# ОБОБЩЕННЫЙ ФАЗОВЫЙ МЕТОД ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ПРИЕМНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК ШИРОКОПОЛОСНЫХ ВРЕМЕННЫХ СИГНАЛОВ

Глазьев В.И., Зацерковский Р.А., Смидович О.В.

Киевский государственный НИИ гидроприборов

На базе критерия локальной пространственно-временной узкополосности получен обобщенный фазовый алгоритм диаграммообразования в приемных антенных решетках широкополосных временных сигналов на промежуточной частоте, показана связь обобщенного фазового метода с временным и фазовременным алгоритмами.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пространственная избирательность в цифровых приемных трактах с антенными решетками достигается фазированием дискретизированных колебаний отдельных приемников для ожидаемого угла прихода сигналов  $\theta_0$  и их когерентным суммированием.

Широкополосные колебания с относительной полосой  $\epsilon = D\Omega/\Omega \ge 0,1$ фазируется временным методом введением задержек с дискретизацией по верхней частоте колебания, узкополосные с параметром  $\epsilon \le 0,01$  — фазовым методом на промежуточной частоте с дискретизацией исходя из полосы спектра [1].

В цифровых устройствах диаграммообразования, формирующих выходные отсчеты за период дискретизации  $\Delta t = F_\pi^{-1}$ , для снижения вычислительных и аппаратных затрат, растущих линейно с частотой квантования, дискретизацию колебаний и обработку си гналов выполняют после гетеродинирования на промежуточную (в предельном случае на нулевую) частоту, исходя из полосы сигнала.

Пространственная обработка широкополосных сигналов на промежуточной частоте выполняется фазовременным методом – задержками и фазовращением.

Целью работы является получение единого алгоритма фазирования широкополосных временных сигналов как на несущей, так и на промежуточной частоте.

## 2 СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ШИРОКОПОЛОСНОГО ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЯ

В локационных системах различного назначения применяются широкополосные временные сигналы с непрерывными законами модуляции – линейным, квадратичным и другими.

В поле плоской частотно модулированной волны, распространяющейся вдоль раскрыва  $\Delta r$  со скоростью с, частота сигнала в точках r раскрыва является функцией r, t и, как следствие, волновой размер раскрыва G тоже зависит от времени t и может быть представлен в виде

гавлен в виде
$$G(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\Delta r} \frac{\Omega(t-r/c)}{c} dr. \tag{1}$$

При малых  $\Delta \tau$  волновой размер раскрыва в момент  $t+\Delta \tau$  в линейном приближении по  $\Delta \tau$  равен

$$G(t+\Delta\tau) \approx G(t) + (dG(t)/dt)\Delta\tau$$
.

Частота ЛЧМ сигнала с девиацией  $D\Omega$  за время  $\tau$  описывается выражением в пространственно-временной точке (t,r)

$$Ω(t-r/c) = Ω_0 + γ(t-r/c);$$
τge  $γ = DΩ/τ;$ 
(2)

и в этом случае

$$G(t+\Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\Omega_0 \Delta r}{c} + \frac{\gamma \Delta r}{c} + \frac{\gamma \Delta r^2}{2c^2} \right) + \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma \Delta r}{c} \Delta \tau;$$
 (3)

Волновые размеры направленных антенн всегда больше еденицы в любой момент времени

$$G(t+\Delta\tau) >> 1 \tag{4}$$

Если протяженность раскрыва  $\Delta r$ , временной интервал  $\Delta \tau$ , индекс модуляции  $\gamma$  при заданном с таковы, что

$$(1/2\pi)(\gamma \Delta r^2/2c^2) \le (1/2\pi)(\gamma \Delta r/c)\Delta \tau <<1$$
(5)

можно принять на интервале [t;  $t+\Delta \tau$ ]

$$G(t+\Delta\tau) \approx (1/2\pi)(\Omega_0 \Delta r/c + \gamma \Delta r/c) = (1/2\pi)(\Omega_0 + \gamma t)(\Delta r/c); \tag{6}$$

и считать во всех точках раскрыва  $\Delta r$  для  $0 \le r \le \Delta r$ 

$$\Omega(t-r/c) \approx \Omega(t) = \Omega_0 + \gamma t \tag{7}$$

Неравенство (5), приводящее к (7), дает условие локальной пространственно-временной узкополосности на интервале  $\Delta r \cdot \Delta \tau$  при заданных  $\gamma$ , с и позволяет сформировать фазовым методом характеристику направленности (XH) на мгновенной частоте  $\Omega(t)$  за время  $\Delta \tau$  .

При этом широкополосная XH может быть образована суммированием одновременно сформированных  $\Lambda$  парциальных характеристик на частотах  $\omega_l$ , эквивидистантно расставленных с шагом  $\Delta\omega$ =D $\omega/\Lambda$  в полосе D $\omega$ .

При широкополосном формировании XH на промежуточной частоте цифровыми методами должна выполняться следующая последовательность операций:

1 Узкополосная фильтрация гребенкой фильтров с комплексной импульсной характеристикой  $\{\dot{\mathbf{g}}_{l,v}\}$ 

$$X_{\mu,l,n}(\theta) = \sum_{\nu=0}^{N-1} b_{\nu} \cdot g_{l,\nu} \cdot x_{\mu,n-N+1+\nu}(\theta)$$
 (8)

где

 $b_{\nu}-$  весовая функция (временное окно);

$$g_{l,v} = (1/N)e$$

 $\omega_l$  – центральная угловая частота l-го узкополосного фильтра;

$$\omega_{l} = \begin{cases} \varpi + (l - L)\Delta\omega & l = \overline{0,2L}; \quad \Lambda = 2L + 1\\ \varpi + (l - L + 1/2)\Delta\omega & l = \overline{0,2L-1}; \quad \Lambda = 2L \end{cases}$$

 $x_{\mu,\nu}(\theta)$  —  $\nu$ -й временной отсчет сигнала с выхода  $\mu$ -го приемника (комплексный или вещественный);

 $\Delta \omega = 2\pi/N\Delta t$  – угловая полоса узкополосных фильтров;

 $\Delta t = F_{\pi}^{-1} -$  период дискретизации гетеродинированного сигнала;

N- порядок фильтра;

 $X_{\mu,l,n}$  – n-й временной отсчет комплексного сигнала на выходе l-го узкополосного фильтра  $\mu$ .

2 Парциальное фазирование узкополосных колебаний с выхода гребенки фильтров умножением комплексные поворачивающие множители  $\exp(i\Omega_1 r_u \cos(\beta_u(\theta_0)/c))$ , компенсирующие пространственную фазы, компоненту фазочастотные И корректирующие  $\exp(-j(N-1)\omega_1\Delta t/2)$ , устраняющие отрицательную множители интерференцию при сложении колебаний.

$$\begin{array}{ccc} & & & j\Omega_{i}r_{\mu}cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c & -j(N\text{-}1)\omega_{i}\Delta t/2 \\ X_{\mu,l,n}(\theta) \rightarrow X_{\mu,l,n}(\theta) \cdot e & & \cdot & e \end{array}$$

где

$$\begin{split} \Omega_l = \left\{ \begin{array}{ll} \overline{\Omega} + (1 + L + 1/2) \Delta \omega t & D\omega \approx 2L \Delta \omega \\ \overline{\Omega} + (1 + L) \Delta \omega & D\omega \approx (2L + 1) \Delta \omega \end{array} \right. \end{split}$$

 $\overline{\Omega}$  – среднее значение угловой частоты полосового сигнала до гетеродинирования;

 $r_{\mu}$  – модуль радиус-вектора  $r_{\mu}$   $\mu$ -го приемника;

 $\beta_{\mu}(\theta_0)$  – угол между радиус-вектором  $r_{\mu}$  и волновым вектором  $K(\theta_0).$ 

3 Когерентное сложение фазированных узкополосных комплексных колебаний  $\mu$ -го приемника в полосовой процесс  $\mathring{Y}$  с общим весом  $a_u$ 

$$Y_{\mu,n}(\theta,\theta_0) = \frac{a_{\mu}}{\Lambda N} \sum_{l=0}^{\Lambda-1} x_{\mu,l,n}(\theta) e^{j[\Omega_l r_{\mu} \cos(\beta_{\mu}(\theta_0)/c - (N-1)\omega_l \Delta t/2]}$$

$$(9)$$

Подставляя в (9) выражение для X из (8) и меняя порядок суммирования найдем

$$\dot{Y}_{\mu,n}(\theta,\theta_0) = \sum_{\nu=0}^{N-1} x_{\mu,n-N+1-\nu}(\theta) \frac{a_{\mu} \, b_{\nu}}{\Lambda \, N} \sum_{l=0}^{\Lambda-1} \dot{g}_{l,\nu} \, e^{j \left[ \Omega_l r_{\mu} cos(\beta_{\mu}(\theta_0)/c - (N-1)\omega_l \Delta t/2 \right] }$$

Вводя для внутренней суммы по 1 обозначение  $h_{\mu,\nu}(\theta_0,\Lambda)$  можно представить  $Y_{\mu,n}(\theta,\theta_0)$  в виде

$$Y_{\mu,n}(\theta,\theta_0) = \sum_{\nu=0}^{N-1} h_{\mu,\nu}(\theta_0,\Lambda) X_{\mu,n-N+1-\nu}(\theta)$$
(10)

где

$$\dot{h}_{\mu,\nu}(\theta_0,\Lambda) = \frac{a_\mu \, b_\nu}{\Lambda N} \sum_{l=0}^{\Lambda-1} \dot{g}_{l,\nu} \, e^{j\left[\Omega_l r_\mu \cos(\beta_\mu(\theta_0)/c - (N-1)\omega_l \Delta t/2\right]} \tag{11}$$

Подставляя в (11)  $\dot{g}_{l,\nu},\,\Omega_l,\,\omega_l$  и выполняя суммирование по 1 найдем

$$\begin{array}{ll} & j[\varpi(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \ \overline{\Omega}r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c] \\ h_{\mu,\nu}(\theta_{0},\Lambda) = & (a_{\mu}\,b_{\nu}/\Lambda N)\,e \end{array}$$

$$\times \frac{\sin\{(\Lambda/2)[(\nu-(N-1)/2)\Delta t + r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]\Delta\omega\}}{\sin\{(1/2)[(\nu-(N-1)/2)\Delta t + r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]\Delta\omega\}}; \tag{12}$$

X

где

 $h_{\mu,\nu}(\theta_0,\Lambda) - \nu$ -й временной отсчет широкополосного фозокомпенсирующего КИХ фильтра  $\mu$ -го приемника, образованного группой  $\Lambda$   $\Delta \omega$ -узкополосных фильтров.

. Импульсная характеристика широкополосного фазокомпенсирующего фильтра  $h_{\mu,\nu}(\theta_0,D\omega)$  в виде гребенки фильтров, непрерывно заполняющих полосу  $D\omega$ , может быть получена из (12) предельным переходом

$$\begin{split} & h_{\mu,\nu}(\theta_{0},\!D\omega) = \lim_{\Lambda \to \infty} h_{\mu,\nu}(\theta_{0},\!\Lambda) = \frac{a_{\mu} \, b_{\nu}}{N} \, j[\varpi(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \, \overline{\Omega} r_{\mu} \cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c] \\ & \times \lim_{\Lambda \to \infty} \frac{\sin\{(\Lambda/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/\Lambda\}}{\Lambda \sin\{(1/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/\Lambda\}} = \\ & = \frac{a_{\mu} \, b_{\nu}}{\Lambda \sin\{(1/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \, \overline{\Omega} r_{\mu} \cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/\Lambda\}} \\ & = \frac{a_{\mu} \, b_{\nu}}{N} \, j[\varpi(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \, \overline{\Omega} r_{\mu} \cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/2} \\ & \times \frac{\sin[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \, r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/2}{[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + \, r_{\mu}\cos(\beta_{\mu}(\theta_{0})/c]D\omega/2} \end{split}$$

4 Когерентное сложение полосовых колебаний с выхода m приемников, фазированных в направлении, задаваемом углом  $\theta_0$ 

$$\frac{1}{R_{n}(\theta,\theta_{0})} = \sum_{\mu=0}^{m-1} Y_{\mu,n}(\theta,\theta_{0}) = \sum_{\mu=0}^{m-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} h_{\mu,\nu}(\theta_{0}) \cdot x_{\mu,n-N+1}(\theta)$$
(14)

где

 $R_n(\theta,\theta_0)$  – n-й комплексный временной отсчет сигнала на выходе сформированного луча, ориентированного в направлении, задаваемом углом  $\theta_0$ .

Формулами (12)–(14) решается задача широкополосного формирования XH на промежуточной частоте.

### 3 АНАЛИЗ СВОЙСТВ АЛГОРИТМА

Условия локальной пространственно-временной узкополосности (5) определяет верхнюю границу  $N_B$  при выборе порядка фазокомпенсирующего фильтра N.

Учитывая, что 
$$\Delta \tau = N\Delta t = N/F_{\pi}$$
;  
из  $(\gamma/2\pi)(\Delta r/c) \Delta \tau = (\gamma/2\pi)N\Delta t(\Delta r/c) = \xi << 1$ ;  
следует  $N \le N_B = 2\pi \xi c F_{\pi}/\gamma \Delta r$ . (15)

Если фазокомпенсатор образован гребенкой конечного числа узкополосных фазирующих фильтров, из условия, накладываемого на ошибку фазирования  $\Delta \phi_{\text{макс}}$  при расстройке частоты сигнала на  $\Delta \omega/2$  относительно центральной частоты  $\omega_{\text{I}}$  парциального фильтра, находится нижняя граница  $N_{\text{H}}$ 

 $\Delta\phi_{\text{макс}} = \Delta\phi_{\mu l}(\omega_l + \Delta\omega/2)$  -  $\Delta\phi_{\mu l}(\omega_l) \leq \delta\psi;$  где  $\delta\psi$  - допуск; для круговой базы радиуса  $\Delta r$ 

$$\begin{split} \Delta \phi_{\text{Marc}} &= (\Delta \omega/2) (r_{\mu}/c) \cos \beta_{\mu}(\theta_{0}) \leq (\Delta \omega/2) (\Delta r/c) = (2\pi/2N\Delta t) (\Delta r/c) \leq \delta \psi; \\ N &\geq N_{H} = \pi \Delta r/\Delta t \cdot c \cdot \delta \psi = \pi F_{\pi} \Delta r/c \delta \psi \end{split} \tag{16}$$

и порядок фазокомпенсатора N должен удовлетворять двум условиям (15) и (16) одновременно.

$$2\pi\xi cF_{\pi}/\gamma\Delta r = N_{B} \ge N \ge N_{H} = \pi F_{\pi}\Delta r/c\delta\psi. \tag{17}$$

 $\Pi$ ри работе с низкочастотными сигналами, а также полосовыми сигналами, у которых  $\Omega$  несущая соизмерима с шириной полосы  $D\omega$ , гетеродинирование не дает выигрыша в объеме вычисления.

В этом случае

$$\Omega^{LH} = 0; \ \Omega = \overline{\Omega} - \Omega^{LH} = \overline{\Omega};$$

 $sin(1/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_{\mu} cos(\beta_{\mu}(\theta_0)/c]\Delta\omega$ 

и период дискретизации выбирается исходя из граничной частоты спектра сигналов

$$\Delta t \le 2\pi/2(\overline{\Omega} + D\omega/2) = \pi/\Omega_B. \tag{18}$$

Импульсная характеристика широкополосного фазокомпенсатора, обеспечивающего формирование действительных отсчетов  $Y_{\mu,n}(\theta,\theta_q)$  определяется как действительная или мнимая части комплексных коэффициентов  $h_{\mu,\nu}(\theta_0)$ , задаваемых формулами (12) и (13).

При работе с низкочастотными сигналами, дискретизированными по верхней частоте спектра из условия

$$\Omega_{\text{гн}} = 0; \quad D\omega = \Omega_{\text{B}}$$
 следует  $\overline{\omega} = \overline{\Omega} = D\omega/2;$   $D\omega/2 + \overline{\Omega} = \Omega_{\text{B}}$  (19)

и действительный отсчет импульсной характеристики фазокомпенсатора в виде «непрерывной» гребенки узкополосных фазирующих фильтров с учетом (13) и (19) можно представить в виде

$$h^c_{\;\mu,\nu}(\theta_0,D\omega) = \; Re \; h_{\mu,\nu}(\theta_0,D\omega) = \frac{a_\mu \, b_\nu}{N} \quad \frac{sin\Omega_B[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_\mu cos(\beta_\mu(\theta_q)/c]}{\Omega_B[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_\mu cos(\beta_\mu(\theta_q)/c]} \; . \label{eq:delta_potential}$$

При  $b_v = 1$  формула (10) с точностью до несущественной константы дает алгоритм интерполяционного по Найквист-Котельникову вычисления отсчетов широкополосного сигнала, смещенных относительно момента времени  $t_n$  на величину  $r_\mu \cos(\beta_\mu(\theta_q)/c$  и описывает, таким образом, интерполяционный временной метод фазирования [2].

Если частота гетеродина  $\Omega_{\text{гн}}$  равна частоте несущей  $\Omega$ ,

$$\omega = \overline{\Omega} - \Omega^{LH} = 0$$

Импульсная характеристика фильтра описывается выражением

$$\begin{split} \dot{h}_{\mu,\nu}(\theta_q, \Lambda) &= \frac{a_\mu \, b_{\Delta n} \quad j \ \overline{\Omega} r_\mu \text{cos}(\beta_\mu(\theta_q)/c \ \sin(\Lambda/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_\mu \text{cos}(\beta_\mu(\theta_q)/c]\Delta \omega}{\text{sin}(1/2)[(\nu\text{-}(N\text{-}1)/2)\Delta t + r_\mu \text{cos}(\beta_\mu(\theta_q)/c]\Delta \omega)} \end{split}$$

и формула (10) дает фазовременной алгоритм фазирования временной последовательности отсчетов комплексной огибающей  $x_{\mu}$ .

### выводы

- 1 Сформулирован критерий локальной пространственно-временной узкополосности для широкополосных  $D\Omega/\Omega>0.1$  временных сигналов, связывающий протяженность раскрыва антенны, скорость изменения частоты сложного сигнала и временной интервал, на котором можно принебречь эффектом девиации частоты и ввести узкополосную на мгновенной частоте характеристику направленности и широкополосную как сумму узкополосных мгновенных характеристик.
- 2 На основе фазового подхода синтезирован широкополосный фазокомпенсатор в виде суммы конечного числа  $\Lambda$  узкополосных фазирующих фильтров, эквидистантно расставленных в широкой полосе и в виде суммы бесконечного числа узкополосных фазирующих фильтров с непрерывной расстановкой в широкой полосе.
- 3 Показано, что обобщенный фазовый метод диаграммообразования дает единый алгоритм фазирования широкополосных вещественных и комплексных колебаний с выходов антенной решетки как низкочастотных на несущей частоте с дискретизацией по  $\Omega_B = \Omega + D\Omega/2$ , так и полосовых на промежуточной частоте с дискретизацией по  $\omega_B = \omega + D\Omega/2$ .

При этом фазовый, фазовременной и временной методы пространственной обработки получаются из обобщенного фазового алгоритма диаграммообразования как частные случаи при различных комбинациях параметров импульсной характеристики  $\overline{\Omega}$ ,  $D\Omega$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Самойлов Л.К. Электронное управление характеристиками направленности антенн, Л., «Судостроение»,1987, с.107-127.
- 2 Придэм Р.Г., Муччи Р.А. Цифровой интерполяционный метод формирования луча для низкочастотных и полосовых сигналов/ ТИИЭР т.67 №6 1979 с.29-48.