КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

А.В. Наседкин
(Россия, Ростовский госуниверситет)

Рассматриваются проблемы конечно-элементного моделирования пьезоэлектрических излучателей и приемников ультразвуковых волн, нагруженных на акустические среды. Описываются подходы, принятые в конечно-элементных пакетах ANSYS и ACELAN. Особо отмечается комплекс симметричных седловых алгоритмов, реализованных в разработанном на кафедре математического моделирования РГУ под руководством проф. А.В.Белоконя пакете ACELAN, предназначенном для решения динамических задач акустоэлектроупругости. Анализируется опыт расчетов по МКЭ конкретных пьезоустройств: многослойных пьезоизлучателей силовой антенной решетки ультразвукового литотриптора, сферических пьезоизлучателей и др.

Отмечается, что в ряде случаев для гидроакустических применений оказываются эффективными пьезоизлучатели, выполненные из пористой керамики. В связи с этим уделено внимание реализации метода эффективных модулей для определения полного набора эффективных констант пористой пьезокерамики по конечно-элементным решениям специальных задач электроупругости для представительных объемов.

Введение. Пьезоэлектрические устройства, предназначенные для приема или излучения акустических волн, конструктивно выполняются обычно в виде многослойных пакетов, включающих собственно пьезоэлементы и элементы из упругих материалов. Последние используются как переходные слои для согласования импедансов пьезоэлектрика и акустической среды, как демпферы для подавления колебаний в нежелательных направлениях, и, наконец, в клеевых соединениях и корпусах. Для таких устройств важнейшими являются расчеты их амплитудно-частотных характеристик, т.е. анализ в режиме установившихся колебаний при различных частотах, и расчеты нестационарных процессов. При этом исследования динамических режимов должны проводиться с учетом рабочей акустической среды.

Метод конечных элементов (МКЭ) занимает лидирующее положение среди численных методов, применяемых при расчете составных пьезоустройств. Моделированию работы пьезопреобразователей по МКЭ посвящена обширная литература (см., например, [1,2]). Включение в расчетную модель акустической среды может быть осуществлено двумя эффективными путями. При первом подходе ее моделирование проводится по методу граничных элементов (МГЭ) с дальнейшим объединением уравнений МКЭ модели пьезоэлектрического устройства с уравнениями МГЭ для акустической среды. Данная схема для гармонических режимов описана в [3,4]. Второй подход заключается в построении конечных элементов (КЭ) для акустической среды с учетом контакта некоторых из них с деформируемыми твердыми телами и последующем включении акустических КЭ в общую расчетную конечно-элементную (КЭ) систему. При этом сохраняются общая идеология МКЭ и многие вычислительные свойства КЭ матриц. Такой подход реализован в известном КЭ пакете ANSYS [5] и в пакетах ATILA [6] и PZFlex [7], специально ориентированных на расчет пьезоэлементов с акустической средой. Ниже, следуя [8-12], описываются КЭ аппроксимации с учетом поглощающих свойств акустической среды и при использовании оригинальных моделей демпфирования.

Континуальные постановки задач акустоэлектроупругости. Рассмотрим некоторый пьезопреобразователь Ω, представленный набором областей $\Omega_j = \Omega_{pk}$; k=1,2,...,N_p; j=k со свойствами пьезоэлектрических материалов и набором областей $\Omega_j = \Omega_{em}$; m=1,2,...,N_e; j=N_p+m со свойствами упругих материалов. Будем считать, что физико-механические процессы, происходящие в средах Ω_{pk} и Ω_{em}, можно адекватно описать в рамках теорий пьезоэлектричества (электроупругости) и упругости.

Для пьезоэлектрических сред $\Omega_j = \Omega_{pk}$ будем предполагать, что выполняются следующие полевые уравнения и определяющие соотношения

$$\rho_{pk}\ddot{\mathbf{u}} + \alpha_{dj}\rho_j\dot{\mathbf{u}} - \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}_j; \qquad \nabla\cdot\mathbf{D} = 0, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{c}_j^E \cdot\cdot(\boldsymbol{\varepsilon} + \beta_{dj}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{e}_j^T\cdot\mathbf{E}; \quad \mathbf{D} + \varsigma_d\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{e}_j\cdot\cdot(\boldsymbol{\varepsilon} + \varsigma_d\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) + \text{э}_j^S\cdot\mathbf{E}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T)/2; \qquad \mathbf{E} = -\nabla\varphi, \tag{3}$$

где α_{dj}, β_{dj}, ζ_d – неотрицательные коэффициенты демпфирования, а остальные обозначений стандартны для теории электроупругости, за исключением дополнительного индекса "j", указывающего на принадлежность к среде Ω_j с номером j.

Для сред $\Omega_j = \Omega_{em}$ с чисто упругими свойствами будем учитывать только механические поля, для которых примем аналогичные (1)–(3) полевые уравнения и определяющие соотношения в пренебрежении электрическими полями и эффектами пьезоэлектрической связности.

Наконец, пьезоэлектрическое устройство может быть нагружено на рабочие акустические среды $\Omega_j = \Omega_{al}$; l=1,2,...,N_a; j=l+N_p+N_e. Для этих областей будем использовать уравнения акустики с учетом линейных диссипативных эффектов

$$\frac{1}{\rho_j c_j^2}\dot{p} + \nabla\cdot\mathbf{v} = 0; \qquad \mathbf{v} = \nabla\psi, \tag{4}$$

$$\rho_j\dot{\mathbf{v}} = \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}; \qquad \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + b_j\nabla\mathbf{v}, \tag{5}$$

где ρ_j – равновесное значение плотности; c_j – скорость звука; b_j – диссипативный коэффициент для среды $\Omega_j = \Omega_{em}$; p – звуковое давление; $\mathbf{v}$ – вектор скорости; ψ – потенциал скоростей; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений; $\mathbf{I}$ – единичный тензор.

Отметим, что принятые здесь модели (1)–(5) отличаются специфическими способами учета демпфирования. Для упругих сред имеем модель учета демпфирования по Релею. Эта модель в (1)–(3) обобщена на пьезоэлектрические среды. Подробное обсуждение модели (1)–(3) содержится в [11, 13], а обсуждение модели (4), (5) для акустической среды с диссипацией – в [8].

К (1)–(5) необходимо добавить соответствующие главные и естественные граничные условия, условия согласования полей по границам контакта различных сред, импедансные условия для "усечения" акустических областей, а также начальные условия для нестационарных задач [8].

Аппроксимации МКЭ в ACELAN. Для решения динамических задач акустоэлектроупругости будем использовать МКЭ в классической лагранжевой формулировке. Выберем согласованную КЭ сетку, задаваемую в областях Ω_{hj}, аппроксимирующих области Ω_j. На этой сетке неизвестные полевые функции $\mathbf{u}$, φ и ψ аппроксимируем в форме

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{N}_u^T(\mathbf{x})\cdot\mathbf{U}(t); \; \varphi(\mathbf{x},t) = \mathbf{N}_\varphi^T\cdot\boldsymbol{\Phi}(t); \; \psi(\mathbf{x},t) = \mathbf{N}_\psi^T(\mathbf{x})\cdot\boldsymbol{\Psi}(t), \tag{6}$$

где $\mathbf{N}_u$ – матрица функций формы для поля перемещений $\mathbf{u}$; $\mathbf{N}_\varphi$, $\mathbf{N}_\psi$ – векторы функций формы для электрического потенциала φ и потенциала скоростей в акустической среде ψ; а $\mathbf{U}(t)$, $\mathbf{\Phi}(t)$, $\mathbf{\Psi}(t)$ – глобальные векторы соответствующих узловых степеней свободы.

Аппроксимация МКЭ (6) обобщенных постановок динамических задач (1)–(5), включающих основные главные и естественные граничные условия, приводит к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\mathbf{M}\cdot\ddot{\mathbf{a}}+\mathbf{C}\cdot\dot{\mathbf{a}}+\mathbf{K}\cdot\mathbf{a}=\mathbf{F}; \qquad \mathbf{F}=\lfloor \mathbf{F}_u, \mathbf{F}_\varphi+\varsigma_{\mathrm{d}}\dot{\mathbf{F}}_\varphi, 0\rfloor^T, \tag{7}$$

$$\mathbf{M}=\begin{pmatrix}\mathbf{M}_{uu} & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_{u\psi}\\ 0 & 0 & 0\\ \tilde{\mathbf{R}}_{u\psi}^T & 0 & -\mathbf{M}_{\psi\psi}\end{pmatrix}; \quad \mathbf{C}=\begin{pmatrix}\mathbf{C}_{uu} & 0 & \mathbf{R}_{u\psi}\\ \varsigma_{\mathrm{d}}\mathbf{K}_{u\varphi}^T & 0 & 0\\ \mathbf{R}_{u\psi}^T & 0 & -\mathbf{C}_{\psi\psi}\end{pmatrix}; \quad \mathbf{K}=\begin{pmatrix}\mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\varphi} & 0\\ \mathbf{K}_{u\varphi}^T & -\mathbf{K}_{\varphi\varphi} & 0\\ 0 & 0 & -\mathbf{K}_{\psi\psi}\end{pmatrix}; \tag{8}$$

относительно вектора неизвестных $\mathbf{a}=\lfloor \mathbf{U},\mathbf{\Phi},\mathbf{\Psi}\rfloor^T$. Здесь $\mathbf{C}_{uu}=\sum_j(\alpha_{dj}\mathbf{M}_{uuj}+\beta_{dj}\mathbf{K}_{uuj})$, где $\mathbf{M}_{uuj}$ и $\mathbf{K}_{uuj}$ – структурные КЭ матрицы масс и жесткости соответственно, а остальные входящие в (7), (8) подматрицы описаны в [8]. В случае нестационарных задач к системе (7), (8) следует присовокупить начальные условия $\mathbf{a}(0)=\mathbf{a}_0$; $\dot{\mathbf{a}}(0)=\dot{\mathbf{a}}_0$, получающиеся из (6) и соответствующих континуальных начальных условий.

Симметричные формы разрешающих уравнений для ACELAN. Для задач об установившихся колебаниях, когда $\mathbf{F}_u=\tilde{\mathbf{F}}_u(\mathbf{x})\exp(j\omega t)$; $\mathbf{F}_\varphi=\tilde{\mathbf{F}}_\varphi(\mathbf{x})\exp(j\omega t)$; $\mathbf{a}=\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x})\exp(j\omega t)$, из (7), (8) легко получить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно вектора амплитуд $\tilde{\mathbf{a}}$

$$\mathbf{K}_c\cdot\tilde{\mathbf{a}}=\tilde{\mathbf{F}}_c; \qquad \tilde{\mathbf{F}}_c=\lfloor \tilde{\mathbf{F}}_u,\tilde{\mathbf{F}}_\varphi,0\rfloor^T \tag{9}$$

$$\mathbf{K}_c=\begin{pmatrix}\mathbf{K}_{uuc} & \mathbf{K}_{u\varphi} & \mathbf{K}_{u\psi c}\\ \mathbf{K}_{u\varphi}^T & -\mathbf{K}_{\varphi\varphi c} & 0\\ \mathbf{K}_{u\psi c}^T & 0 & -\mathbf{K}_{\psi\psi c}\end{pmatrix} \tag{10}$$

$$\mathbf{K}_{\eta\eta c}=-\omega^2\mathbf{M}_{\eta\eta}+i\omega\mathbf{C}_{\eta\eta}+\mathbf{K}_{\eta\eta};\ \eta=u,\psi;\ \mathbf{K}_{u\psi c}=-\omega^2\tilde{\mathbf{R}}_{u\psi}+i\omega\mathbf{R}_{u\psi};\ \mathbf{K}_{\varphi\varphi c}=\frac{1}{(1+i\omega\zeta_d)}\mathbf{K}_{\varphi\varphi}.$$

Для нестационарных задач используем метод Ньюмарка в альтернативной формулировке [9-12]. Для этого на $\forall\, j$-ом временном слое $t_j=j\tau$ ($\tau=\Delta t$ – шаг по времени) к (7), (8) применим осредняющие операторы Y_j согласно формулам

$$Y_j\mathbf{b}=\sum\nolimits_{k=0}^{2}\beta_k\mathbf{b}_{j+1-k};\quad \mathbf{b}=\mathbf{a},\mathbf{F}_u,\mathbf{F}_\varphi, \tag{11}$$

$$Y_j\dot{\mathbf{a}}=\frac{1}{\tau}(\gamma\mathbf{a}_{j+1}-(2\gamma-1)\mathbf{a}_j-(1-\gamma)\mathbf{a}_{j-1}); \quad Y_j\ddot{\mathbf{a}}=\frac{1}{\tau^2}(\mathbf{a}_{j+1}-2\mathbf{a}_j+\mathbf{a}_{j-1}), \tag{12}$$

где $\mathbf{b}_j=\mathbf{b}(t_j)$; $\beta_0=\beta$; $\beta_1=\gamma_1-2\beta$; $\beta_2=\gamma_2+\beta$; $\gamma_1=1/2+\gamma$; $\gamma_2=1/2-\gamma$.

Здесь β, γ – параметры метода Ньюмарка, безусловно устойчивого при $4\beta\ge(1/2+\gamma)^2$; $\gamma\ge1/2$.

В итоге, из (7), (8), (11), (12) получаем шаговую по t_j неявную схему вида

$$\mathbf{K}^{eff}\cdot\mathbf{a}_{j+1}=\mathbf{F}^{eff}(Y_j\mathbf{F}_u,Y_j\mathbf{F}_\varphi,\mathbf{a}_j,\mathbf{a}_{j-1}), \tag{13}$$

$$\mathbf{K}^{eff} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}^{eff}_{uu} & \mathbf{K}_{u\varphi} & \mathbf{K}^{eff}_{u\psi} \\ \mathbf{K}^{T}_{u\varphi} & -\mathbf{K}^{eff}_{\varphi\varphi} & 0 \\ \mathbf{K}^{eff\,T}_{u\psi} & 0 & -\mathbf{K}^{eff}_{\psi\psi} \end{pmatrix}, \qquad (14)$$

$$\mathbf{K}^{eff}_{\eta\eta} = \frac{1}{\beta\tau^2}\mathbf{M}_{\eta\eta} + \frac{\gamma}{\beta\tau}\mathbf{C}_{\eta\eta} + \mathbf{K}_{\eta\eta}\,;\ \eta = u,\psi\,,\ \mathbf{K}^{eff}_{\eta\eta} = \frac{1}{\beta\tau^2}\widetilde{\mathbf{R}}_{u\psi} + \frac{\gamma}{\beta\tau}\mathbf{R}_{u\psi}\,;\ \mathbf{K}^{eff}_{\varphi\varphi} = (1 + \frac{\zeta_d\gamma}{\beta\tau})^{-1}\mathbf{K}_{\varphi\varphi}\,,$$

а вектор $\mathbf{F}^{eff}(Y_j\mathbf{F}_u, Y_j\mathbf{F}_\varphi, \mathbf{a}_j, \mathbf{a}_{j-1})$ приведен в [12].

Эффективная матрица жесткости $\mathbf{K}^{eff}$ в (14) имеет блочную седловую структуру. Эта матрица может быть факторизована по методу квадратного корня [14], что позволяет на каждом временном слое решать СЛАУ с треугольными матрицами. Отметим, что такие важнейшие процедуры, как повороты узловых степеней свободы и учет главных граничных условий, необходимые для формирования систем (12), (17), также могут быть реализованы в симметричных формах без нарушения структур матриц МКЭ [14].

КЭ анализ пьезоизлучателей акустических волн в ANSYS. КЭ пакет ANSYS «тяжелого» класса, как и ACELAN, предоставляет вполне достаточные средства для расчетов пьезоизлучателей акустических волн. Подробный анализ возможностей ANSYS в пьезоэлектрическом анализе содержится в [15-17].

Отметим, что в качестве аппроксимирующих функций при решении задач акустоэлектроупругости в ANSYS применяются функции перемещений **u**, электрического потенциала φ, а также функция избыточного давления p в акустической среде. Таким образом, этот набор отличается от (6) использованием вместо функции потенциала скоростей в акустической среде ψ функции избыточного давления p. Такой выбор, в отличие от (9)-(14), приводит к разрешающим системам МКЭ с несимметричными матрицами. Затухание в акустической среде в ANSYS не учитывается, т.е. для модели (4), (5) в ANSYS b_j =0. Для твердотельной структуры можно задавать лишь «механическое» демпфирование» ($\zeta_d = 0$ в (1)-(3)), что позволяет качественно описывать затухание волновых полей, но не позволяет дать термодинамического обоснования используемой модели. Набор КЭ для связанного акустопьезоэлектрического анализа в ANSYS довольно ограничен, так, например, отсутствуют КЭ более высоких порядков, чем билинейные, для осесимметричных и плоских задач пьезоэлектричества. Для сопряжения упругих и пьезоэлектрических сред с акустической средой в ANSYS используются специальные поверхностные элементы, учитывающие контактные граничные условия. Бесконечные акустические области моделируются импедансными граничными условиями и/или конечными «бесконечными» акустическими элементами по искусственным границам.

Система уравнений движения МКЭ акустоэлектроупругости для нестационарных задач, в отличие от (11), (12), интегрируется по времени по классической схеме Ньюмарка. Поскольку в ANSYS принят вариант схемы Ньюмарка с ускорениями и скоростями, то для системы уравнений движения без производных по t у $\mathbf{\Phi}$ параметры α (α=β) и δ (δ=γ) схемы Ньюмарка в пьезоэлектрическом анализе фиксированы: α =0.25 и δ =0.5. При этих значениях параметров схема Ньюмарка не обладает аппроксимизационной вязкостью, наличие которой может быть полезно для подавления паразитных мод.

Несмотря на отмеченные ограничения, мощь и богатый сервис комплекса ANSYS (прекрасные средства пер- и постпроцессора, командный язык APDL и пр.) позволяют его успешно использовать в расчетах реальных пьезоустройств. Примеры расчетов в ANSYS пьезоизлучателей ультразвуковых волн содержатся в [16, 18,19]. В [16, 18] описаны расчеты трехслойного пьезоизлучателя силовой антенной решетки ультразвукового литотриптора, причем в [16] приведены специальные одномерные «квазиупругие» КЭ, а в [19] приведены результаты расчетов характеристик сферических пьезоизлучателей. Отмечено, что при проведении расчетов в ультразвуковом диапазоне частот необходимо использовать в акустической среде достаточно мелкие сетки, а при моделировании сферического пьезоизлучателя для задания радиальных направлений поляризации требуется вводить КЭ с различными элементными системами координат.

Моделирование пьезоизлучателей из пористой керамики. В последнее время все более привлекательными для ультразвуковых применений становятся пьезоустройства с композитными пьезоэлементами. Основной выгодой от их использования является возможность существенного улучшения основных рабочих параметров пьезоустройств. Это определяет актуальность моделирования пьезокомпозиционных материалов, и в частности, пористых пьезокерамик, для которых имеет место хорошая согласованность импедансов керамики и рабочей акустической среды, а поэтому не требуются дополнительные переходные упругие слои.

Опираясь на идеи [20, 21], в [22-24] были рассмотрены различные аспекты метода эффективных модулей для неоднородных пьезоэлектрических сред. В [22] сформулированы утверждения для осредненных полевых характеристик, обобщающие известные для упругих сред. Выделены четыре статические задачи электроупругости для представительного объема, позволяющие находить эффективные модули неоднородного пьезоэлектрического тела. Данные задачи различались граничными условиями на поверхности представительного объема. Для всех задач указаны определенные виды граничных условий, позволяющие по удобным формулам вычислить полный набор эффективных модулей электроупругой среды с произвольным классом анизотропии. В [23] приведены результаты расчетов полного набора эффективных модулей пористой пьезокерамики ПКР-1. Задачи для представительного объема решались численно с использованием пакета ANSYS. Более подробно подходы, использованные при разработке программ на макроязыке APDL ANSYS для определения эффективных модулей пористой пьезокерамики, изложены в [24]. В представленных в [24] алгоритмах учтена возможность частичной поляризации керамики в окрестности пор.

В заключении можно сделать вывод, что КЭ пакеты ANSYS и ACELAN позволяют эффективно рассчитывать реальные пьезоизучатели и пьезоприемники ультразвуковых волн при динамических режимах с учетом их нагрузок на акустические среды.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№№ 02-01-00840, 03-07-90411-в) и программы "Университеты России" (№ УР.03.01.005).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шульга Н.А.*, *Болкисев А.М.* Колебания пьезоэлектрических тел. Киев, 1990. 228 с.
2. *Naillon M.*, *Coursant R.H.*, *Besnier F.* Analysis of piezoelectric structures by a finite element method // Acta Electronica. 1983. Vol.25. № 4. P.341-362.
3. *Smith R.R.*, *Hunt J.T.*, *Barach D.* Finite element analysis of acoustically radiating structures with applications to sonar transducers // J. Acoust. Soc. Amer. 1973. Vol.54. № 5. P.1277-1288.
4. *Балабаев С.М.*, *Ивина Н.Ф.* Анализ пьезопреобразователей комбинированным методом конечных и граничных элементов // Акустический журн. 1996. Т.42. № 2. С.172-178.
5. ANSYS. Theory Reference. Rel.5.4. / Ed. *P. Kohnke*. ANSYS, Inc. Houston. 1997.
6. ATILA. Finite-element code for piezoelectric and magnetostrictive transducer and actuator modeling. V.5.1.1. User's Manual. / Lille Cedex (France): ISEN, 1997.
7. *Wojcik G.L.*, *Vaughan D.K.*, *Abbound N.*, *Mould J.* Electromechanical modeling using explicit time-domain finite elements // Proc. IEEE Ultrasonic Symp. 1993. Vol.2. P.1107-1112.

8. *Наседкин А.В.* К расчету по МКЭ пьезопреобразователей, нагруженных на акустическую среду // Изв. ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естеств. науки. 1999. № 1. С. 48-51.
9. *Наседкин А.В., Скалиух А.С., Соловьев А.Н.* Пакет ACELAN и конечно-элементное моделирование гидроакустических пьезопреобразователей // Изв. ВУЗов. Северо-Кавказский регион. 2001. Спецвыпуск. Математическое моделирование. С. 122-125.
10. Белоконь А.В., Наседкин А.В., Соловьев А.Н. Схемы нестационарного пьезоэлектрического конечно-элементного анализа в пакете ACELAN // Теоретич. и прикл. механика. 2001. Вып.33. Харьков: Донецкий нац. ун-т. С. 45-51.
11. *Белоконь А.В., Наседкин А.В., Соловьев А.Н.* Новые схемы конечно-элементного динамического анализа пьезоэлектрических устройств // ПММ. 2002. Т. 66, № 3. С. 491-501.
12. *Белоконь А.В., Наседкин А.В., Никитаев А.В., Петушков А.Л., Скалиух А.С., Соловьев А.Н.* Новая версия пакета ACELAN для проведения расчетов пьезоизлучателей и пьезоприемников акустических волн // Пьезотехника-2002. Межд. научно-практич. конф. «Фунд. пробл. пьезоэлектрич. приборостроения». Тверь, 17-21 сент. 2002 г. Сб. докл. Тверь, ТвГУ, 2002. С. 171-179.
13. Наседкин А.В. Особенности учета демпфирования в конечно-элементном пьезоэлектрическом анализе // Материалы Межд. научн.-практич. конф. "Фунд. пробл. пьезоэлектрич. приборостроения" ("Пьезотехника-2000"), Москва, 27 ноября-1 декабря 2000. М., 2000. С. 154-158.
14. *Акопов О.Н., Белоконь А.В., Надолин К.А., Наседкин А.В., Скалиух А.С., Соловьев А.Н.* Симметричные седловые алгоритмы конечно-элементного анализа составных пьезоэлектрических устройств // Мат. моделирование. 2001. Т. 13, № 2. С. 51-60.
15. *Белоконь А.В., Наседкин А.В.* Моделирование пьезоизлучателей ультразвуковых волн с использованием программного комплекса ANSYS // Изв. ТРТУ. Тематич. вып. “Материалы научн.-техн. конф. Мед. информац. системы - МИС-98”. Таганрог: ТРТУ, 1998. №4(10). С.147-150.
16. *Даниленко А.С., Наседкин А.В.* Исследование импульсных характеристик многослойных пьезоизлучателей по МКЭ // Совр. пробл. мех. сплошной среды. Труды V Межд. конф., г.Ростов-на-Дону, 12-14 окт. 1999г. Т. 2. / Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ, 2000. С.93-98.
17. *Наседкин А.В.* О практической реализации некоторых этапов пьезоэлектрического анализа на ANSYS // Сб. тр. I конф. пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 25-26 апр. 2001 г.). / Под ред. А.С. Шадского. М.: изд-во «Барс», 2002. С.427-433.
18. *Белоконь А.В., Наседкин А.В., Иванов П.В., Ситало Е.И., Цихоцкий Е.С.* Конечно-элементный расчет трехслойного пьезоизлучателя акустических волн с использованием ANSYS // Труды Межд. научно-практич. конф. «Фунд. пробл. пьезоэлектрич. приборостроения» («Пьезотехника-99»), Ростов-на-Дону, Азов, 14-18 сент. 1999 г. Т. 2. / Ростов-на-Дону, 1999. С.265-274.
19. *Наседкин А.В., Рыбянец А.Н.* Конечно-элементный расчет в ANSYS акустического пучка, генерируемого сферическим фокусирующим пьезоизлучателем // Сб. тр. II конф. пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 17-18 апр. 2002 г.). / Под ред. А.С. Шадского. М.: изд-во «Барс», 2002. С.312-317.
20. *Хорошун Л.Н., Маслов Б.П., Лещенко П.В.* Прогнозирование эффективных свойств пьезоактивных композитных материалов. Киев: Наукова Думка, 1989. 347 с.
21. *Getman I., Lopatin S.* Theoretical and experimental investigation of the porous PZT ceramics // Ferroelectrics. 1996. V.186. P. 301–304.
22. *Наседкин А.В.* О некоторых способах определения эффективных характеристик неоднородных пьезоматериалов // Совр. пробл. мех. сплошной среды. Тр. VII Межд. конф. памяти акад. РАН И.И.Воровича, Ростов н/Д, 22-24 окт. 2001г. Т. 1. / Ростов н/Д: Изд-во «ЦВВР», 2002. С.182-188.
23. *Наседкин А.В.* О некоторых численных экспериментах по расчету эффективных модулей пористой пьезокерамики // Совр. пробл. мех. сплошной среды. Тр. VIII Межд. конф., Ростов н/Д, 14-18 окт. 2002г. / Ростов н/Д: Изд-во «Новая книга», 2003. С. 110-115.
24. *Наседкин А.В.* Реализация в ANSYS метода эффективных модулей для расчета характеристик пористых пьезокомпозитов // Сб. тр. III конф. пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH (Москва, 23-24 апр. 2003 г.). / Под ред. А.С. Шадского. М.: Полигон-пресс, 2003. С.478-481.