких частот).

ПОВУДОВА МОДЕЛІ

Нас цікавитиме діапазон частот, для якого довжина звукової хвилі у середовищі значно більша від його мікроструктурного масштабу. Будемо виходити з припущення про те, що з макроскопічної точки зору низькочастотний звук поширюється у двофазному середовищі як у квазіоднорідному. Тоді у першому наближенні можна вважати, що в емульсії поширюється монохроматична (гармонічна) звукова хвиля. При цьому сусідні мікроструктурні елементи під час повного періоду коливання знаходяться під

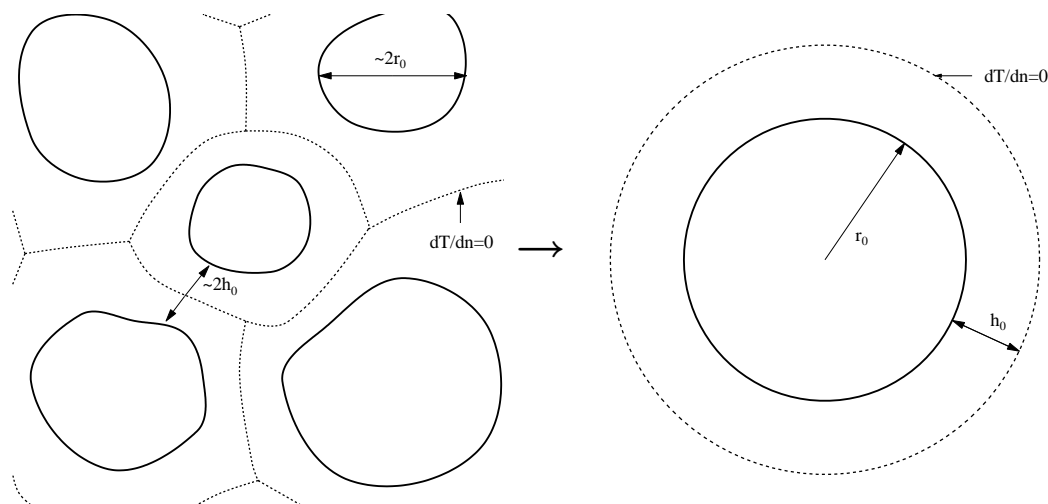


Рис. 1. Схема переходу до спрощеної геометрії мікроструктурних елементів дисперсної суміші (нульові ізолінії показані штриховими кривими)

дією акустичного тиску, який гармонічно змінюється у часі й має практично одну й ту ж амплітуду p . Тоді на групу сусідніх елементів діятиме стаціонарне поле тиску $pe^{i\omega t}$ (тут $\omega = 2\pi f$, f – частота акустичних коливань).

Розглянемо типову структуру двофазної емульсії, в якій зерна дисперговані в середньому рівномірно, близькі за розмірами й сферичні за формою. Припущення про таку структурну однорідність дозволить у подальшому ввести ряд спрощень і будувати математичну модель на основі розгляду коливань типового мікроструктурного елемента середовища, який включає окіл одного зерна і має певний характерний розмір (мікроструктурний масштаб). У подальшому позначатимемо середньостатистичне значення радіуса зерна емульсії r_0 , а середню відстань між зернами – $2h_0$.

Коли б структура двофазної емульсії була повністю регулярною, то при $p = \text{const}$ у межах кожного з мікроструктурних елементів розподіли фізичних полів, породжуваних гармонічною зміною тиску, були б ідентичними. Очевидно, що у цьому випадку між сусідніми елементами має проходити межа, на якій дорівнюють нулю нормальні компоненти швидкості й теплового потоку. Логічно припустити, що для високооднорідної емульсії вони будуть близькими за формою та об'ємом, причому зерна диспергованої компоненти розташовані у їхніх центрах. Саме зерно емульсії з прилеглим шаром несучої речовини і слід розглядати як мікроструктурний елемент даного середовища.

Колівання мікроструктурних елементів під дією стаціонарного поля тиску $pe^{i\omega t}$ можна вважати практично чисто пульсуючими, нехтуючи внесками радіально несиметричних компонент. Додатковим аргументом на користь такого спрощення може служити той факт, що всі термодинамічні процеси пов'язані, насамперед, зі зміною об'єму середовища [6]. Це дає право наближено розглядати елемент як двошарову сферично-симетричну структуру: кулю радіуса r_0 , заповнену диспергованою фазою емульсії (зерно), що оточена концентричним сферичним шаром несучої фази товщини h_0 (рис. 1).

Відомо, що при поширенні гармонічної хвилі з круговою частотою ω швидкість звуку c та коефіцієнт згасання δ пов'язані з густиною ρ , об'ємною деформацією s і

амплітудою акустичного тиску p співвідношенням [3]

$$\bar{k} = \frac{\omega}{c} - i\delta = \omega \sqrt{\frac{\rho s}{p}}. \quad (1)$$

Осереднена густина емульсії визначається як $\rho = \varepsilon\rho_1 + (1 - \varepsilon)\rho_2$, де ρ_j – густини фаз; ε – об’ємна доля (концентрація) диспергованої фази,

$$\varepsilon \equiv \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{1}{(1 + h_0/r_0)^3} \quad (0 < \varepsilon < 1);$$

V_j – об’єм, який займає відповідна фаза. Тут і в подальшому індекс $j=1$ відповідає фізичній характеристиці диспергованої, а $j=2$ – несучої фази. Величинами без індексів позначені макроскопічні характеристики дисперсної суміші у цілому.

Осереднена об’ємна деформація суміші виражається через розподіли об’ємних деформацій s_j у кожній із фаз, які задовольняють термодинамічні рівняння стану, лінеаризовані для випадку малих збурень [6]:

$$s = \frac{1}{V_1 + V_2} \left[\int_{V_1} s_1 dV_1 + \int_{V_2} s_2 dV_2 \right], \quad s_j = p(\beta_j - \alpha_j T_j). \quad (2)$$

Тут β_j – ізотермічні стисливості; α_j – коефіцієнти температурного розширення; T_j – просторові розподіли температур фаз при пульсаціях під дією гармонічного тиску; $j=1, 2$. У межах мікроструктурного елемента всі величини у правій частині рівнянь стану, за виключенням T_j , є константами. Розподіли ж температур задовольняють рівняння теплопровідності з відповідними комплексними хвильовими числами: $\bar{n}_j = (1+i)n_j$ [3]:

$$\nabla^2 T_j - 2in_j^2 T_j - 2in_j^2 \frac{\Theta \alpha_j}{\rho_j C_{Pj}} = 0, \quad n_j = \sqrt{\frac{\omega \rho_j C_{Pj}}{2\kappa_j}}. \quad (3)$$

Тут ∇^2 – оператор Лапласа; Θ – температура середовища у стані рівноваги; C_{Pj} – статичні питомі теплоємності; κ_j – теплопровідності; $i = \sqrt{-1}$.

Формулювання температурних граничних умов на межі фаз (поверхнях зерен) не викликає труднощів – для них мають бути неперервними поле температур та нормальний тепловий потік через поверхню зерна емульсії:

$$T_1 = T_2, \quad \kappa_1 \frac{dT_1}{dr} = \kappa_2 \frac{dT_2}{dr} \quad \text{при} \quad r = r_0, \quad (4)$$

де r – локальна радіальна координата, яку відраховуємо від центру зерна.

Згідно зі зробленими припущеннями, внаслідок синхронності пульсацій температурну граничну умову на зовнішній межі мікроструктурного елемента слід задати як відсутність нормальної складової теплового потоку:

$$\frac{dT_2}{dr} = 0 \quad \text{при} \quad r = r_0 + h_0. \quad (5)$$

Саме використанням співвідношення (5) замість умови на нескінченності і визначається відмінність запропонованої математичної моделі від формулювання Ісаковича [3].

Явні вирази для полів температур, які задовольняють рівняння (3) і умову (5), дані у роботі [4].

Обрахуємо осереднену об'ємну деформацію середовища. Співвідношення об'ємів диспергованої та несучої фаз у мікроструктурному елементі суміші буде таким самим, як і у середовищі в цілому. Тому від інтегрування по повних фазових об'ємах V_1 і V_2 можна перейти до інтегрування у межах сферичного елемента:

$$s \approx \frac{3}{(r_0 + h_0)^3} \left[\int_0^{r_0} s_1 r^2 dr + \int_{r_0}^{r_1} s_2 r^2 dr \right]. \quad (6)$$

Опускаючи очевидні перетворення, з формул (1), (4), (6) отримуємо

$$\frac{\omega}{c} - i\delta = \frac{\omega}{c_{LL}} \left[1 - \frac{3i}{\omega r_0^2} \Theta \varepsilon \rho c_{LL}^2 \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right)^2 F_T(\bar{n}_1 r_0, \bar{n}_2 r_0, \bar{n}_2 h_0) \right]^{1/2}, \quad (7)$$

де c_{LL} і β_{LL} – лаплас-лапласівські (адіабатичні) швидкість звуку і макроскопічна стисливість, характерні для частот, на яких процес об'ємної деформації є адіабатичним як для емульсії в цілому, так і у масштабі мікронеоднорідності [3, 4]:

$$c_{LL} = \frac{1}{\sqrt{\rho \beta_{LL}}}, \quad \beta_{LL} = \varepsilon \left[\beta_1 - \frac{\Theta \alpha_1^2}{\rho_1 C_{P1}} \right] + (1 - \varepsilon) \left[\beta_2 - \frac{\Theta \alpha_2^2}{\rho_2 C_{P2}} \right].$$

Виділена у виразі (7) безрозмірна функція, яка характеризує залежність акустичних параметрів від термічних хвильових розмірів мікроструктурного елемента, має вигляд

$$F_T(\bar{n}_1 r_0, \bar{n}_2 r_0, \bar{n}_2 h_0) = \frac{\varphi_{11} \varphi_{22}}{\sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}} \varphi_{11} \varphi_{21} + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \varphi_{12} \varphi_{22}}, \quad (8)$$

$$\varphi_{11} = \bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0;$$

$$\varphi_{12} = \text{th } \bar{n}_1 r_0;$$

$$\varphi_{21} = [\bar{n}_2 (r_0 + h_0) - \text{th } \bar{n}_2 h_0];$$

$$\varphi_{22} = \bar{n}_2 h_0 + (\bar{n}_2^2 r_0 (r_0 + h_0) - 1) \text{th } \bar{n}_2 h_0.$$

Частотно-залежний член у формулі (7) пропорційний до квадратичного множника, утвореного різницею термодинамічних параметрів компонент суміші. Тому чим сильніше відрізнятимуться їхні густини, питомі теплоємності й коефіцієнти температурного розширення, тим яскравіше будуть виражені дисперсія й дисипація у середовищі.

АНАЛІЗ І ВИСНОВКИ

Як було показано в роботі [4], для фіксованої комбінації диспергованої й несучої фаз залежність s від хвильового розміру зерна емульсії та відносної відстані між зернами h_0/r_0 є універсальною для всіх абсолютних значень r_0 . Водночас, в аналогічній залежності для δ можна явним чином виділити множник, обернений до квадрата радіуса зерна. Це дозволяє стверджувати, що при однакових $n_1 r_0$ та інших рівних умовах, термічне затухання в емульсії з дрібнішими зернами буде вищим.

Асимптотичний аналіз показує, що при $h_0 \rightarrow \infty$ та $\kappa_2/\kappa_1 \rightarrow \infty$ вираз (8) переходить у формулу, яка відповідає наближенню Ісаковича [3]. Дійсно, при цих умовах зерна

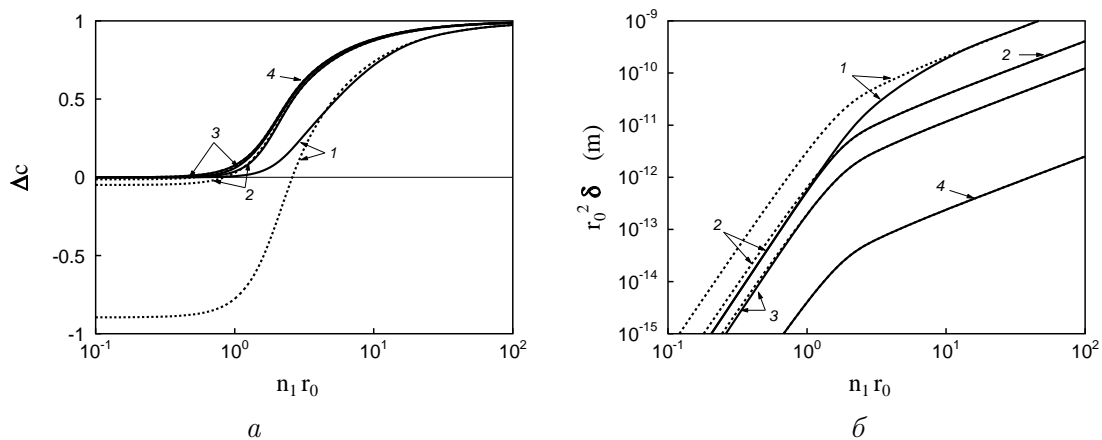


Рис. 2. Залежність дисперсії й дисипації звуку від термічного хвильового розміру зерна для бензолу, диспергованого у воді: *неперервні* – з урахуванням термічної взаємодії, *штрихові* – за Ісаковичем [3];
 a – величина дисперсійного стрибка $\Delta c = (c - c_{LN}) / (c_{LL} - c_{LN})$,
 b – зведений дисипативний коефіцієнт $r_0^2 \delta$;
 $1 - h_0/r_0 = 0.2$, $2 - h_0/r_0 = 1$, $3 - h_0/r_0 = 2$, $4 - h_0/r_0 = 5$

емульсії “не відчують” присутності сусідів і поведуться як ізольовані. У випадку ж $h_0/r_0 = \text{const}$, $\omega \rightarrow \infty$, високочастотна асимптотика безрозмірної функції (8) буде дещо іншою: хоча швидкість звуку в середовищі при $\omega \rightarrow \infty$ і буде прямувати до c_{LL} як при врахуванні термічної взаємодії зерен, так і при нехтуванні нею, але з різним характером наближення. Очевидно, що різниця буде тим більшою, чим щільніше розташовані зерна [5].

Дослідимо низькочастотну асимптотику швидкості звуку в дисперсних сумішах. Легко пересвідчитись, що при $\omega \rightarrow 0$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} c = c_{LN} = \left[\rho \beta - \Theta \frac{\alpha^2}{C_P^*} \right]^{-1/2}, \quad C_P^* = \frac{\varepsilon \rho_1 C_{P1} + (1 - \varepsilon) \rho_2 C_{P2}}{\rho}. \quad (9)$$

Така швидкість звуку дістала назву ізотермічно-адіабатичної або ж лаплас-ньютонівської. Зауважимо, що запропоноване визначення макроскопічної питомої теплоємності емульсії C_P^* коригує неточність, допущену в роботі [3], де осереднення помилково проводилось по об’ємних, а не по масових частках компонент, що суперечило б означенню цієї фізичної величини [6]. Зауважимо, що навіть для дисперсних середовищ з сильно неоднорідними компонентами різниця між низькочастотними значеннями швидкості звуку при різних способах уведення C_P^* практично ніколи не перевищує 1...2 %.

Насамкінець, розглянемо графіки частотних залежностей акустичних дисперсії та дисипації в емульсії бензолу у воді рис. 2 ($n_1 = n_1(\omega)$). Фізичні константи речовин-компонент взято з довідника [7]. Видно, що для дисперсної суміші такого типу врахування термічної взаємодії зерен виявляється суттєвим при $n_1 r_0 < 1$, особливо для визначення коефіцієнта згасання у середовищі (модель з ізольованими зернами завищує його низькочастотні значення).

Таким чином, запропонована фізична модель, зберігаючи в цілому логіку підходу Ісаковича, природним чином узагальнює його на випадок емульсій з близько розташованими мікроструктурними елементами.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Мандельштам Л. И., Леонтович М. А.* Замечания об абсорбции ультразвуковых волн в жидкостях и некоторых связанных с нею оптических явлениях // Докл. АН СССР.– 1936.– **3**(XII).– С. 111–114.
2. *Исакович М. А. Л. И.* Мандельштам и распространение звука в микронеоднородных средах // Успехи физ. наук.– 1979.– **129**, № 3.– С. 531–540.
3. *Исакович М. А.* О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ.– 1948.– **18**, вып. 10.– С. 905–912.
4. *Olivnik V. N.* Thermal dispersion and dissipation of a sound in concentrated dispersion liquid and liquid-gas media // Int. J. Fluid Mech. Resch.– 2003.– **30**, № 4.– P. 443–461.
5. *Олійник В. Н.* Про низькочастотну асимптотику швидкості звуку в концентрованій дисперсійній суміші // Акуст. вісн.– 2006.– **9**, № 4.– С. 43–49.
6. *Ландау Л. Д., Ахиезер А. И., Лифшиц Е. М.* Курс общей физики. Механика и молекулярная физика.– М.: Наука, 1965.– 384 с.
7. *Чайлдс У.* Физические постоянные.– М.: Физматгиз, 1962.– 80 с.