

# ДВУХФАЗНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ АКУСТОМЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОНЕНТ, ФОРМИРУЮЩИХ МЫШЕЧНУЮ ТКАНЬ

А. А. ЗЕМЛЯКОВА<sup>1</sup>, В. Н. ОЛИЙНЫК<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Національний технічний університет України “КПІ”, Київ*

<sup>2</sup> *Інститут гидромеханики НАН України, Київ  
ул. Желябова, 8/4, 03680, Київ-180, ГСП, Україна  
тел. 456-69-83; e-mail: v\_oliynik@yahoo.com*

Проведено упрощене моделювання просторових акустомеханічних властивостей м'язової тканини на основі результатів, отриманих для мелкошарових серед. Такого підходу, наряду з постулюванням модельної середою як двухфазної, состоящей из изотропных компонент, позволило свести соотношения для оценки упругих свойств м'язової тканини к элементарным формулам для фазовых скоростей упругих волн. При этом в качестве основных рассмотрены два случая: распространение волн перпендикулярно слоям и распространение волн в направлении, параллельном плоскости укладки слоев. Поскольку модуль сдвига в мягких биотканях (волокно и соединительная “матрица”) варьируется сильнее всего, его неоднородность была выбрана в качестве параметра, контролирующего анизотропию. Согласно известным экспериментальным данным о динамических модулях сдвига и скоростях поперечных волн, в направлениях вдоль и поперек волокон эти величины могут различаться в нескольких раз (иногда на порядок). Анализ, проведенный на основе упрощенной модели двухфазной шарової середою, показал, что для формирования такой анизотропии модули сдвига волокна и “матрицы” должны различаться, как минимум, на один-два порядка.

## ВСТУПЛЕНИЕ

В настоящее время повышение интереса к теме распространения волн в упругих периодических средах вызвано активным развитием современных медицинских технологий, связанных с регистрацией и обработкой акустических сигналов, порожденных деятельностью человеческого организма [1]. Известно, что биологические ткани обладают весьма сложной структурой, определяющей специфику их акустомеханических свойств. Ярким примером этого может служить м'язовая ткань (рис. 1). Действительно, м'язцы являются биоконструктом, имеют четко выраженную волоконистую структуру и обладают анизотропией физических свойств в направлениях вдоль и поперек укладки волокон, играющих роль своеобразных армирующих элементов [2]. К сожалению, непосредственное моделирование динамики волоконистых композитов сопряжено с определенными трудностями, связанными с отсутствием хорошо развитых аналитических описаний их свойств [3, 4].

Исходя из сказанного, попытаемся упростить геометрию исследованной модели, ограничившись рассмотрением только идеально периодических двухкомпонентных сред. При этом нас будет интересовать, насколько проявляется анизотропия величин

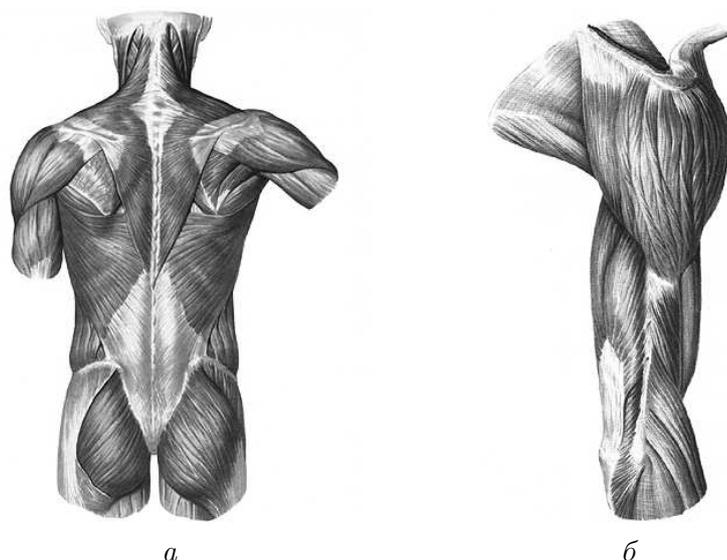


Рис. 1. Мышцы туловища (а) и руки (б) человека

фазовых скоростей волн, распространяющихся в разных направлениях, в зависимости от неоднородности физических свойств волокна и межволоконной “матрицы”.

Целью данной работы является моделирование пространственных акустомеханических свойств мышечной ткани на основе результатов, полученных С. М. Рытовым для мелкослоистых сред [5, 6]. При рассмотрении прохождения волн в слоистых средах рассмотрим два случая: распространение волн перпендикулярно слоям и распространение волн в направлении, параллельном плоскости укладки слоев.

## 1 МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЫШЕЧНОЙ ТКАНИ

Мышца, которая является активным элементом аппарата движения, состоит из поперечно-полосатых мышечных волокон, которые окружены соединительнотканной оболочкой – эндомиозием, а более крупные комплексы окружены рыхлой соединительной тканью – внутренним перимиозием [7]. Из этого можно сделать вывод, что плотность армирующего волокна больше плотности соединительной ткани. Впрочем, это различие незначительно и плотности всех компонент мышечной ткани можно считать примерно равными средней плотности  $\rho$ . Общеизвестно, что плотность мышечных тканей ненамного превышает плотность воды. Поэтому при постановке модельной задачи примем  $\rho = 1100 \text{ кг/м}^3$ .

Поскольку точное физическое моделирование волокнистой структуры довольно затруднительно, попытаемся ограничиться двухкомпонентной моделью: “армирующее волокно – соединительная матрица”. При этом первоочередным является вопрос об определении объемных долей указанных компонент в мышечной ткани (параметрам, относящимся к матрице, присвоим индекс “1”, а к волокну – “2”). Анализируя фотографии и зарисовки различных мышц человеческого организма (см. рис. 1), делаем вывод о том, что отношение средней толщины волокна  $h_2$  к характерному размеру соединительного слоя  $h_1$  составляет порядка 4 : 1 [2].

Таблица 1. Модули сдвига и скорости поперечных волн вдоль и поперек волокон

	$c_{xy}$ , М/с	$c_{xz}$ , М/с	$\mu_{xy}$ ( $10^5$ Па)	$\mu_{xz}$ ( $10^5$ Па)	$\sigma^2$
Бычья мышца [9]	23.55	16.51	6.100	3.000	2.03
Бычья мышца [10]	28.00	10.00	8.624	1.100	7.84
Бицепс человека [10]	12.00	3.00	1.584	0.099	16.00

Мышцы, как и все консолидированные мягкие ткани, слабо сжимаемы и обладают достаточно высокой изгибной податливостью. Это подтверждается экспериментальными оценками длинноволновых, по сравнению с толщиной волокна, скоростей продольных и поперечных волн в мышцах – 1500 м/с и  $1 \div 15$  м/с соответственно. Такое соотношение фазовых скоростей позволяет считать, что  $\lambda \gg \mu$ , где  $\lambda$  и  $\mu$  – константы Ламе материала. Для приближения изотропной мягкой ткани такая оценка впервые была дана в работе [8]. Очевидно, что аналогичные соотношения должны быть справедливы и для отдельных компонент:  $\lambda_1 \gg \mu_1$  и  $\lambda_2 \gg \mu_2$ . Что касается сдвигового модуля, то  $\mu_1$ , который соответствует соединительной ткани, должен быть меньше, чем  $\mu_2$  для армирующего волокна. Наименее исследованным остается вопрос о физической природе и величине затухания в мягких биотканях. Однако на этапе исследования анизотропии свойств мышечной ткани целесообразно ограничиться рассмотрением среды без затухания.

В работах [9, 10] даны результаты экспериментов на бычьей мышце и на бицепсе человека. Измеренные скорости сдвиговых волн и модули сдвига в направлениях вдоль и поперек волокон приведены в табл. 1.

## 2 ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ФАЗОВЫХ СКОРОСТЕЙ

Полная математическая формулировка задачи о распространении упругих волн в слоистой двухкомпонентной среде дана С. М. Рытовым [5, 6].

Здесь мы воспользуемся окончательными выражениями для фазовых скоростей продольных и поперечных волн, распространяющихся в разных направлениях (геометрия модели отражена на рис. 2). Так, для скорости волн сжатия при распространении параллельно слоям справедливо

$$c_{xx}^2 = \frac{1 + 4\varepsilon(1 - \varepsilon) \frac{(\mu_1 - \mu_2)[(\lambda_1 - \lambda_2) + (\mu_1 - \mu_2)]}{(\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + 2\mu_2)}}{\rho \left( \frac{\varepsilon}{\lambda_1 + 2\mu_1} + \frac{1 - \varepsilon}{\lambda_2 + 2\mu_2} \right)}, \quad \varepsilon = \frac{h_1}{h_1 + h_2}, \quad (1)$$

а при распространении перпендикулярно –

$$c_{zz}^2 = \frac{1}{\rho \left( \frac{\varepsilon}{\lambda_1 + 2\mu_1} + \frac{1 - \varepsilon}{\lambda_2 + 2\mu_2} \right)}. \quad (2)$$

Аналогично, для поперечных волн, распространяющихся вдоль волокон

$$c_{xy}^2 = \frac{s\mu_1 + (1 - s)\mu_2}{\rho}. \quad (3)$$

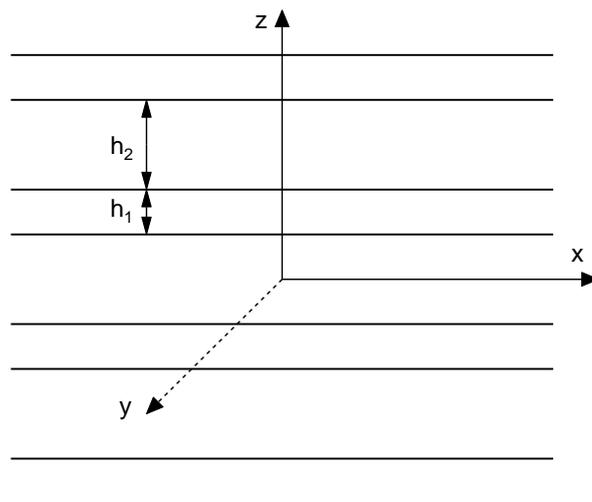


Рис. 2. Геометрия модельной слоистой среды

Таблица 2. Отношение сдвиговых модулей  $m = \mu_1/\mu_2$

	$\varepsilon = 0.7$ ( $h_1/h_2 = 0.43$ )	$\varepsilon = 0.8$ ( $h_1/h_2 = 0.25$ )	$\varepsilon = 0.9$ ( $h_1/h_2 = 0.11$ )
Бычья мышца [9]	0.1480	0.1230	0.0760
Бычья мышца [10]	0.0289	0.0224	0.1280
Бицепс человека [10]	0.0136	0.0104	0.0060

а для волн, распространяющихся перпендикулярно –

$$c_{xz}^2 = \frac{1}{\rho \left( \frac{\varepsilon}{\mu_1} + \frac{1-\varepsilon}{\mu_2} \right)}. \quad (4)$$

### 3 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Поскольку модуль сдвига в мягких биотканях (волокно и соединительная “матрица”) варьируется сильнее всего, его неоднородность была выбрана в качестве параметра, определяющего анизотропию:

$$\sigma^2 = \frac{\mu_{xy}}{\mu_{xz}} = \frac{c_{xy}^2}{c_{xz}^2} = \frac{1}{m} [(1-\varepsilon)m + \varepsilon] [(1-\varepsilon) + \varepsilon m], \quad m = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (5)$$

Анализ, проведенный на основе модели двухфазной слоистой среды, показал, что для формирования степени анизотропии, предсказываемой экспериментами [9, 10], модули сдвига волокна и “матрицы” должны различаться, как минимум, на один – два порядка (рис. 3). Эти же данные для реалистичного диапазона значений геометрической неоднородности  $0.7 \leq \varepsilon \leq 0.9$  представлены в табл. 2.

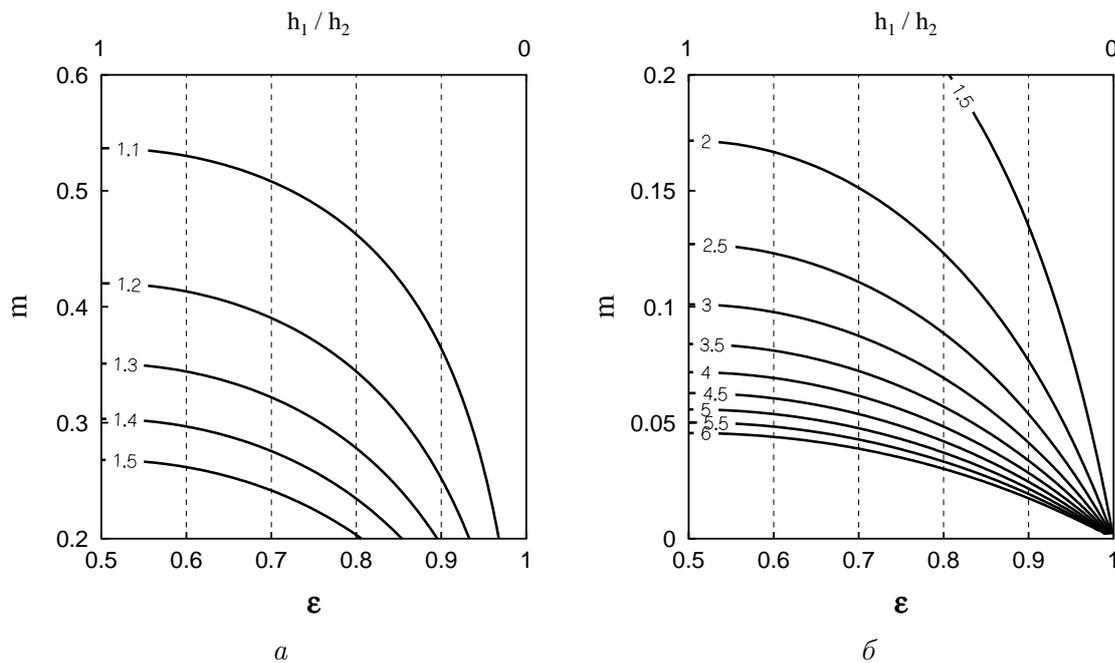


Рис. 3. Зависимость показателя анизотропии скорости поперечной волны от геометрического ( $\varepsilon$ ) и физического ( $m$ ) параметров неоднородности среды

Заметим, что в силу соотношений между величинами  $\lambda_{1,2}$  и  $\mu_{1,2}$ , с точностью до трех–четырёх значащих цифр справедливо  $c_{xx} \approx c_{zz}$  (скорость продольных волн не является эффективным индикатором анизотропии свойств мягких тканей).

## ВЫВОДЫ

Проведено упрощенное моделирование пространственных акустомеханических свойств мышечной ткани на основе результатов, полученных С. М. Рытовым для мелкослоистых сред. Такой подход, наряду с постулированием модельной среды как двухфазной, состоящей из изотропных компонент, позволил свести соотношения для оценки упругих свойств мышечной ткани к элементарным формулам для фазовых скоростей упругих волн. Показано, что для формирования наблюдаемой анизотропии динамических упругих свойств мышц модули сдвига волокна и “матрицы” должны различаться на несколько порядков.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вовк І. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н.* Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // Акуст. ж.– 1995.– **41**, N 5.– С. 758–768.
2. *Свиридов О. І.* Анатомія людини.– К.: Вища школа, 2001.– 399 с.
3. *Кристинсен Р.* Введение в механику композитов.– М.: Мир, 1982.– 334 с.

4. *Рущицький Я. Я., Цурпал С. І.* Хвилі в матеріалах з мікроструктурою.– К.: Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ, 1998.– 377 с.
5. *Рытов С. М.* Акустические свойства мелкослоистой среды // Акуст. ж.– 1956.– **2**, N 1.– С. 71–80.
6. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах.– М.: Наука, 1973.– 344 с.
7. *Большая медицинская энциклопедия.* Том 2.– М.: Сов. энцикл, 1975.– С. 366–368.
8. *Oestreicher H. L.* Field and impedance of an oscillating sphere in a viscoelastic medium with an application to biophysics // J. Acoust. Soc. Amer.– 1951.– **23**, N 6.– P. 707–714.
9. *Лебедева Л. П.* Измерение динамического комплексного модуля сдвига тканей животных // Акуст. ж.– 1965.– **11**, N 2.– С. 197–200.
10. *Gennisson J.-L., Catheline S., Chaffai S., Fink M.* Transient elastography in anisotropic medium: Application to the measurement of slow and fast shear wave speeds in muscles // J. Acoust. Soc. Amer.– 2003.– **114**, N 1.– P. 536–540.