

УДК 534.232

АНАЛИЗ ДАВЛЕНИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ НА ПРОТЯЖЕНИИ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ

А. Ф. НАЗАРЕНКО*, Т. М. СЛИОЗБЕРГ*, А. А. НАЗАРЕНКО**

*Одесский национальный политехнический университет

** Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова

Исследуется прямооточный гидродинамический источник акустических колебаний со звукообразующим элементом кавитационной природы. Исходя из скорости изменения давления в кавитационной области с учетом отдельных фаз ее формирования и развития, находится давление в ней как функция времени на протяжении периода колебаний. Эта функция исследуется на экстремум. Находится избыточное давление, при котором происходит взрывообразный выброс содержимого кавитационной области. Расчетная зависимость давления от времени сопоставляется с осциллограммами акустического сигнала, генерируемого излучающей системой.

Досліджується прямооточне гідродинамічне джерело акустичних коливань зі звукоутворюючим елементом кавітаційної природи. Виходячи зі швидкості зміни тиску в кавітаційній області з врахування окремих фаз її формування і розвитку, знаходиться тиск в ній як функція часу протягом періоду коливань. Ця функція досліджується на екстремум. Знаходиться надлишковий тиск, при якому відбувається вибухоподібний викид вмісту кавітаційної області. Розрахункова залежність тиску від часу порівнюється з осциллограмами акустичного сигналу, що генерується випромінюючою системою.

The direct-flow hydrodynamic source of acoustic oscillations with sound generating element of cavitation nature is studied. Departing from cavitation area's inner pressure speed with reference to separate stages of its shaping and progress? the inner pressure is found as time-dependent function through the oscillation period. That function is studied as to extremum. The excessive pressure actual for cavitation area content's explosive overshoot is determined. The calculation dependency pressure-to-time is correlated to oscillograms of acoustic signal generated by emitting system.

ВВЕДЕНИЕ

Применение гидродинамических источников акустических колебаний научного и технологического назначений во многих случаях оказывается предпочтительным по сравнению с использованием других излучателей. Генерирование колебаний в гидродинамических излучателях вызывается протекающими в них сложными гидродинамическими и акустическими процессами. В связи с этим моделирование этих процессов представляет как научный, так и прикладной интерес.

В исследуемой гидродинамической излучающей системе звукообразование происходит благодаря образованию кавитационной области, локализованной затопленной струей жидкости: периодическое схлопывание этой области и является источником распространения в окружающей жидкости акустических колебаний. Истекающая из кругового целевого сопла полая цилиндрическая струя натекает на плоскую преграду [1]. Внутри цилиндрического объема между соплом и преградой попадает часть расхода натекающей струи, которая, двигаясь вихреобразно по тороидальной поверхности, вызывает кавитацию. Эта накачка продолжается до тех пор, пока избыточное по сравнению с окружающим давление внутри кавитационной области не приведет к резкому выбросу ее содержимого. Процесс повторяется с периодичностью, определяющей частоту основного тона сложного спектра генерируемых колебаний.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Из сказанного выше следует определяющая роль в процессе звукообразования давления p_1 внутри кавитационной области. Разработанная модель гидродинамической излучающей системы [2] позволяет определить изменение давления со временем в течение периода колебаний и то избыточное давление, при котором происходит нарушение сплошности струи, ограничивающей кавитационную область, и выброс ее содержимого в окружающую жидкость. Показано, что скорость изменения этого давления определяется формулой

$$\frac{dp_1}{dt} = -p_1^0 \omega e^{-i\omega t} - D, \quad (1)$$

где p_1^0 и D – постоянные, связанные с геометрическими и гидродинамическими параметрами излучающей системы, ω – циклическая частота выбросов.

Из этого уравнения следует, что скорость изменения давления внутри полости гармонически изменяется (первое слагаемое) относительно некоторой постоянной величины (второе слагаемое). В связи с этим удобно представить давление $p_1(t)$ в виде

$$p_1(t) = p_1'(t) + p_1''(t) \quad (2)$$

и

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{dp_1'}{dt} + \frac{dp_1''}{dt},$$

где

$$\frac{dp_1'}{dt} = -p_1^0 \omega e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

$$\frac{dp_1''}{dt} = -D. \quad (4)$$

Для сравнения расчетной зависимости с экспериментальной удобно перейти от комплексной экспоненциальной функции в формулах (1) и (3) к действительной гармонической функции. Выбор вида последней сделан с учетом предусмотренных моделью трех фаз, на которые подразделяется период колебаний. Подразделение на фазы проводилось из следующих соображений.

Если положить началом цикла момент времени, непосредственно следующий за окончанием взрывообразного выброса содержимого полости в конце предыдущего цикла, то в начале периода давление p_1 в области между торцами сопла и преградой оказывается меньше давления P_0 в окружающей жидкости. Струя, продолжая истекать из сопла и достигая преграды, отсекает от окружающей жидкости полость, давление в которой становится равным P_0 . В приближении гармонических колебаний этот промежуток времени соответствует первой четверти периода ($0 \leq t \leq \frac{T}{4}$) и составляет условно первую фазу – формирование локализованной области. Накачка жидкости в эту область, превышающая одновременный отток жидкости из нее в ограничивающую полость струи за счет эффекта Бернулли, приводит к повышению в ней давления. Это продолжается до тех пор, пока внутреннее давление p_1 не превысит наружное P_0 на величину, достаточную для нарушения сплошности струи, локализующей полость, что приводит к ее разрыву и выбросу содержимого наружу. В приближении гармонических колебаний этот проме-

жуток времени составляет вторую четверть периода ($\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}$) и выделяется условно во вторую фазу – нагнетание жидкости в полость. И, наконец, взрыв полости, сопровождающийся изменением давления в области ее локализации от максимального его значения до минимального в приближении гармонических колебаний соответствует второй половине периода ($\frac{T}{2} \leq t \leq T$) и условно составляет третью фазу колебаний.

С учетом сказанного выше удобно в формуле (3) заменить гармонический комплексный экспоненциальный множитель $e^{-i\omega t}$ действительным в виде $-\sin \omega t$, в результате чего представить с учетом этой замены дифференциальное уравнение (3) в виде

$$\frac{dp_1'}{dt} = p_1^0 \omega \sin \omega t,$$

или

$$dp_1' = p_1^0 \omega \sin \omega t \cdot dt.$$

Начальное условие для этого уравнения, в соответствии с выбранным началом периода, приобретает вид

$$p_1'(0) = P_0 - p_1^0,$$

а решение этого уравнения с этим начальным условием имеет вид

$$p_1'(t) = P_0 - p_1^0 \cos \omega t. \quad (5)$$

Ясно, что в приближении гармонических колебаний параметр p_1^0 имеет смысл амплитуды.

Уравнение (4) описывает скорость уменьшения давления внутри полости, происходящее за счет оттока жидкости из нее в струю из-за эффекта Бернулли. Этот отток осуществляется только в течение второй фазы: $\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}$. Из этих соображений уравнение (4) приобретает вид

$$\frac{dp_1''}{dt} = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \frac{T}{4}, \\ -D, & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ 0, & \frac{T}{2} < t \leq T, \end{cases}$$

соответствующий принятой модели и выделенным фазам.

Для каждой фазы выбирается начальное условие с учетом происходящих в ней процессов.

Так, в начале цикла значение давления p_1'' , относительно которого происходит колебание, нулевое, а в начале второй и третьей фаз равно тем значениям, которые оно достигает в конце предыдущей фазы.

На протяжении первой фазы давление p_1'' – решение уравнения

$$dp_1'' = 0$$

с начальным условием

$$p_1''(0) = 0,$$

– определяется функцией

$$p_1''(t) = 0,$$

значение которой в конце первой фазы

$$p_1''\left(\frac{T}{4}\right) = 0.$$

Аналогично для второй фазы уравнение с начальным условием

$$dp_1'' = -D dt, \quad p_1''\left(\frac{T}{4}\right) = 0,$$

его решение

$$p_1''(t) = -D\left(t - \frac{T}{4}\right)$$

и значение давления в конце второй фазы

$$p_1''\left(\frac{T}{2}\right) = -D\frac{T}{4}.$$

И, наконец, на протяжении третьей фазы

$$\frac{dp_1''}{dt} = 0, \quad p_1''\left(\frac{T}{2}\right) = -D\frac{T}{4},$$

$$p_1''(t) = -D\frac{T}{4}.$$

Таким образом, второе слагаемое функции (2) может быть записано в виде

$$p_1''(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4}, \\ -D\left(t - \frac{T}{4}\right), & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ -D\frac{T}{4}, & \frac{T}{2} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (6)$$

Давление внутри локализованной области, на основании формул (2), (5) и (6) определяется функцией

$$p_1(t) = P_0 - p_1^0 \cos \omega t +$$

$$+ \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \frac{T}{4}, \\ -D\left(t - \frac{T}{4}\right), & \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ -D\frac{T}{4}, & \frac{T}{2} \leq t \leq T. \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 1 изображены функции $p_1'(t)$, (кривая 1), $p_1''(t)$ (кривая 2) и $p_1(t)$ (кривая 3) в пределах одного периода, посчитанные по формулам (5), (6) и (7) для реального излучателя со следующими параметрами: среднее значение радиуса щелевого сопла 13.5 мм, ширина щели 0.7 мм, расстояние между торцами сопла и преграды 12 мм, –

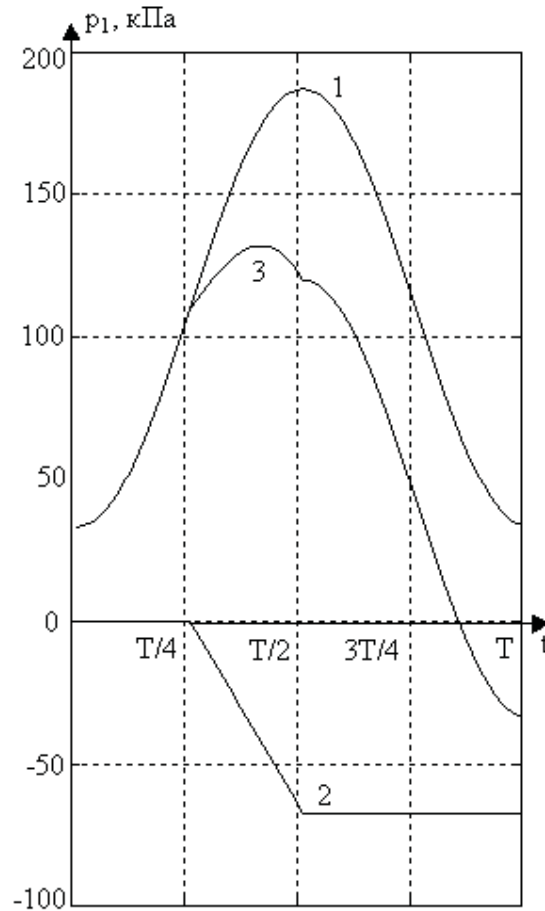


Рис. 1

працюючого в такому режимі: середня швидкість виходу рідини з сопла $v_0 = 33$ м/с, тиск в оточуючій рідині $P_0 = 110$ кПа. Частота основного тону генерованих коливань, розрахована за допомогою моделі, дорівнює 356 Гц і близька до експериментально отриманої для того ж випромінювача в тому ж режимі, яка становить 360 Гц. Видно, що, завдяки ефекту Бернуллі, тиск $p_1(t)$ досягає максимуму до досягнення половини періоду, тобто трохи раніше, ніж гармонічне складове $p_1'(t)$: наповнення рідини в порожнину закінчується раніше, ніж передбачалося при умовному розділенні процесу на окремі фази.

З цього малюнка видно також, що максимальний тиск p_1 перевищує тиск $P_0 = 110$ кПа, тобто цілісність локалізованої області зберігається при певному надлишковому внутрішньому по відношенню до зовнішнього тиску

$$\Delta p_1(t) = p_1(t) - P_0.$$

Полученная функция $p_1(t)$, определяемая формулой (7), позволяет оценить максимальное значение этого избыточного давления, при котором происходит нарушение сплошности круговой струи, то есть оценить ее “прочность”. Для этого функция $\Delta p_1(t)$ во второй четверти периода, на протяжении которой этот максимум наблюдается,

$$\Delta p_1(t) = -p_1^0 \cos \omega t - D \left(t - \frac{T}{4} \right), \quad \frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (12)$$

исследовалась на экстремум. Получено, что максимальное значение $\Delta p_1(t)$ достигается в момент времени

$$\tau = \frac{1}{\omega} \left(\pi - \arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right) \text{)}^1$$

и составляет

$$\Delta p_{1\max} = \Delta p_1(\tau) = p_1^0 \cos \left(\arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right) - D \frac{2\pi}{\omega} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{D}{p_1^0 \omega} \right). \quad (8)$$

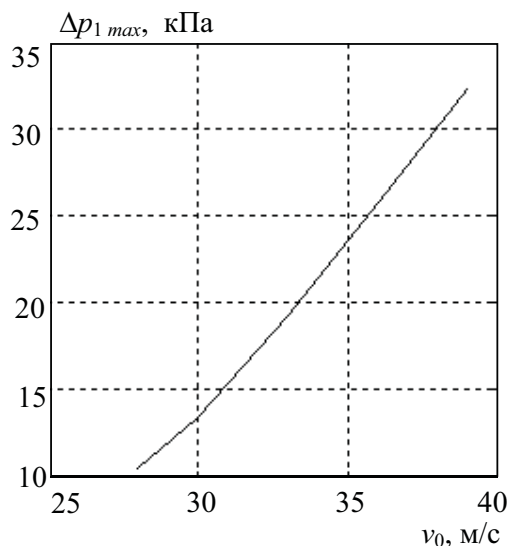


Рис. 2

На рис. 2 показана зависимость $\Delta p_{1\max}$, рассчитанная по формуле (8), от средней скорости v_0 истечения жидкости из сопла. Величина $\Delta p_{1\max}$ является функцией v_0 , поскольку от этой скорости зависят входящие в нее параметры p_1^0 , D и круговая частота ω . Величина $\Delta p_{1\max}$ растет с увеличением v_0 по закону, близкому к линейному. Это свидетельствует о росте “упругости” и “прочности” струи с увеличением скорости жидкости в ней. Этот результат представляется вполне физическим и свидетельствует в пользу проведенного выше анализа и положенных в его основу предположений.

¹⁾ Здесь под \arcsin понимается его значение в первом квадранте.

2. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ

Сравнение расчетных результатов проводилось с осциллограммой акустического сигнала, генерируемого гидродинамической излучающей системой. Сигнал воспринимался датчиком звукового давления и анализировался осциллографом.

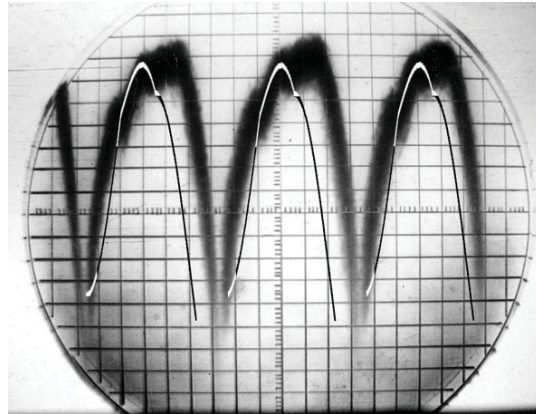


Рис. 3.

На рис. 3 изображена одна из таких осциллограмм. Она полагалась экспериментально определенной зависимостью от времени давления, возбуждаемого в жидкости в месте нахождения датчика. Корреляция этой зависимости с функцией $p_1(t)$, показанной на рис. 1, очевидна. Поскольку осциллограмма представляет экспериментальную зависимость давления в относительных единицах, теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (7), изображена на рис. 3 сплошной линией также в соответствующих относительных единицах. При этом ординаты экспериментальных и теоретических кривых в начале цикла совмещены, разность между расчетным значением давления в начале периода и его максимальным значением совпадает с разностью между начальным значением давления на осциллограмме и положением середины ее толщины в области наибольших значений давления, а в качестве периода колебаний выбран промежуток времени между началами двух последовательных циклов.

При сравнении следует учитывать, что теоретическая кривая получена для частоты основного тона сложного спектра генерируемых колебаний, а в сигнале, анализируемом осциллографом, присутствуют также и высшие гармоники. Несмотря на это, совпадение может считаться удовлетворительным. Тот факт, что положение максимума расчетной кривой на оси времени попадает в область наибольших значений давлений осциллограммы, свидетельствует в пользу проделанного анализа давления внутри кавитационной области.

ВЫВОДЫ

Из сказанного выше следует определяющая для процесса звукообразования гидродинамической излучающей системой роль давления внутри звукообразующего элемента. Разработанная модель этой излучающей системы [1, 2] позволяет определять:

- изменение внутреннего давления со временем на протяжении периода колебаний; сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей свидетельствует об их удовлетворительном совпадении;
- избыточное давление, при котором происходит нарушение сплошности струи, ограничивающей полость, и выброс ее содержимого в окружающую среду; рост этой величины с увеличением скорости истечения жидкости из сопла свидетельствующий об увеличении при этом “упругости” и “прочности” струи, согласуются с гидродинамическими представлениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Назаренко А.Ф., Назаренко А.А., Слиозберг Т.М.* Спектральные характеристики акустического сигнала, генерируемого звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. X сессии Рос. акуст. общества. М.: Изд-во “ГЕОС”, 2000. – Т.2. – С. 119 – 123.
2. *Назаренко А.А.* Автоколебания кольцевой затопленной струи жидкости, натекающей на плоскую преграду // Сб. тр. VI сессии Рос. акуст. общества. М.: Изд-во Моск. гос. горн. ун-та, 1997. – С. 419 – 422.