ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К АНАЛИЗУ И ОБОСНОВАНИЮ ПРИНЦИПОВ ПОСТРОЕНИЯ ВЕКТОРНЫХ ПРИЕМНИКОВ

А.Г. ЛЕЙКО, Г.Д. ЛИПОВЕЦКАЯ, В.И. МАЯЦКИЙ, А.Е. КЛИМОВ, И.В. САВИНА
Киевский государственный научно-исследовательский институт гидроприборов.
03035, Киев-35,вул.Сурикова, 3
тел.(38-044)239-90-18, *факс* (38-044)239-90-17, *E-mail Ruba@ukrpak.net*

Analytical expression is received and equivalent scheme is constructed for vector transducers, carrying out in the form of thin circular cylindrical casing.

ВВЕДЕНИЕ

При построении систем активного гашения звука по методу Г.Д. Малюженца[1] используются приемные и излучающие поверхности, которые должны удовлетворять ряду условий. Принципиальными из них являются прозрачность для звука поверхностей, образованных из принимающих и излучающих преобразователей, и применение в качестве приемников и излучателей преобразователей, формирующих одностороннюю характеристику направленности. Первое условие обеспечивает неискажаемость звуковых полей структурными элементами акустической части систем активного гашения звука и реализуется обычно использованием преобразователей, малых по сравнению с длинами волн гасимых сигналов. Второе условие позволяет достичь в идеальном случае полного отсутствия акустической обратной связи между поверхностями, образованными из приемных и излучающих преобразователей. Одним из возможных путей практической реализации перечисленных условий является использование при построении акустической части систем активного гашения звука комбинированных акустических преобразователей. Они представляют собой многоканальные устройства, объединяющие в одной конструкции преобразователи различных типов – давления и колебательной скорости (векторные). В режиме приема регистрация колебательного движения частиц среды может быть осуществлена путем перемещения элементов векторного приемника, преобразующих механическое движение в электрические сигналы под действием на них движущихся частиц. Одним из таких приемников является цилиндрический преобразователь. Специфика его работы состоит в использовании определенных форм колебаний механической системы с распределенными параметрами. Собственными формами колебаний цилиндрической оболочки являются продольные колебания по окружности и изгибные колебания. При этом из всей совокупности форм колебаний векторную характеристику формируют только колебания, содержащие в разложении угловую зависимость вида $\cos\varphi$. К ним могут относиться как продольные, так и изгибные колебания. Остальные формы колебаний, не используемые в процессе заданного преобразования энергии, являются причиной искажения характеристик векторного приемника при его работе на рассматриваемой моде.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Целью работы является получение аналитических соотношений, позволяющих выполнить количественную оценку этого искажения. В круговых цилиндрических координатах $r.\varphi$ (плоская задача) дифференциальные уравнения вынужденных колебаний тонкой оболочки радиусом α и толщиной h могут быть представлены [2] в виде:

$$\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+\frac{E}{\rho a^2}\left[\omega+\frac{\partial V}{\partial\varphi}+\beta^2\left(-\frac{\partial^3 V}{\partial\varphi^3}+\frac{\partial^4\omega}{\partial\varphi^4}\right)\right]=P\frac{1-\nu^2}{\rho h}\quad; \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}-\frac{E}{\rho a}\left[\frac{\partial\omega}{\partial\varphi}+\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}-\beta^2\left(\frac{\partial^3\omega}{\partial\varphi^3}-\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2}\right)\right]=0,$$

где

ω и v – перемещение элемента оболочки соответственно вдоль радиуса и перпендикулярно ему;

P – давление на поверхности оболочки;

ρ – плотность материала оболочки;

ν – коэффициент Паусона;

E – модуль Юнга материала оболочки;

$\beta=\dfrac{h^2}{12a^2}$

Собственные колебания рассматриваемой механической системы, соответствующие решению системы уравнений (I) при P=0, распадаются на две группы: гармонические продольные (или радиальные) колебания, описывающиеся гармоническими функциями

$$\omega^{(np)}=W_n^{(np)}\cos\varphi e^{-jw_n^{np}t}, \tag{2}$$

$$V^{(np)}=nW_n^{np}\sin n\varphi e^{-jw_n^{np}t},$$

и изгибные колебания вида:

\

$$\omega^{(u3)}=W_n^{(u3)}\cos\varphi e^{-jw_n^{(u3)}t}, \tag{3}$$

$$V^{(u3)}=\frac{1}{n}W_n^{(u3)}\sin n\varphi e^{-jw_n^{(u3)}t}.$$

Решение системы уравнений (1) для случая, когда давление на поверхности представляется как $P=\Sigma P_n\cos n\varphi e^{-j\omega t}$, имеет следующий вид:

$$\omega=-\frac{a^2\left(1-\gamma^2\right)}{Eh}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{P_n\left[\Omega^2-n^2\left(1+\beta^2\right)\right]\cos\varphi e^{-jwt}}{\left(\Omega^2-\Omega_n^{(u3)2}\right)\left[\Omega^2+\Omega_n^{(np)2}\right]}; \tag{4}$$

$$V=-\frac{a^2\left(1-\vartheta^2\right)}{Eh}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{P_n n\left(1+\beta^2n^2\right)\sin n\varphi\, e^{-jwt}}{\left(\Omega^2-\Omega_n^{(u3)2}\right)\left[\Omega^2-\Omega_n^{(np)2}\right]},\ \text{где}$$

$$\Omega^2=\frac{w^2}{E/\rho a^2},\ \Omega^{(np)^2}=\frac{w_n^{(np)^2}}{E/\ \rho a^2}=n^2+1,$$

$$\Omega_n^{(u3)^2}=\frac{w_n^{(u3)^2}}{E/\ \rho a^2}=\frac{n^2\ \beta^{\ 2}\left(n^2-1\right)^2}{n^2+1}.$$

Воспользовавшись механическим імпледансом Z_n, запишем выражение (4) в компонентах колебательной скорости ὼ и ѷ:

$$\dot{\omega}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{P_n\cos n\varphi\, e^{-jwt}}{Z_n}\quad;\quad \dot{V}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{P_n n\left(1+\beta^2 n^2\right)\sin n\varphi\, e^{-jwt}}{Z_n\left[\Omega^2-n^2\left(1+\beta^2\right)\right]}\ ,\tag{5}$$

где $$Z_n=\frac{-jp_s c_p h\left(\Omega^2-\Omega_n^{(из)^2}\right)\left(\Omega^2-\Omega^{(пр)2}\right)}{\Omega a\left(\Omega^2-n^2\left(1+\beta^2\right)\right)}$$

Выражения (4) и (5) описывают радиальные и тангенциальные компоненты суммарного движения оболочки под воздействием плоской волны.

Из всех совокупностей форм (мод) колебаний цилиндрической оболочки колебания вида W cosφ e^{-jwt} формируют характеристику направленности cos α. При этом определяющим (с точки зрения вносимого вклада в искажения диаграмм напрвленности R= cosφ) являются колебания нулевой моды. Их влияние эквивалентно наличию «паразитной» чувствительности приемника градиента давления к акустическому давлению.

Рассмотрим более подробно колебания вида W_1 cosφe^{-jwt}, определяющие формирование характеристики направленности cosφ.

Обратим внимание на исключительно важное обстоятельство для понимания принципов построения векторных приемников. Колебания вида W_1 cosφe^{-jwt} представляют сумму продольных и изгибных колебаний кольца. Приемник градиента давления строится таким образом, что в качестве полезного используется один из видов колебаний: продольные или изгибные.

При этом не используемые в процессе полезного преобразования энергии виды колебаний являются причиной снижения чувствительности приемника.

Произведем разделение продольных и изгибных колебаний в кольце, основываясь на выражениях (5), а также выражениях (2) и (3), устанавливающих связь между радиальной и тангенциальной составляющими для каждого вида колебаний. Конкретизируем при этом также вид нагрузки, предполагая, что оболочка находится в поле плоской акустической волны, распространяющейся в направлении φ=0.

Аналогично выражениям (2) и (3), выражения для компонент колебательной скорости запишем как

$$\dot{\omega}_n^{пр}=\dot{W}_n^{пр}\cos n\,\varphi\, e^{-jwt}\ ;\qquad \dot{V}_n^{пр}=n\dot{W}_n^{пр}\ \sin n\,\varphi\, e^{-jwt};\tag{6}$$

$$\dot{\omega}_n^{из}=\dot{W}_n^{из}\cos n\,\varphi\, e^{-jwt};\qquad \dot{V}_n^{из}=-\frac{1}{n}\dot{W}_n^{из}\ \sin n\,\varphi\, e^{-jwt}\ .$$

Пользуясь принципом суперпозиции, представим для каждого n значения ω_n и V_n в виде:

$$\dot{\omega}_n=\dot{\omega}_n^{(пр)}+\dot{\omega}_n^{(из)}=\frac{P_n}{Z_n}\cos\varphi\, e^{-jwt};$$

$$\dot{V}_n=\dot{V}_n^{(пр)}+\dot{V}_n^{(из)}=\frac{P_n n\left(1+\beta^2 n^2\right)}{Z_n\left(\Omega^2-n^2\left(1+\beta^2\right)\right)}.\tag{7}$$

Поле вблизи цилиндра представим в виде ряда

$$P=P_o\sum_{n=0}^{\infty}\left[j^n\ \varepsilon_n\ J_n\left(kr\right)+A_n H_n^1\left(kr\right)\right]\cos\varphi\ ,\tag{8}$$

$$\varepsilon_n=\begin{cases}1, \text{ если } n=0;\\ 2, \text{ если } n\neq 0;\end{cases}$$

J_n (кr),$H_n^{(1)}$(кr) – функции Бесселя и Ханкеля порядка n соответственно.

Неизвестные коэффициенты A_n определяются из граничного условия:

$$\frac{j}{\rho\ c}\frac{\partial p}{\partial kr}\bigg|_{r=a} = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\dot{\omega}_n^{пр} + \dot{\omega}_n^{из}\right)$$

и имеют следующий вид:

$$A_n = \frac{\rho\ c}{j\ P_o H_n^{(1)^1}(ka)}\left[-\frac{j}{\rho\ c}P_o\ j^n\ \varepsilon_n J^{'}(ka) + \left(\dot{W}_n^{из} + \dot{W}_n^{пр}\right)\right] \qquad (9)$$

С учетом (9) выражения для давления (8) преобразуем к виду

$$P_{r=a} = P_o\sum_{n=0}^{\infty}\left\{ j^n\ \varepsilon_n\left[J_n(ka) - J^1(ka)\frac{H_n^{(1)}(ka)}{H_n^{(1)}\ (ka)}\right] - Z_{sn}\left(\dot{W}_n^{из} + \dot{W}_n^{пр}\right)\cos n\varphi\right.,$$

где $Z_s = j\rho\ c\dfrac{H_n^{(1)}(ka)}{H_n^{(1)^1}(ka)}$ - импенданц излучения цилиндра в наружную область.

Часть выражения для P, заключенная в квадратные скобки соответствует давлению, создаваемому плоской волной на заторможенной оболочке. Окончательно представим составляющую поля для каждого n в виде:

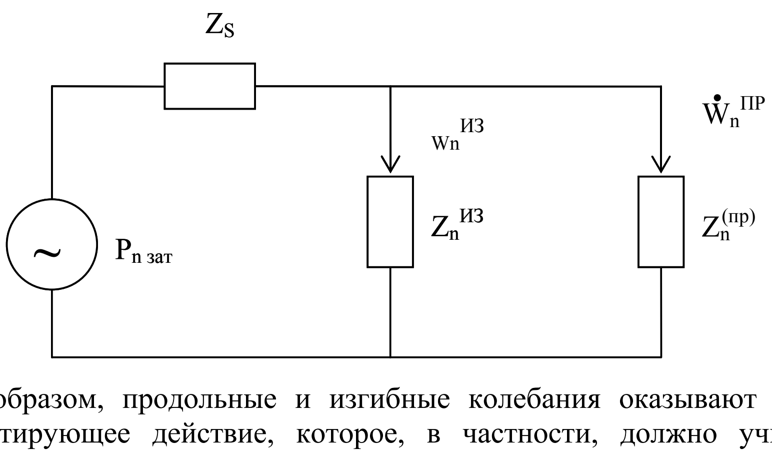
$$P_n = P_{n\ зат} - Z_s\left(\dot{W}_n^{пр} + \dot{W}_n^{из}\right)\cos n\varphi, \qquad (10)$$

где $$P_{n\ зат} = P_o E_n j^n\left[J_n(ka) - J_n^{'}(ka)\frac{H_n^{(1)}(ka)}{H_n^{(1)^{'}}(ka)}\right]\cos n\ \varphi.$$

Решая, совместно уравнения (6), (7)и(10), получаем следующие выражения для амплитуд скоростей радиальных компонент движения.

$$\dot{W}_n^{из} = \frac{P_{n\ зат} \bullet Z_n^{пр}}{Z_n^{пр}Z_n^{из} + Z_n^{пр}Z_s + Z_n^{из}Z_s}; \qquad \dot{W}_n^{пр} = \frac{P_{n\ зат}\ Z_n^{из}}{Z_n^{пр}\ Z_n^{из} + Z_n^{из}\ Z_s + Z_n^{из}\ Z_s} \qquad (11)$$

Выражениям (11) соответствует следующая эквивалентная схема:



Таким образом, продольные и изгибные колебания оказывают друг на друга взаимное шунтирующее действие, которое, в частности, должно учитываться при определении принципа построения векторных (градиентных) приемников и их проектировании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенная теория колебаний оболочки под воздействием звуковой волны дает ключ к обоснованию принципов построения векторных приемников. Фундаментальные положения, которые должны быть положены в основу обоснования принципов построения векторных приемников, следующие: принцип построения векторного приемника должен обеспечивать наиболее эффективное использование одного из типов колебаний (продольных или изгибных) первой моды. При этом действие второго типа колебаний первой моды, а также колебаний нулевой моды должно быть максимально ослаблено.

ЛИТЕРАТУРА.

1. 1.Бойко А.М., Тютекин В.В. Плоская активная система гашения звука, основанная на применении двумерных пространственных гармоник //Акуст. ж. – 2004.- 50,№1. – С.5-13.
2. Лэмб Г.Динамическая теория звука. Изд-во физ.-мат. научн. л-ры. М: 1960. – 372с.