

**МЕТОД ФАНТОМОВ В ТЕОРИИ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК**

Глазьев В.И., Зацерковский Р.А., Смидович О.В.

*Киевский государственный НИИ гидроприборов*

Рассмотрены вопросы пространственной обработки сигналов в антенных решетках с фантомными приемниками и лучами, образованными интерполяцией выходных сигналов физических приемников и предварительно сформированных характеристик направленности (ХН). Метод может найти применение в радиолокации, акустике, геофизике при синтезе антенных устройств и управлении параметрами ХН в процессе работы.

**1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Пространственная избирательность антенны определяется ХН, которая в случае одномерных решеток с временным методом фазирования описывается выражением [1]

$$R(\varphi_0, \varphi) = \sum_{\Delta\mu=0}^{m-1} A_{\Delta\mu} U_{\Delta\mu}[t - \tau_{\Delta\mu}(\varphi_0), \varphi] \quad (1)$$

где  $\varphi$  – угол, задающий направление прихода плоской волны в горизонтальной плоскости;

$\varphi_0$  – угол, задающий ориентацию формируемой ХН в пространстве;

$\tau_{\Delta\mu}(\varphi_0)$  – задержка, компенсирующая фазовый набег луча от приемника с координатой  $\mathbf{r}_{\Delta\mu}$  до плоскости равных фаз, нормальной к волновому вектору  $\mathbf{K}(\varphi_0)$ , и определяющая фазовое распределение в раскрыве;

$U_{\Delta\mu}(t, \varphi)$  – сигнал на выходе приемника с координатой  $\mathbf{r}_{\Delta\mu}$  от плоской волны с волновым вектором  $\mathbf{K}(\varphi_0)$ ;

$A_{\Delta\mu}$  – коэффициент амплитудного распределения;

$m$  – число приемников, формирующих ХН.

Из выражения (1) следует, что ХН является как функцией угла прихода луча  $\varphi$ , так и внутренних переменных: закона распределения приемников в раскрыве –  $\mathbf{r}_{\Delta\mu}$ , амплитудного –  $A_{\Delta\mu}$  и фазового –  $\omega\tau_{\Delta\mu}$  распределений

$$R = R(\varphi, \mathbf{r}_{\Delta\mu}, \tau_{\Delta\mu}, A_{\Delta\mu}).$$

Синтез антенны заключается в определении закона распределения приемников в раскрыве  $\mathbf{r}_{\Delta\mu}$ , амплитудного  $A_{\Delta\mu}$  и фазового  $\tau_{\Delta\mu}$  распределений, обеспечивающих заданные параметры ХН (ширину главного лепестка, уровень бокового поля, положение нулей) при ограничениях, накладываемых на значения внутренних параметров.

Обычными конструктивными ограничениями являются максимальные размеры антенны и максимальное число приемников в раскрыве антенны.

В многолучевых системах максимальное количество формируемых ХН, обеспечивающих одновременный обзор акватории, определяется заданным сектором параллельного обзора, шириной ХН и уровнем их перекрытия.

После того как форма и размер антенны, число приемников и закон их распределения в раскрыве зафиксированы, синтез антенны состоит в определении амплитудно-фазового распределения, обеспечивающего формирование ХН с наилучшим приближением к заданной.

В процессе эксплуатации число приемников и закон их распределения, а в многолучевых системах число ХН при выбранной конфигурации антенны постоянны и,

таким образом, для управления параметрами ХН используются две степени свободы из четырех (амплитудное и фазовое распределения), между тем как переменная по шагу преобразователей и закону их распределения апертура, а также введение дополнительных характеристик в многолучевой системе открывают дополнительные возможности в части управления ориентацией, уровнем бокового поля, нулями.

Целью работы является исследование алгоритмов пространственной фильтрации в антеннах с управляемым распределением приемников и лучей.

## 2 АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ФАНТОМНЫХ ПРИЕМНИКОВ И ЛУЧЕЙ

Модели, основанные на использовании представления о фиктивных источниках колебаний – монополях, диполях, заполняющих излучающую, рассеивающую поверхность, широко используются при расчетах полей [2] и могут найти применение в задачах синтеза приемных антенн.

Переменная по числу преобразователей и закону распределения антенна, а также переменная по числу ХН многолучевая система могут быть образованы введением новых или дополнительных фантомных приемников-лучей с помощью вычислительной процедуры, примененной к пространственной сигнальной выборке по выходу решетки физических приемников или системы предварительно сформированных ХН.

Поле плоской волны, а также ХН аддитивной синфазной антенны описываются непрерывными гладкими функциями и заданное своими отсчетами на конечном дискретном множестве точек, допускают их тригонометрическую интерполяцию в остальных точках области определения [3].

Для нечетного числа узлов

$$\hat{U}(\xi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^L (a_l \cos \frac{2\pi l \xi}{\mu} + b_l \sin \frac{2\pi l \xi}{\mu}); \quad (2)$$

где  $\mu = 2L+1$ ;

$$a_l = \frac{2}{2L+1} \sum_{\Delta\mu=1}^L U_{\Delta\mu} \cos \frac{2\pi l \xi \Delta\mu}{\mu} \quad (3)$$

$$b_l = \frac{2}{2L+1} \sum_{\Delta\mu=1}^L U_{\Delta\mu} \sin \frac{2\pi l \xi \Delta\mu}{\mu} \quad (4)$$

$l = \overline{0, L}; \xi \in [0, 2L];$

$U_{\Delta\mu}$  – значение функции (отсчет поля, ХН) в узле интерполяции;

$\hat{U}(\xi)$  – интерполированное значение функции в точке интервала с координатой  $\xi$ .

Подставляя выражение для коэффициентов  $a_l, b_l$  из (3) и (4) в (2) и меняя порядок суммирования, можно представить  $\hat{U}(\xi)$  в виде

$$\hat{U}(\xi) = \sum_{\Delta\mu=0}^{2L} K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) U_{\Delta\mu}; \quad (5)$$

где

$$K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) = \frac{2}{2} \left( \frac{1}{2} + \sum_{l=1}^L \cos \frac{2\pi l (\Delta\mu-\xi)}{2L+1} \right). \quad (6)$$

$$2L+1$$

Выполняя в (6) суммирование по  $l$  найдем с учетом [4]

$$K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) = \frac{2}{2L+1} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sin \frac{L}{2L+1} (\Delta\mu-\xi)\pi}{\sin \frac{(\Delta\mu-\xi)\pi}{2L+1}} \cos \frac{L+1}{2L+1} (\Delta\mu-\xi)\pi \right) \quad (7)$$

Можно показать, что координатные функции  $K(\Delta\mu-\xi, 2L+1)$  обладают следующими свойствами:

1)

$$\lim_{\xi \rightarrow \Delta\mu} K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) = 1;$$

2) если  $\Delta\mu-\xi = z$  – целое число, не равное нулю

$$K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) = K(z, 2L+1) = 0; \quad (8)$$

Свойства 1) и 2) можно объединить

$$K(\Delta\mu-\Delta\rho, 2L+1) = \delta_{\Delta\mu, \Delta\rho} = \begin{cases} 1 & \Delta\mu = \Delta\rho \\ 0 & \Delta\mu \neq \Delta\rho \end{cases} \quad (9)$$

3) функции  $K(z, 2L+1)$  целочисленного аргумента  $z$  ортогональны на дискретном множестве точек

$$\sum_{\Delta\rho=0}^{2L} K(\Delta\mu-\Delta\rho, 2L+1) K(\Delta q-\Delta\rho, 2L+1) = \sum_{\Delta\rho=0}^{2L} \delta_{\Delta\mu, \Delta\rho} \delta_{\Delta q, \Delta\rho} = \delta_{\Delta\mu, \Delta q}$$

4) функция  $K(\Delta\mu-\xi, 2L+1)$  – периодическая с периодом  $2L+1$

$$K(\Delta\mu-\xi+2L+1, 2L+1) = K(\Delta\mu-\xi, 2L+1);$$

5)

$$\lim_{L \rightarrow \infty} K(\Delta\mu-\xi, 2L+1) = \frac{\sin(\Delta\mu-\xi)\pi}{(\Delta\mu-\xi)\pi} \quad (10)$$

Выражение (5) в случае бесконечных пределов с учетом явного вида координатной функции (10) представляет собой односторонний ряд Котельникова функции и, как это следует из способа получения, котельниковское приближение является предельным случаем тригонометрического приближения, когда интервал определения бесконечен.

Аналогичным образом найдем в случае четного числа узлов ( $\mu = 2L$ )

$$\hat{U}(\xi) = \sum_{\Delta\mu=0}^{2L-1} K(\Delta\mu-\xi, 2L) U_{\Delta\mu};$$

где

$$K(\Delta\mu-\xi, 2L) = \frac{1}{L} \left( \frac{1 + \cos(\Delta\mu-\xi)\pi}{2} + \frac{\sin \frac{L-1}{2L}(\Delta\mu-\xi)\pi}{\sin \frac{(\Delta\mu-\xi)}{2L}\pi} \cos \frac{(\Delta\mu-\xi)}{2}\pi \right) \quad (11)$$

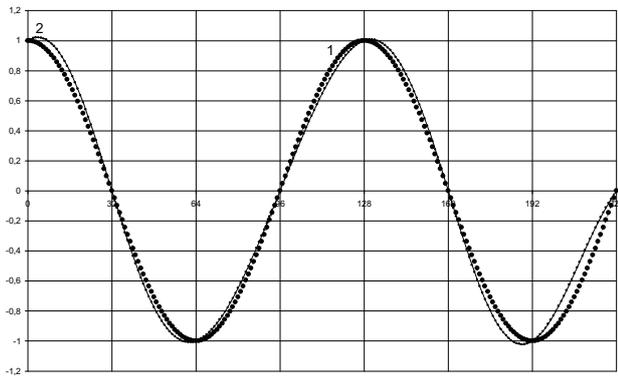


Рисунок 1

При этом координатная функция (11) обладает свойствами аналогичными свойствам 1) – 5) для функции (7).

Распределение поля плоской волны с углом прихода  $-\pi/6$  в раскрыве линейной антенны длиной  $3,5\lambda$ , рассчитанное по его значениям в  $m=8$  узлах, представлено на рисунке 1 (кривая 1 – точное распределение, кривая 2 – интерполированное распределение). Ошибка интерполяции  $\delta = 0,008$ .

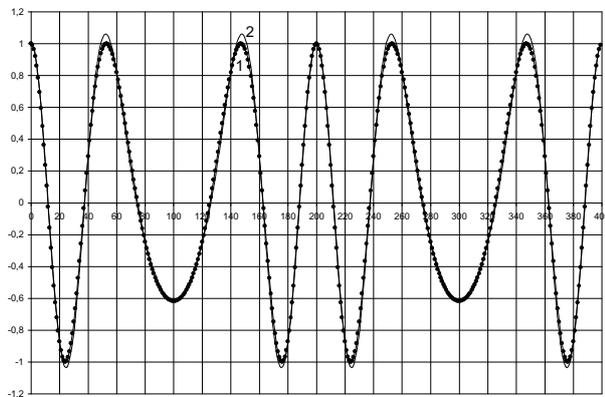


Рисунок 2

Поле в раскрыве круговой прозрачной антенны с базой  $2,7\lambda$ , рассчитанное по его значениям в  $m=20$  узлах, представлено на рисунке 2 (кривая 1 – точное распределение, кривая 2 – интерполированное распределение). Ошибка интерполяции  $\delta = 0,053$ .

Тригонометрическая интерполяция функций согласно (5) с коэффициентами, рассчитанными по формулам (7) и (11), требует  $2M$  операций умножения-сложения против  $\sim M^2$  в исходном варианте по формулам (2), (3), (4) и устойчива к ошибкам

входных данных, т.к. обратное дискретное преобразование Фурье выполнено точно.

Можно показать, что формирование ХН фантомными приемниками, эквидистантно расставленными на круговой базе, эквивалентно интерполяции в пространстве лучей, предварительно сформированных фазированием колебаний физических приемников

$$\check{R}_{i-s}(\varphi) = \sum_{\Delta\mu}^{M-1} A_{\Delta\mu} e^{-j\psi_{\Delta\mu}} \hat{U}_{[i+\Delta\mu+s] \bmod M}(\varphi) = \sum_{\Delta m}^{M-1} k(s-m) R_{[i+\Delta m] \bmod M}(\varphi); \quad (12)$$

где

$$\Psi_{\Delta\mu} = \frac{\Omega r}{c} \sin(2\pi\Delta\mu/M) - \text{компенсирующий фазовый сдвиг};$$

$\check{R}_{i-s}(\varphi)$  – характеристика направленности, ориентированная под углом  $2\pi(i+s)/M$ , полученная интерполяцией в пространстве приемников (лучей).

### 3 УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ХН С ПОМОЩЬЮ ФАНТОМНЫХ ПРИЕМНИКОВ И ЛУЧЕЙ

Метод фантомов может найти применение для:

- управления ориентацией ХН в многолучевых системах, сформированных круговой базой интерполяционным вычислением сигналов в смещенных по дуге фантомных приемниках-лучах на входе и выходе диаграммообразования соответственно без деформации апертуры;

- подавления помехи локальных источников принятых по боковому полю путем формирования «нулей» в направлении помехи с помощью компенсирующих ХН, образованных по формуле (12) интерполяцией в пространстве предварительно сформированных лучей [5];

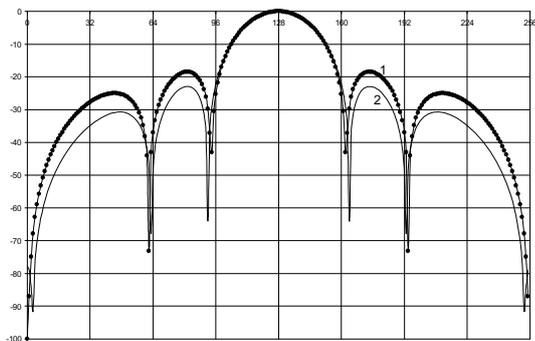


Рисунок 3

- снижения уровня бокового лепестка в линейной решетке переходом к квазинепрерывной антенне введением фантомных приемников в раскрыве по формуле (5).

На рисунке 3 приведены кривая 1 – ХН 8-элементной эквидистантной решетки размером  $3,5\lambda$  и кривая 2 – ХН эквидистантной антенной решетки с  $M=2048$  фантомными приемниками на той же базе, рассчитанная по

формуле

$$\check{R}_{i-s}(\varphi) = \sum_{\Delta m=0}^{M-1} \hat{U}_{\Delta m}(\varphi) = \sum_{\Delta m=0}^{M-1} \sum_{\Delta \mu=0}^{\mu-1} k(\Delta m/M-\Delta \mu) U_{\Delta \mu}(\varphi) = \sum_{\Delta \mu=0}^{\mu-1} U_{\Delta \mu}(\varphi) \sum_{\Delta m=0}^{M-1} k(\Delta m/M-\Delta \mu) = \sum_{\Delta \mu=0}^{\mu-1} b_{\Delta \mu} U_{\Delta \mu}(\varphi);$$

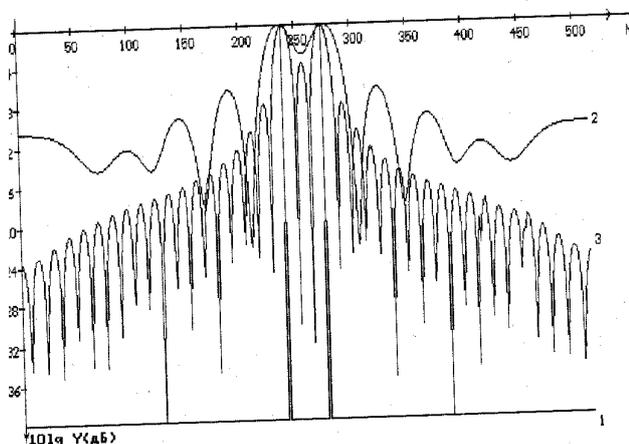
где  $b_{\Delta \mu}$  – амплитудно-фазовое распределение в пространстве физических приемников эквивалентное введению фантомных приемников;

- улучшения помехоустойчивости прозрачных круговых решеток.

Прозрачные антенные решетки, несмотря на конструктивную простоту и меньшую по сравнению с решетками в экране массу, из-за низкой помехоустойчивости имеют ограниченное применение. Этот недостаток может быть в значительной степени преодолен в процессе «восстановления» углового спектра мощности поля  $\{y_v^2\}$  по измеренному многолучевой прозрачной решеткой аппаратному угловому спектру мощности  $\{U_\mu^2\}$  и известной передаточной функции спектрометра  $R_{\mu-v}^2$  – квадрату ХН антенны [6].

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно  $y_v^2$  с матрицей коэффициентов  $\|R_{\mu-v}^2\|$  и правой частью – вектор-столбцом отсчетов  $\|U_\mu^2\|$  относится к некорректным задачам [7]

$$\sum_{\nu} R_{\mu-\nu}^2 U_{\nu}^2 = U_{\mu}^2 \quad (13)$$



Лаврентьева – кривая 3.

СЛАУ (13) типа свертки с симметричным, положительно определенным ядром  $R_{\mu-\nu}^2$  может быть решена с помощью регулирующего оператора Лаврентьева в частотной области [8].

На рисунке 4 представлен аппаратный 512-точечный угловой спектр мощности, образованный интерполяцией в пространстве отсчетов с выхода 32-лучевой прозрачной решетки – кривая 2 от двух локальных источников – кривая 1 и решение системы (13) методом

Рисунок 4

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Управление числом и законом распределения приемников в раскрыве антенны в значительной степени устраняет различие между непрерывными и дискретными, эквидистантными и неэквидистантными антеннами и открывает дополнительные возможности при решении задач пространственной обработки сигналов.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Самойлов Л.К., Электронное управление характеристиками направленности антенн, Судостроение, Л., 1987, с.33.
- 2 Шендеров Е.Л., Излучение и рассеяние звука, Судостроение, Л., 1989, с.68.
- 3 Хэмминг Р.В., Численные методы, Физматгиз, М., 1968, с.69.
- 4 Двайт Г.Б., Таблицы интегралов и другие математические формулы, Наука, М., 1973, с.82.
- 5 Ширман Я.Д., Статистический анализ оптимального разложения – Радиотехника и электроника, 1961, т.6, №8, с.1237.
- 6 Верлань А.Р., Сизиков В.С., Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы, Наукова думка, Киев, 1986, с.226.
- 7 Тихонов А.Н., Арсеньев В.Я., Методы решения некорректных задач, Физматгиз, М., 1979, с.110.
- 8 Верлань А.Р., Сизиков В.С., Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы, Наукова думка, Киев, 1986, с.290.