Тези науково-практичної
конференції

КОМП'ЮТЕРНА ГІДРОМЕХАНІКА

Інститут гідромеханіки НАН України

м.Київ

30 вересня – 1 жовтня 2008р.

Одновимірна ламінарна течія через круглу трубу з ЛПШ

Бердник О.М. (Нац.авіац.ун-т, Київ), Гаєв Є.О. (ІГМ НАНУ, Київ)

Легкопроникна шорсткість (ЛПШ) є математичною ідеалізацією шару перешкод, проникного для рідини і розташованого біля поверхні [1]. Раніше розглядалися випадки плоскої течії [1,2] із застосуванням до екологічних проблем. Тут ми пропонуємо до розгляду дослідження відповідних осесиметричних задач, що становлять інтерес у технічній гідравліці [2].

Уявимо, що біля стінок круглої у перетині труби знаходиться шар перешкод – легкопроникна шорсткість висотою $h = R - R_1$, де R – радіус труби, R_1 – радіус її центральної частини, вільної від перешкод. Обмежимося випадком, коли концентрація перешкод n $(1/м^3)$ є рівномірною, $n = const$. Фізично ці перешкоди можна уявити як малі сфери, "вморожені" у просторі. У циліндричних координатах таку течію достатньо далеко від початку труби можна описати рівнянням:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU}{dr}\right) = \frac{\Delta p}{\mu l} + f_*(r,U), \tag{1}$$

де f_* є розривною функцією координати r, а саме:

$$f_* = \begin{cases} knU, & якщо \;\; R-h \le r \le R \\ 0, & якщо \;\; 0 \le r < R-h \end{cases}. \tag{2}$$

Як завжди, накладаємо граничні умови прилипання та осьової симетрії. На лінії розриву (на рівні ЛПШ $r = R - h$) природньо вимагати також граничні умови спряження $U(h-0) = U(h+0)$ та $\tau(h-0) = \tau(h+0)$, де $\tau = r\dfrac{dU}{dr}$ визначимо є тертя. У безрозмірних змінних, що запропоновано [1], рівняння виглядає остаточно як

$$\frac{1}{\bar r}\frac{d}{d\bar r}\left(\bar r\frac{d\bar U}{d\bar r}\right) = -4 + \begin{cases} 0, & \bar r \in [0, 1-\bar h) \\ A\bar U, & r \in [1-\bar h, 1] \end{cases}. \tag{3}$$

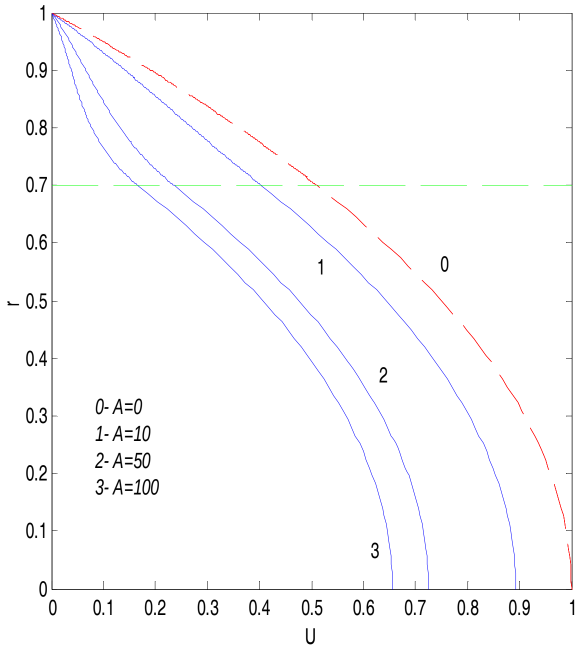
Тут $A = knR^2$ – безрозмірна щільність ЛПШ.

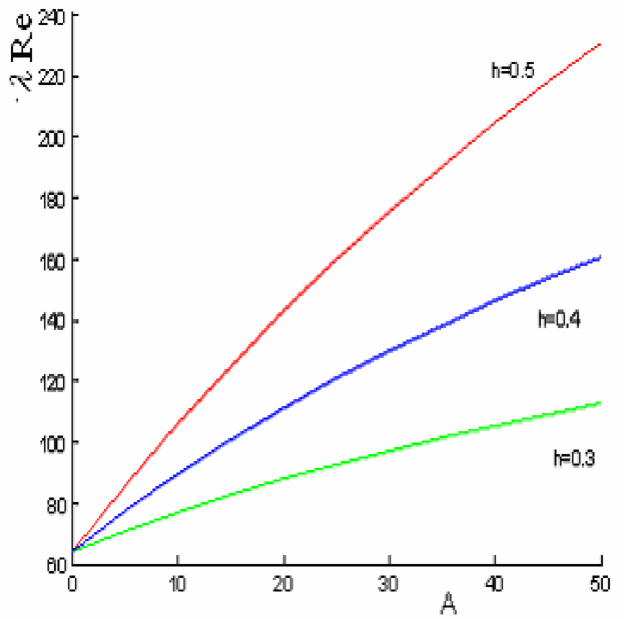
Лінійну задача (1-2) розв’язано аналітичним (через фукції Беселя першого та другого роду) та чисельним методами, результати яких співпадають. Отримані профілі швидкості потоку через канал круглого перетину з ЛПШ біля стінки $\bar r = 1$ зображені на рис. 1. Тут можна бачити, що із збільшенням щільності ЛПШ A швидкість течії $\bar U(\bar r)$ зменшується та її профіль суттєво трансформується, особливо в області $1-\bar h \le \bar r \le 1$, що зайнята перешкодами. У граничному випадку відсутності ЛПШ $A = 0$ профіль співпадає із звичайним параболічним розподілом Блазіуса. У граничному ж випадку $A \to \infty$ маємо такий-само розподіл у циліндричній трубі радіусу $R_1 = R - h$.

Коефіцієнт гідравлічного опору труби з ЛПШ становитиме

$$\lambda = -\frac{8p'R^2}{\mu U_{сер}} \cdot \frac{1}{\mathrm{Re}}, \tag{4}$$

де середня по перетину швидкість $U_{сер}$ має бути обчислена інтегруванням. Результати обчислень графічно представлено на рис. 2. Зокрема спостерігаємо, що для будь-якої висоти ЛПШ h добуток $\lambda \mathrm{Re}$ прагне до значення 64, якщо $A \to 0$. Таке узгодження із





граничним випадком відсутності ЛПШ є підтвердженням коректності запропонованої математичної моделі течії у круглому каналі з ЛПШ та методу її розв'язку. Із ростом щільності або висоти ЛПШ гідравлічний опір труби швидко зростає.

Загалом, підтверджено наявність тих-само явищ, що мали місце у плоскій задачі [1] – характер деформації тертя $\tau(r)$ та наявність на них максимумів, поява „застійної зони" біля стінки при великих A. Осесиметричність течії змінює, однак, кількісний характер залежностей.

Можна зробити висновок про правильність поведінки розв'язку у якісному плані та, на підставі співпадіння двох методів дослідження, про їхню обгрунтованість. Це дозволяє рухатись далі у дослідженні осесиметричних течій у трубах з легкопроникною шорсткістю.

ЛІТЕРАТУРА

1. Flow and Transport Processes with Complex Obstructions: Applications to Cities, Vegetative Canopies, and Industry (Ye.A. Gayev and J.C.R. Hunt editors). – NATO Science Series, Springer Publ., 2006, v. 236, 350 pp.
2. Гаев Є.О., Шихалієв С.З., Гаєва К.А. Розрахунок вхідної ділянки напірного каналу з пористою вставкою. – Зб.: Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки", вип. 1. К.: КНУБА, 2003, с. 116 – 124.

Тестирование метода интегрирования уравнений Навье-Стокса на примере задачи о течении жидкости в закрытой прямоугольной полости с движущейся крышкой

Е.В. Бруяцкий, А.Г. Костин, Е.И.Никифорович
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

В настоящее время для численного решения уравнений Навье-Стокса существуют и используются несколько десятков разновидностей разностных схем. Построение разностных схем для системы уравнений Навье-Стокса в случае несжимаемой жидкости вызывает определенные трудности из-за отсутствия явного уравнения для определения давления. Поэтому большая часть разностных схем разработана для варианта, когда исходная система уравнений записана в переменных функция тока – вихрь. Главное преимущество такого подхода состоит в возможности исключения давления из системы исходных уравнений. А главный недостаток связан с трудностью постановки граничных условий для вихря скорости и отсутствие возможности обобщения этого подхода на трехмерные задачи и турбулентные режимы течения. Поэтому более предпочтительным является вариант использования естественных физических переменных скорость-давление. Однако, в этом случае возникают сложности не только определения давления, но и согласования полей скорости и давления.

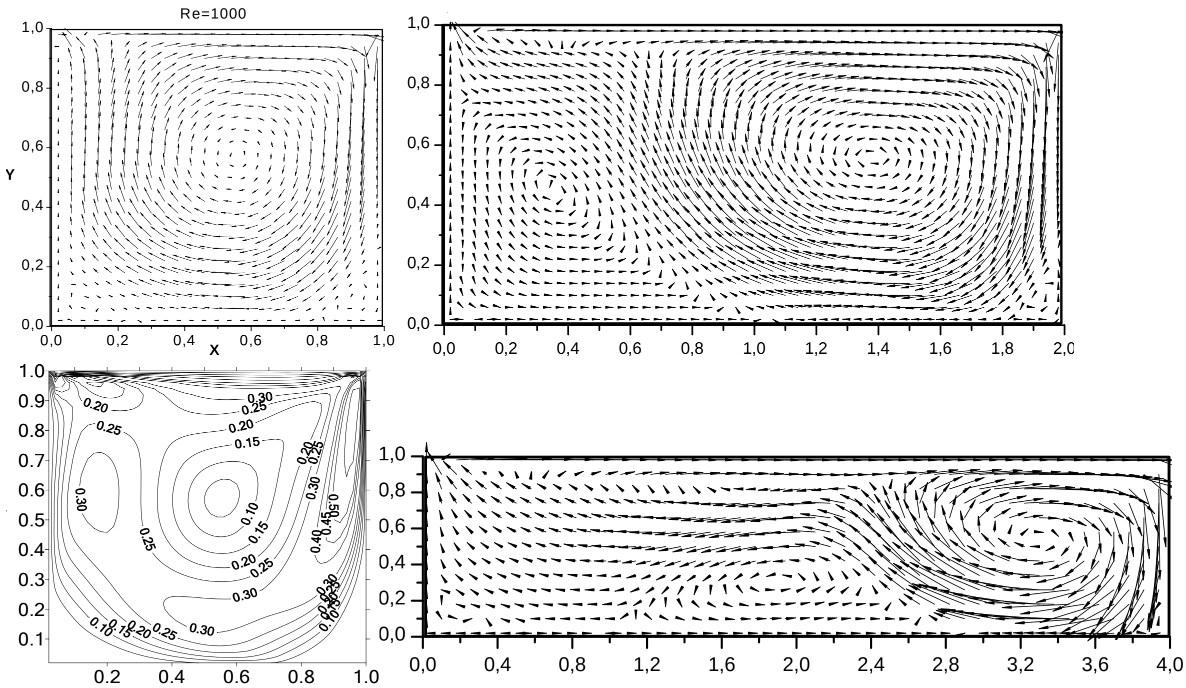
Недавно в нашей работе [1] предложен эффективнй метод численного решения полных нестационарных уравнений Навье-Стокса в физических переменных скорость-давление для несжимаемой жидкости. Общий принцип решения основывается на синтезе идей методов MAC и SIMPLE [2]. Особенность нашего метода состоит в построении универсального дискретного аналога уравнений Навье-Стокса. Данная работа посвящена аппробации этого универсального дискретного аналога для расчета сложных течений, содержащих возвратные рециркуляционные области течения.

В качестве такой модельной задачи рассматривается течение в закрытой прямоугольной полости под воздействием движущейся верхней крышки. Интерес к этой задаче обусловлен тем, что это течение обладает набором структурных особенностей возвратных и рециркуляционных вихревых течений. Кроме того, локализация течения в прямоугольной расчетной области практически снимает вопрос о постановке граничных условий для скорости в силу очевидных условий прилипания и непротекания жидкости на границах расчетной области.

Специфика задачи состоит в том, что три граничные стенки расчетной области неподвижны, а четвертая верхняя стенка движется с постоянной скоростью u_0 слева направо. Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ жидкость всюду покоится, а при $t>0$ верхняя крышка приходит в движение со скоростью u_0. Движение жидкости будем описывать нестационарными двумерными уравнениями Навье-Стокса в переменных скорость – давление. В качестве масштаба длины выберем вертикальный размер полости h, скорость движения верхней крышки u_0 примем за масштаб скорости, за масштаб времени примем величину $t_0 = h/u_0$, а за масштаб давления примем скоростной напор $\rho_0 u_0^2$. Основным параметром задачи является число Рейнольдса $\mathrm{Re} = u_0 h/\nu$ и соотношение сторон прямоугольника $L = l/h$. Заметим, что давление P в рассматриваемой системе уравнений, не является основной переменной. Граничные условия в данной задаче состоят в том, что на твердых поверхностях должны выполняться очевидные условия прилипания и непротекания жидкости. В процессе решения задачи необходимо расчитать установившуюся картину полей скорости и давления в зависимости от числа Рейнольдса и различных значениях геометрического параметра L.

Алгоритм решения системы двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса описаны в работе [1] был реализован в виде компьютерной программы для рассматриваемой задачи. В качестве примера ниже на рисунке приведены результаты расчетов векторного поля скоростей в прямоугольной полости с соотношением сторон $L=1$, $L=2$ и $L=4$ и числе Рейнольдса Re = 1000. Эти рисунки говорят сами за себя и наглядно демонстрируют качественную и количественную картину влияния соотношения сторон прямоугольной полости на кинематическую структуру течения. Вверху справа для иллюстрации приведен дополнительный рисунок расчетных изолиний равных скоростей для $L=1$ при Re = 1000. Нетрудно видеть, что сростом параметра L картина течения качественно изменяется. В полости возникают вторые вихревые образования, которые хорошо видны на рисунках.

Представленные результаты показывают, что используемый метод обеспечивает высокое качество моделирования конвективных вихревых течений в замкнутых полостях с различной геометрией при малых и умеренных числах Рейнольдса. Показано, что внутри прямоугольной полости формируется устойчивое циркуляционное течение параметры которого зависят от числа Рейнольдса и геометрических размеров полости. Циркуляция внутри полости развивается монотонно во времени и асимптотически стремится к стационарному режиму.



Литература

1. Бруяцкий Е.В., Костин А.Г., Никифорович Е.И., Розумнюк Н.В., Метод численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных скорость-давление// Прикладна гідромеханіка.-2008.-10(82), N2.-С.13-23
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 152 с.

МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА НАПРЯЖЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА ДЛЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ РАЗБАВЛЕННЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ

Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф.
Институт гидромеханики НАН Украины

В докладе представлены результаты, полученные на основании пакета программ, реализовавшего алгоритм расчета турбулентного пограничного слоя раствора полимера.

При моделировании турбулентных течений водных растворов полимеров слабой концентрации за основу взята модель переноса напряжений Рейнольдса для турбулентных течений ньютоновской жидкости. Она позволяет описать механизм изменения структуры турбулентности за счет изменения механизма анизотропной вязкой и турбулентной диффузии, механизма перераспределения энергии турбулентности между компонентами тензора напряжения Рейнольдса, механизма порождения турбулентной энергии и ее диссипации и, как следствие, изменение профилей средней скорости и напряжения трения. Предложенная модель турбулентного течения раствора полимера дает возможность проследить влияние молекулярного веса полимера, а значит и длины макромолекулы, концентрации полимера в растворе на структуру турбулентности и количественные оценки возможного снижения сопротивления трения при течении раствора полимера по сравнению с течением чистого растворителя (воды).

Для учета вклада добавок высокомолекулярных полимеров в модели напряжений Рейнольдса предложена новая функция влияния полимера, которая отвечает виду полимера (молекулярному весу) и его концентрации в растворе.

Проведенный численный эксперимент на основании разработанного алгоритма расчета турбулентных течений разбавленных растворов полимеров показал, что добавки молекул полимера в турбулентный поток воды оказывают влияние на механизмы турбулентной и вязкой диффузии и механизм перераспределения энергии между компонентами турбулентных напряжений, изменяя структуру турбулентности и ее интенсивность и, как следствие, уменьшая гидродинамическое сопротивление трения при увеличении молекулярного веса полимера и его концентрации.

Образование и развитие вихревых структур при обтекании плоской стенки с каверной

Г.А.Воропаев, Н.В.Розумнюк
Институт гидромеханики НАНУ, Киев

Обтекание поверхностей с впадинами различных форм и размеров часто встречается на практике. В ряде случаев они применяются для целенаправленного воздействия на структуру течения над поверхностью. В экспериментальных исследованиях выявлены несколько типов течения, возникающего в окрестности каверны в зависимости от соотношения параметров основного потока и размеров впадины. Это может быть как стационарный режим, так и квазипериодический, при котором в окрестности впадин происходит возникновение и развитие возмущений, влияющих и на основной поток вдали от них. Характерные частоты колебаний в потоке связывают с различными процессами, происходящими внутри каверны.

В данном докладе представлена систематизация результатов численного моделирования вязкого потока на поверхности с кавернами различной формы и размеров при различных числах Рейнольдса [1]. Нестационарные уравнения Навье-Стокса в плоской постановке решаются методом конечных разностей. Выполненные исследования позволили определить режимы течения в каверне и вниз по течению, где основными параметрами являются число Рейнольдса Re_b, вычисленное по длине каверны и скорости основного потока, а также отношение длины каверны к характеным толщинам пограничного слоя перед каверной.

При относительно небольших числах Рейнольдса $Re_b<10^3$ в каверне формируется единое циркуляционное течение, отделенное от основного потока линией тока, которая присоединяется к стенке в окрестности кромок. Влияние каверны на течение вне ее наблюдается только в близкой окрестности каверны как вниз, так и вверх по потоку, и проявляется в небольшом вспучивании линий тока и соответствующем локальном изменении профилей скорости. Вокруг обеих кромок формируются области повышенной завихренности (Рис1).

С повышением числа Рейнольдса ($Re_b{\sim}10^4$) течение в каверне распадается на несколько вихревых зон, в которых жидкость вращается в разных направлениях. В верхней части каверны можно проследить периодические осцилляции сходящего с входной кромки сдвигового слоя, его развитие вдоль каверны и взаимодействие в выходной кромкой. На этот процесс накладываются колебания с более низкими частотами, вызванные нестационарным поведением вихревых образований внутри каверны. Происходит периодический выброс части жидкости из каверны во внешний поток. Формирующиеся в результате этого возмущения полностью изменяют пристенный поток ниже по течению от каверны. В непосредственной близости от нижней кромки в спектрах доминируют как частоты, сравнимые с первой модой собственных колебаний сдвигового слоя над каверной, так и более низкие частоты, зависящие от поведения вихревых образований внутри каверны. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса взаимодействие этих двух механизмов приводит к стохастизации потока. Ниже каверны по потоку над поверхностью формируются возмущения, сравнимые по размеру с толщиной пограничного слоя (Рис.2), что определяет преобладание в спектрах низких частот.

Определенные численно характерные масштабы возмущений и их зависимость от числа Рейнольдса и соотношения параметров каверны и пограничного слоя качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными [2].

Соотношение длины и глубины каверны влияет на структуру течения внутри каверны, определяя размер и количество вихревых зон. Влияние глубины каверны на внешний поток проявляется при приближении к переходу от режима сдвигового слоя к мультичастотным колебаниям. При этом структура течения в более мелкой каверне остается устойчивой дольше при увеличении числа Рейнольдса.

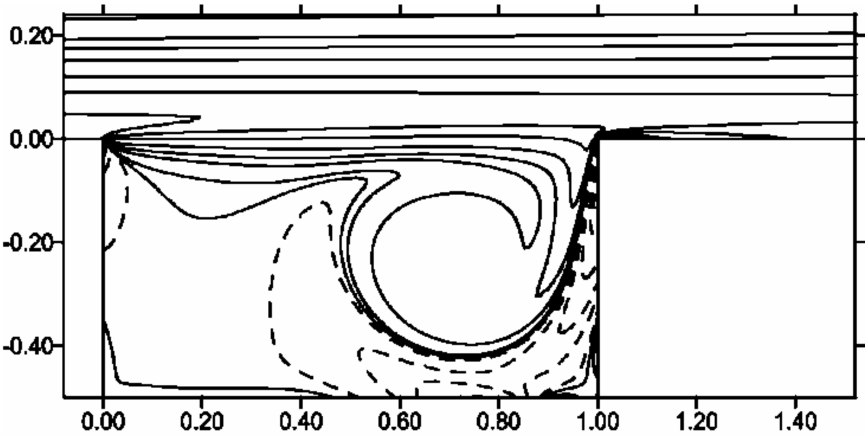


Рис. 1

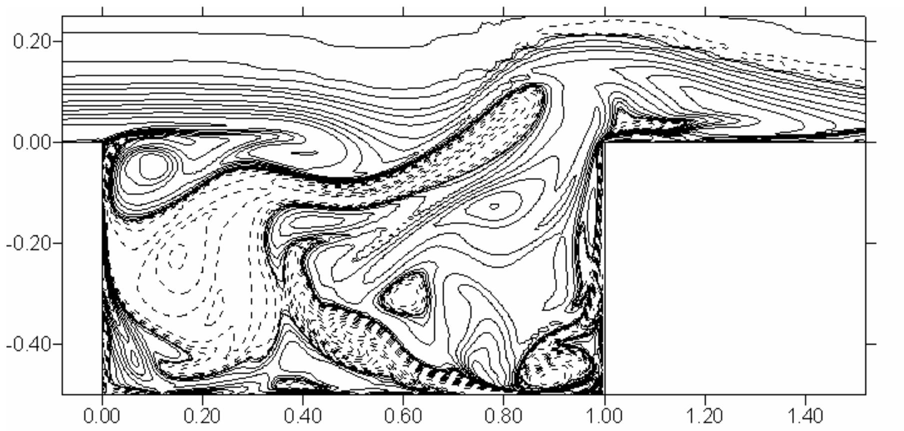


Рис.2

Литература

1. Мгновенные и осредненные характеристики вязкого потока около прямоугольной каверны // Прикладна гідромеханіка.- 2007. –т.9. - N4. – с.49-58

2. Knisely C., Rockwell D. Self-Sustained Low-Frequency Components in an Impinging Shear Layer // Journal of Fluid Mechanics. – 1982. - **116. -** с.157-186

ЛАМИНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ЛЕГКОПРОНИЦАЕМОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ У СТЕНОК

Е.А. Гаев, Институт гидромеханики НАНУ, Киев

Рассмотрим плоский напорный канал высоты $H = 1$ с проницаемыми вставками высоты h_1 и h_2, у обеих стенок, $h_1 + h_2 \le H$, рис. 1. Физически вставки могут состоять из малых сфер, „замороженных” в потоке, или из рядов стерженьков [1]. Такая инсталляция моделирует природное течение ветра над лесом или городской застройкой, или даже слой капель брызгального охладителя [2]. Внутренние течения, наподобие данного, типичны для речной гидравлики (заросшие каналы [2]), некоторых биологических течений и трубопроводов с попутной очисткой воды [3].

Для численного расчета вязкого течения через такой канал использованы полные уравнения Навье-Стокса при единственном предположении, что проницаемые вставки моделируются распределенной массовой силой $f_*(U;z) = AU^k$, действующей в $z \in [0, h_1] \cup [1-h_2, 1]$ и в центре канала $z \in (h_1, 1-h_2)$ обращающейся в нуль, $f_*(U;z) = 0$,

$$(\vec{U} \cdot \vec{\Delta})\vec{U} = -grad\ p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2 \vec{U} + \vec{f}_*, \qquad div\vec{U} = 0$$

(при этом показатель степени $k = 1$ или 2). Такая математическая формулировка обобщает несколько известных задач, например задачу об обратной ступеньке в потоке, если $A = \infty$ [4].

Кроме граничного условия неприлипания на стенках, для численного решения необходимо как задание начального профиля скорости на входе, так и условия постоянства градиента давления „достаточно далеко” от входа в канал,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = const \stackrel{Df}{=} -\beta .$$

Хотя β изначально не определена, рассмотрение серии задач (см. ниже) показывает однозначную разрешимость так поставленной краевой задачи.

Использован численный метод установления в сочетании с методом искусственной вязкости [5]. Расчеты выявляют весьма разнообразные картины течения, зависящие от плотности проницаемых вставок A, их расположения и числа Рейнольдса Re. Так, вихри за вставками не возникают, если A невелика. При больших A течение характеризуется наличием вихрей, а то и нескольких. Картина течений проясняется, если рассмотреть последовательность течений, начиная с самых простых.

Случай 1 – вставки бесконечной длины $l = \infty$ в неограниченном канале. Они могут рассматриваться как легкопроницаемая шероховатость (ЛПШ) [1,2], задача становится одномерной, допускающей аналитическое решение. В следующем **случае 2** рассматриваем вход жидкости в полубесконечный канал с ЛПШ у стенок [4]. Численное решение обобщает известную формулу Шлихтинга для длины начального участка в виде графической зависимости $L_x = L_x(A, \mathrm{Re})$, согласовываясь с ней при $A = 0$.

Наконец, данный **случай 3** соответствует вставкам конечной длины $l = 1$. При их симметричном расположении $h_1 = h_2$ и $A_1 = A_2 = A$, вихри не возникают до

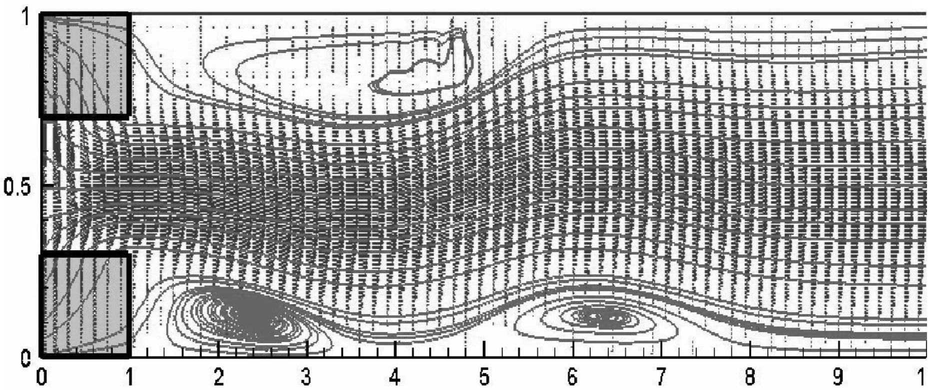


Рис. 1. Вихри за проницаемыми вставками, $\mathrm{Re} = 400$, $A = 16$ $h = 0{,}3$.

некоторого критического значения проницаемости $A_{кр} = A_{кр}(\mathrm{Re}, h)$. Вихри у верхней и нижней стенок симметричны для малых Re до значения $\mathrm{Re} \approx 200$. Продольный и поперечный размеры вихрей $D_x(\mathrm{Re}, A, h)$ и $D_z(\mathrm{Re}, A, h)$ с ростом A приближаются к значениям, известным для непроницаемых „ступенек”. Но при $\mathrm{Re} > 300$ симметрия, однако, нарушается, см. рис. 1. Для исследования потери симметрии проведены „численные эксперименты”, когда h_1 и h_2, A_1 и A_2 слабо варьировали вблизи $h \pm 5\%$ и $A \pm 5\%$. Они свидетельствует о постепенном возникновении неустойчивости течения. При $\mathrm{Re} \approx 1000$ алгоритм перестает сходиться.

Введение проницаемости в „задачу о ступеньке”, таким образом, значительно ”обогащает” известные формы течений и сулит новые приложения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gayev Ye., Savory E., Toy N. Wind Tunnel Investigation of a Complex Canopy Shear Flow. *Int. J. of Fluid Mech. Research* (Begell House Inc.), v. **28**, *N.* 4, 2001, pp. 484 – 495.
2. **Flow and Transport Processes with Complex Obstructions: Applications to Cities, Vegetative Canopies, and Industry**. NATO Science Series, Springer Publ., 2006, v. **236**, *350* pp. (Ye.A. Gayev and J.C.R. Hunt editors).
3. Гаев Є.О., Шихаліев С.З., Гаєва К.А. Розрахунок вхідної ділянки напірного каналу з пористою вставкою. – Зб.: Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки", вип. 1. К.: КНУБА, 2003, с. 116 – 124.
4. Alleborn N., a.o. Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion, *J. Fluid Mech.*, 1997, v. **330**, pp. 169-188.
5. Гаев Е.А., Шихалиев С.З. Численное исследование входа жидкости в канал с линейной легкопроницаемой шероховатостью. *Прикладна гідромеханіка*, **4(76)**, №. 4, 2001, с. 32 – 39.

ВЗАЄМОДІЯ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ З ШАРОМ КРАПЕЛЬ У БРИЗКАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ОХОЛОДЖЕННЯ

Є.О. Гаєв (ІГМ НАНУ, Київ),
Є.О. Шквар, Т.В. Козлова (НАУ, Київ)

Оптимізація систем охолодження ТЕС та АЕС становить складну та практично важливу задачу, яку можна ефективно розв'язувати лише за наявності математичних моделей відповідних фізичних процесів. Доповідь висвітлює результати побудови математичної моделі взаємодії повітряного потоку з шаром нагрітих крапель у бризкальних системах охолодження (БСО).

Нехай двовимірний атмосферний турбулентний потік з заданим початковим розподілом поздовжньої складової швидкості $U_0(z)$ натікає на плоский шар нагрітих крапель води, розподілених у шарі висотою h. Потрібно визначити поля швидкостей та температур обох фаз в області, що обмежена товщиною повітряного примежового шару (ППШ) та заданою довжиною бризкального басейна. ППШ вважатимемо безградієнтним в напрямку розвитку течії x. Стисливістю повітря при типових швидкостях вітру припустимо знехтувати. Шар водяної фази розглядатимемо в припущені сферичності форми і однаковості розмірів крапель, які нерівномірно розподілені у вертикальному напрямку z. Рух крапель умовно поділятимемо на потоки, що рухаються спочатку вгору з висоти сопел $z = h_c$ до висоти шару водяної фази $z = h$ (індекс $k = 1$) та потім вниз з відмітки $z = h$ до рівня поверхні води стокового басейна ($k = 2$), який приймається за нульовий, $z = 0$. Нехтуючи взаємодією між краплями, шар водяної фази вважатимемо легкопроникним для повітря континуумом ідеальної рідини. Між повітряною та водяною фазою відбувається як кінематична, так і теплова взаємодія, і задача полягає у знаходженні двовимірних полів швидкості повітря $\vec{U}(x,z)$ та крапель $\vec{u}_k(x,z)$, відповідних температур $T(x,z)$, $t_k(x,z)$, $k = 1{,}2$, та вологовмісту повітря $E(x,z)$, які підкоряються системі рівнянь

1) для повітряної фази: $\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{\partial V}{\partial z} = 0$, $U\dfrac{\partial U}{\partial x} + V\dfrac{\partial U}{\partial z} = \dfrac{1}{\rho_1}\dfrac{\partial \tau}{\partial z} - f_*(z, U - u_1) - f_*(z, U - u_2)$,

$$\rho_1 c_1 \left(U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial j_T}{\partial z} + i_{*T}\,(t_1 - T) + i_{*T}\,(t_2 - T), \quad \rho_1 \left(U\frac{\partial E}{\partial x} + V\frac{\partial E}{\partial z} \right) = \frac{\partial j_E}{\partial z} + i_E\,(e_1 - E) + i_E\,(e_2 - E),$$

2) для водяної фази: $\dfrac{\partial (n u_k)}{\partial x} + \dfrac{\partial (n \mathrm{v}_k)}{\partial z} = 0$, $m\,(u_k \dfrac{\partial u_k}{\partial x} + \mathrm{v}_k \dfrac{\partial u_k}{\partial z}) = F(U - u_k)$,

$$m c_2 \left(u_k \frac{\partial t_k}{\partial x} - \mathrm{v}_k \frac{\partial t_k}{\partial z} \right) = -\alpha_T\,(t_k - T) S_0 - \alpha_E\, \rho_1\, \Re (e_k - E) S_0, \quad k = 1{,}2 .$$

Тут ρ_1, $m = \rho_2 \frac{4}{3}\pi r^3$ – густина повітря та маса однієї краплі, r – радіус краплі, $F = \frac{1}{2}\rho_1\, C_F(U - u_k)\cdot|U - u_k| S_м$ – локальна сила опору, що діє на окрему краплю з боку ППШ, $S_M = \pi r^2$ – площа міделевого перерізу краплі, τ – напруження тертя, j_T и j_E – градієнтні потоки тепла і маси, $f_* = nF/\rho_1$, i_{*T} и i_E – потужності об'ємних джерел тепла і маси, $\Re = 2{,}262 \cdot 10^6$;$дж/кг$ – латентне тепло. Три джерельні величини приймають ненульові значення лише в КШ. Швидкість руху крапель за умови, що вони є досить важкими, знаходилася із закону вільного падіння $\mathrm{v} = -\sqrt{2g(h - z)}$ як при русі вгору, так і вниз, а концентрація крапель n у КШ визначалася з умови $n\mathrm{v} = const = q/(4\pi r^3)$, де q – щільність зрошування.

Використовувалася двохпараметрична $k-\varepsilon$ модель турбулентності, згідно якої турбулентна в'язкість ν_{T} обчислюється як $\nu_{\mathrm{T}} = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$, де кінетична енергія k і швидкість її дисипації ε описуються відповідними рівняннями переносу:

$$U\frac{\partial k}{\partial x} + V\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\nu + \frac{\nu_{\mathrm{T}}}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial z}\right] + P_k + D_k, \qquad U\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\nu + \frac{\nu_{\mathrm{T}}}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right] + P_\varepsilon + D_\varepsilon .$$

Тут P_k, D_k, P_ε, D_ε – джерельні члени генерації і дисипації k і ε відповідно, $C_\mu = 0.09$, $f_\mu = \exp\left(-\frac{2.5}{\sqrt{1+0.02\,\mathrm{Re}_t}}\right)$ – демпфіююча функція, $\mathrm{Re}_t = \frac{\nu_t}{\nu}$. В КШ вирази джерельних членів зазнавали змін, щоб забезпечити близький до рівномірного розподіл $\nu_{\mathrm{T}}(z)$ при $0 \le z \le h$. Граничні умови задавалися профілями $U(z) = U_0(z)$, $T(z) = T_\infty = const$ та інших характеристик на вхідній межі; $U \to U_\infty, T(z) \to T_\infty$, $k(z) \to k_\infty$, $\varepsilon(z) \to \varepsilon_\infty$ – на зовнішній межі ППШ; $U(0) = 0$, $\partial T/\partial z = 0$, $\partial E/\partial z = 0$ – при $z = 0$. Пристінні значення k і ε визначалися відповідними пристінними функціями в першому над обтічною поверхнею вузлі сітки.

Наведена система розв'язувалася чисельно вздовж напрямку розвитку течії Ox за двохкроковим безітераційним маршовим методом, а також за ітераційним методом схеми Кранка-Ніколсона. В результаті на кожному кроці вздовж x обчислювалися розподіли $U(z), V(z), T(z), E(z)$, $u(z), t_k(z)$, $e_k(z), k(z), \varepsilon(z)$. Профілі температури повітря і крапель, що трансформуються вздовж БСО, представлені на рис. Можна бачити, як повітря поступово нагрівається від крапель. Охолодження останніх ж поступово зменшується. Додатково обчислювалися профілі $\nu_t(z), \tau(z), j_T(z), j_E(z)$, а також $\Delta t(x)$ – охолодження крапель вздовж ППШ від миті розбризкування і до падіння.

Подібні розрахунки раніше проводилися для окремих фонтанів у незмінній атмосфері, а також і для ділянки стабілізованої течії, розташованої достатньо далеко від початку БСО, де профілі незмінні (одновимірні). Розроблений метод не лише відтворює отримані раніше результати, але й додатково дозволяє розрахувати складну трансформацію потоку у шарі крапель на початковій ділянці БСО і визначати її характеристики, зокрема, довжину. Приклад типового розрахунку ілюструється Рис. 1, де наведено профілі температури повітря разом з розподілами температур крапель при їх русі вгору і вниз. Розроблений чисельний метод довів свою працездатність і обчислювальну ефективність в параметричних тестових розрахунках для практично значущих співвідношеннях розрахункових параметрів. Його можна рекомендувати для використання з метою оптимізації устаткування бризкальних систем охолодження.

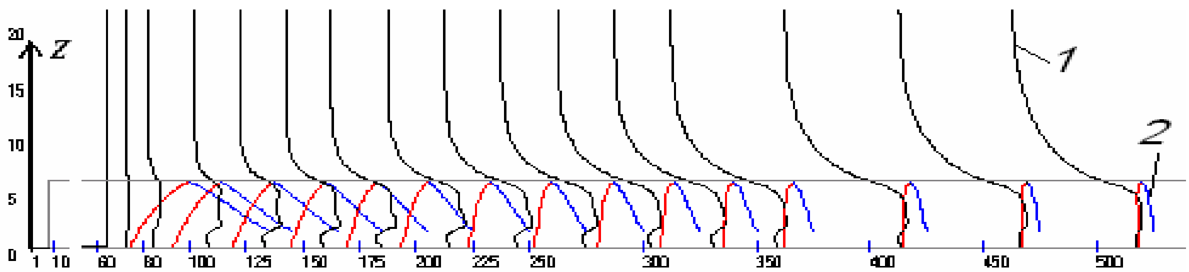


Рис. 1. Профілі температур повітря (1) та крапель (2) вздовж ділянки БСО

Взаємозв'язок аеродинамічних коефіцієнтів бокового каналу літального апарату

Ю.В. Гирька

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків

Задачі в області стійкості та керованості літального апарату були завжди актуальні в авіації. Розгляд цієї проблеми йшов у тісному зв'язку з розвитком літакобудування. В теперішній час отримала розвиток мала авіація. В зв'язку з невеликою капіталізацію виробництва такого класу літаків, їх конструкторські підрозділи не в змозі повноцінно досліджувати стійкість, особливо при боковому русі літального апарату. Як наслідок мала авіація найбільш ризикована, так як кількість аварій на 1000 вильотів в рази більша в порівняні з магістральними літаками. Причина такого явища – невисока підготовка пілотів, та недостатня керованість та стійкість літаків. Тобто один із напрямків рішення цієї проблеми є підвищення стійкості літального апарату.

При вирішенні даної задачі часто просто підвищують величини, що впливають на стійкість. Та важливим є не тільки величини цих параметрі, а також їх відношення, так як існує відчутний взаємовплив (особливо при бічному русі). Так при різних показниках стійкості по крену потрібні величини шляхової стійкості будуть різні. Крім того існує не менш тісний взаемозв'язок продольного та бічного руху та між відповідними показниками стійкості.

У роботі пропонується визначення області стійкого руху літального апарату у n-мірному параметричному просторі. Де параметрами виступають величини, що впливають на стійкість літального апарату.

Ряд авторів таких як Остославський, Бюшгенс та Студнєв [1 - 2] розглядають в своїх працях взаємозв'язок між шляховою стійкістю та стійкістю по крену. В залежності від співвідношення коефіцієнтів m_x^β та m_y^β розрізняють спіральну та коливальну нестійкість. А в праці Болотнікова [3] показується характер області існування стійкості літального апарату в параметрах, що вносять основний вклад у m_x^β та m_y^β. Також в праці Бюшгенса вказується те що сучасні літаки мають незадовільні динамічні характеристики по боковому каналу, тому для забезпечення стійкого руху використовують автоматичні системи керування [4].

У розглянутих вище працях побудова областей стійкості виконувалася з теоретичних викладок. Як наслідок області стійкості та нестійкості мають чітку межу у формі двох прямих. На практиці межі відсутні. Спостерігаються перехідні області, де літальний апарат може вести себе двояко. Для визначення цих областей пропонується використати чисельний експеримент, в якому літальний апарат змодельований матеріальною точкою, а його аеродинамічні характеристики відповідають якійсь точці параметричного простору. З метою звуження області пошуку стійкості, на першому етапі було виконана статистична обробка уже існуючих літаків. Аеродинамічні характеристики літаків булі отримані за методикою викладеною у [1]. Суть методу полягає у залежності характеристик від геометрії літального апарату. Тобто якщо відомі розміри та форма літака, його частин та їх взаємне положення, то можна з достатньою точністю визначити його аеродинамічні характеристики.

Розгляд отриманих результатів можна провести на прикладі літаків одного КБ, наприклад, Туполева.

До розгляду були включені магістральні пасажирскі дозвукові літаки: Ту-104, Ту-124, Ту-134 і Ту-154. Для побудови області стійкості вводятся наступні припущення: в отриманих точках, на лініях, що їх сполучають та всередені обмеженої цими лініями – літальні апарати мають задовільну стійкість (Рис.1).

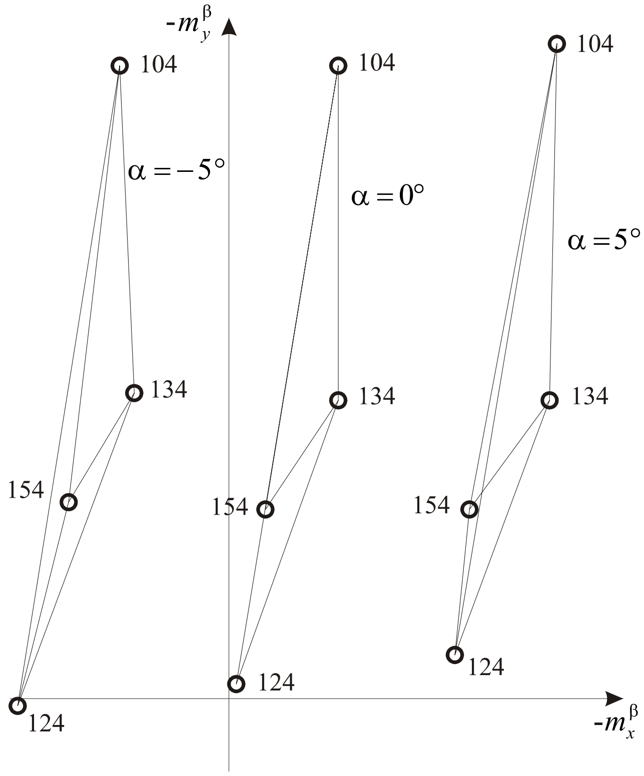


Рис. 1 Область стійкості літального апарату на прикладі літаків КБ Туполева

Також враховуючи похибку обчислень, отриману область можна розширити на умовну величину. Вивчаючи літаки інших КБ, та об'эднуючи отримані області, оримуємо вже досліджену на практиці область стійкості літальних апаратів.

Як видно з розглянутого прикладу, область стійкості має не лише нелінійну форму, але і в залежності від критеріїв польоту змінює свої обриси. Тобто отримані раніше теоретично області потребують вдосконалення та більш грунтовного переосмислення. Як один із методів розвитку даного напряму, промонується пошук ціх областей за допомогою чисельного експерименту, за вибраними критеріями.

Список літератури:

1. Остославский И.В. Аэродинамика самолета. М.: государственное издательство оборонной промышлености,1957.
2. Бюшгенс Г. С, Студнев Р.В. Аэродинамика самолета. Динамика продольного и бокового движения. М.: Машиностроение, 1979.
3. Болотников В. Элементарный курс аэродинамики самолета.– М: Воениздат, 1950.
4. Бюшгенс Г. Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов. – М: Машиностроение, 1995. – 772 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОБТІКАННЯ СИСТЕМИ КВАДРАТНИХ ЦИЛІНДРІВ

Горбань В.О., Горбань І.М. (Інститут гідромеханіки НАНУ)

Течії, які генеруються при обтіканні системи тіл, є цікавими як в теоретичному плані, так і завдяки тому, що вони мають багато практичних застосувань. Нерідко технічні конструкції розташовуються в сліді, що формується при обтіканні інших тіл, наприклад, лопаток турбомашин, морських конструкцій, групи висотних будинків або димарів. Тому важливо зрозуміти зміни картини такої течії і оцінити гідродинамічні характеристики, як окремих тіл, так і системи в цілому. Складність розв’язання задачі на основі системи рівнянь Нав’є-Стокса обумовлює пошук нових підходів до описання взаємодії потоків рідини із системами тіл. В цій роботі проведене чисельне моделювання в’язкої течії навколо двох квадратних циліндрів, розташованих або один за одним (тандемом) або паралельно один до одного (бік-о-бік). Для розв’язання двовимірних рівнянь Нав’є-Стокса застосовано розроблений раніше узагальнений вихровий метод, який поєднує використання сіток і Лагранжових вихрових частинок. В цьому методі картина течії моделюється на основі рівняння переносу завихреності, а гідродинамічні навантаження на тіло знаходяться інтегруванням тиску по його контуру. Особливістю даної роботи є застосування чисельного алгоритму до моделювання течії в багатозв’язній області. Всі розрахунки проведено при $\mathrm{Re} = 250$, коли вплив тривимірних ефектів є незначним. Такий вибір числа Рейнольдса дає можливість виявити головні особливості течії з наближенням до дійсності.

Розрахунки показали, що розвиток течії навколо тандему двох квадратних циліндрів визначається структурою потоку в зазорі та істотно залежать від відстані між тілами L (лінійні розміри віднесені до сторони квадрату). Для такого розташування тіл виявлені три режими течії: симетричний ($L \le 2.0$), біфуркаційний ($2 < L < 4$) і режим слабкої взаємодії ($L \ge 4$). Відповідно змінюються і гідродинамічні характеристики тіл в системі (рис. 1). Симетричний режим характеризується формуванням стійкої пари вихорів в зазорі. Завдяки зменшенню тиску за переднім тілом, сила опору заднього циліндра падає, а часом може змінювати напрямок на протилежний. Внаслідок цього, сумарний опір системи циліндрів, стає меншим за опір окремої квадратної призми. Істотно зменшуються також бокові гідродинамічні сили, що діють на кожне з тіл. При великих відстанях між циліндрами ($L \ge 4$) їхній взаємний вплив послаблюється, доріжка вихорів формується як за заднім, так і за переднім тілом, що обумовлює різке збільшення гідродинамічного опору системи. Для біфуркаційного режиму можливі два режими течії. Якщо $2 < L < 4$, залежно від умов обтікання, течія в області між тілами може бути як симетричною (режим I), так і несиметричною (режим II). Відповідно змінюються гідродинамічні коефіцієнти тіл системи. В роботі проаналізовано вплив зовнішніх збурень на структуру течії в зазорі. Одержано, що при симетричному режимі обтікання ($L \le 2.0$) дія збурень обмежується тимчасовою дестабілізацією течії. Вплив збурень на симетричну течію в біфуркаційному режимі має незворотній характер: течія втрачає стійкість, що проявляється, зокрема, в різкій зміні всіх гідродинамічних характеристик.

Моделювання течії навколо двох квадратних циліндрів, розташованих поруч, виявило 4 різні моделі обтікання в залежності від ширини зазору g між тілами. При малих відстанях ($g \le 0.2$) відрив вихорів з боку щілини є дуже слабким. В результаті слід за системою має вигляд вихрової доріжки, яка формується з вихорів, що утворюються на зовнішніх поверхнях циліндрів. В цьому випадку систему тіл можна розглядати як один великий об’єкт. При $0.2 < g \le 1.2$ потік в щілині відхиляється в напрямку тіла з більш низьким донним тиском, формуючи один широкий і один вузький сліди. Напрямок відхилення потоку в щілині час від часу змінюється, що призволить до хаотизації сліду. Зі збільшенням ширини щілини ($g \geq 1.5$) за тілами спостерігаються дві синхронізовані доріжки вихорів. В залежності від початкових умов, вихори можуть рухатись у фазі або у протифазі. При $g \geq 5$ взаємодія слідів, що формуються за кожним з тіл, стає настільки слабкою, що можна говорити про їх повну незалежність. Відповідно до режимів течії змінюються гідродинамічні характеристики тіл (рис. 2). При малих значеннях g коефіцієнти горизонтальних сил $\overline{C}_x$, що діють на кожен з циліндрів, значно перевищують відповідне значення для окремої квадратної призми. Бокові сили, які діють в системі, мають протилежний напрямок і є силами відштовхування. Вони характеризуються середнім за період значенням $\overline{C}_y$. В режимі з відхиленням потоку в щілині $0.2 < g \leq 1.2$, сили, що діють на кожне з тіл, відрізняються. Розвиток течії в цьому випадку залежить від початкових умов. Проведені розрахунки дозволили встановити діапазон, в якому змінюються коефіцієнти $\overline{C}_x$, $\overline{C}_y$. При синхронізованому розвитку течії в системі коефіцієнт $\overline{C}_x$ зменшується, наближаючись до відповідного значення для квадратної призми, а $\overline{C}_y \approx 0$.

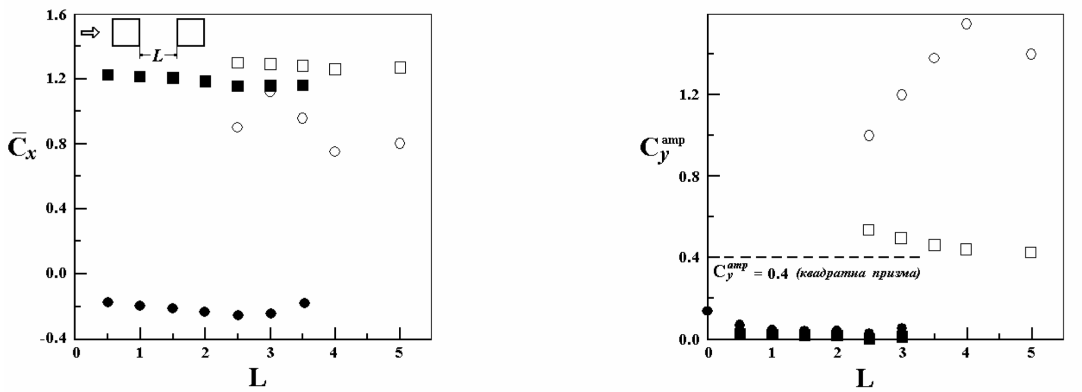


Рис. 1. Залежності середнього коефіцієнту опору $\overline{C}_x$ та амплітуди коливань коефіцієнта підйомної сили C_y^{amp} від відстані L в тандемі циліндрів при $\mathrm{Re} = 250$: ■ – передній циліндр (Режим 1), □ – передній циліндр (Режим 2), ● – задній циліндр (Режим 1), ○ – задній циліндр (Режим 2).

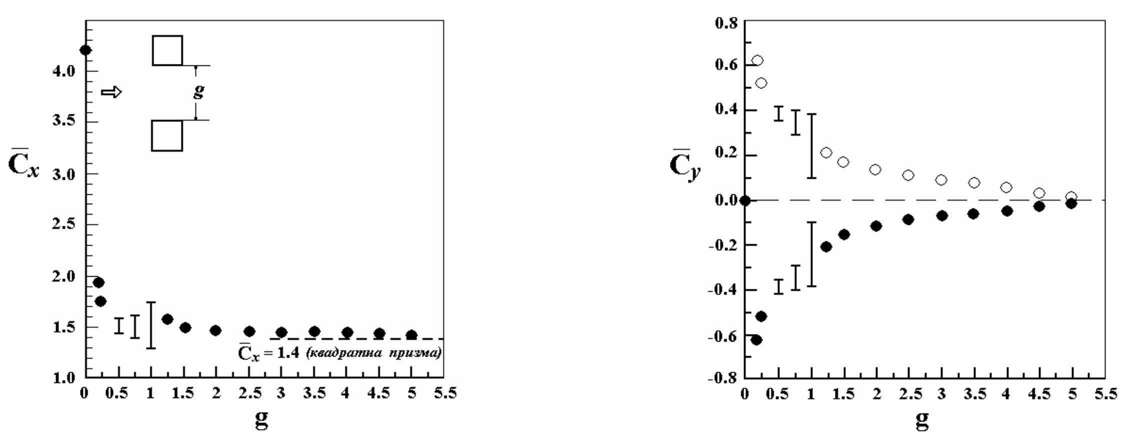


Рис. 2. Залежності коефіцієнту опору $\overline{C}_x$ та вертикальної сили $\overline{C}_y$ від ширини щілини g для циліндрів, розташованих поруч, при $\mathrm{Re} = 250$: ● – нижній циліндр, ○ – верхній циліндр.

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ВИХРЕЙ В СФЕРИЧЕСКОЙ ЛУНКЕ НА ПЛАСТИНЕ

В.Т. Гринченко[1] Г.А. Воропаев[1] С.А. Исаев[2]
В.А. Воскобойник[1] Н.В. Розумнюк[1] А.В. Воскобойник[1]
([1] *Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина,*
[2] *Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации, Санкт-Петербург, Россия*)

В докладе представлены результаты численного и физического моделирования обтекания сферического углубления на плоской пластине и в пограничном слое вблизи этой локальной неоднородности поверхности. Пространственная ограниченность лунки существенно влияет на структуру вихревого течения внутри выемки и на пограничный слой, который формируется над обтекаемой поверхностью пластины с локальным углублением. Обнаружены резонансные осцилляции внутри лунки, выбросы вихревых систем наружу из углубления и их функциональные зависимости от условий обтекания. Приведены кинематические и динамические характеристики вихревого течения в лунке и пограничного слоя над плоской поверхностью вблизи локального углубления.

Моделирование турбулентного переноса осуществлялось посредством наиболее употребляемых в настоящее время полуэмпирических дифференциальных моделей: однопараметрической модели Спаларта-Алмареса, модифицированной с учетом вращения и поправки на влияние кривизны линий тока; модели переноса сдвиговых напряжений (MSST), в которой при расчете вихревой вязкости вместо модуля завихренности используется модуль скоростей деформаций, модели рейнольдсовых напряжений. Отличительными особенностями применяемых методов являются

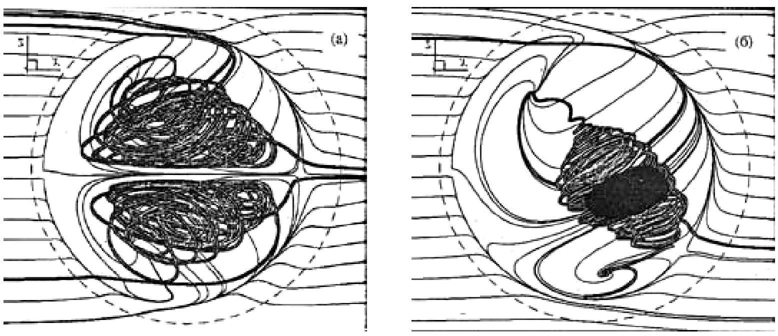


Рис. 1. Симметричная (а) и несимметричная (б) вихревая структура

оригинальные многоблочные вычислительные технологии (МВТ), разработанные на базе факторизованных неявных алгоритмов и разномасштабных пересекающихся сеток (в частности, скользящих). Их применение позволило корректно разрешить зоны с высокими градиентами характеристик вблизи струйных и вихревых генераторов. МВТ реализуются в оригинальном пакете VP2/3 (скорость-давление в трехмерном варианте), распараллеленная версия которого предназначена для проведения расчетов, прежде всего, нестационарных пространственных отрывных течений на многопроцессорных системах кластерного типа.

Проведенная методами компьютерной визуализации, идентификация струйно-вихревых структур в пристеночном слое вблизи сферической лунки показала самоорганизацию когерентных смерчеобразных струй на боковых стенках лунки. При взаимодействии струй между собой и обтекаемой поверхностью лунки образуются симметричные картины с двумя вихревыми ячейками или несимметричные структуры с формированием моносмерчевого режима течения в лунке (рис. 1). Смерчеобразные закрученные струйные потоки зарождаются в особых точках на обтекаемой поверхности типа фокус на картине растекания жидкости по криволинейной стенке.

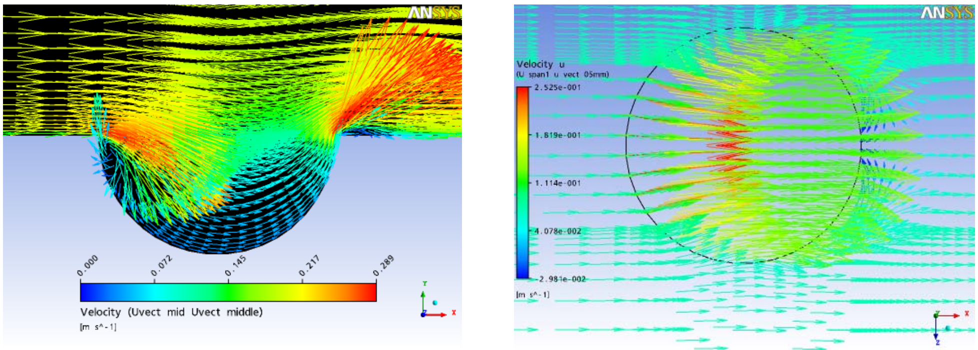


Рис. 2. Поле вектора скорости в полусферической лунке и над ней

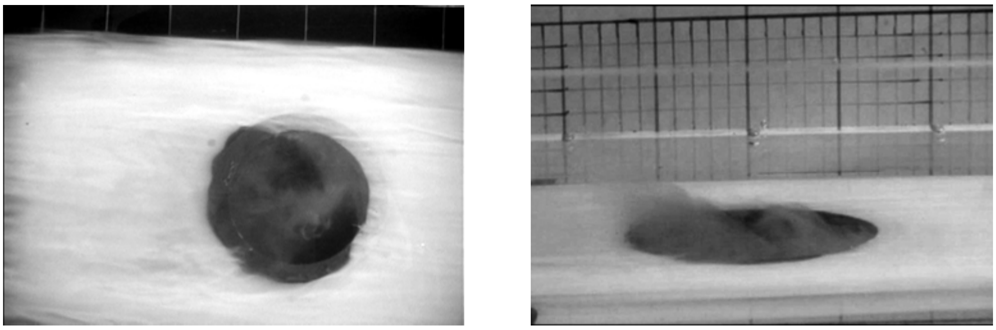


Рис. 3. Визуализация формирования и выброса несимметричной структуры

При увеличении глубины сферической лунки обнаружено перестройку картины отрывного течения от симметричной к моносмерчевой, что обуславливает скачкообразный прирост теплоотдачи внутри лунки и в следе за ней.

При ламинарном режиме обтекания внутри лунки формируется циркуляционное течение, которое не выбрасывается наружу в пограничный слой, а ведет себя, как автономное внутреннее вихревое течение. При приближении к переходному режиму крупномасштабная вихревая система из углубления поочередно выбрасывается то с одной, то с другой стороны выемки. Сравнение мгновенных и осредненных во времени картин течения (рис. 2) показывает, что при нестационарном режиме потока средние параметры течения существенно отличаются от их мгновенных величин как количественно, так и качественно.

Представлены результаты экспериментальных исследований, которые проведены в аэродинамической трубе и гидродинамическом канале на пластинах с полусферическими лунками. Перед проведением измерений термоанемометрами и датчиками пульсаций давления проводилась визуализация потока посредством красящих веществ и контрастных покрытий, которая отображала эволюцию вихревого течения (рис. 3). Взаимодействие и взаимосвязь между неустойчивыми полями скоростей и давлений, которые генерируются внутри выемки, изучалось посредством взаимного спектрального и корреляционного анализов. Статистическая обработка экспериментальных результатов позволила определить пространственно временные зависимости между пульсациями скорости и давления, определить их источники и места генерации, масштабы, направление движения и скорости переноса когерентных вихревых структур, которые формируют течение в углублении.

Работа выполнена при финансовой поддержке по гранту Совместного конкурса НАН Украины – РФФИ 2008 г. (проект № 2-08а, Гос. рег. № 0108U003264 и проект № 08-08-90400)

ADVECTION OF PASSIVE FLUID IN THE VELOCITY FIELD INDUCED BY PERIODICAL INJECTING FROM A TWO-DIMENSIONAL FLAT SPLIT

Alexandre Gourjii*, Viatcheslav Meleshko**, GertJan F. van Heijst***& Luca Zannetti****
*Institute of Hydromechanics, National Academy of Sciences, Kiev 01057, Ukraine
**Kiev National Taras Shevchenko University, Kiev 01033, Ukraine
***Eindhoven University of Technology, Eindhoven 5600 MB, The Netherlands
****Politecnico di Torino, Torino10129, Italy

The problem of a jet discharge of fluid from the narrow chink forms a most interesting problem in hydrodynamics [1,2]. The increased attention of many researchers to periodical jet flows from a rectangular aperture with fixed width is not only due to the internal beauty of this type of flows and its modelling aspects, but also due to its important applications in industrial and environmental situations. Observations [3,4] show that fluid during injecting forms a jet flow, while during rejection into the aperture the fluid motion is a potential flow. Periodic source-sink flows from a chink have wide use in nature and technology, among which it is possible to select transferring processes of different admixtures and pollutions in gulfs, bays and river mouths, fuel injection in engines and turbines.

MATHEMATICAL MODEL

Let us consider a two-dimensional steady flow of an ideal incompressible fluid from an injector with width W and velocity $U_0(t)$ in an output section ($|x|<W/2$ at $y=0$) in a rectangular coordinate system (*x,y*), with *y* coinciding with the axis of the injector (fig.1). Let T be the period of the injection. During the first semiperiod, $0<t<T/2$, the injector works as a source, while the remaining time interval, $T/2<t<T$, the injector represents a fluid inflow. Velocity field in the considered flow has to satisfy the boundary conditions on flat surfaces.
The proposed model supposes the formation of a point vortex pair during every fluid injection. In this case the flow is considered as a superposition of the potential flow from the injector and a system of N point vortices near a flat wall [1]:

$$\Psi(x,y)=\pm\frac{U_0}{2}\left|\sqrt{\left(x-\frac{W}{2}\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x+\frac{W}{2}\right)^2+y^2}\right|+\frac{1}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\Gamma_i\log\frac{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}{(x_i-x)^2+(y_i+y)^2}, \tag{1}$$

where Γ_i is the intensity of the point vortex with label *i*, x_i and y_i are the vortex coordinates. During the injection process the generated vortex pair has an intensity that changes in time, while the other vortices keep their fixed intensities.
Let the lower part of the injector ($y<0$, fig.1) be an endless channel with width W and the characteristic fluid velocity in the channel has magnitude U_0. In this case the width of the boundary layer at the output level has is of order δ. Then the circulation has is $\omega\approx\delta U_0 t/2$, and area of the boundary layer is of order $\omega\approx\delta U_0 t/2$. Consequently, the circulation that is injected into the flow domain during the injection stage (per channel half) is approximately $\Gamma(t)=\int\omega dS=U_0^2 t/2$. An example of the streamline pattern according to (1) for an injection with velocity $U_0=20.0$ and vortex pair with intensity $\Gamma=50.0$ is shown in fig.2.

NUMERICAL SIMULATION

We consider the advection of passive tracers in the velocity field induced by periodical source/sink flow through the aperture. Following the experiment (see fig.3, [4]) we select a part of the fluid in the injector and surround this region by a passive contour, which is presented by string of fluid particles (fig.4). The injection regime corresponds to the

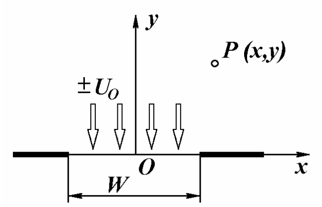


Fig.1. Geometry of the problem

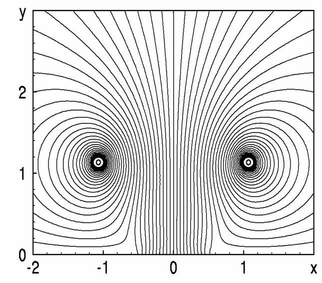


Fig.2. Stream function distribution

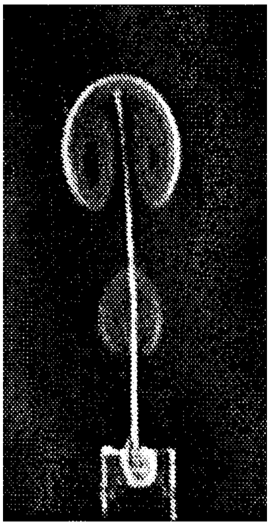


Fig.3. Vortex dipole formation observed in a laboratory experiment [4].

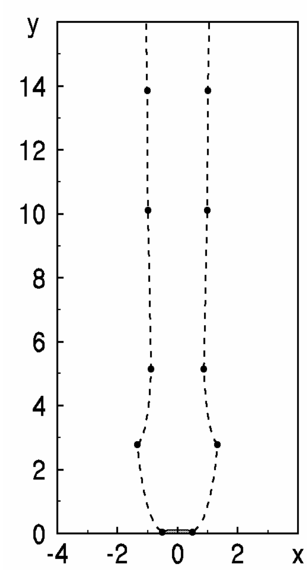


Fig.4. Trajectory of vortex pair

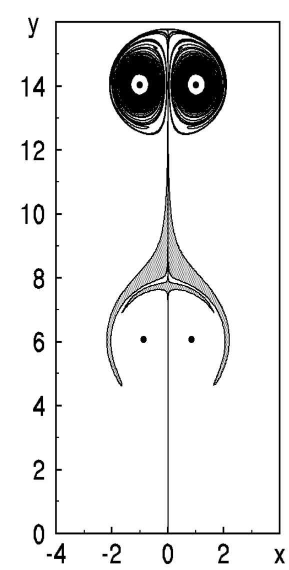


Fig.5. Advection of passive fluid from the injector

nondimensional parameter $U_0T/W = 20$. We suppose that vortices with varied intensity at the initial moment are located close to the output of the injector.

This problem is solved numerically by using the Runge-Kutta method of fourth order. The evolution of the material contour enveloping enveloping the selected fluid region in the flow is analysed using a piece-spline interpolation method [5]. The broken line in fig.4 shows the trajectories of the vortices, and the filled circles mark positions of the vortices of the first vortex pair for equal time intervals $\Delta t = 0.5T$. The second vortex pair is formed during the next period of injection, while the first vortex pair with fixed intensity continues propagating in forward direction. Fig.5 shows the vortex position at $t = 2T$. During the previous semiperiod fresh, ambient fluid is sucked into the injector, so that the second vortex pair contains practically only non-dyed fluid, as is clearly observed in the experiment (fig.4).

References

[1] Lamb H.: Hydrodynamics. 6th edn. Cambridge University Press, 1932.

[2] Birkhoff G.: Hydrodynamics, Princeton University Press, NY, 1960.

[3] van Dyke M.: An Album of Fluid Motion, The Parabolic Press, Stanford, 1982.

[4] Wells M.G., van Heijst G.J.F.: A Model of Tidal Flushing of an Estuary by Dipole Formation. *Dyn. Atmos. Oceans*, 37:223-244, 2003.

[5] Gourjii A.A., Meleshko V.V., van Heijst G.J.F.: Method of Piece-Spline Interpolation in the Advection Problem for an Arbitrary Velocity Field. *Report NASU* 8: 54-62, 1996.

A CIRCULATION FLOW IN THE SEA STRAIT SIMULATION

S.O.Dovgiy *, D.I.Cherniy **
* Institute of Hydromechanics, National Academy of Science, Kiev, Ukraine
** *Kiev National Taras Shevchenko University, Kiev, Ukraine*

The structure of flows and hydrological processes in sea channels, fiords and shelf regions depends on parameters of the in-flow, climatic conditions and features of coastline. It is well known that the coastline changes, as a result of human activity, can result in major alterations in structure of flows. Building the dike (2003) in Kerch channel (between Black and Azov seas) from Taman peninsula is an example of technological influence on the fluid flow and hydrological conditions in the channel (Fig.1). Increasing in the flow velocity in fairway region by two times results in the appearance dangerous tendencies in a hydrology of Kerch channel. Prognosis of possible global hydrological changes in Kerch channel by local coastal changes, including buildings in the internal island Tuzla, is the main goal of the report.

Fig.1.
A satellite photography of Kerch channel between Black sea (south) and Azov sea (nord).

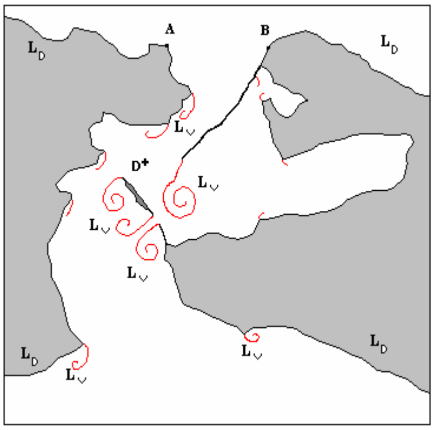


Fig.2.
Scheme of Kerch channel between Black sea (south) and Azov sea (nord).

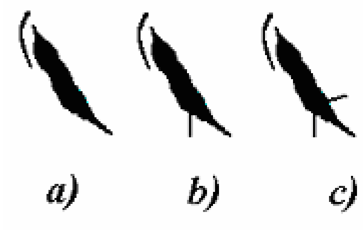


Fig.3.
Hydrological projects on island Tuzla

The high velocity flow (0.4-0.6 km/h), small depth (4-8 m) and flat ground are the main features of hydrology of Kerch channel. Therefore, we can apply the mathematical problem with multiply connected region and complex boundaries. The average on a depth flow is realized both in the region between the fixed boundaries L_d (Fig.2) and island Tuzla. Water discharge Q is a parameter of the channel. We suppose that the fluid motion is an unsteady flow induced by superposition of an external potential flow due to a water discharge Q and vortex structures L_V formed on the sharp ledges in the boundaries.

The solution of hydrodynamic problem be reduced to mathematical problem for complex potential $\varphi(x, y)$ in multiply connected region D^+ with fixed impermeable L_d and moving free L_V boundaries [1]:

$$\Delta\varphi = 0 \,, \quad \text{at} \quad D^+ \tag{1}$$

with boundary conditions

$$\int_A^B (\nabla \varphi, n) ds = Q \quad \text{at AB}, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \quad \text{at } L_d,$$

$$\left.\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right|^{+} = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right|^{-} \quad \text{at } L_V, \qquad \frac{\partial \varphi^{+}}{\partial t} + \frac{\left|\nabla \varphi^{+}\right|^2}{2} = \frac{\partial \varphi^{-}}{\partial t} + \frac{\left|\nabla \varphi^{-}\right|^2}{2} \quad \text{at } L_V$$

and initial condition Ld, L_O=Lv(t_O), $\varphi^{+}\big|_{t=0} = \varphi_0^{+}$ as well as $\left|\nabla \varphi^{+}\right| < \infty$.

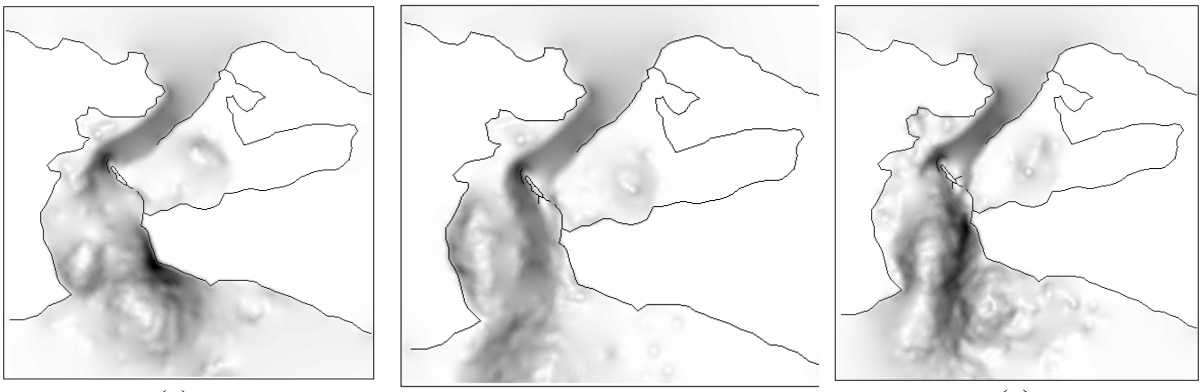
We introduce the complex potential and velocity field in the following form

$$\Phi(z,t) = \varphi + i\psi = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_d} f(\omega,t)\ln(z-\omega)d\omega + \frac{1}{2\pi i}\int_{L_v(t)} f(\omega,t)\ln(z-\omega)d\omega \qquad (2)$$

$$\overline{V}(z,t) = \frac{\partial \Phi(z,t)}{\partial z} = u - iv = \frac{1}{2\pi i}\int_{L_d}\frac{f(\omega,t)}{z-\omega}d\omega + \frac{1}{2\pi i}\int_{L_v(t)}\frac{f(\omega,t)}{z-\omega}d\omega \qquad (3)$$

and solve the problem together for fixed L_d and moved L_V boundaries.

The results of numeral solution of the problem are shown in Fig.4. Intensity of dark ink is proportional to velocity of the flow in the channel.



(a) (b) (c)

Fig. 4. Fluid flow for different coastal building in according to Fig.3.

Building of the dike from Taman peninsula results in an intensification of the flow (by more then two times) both along the Crimean peninsula and Tuzla island. Fluid flow intensifies erosion processes near Tuzla, which result in reducing coastline of the island [2].

Coastal building (case “a”, “b”, “c” in Fig.3) on island Tuzla changes the global flow in the channel region (Fig.4) in comparison with the initial flow. It has controlled regions with local increase of flow velocity. Comparison of results shows that case (Fig.3,b; Fig.4,b) allows to displace the region with most intensive flow to the middle of Kerch channel. Therefore the problem of coastal building is not urgent. Analysis shows that the flow in this case takes away impurities from channel territory and shelf zones in case of technocratic accidents and catastrophes.

References

[1] Dovgiy S.A., Lifanov I.K.: Method of Singular Integral Equations. Theory and Applications, Naukova dumka, Kiev, 2004.

[2] Voitsehovsky S.O., Garkusha V.I., Vitko V.P., Kondratenko O.V., Ryabokonenko O.D., Horoshilov O.V., Cherniy D.I.: Mathematical and informative model of hydrological processes, Anno. Kiev university, Series: Phys. And Math. Science, **4**:276-282, 2004.

КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВЕСОМОЙ ЖИДКОСТИ

И.И.Ефремов, Е.П. Лукащик
Кубанский государственный университет
Краснодар, Россия

Рассматривается связанная задача гидроупругости о колебаниях упругой пластины бесконечного размаха, плавающей на свободной поверхности идеальной весомой жидкости

Сформулированная математическая задача сводится к интегральному уравнению относительно интенсивности вихревого слоя, пропорциональной давлению жидкости на пластину. Уравнение цилиндрического изгиба пластины решается в замкнутой форме с использованием балочных функций для пластины на упругом основании, обобщающих известные функции А.Н. Крылова. Применение такого подхода позволяет получить аналитическую форму ядра определяющего интегрального уравнения задачи.

Для решения определяющего интегрального уравнения используются метод дискретных вихрей и метод квадратур А.А. Корнейчука.

Рассмотрен пример вынужденных гидроупругих колебаний пластины с заданной гармонической внешней нагрузкой.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ПОКРЫТИЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Я.В. Загуменный
Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина
E-mail: y_zagum@yahoo.com

Проблема снижения аэрогидродинамического сопротивления тел при движении в жидкой и воздушной средах, а также при движении жидкостей в трубопроводах, остается актуальной в современной аэрогидромеханике ввиду всевозрастающей необходимости экономичного расходования энергетических ресурсов. Экспериментально показано, что использование податливых покрытий может приводить к значительному снижению сопротивления трения, при этом не требуя тонких технологий изготовления и дополнительных затрат энергии и вещества во время движения. Однако данный метод оказывается весьма эффективным только при условии правильного согласования параметров потока и покрытия. Поэтому для решения данной проблемы важна разработка теоретических моделей взаимодействия турбулентного потока с деформируемым покрытием, что дает возможность определять параметры покрытий, уменьшающих сопротивление трения. Решение такой задачи сталкивается с очевидными сложностями замыкания на границе раздела сред и построения моделей турбулентности, с наибольшей полнотой и информативностью описывающих механизм этого взаимодействия.

Предлагается развитие энергетической модели взаимодействия турбулентного пограничного слоя с деформирующейся поверхностью на основе модифицированной для пристенных течений модели турбулентности переноса напряжений Рейнольдса, учитывающей кинематические и динамические взаимодействия турбулентного потока и податливого покрытия. Граничные условия для пограничного слоя на податливой поверхности определяются из решения нестационарной задачи колебания трехмерного вязко-упругого слоя переменной толщины, конечной длины и ширины, подверженного случайным локальным импульсным воздействиям с интенсивностью и масштабами, определяемыми выбросами из вязкого подслоя турбулентного пограничного слоя. Задача решается конечно-разностным методом с использованием неявной пространственно-факторизованной схемы 2-го порядка точности с центральными разностями по времени и пространственным переменным. На основе численного решения исследованы закономерности динамического поведения вязко-упругого слоя при воздействии на его поверхности локальной импульсной нагрузки, показана роль изменяемости толщины вязко-упругого слоя и его геометрии в поперечном направлении в формировании направленного волнового поля на поверхности. Определены условия максимального поглощения энергии импульсной нагрузки в зависимости от параметров вязко-упругого слоя и продолжительности воздействия нагрузки.

В рамках предложенной модели взаимодействия проведен численный расчет характеристик турбулентного пограничного слоя на поверхности вязко-упругого покрытия в зависимости от его геометрии и вязкоупругих свойств материала, определены параметры покрытий, обеспечивающих максимальное снижение сопротивления трения. Для рассмотренных режимов движения наибольший эффект снижения сопротивления (~12–16 %) наблюдается при временах релаксации материала покрытия меньших времени воздействия импульсов давления и динамических модулях порядка величины статического модуля и выше.

ВЗАЄМОДІЯ ТУРБУЛЕНТНОСТІ З УДАРНИМИ ХВИЛЯМИ

В.А. Касьянов, В.В.Пахненко, Р.Р. Хасанов
Національний авіаційний університет,
пр. Космонавта Комарова, 1, г.Київ, 03058, Україна

Взаємодія турбулентності з ударною хвилею - одна з актуальних задач у сфері аеродинаміки, що досі остаточно не розв’язана. На сьогодні основний напрям чисельних методів розрахунку турбулентних течій полягає в розв’язанні осереднених за часом рівнянь Нав’є - Стокса.

Відомі розрахунки турбулентних течій для обмежених областей. Белоцерковский С. М., наприклад, у своїй праці «Турбулентность и вихревая аэродинамика» наводить приклади когерентних вихрових структур, отриманих розрахунковим шляхом. Розвинута комп’ютерна концепція турбулентних слідів та струменів представляє собою замкнуту конструктивну математичну модель.

Наведено деякі результати взаємодії турбулентної ізотропної течії з стрибком ущільнення. Модель турбулентності відіграє дуже важливу роль. Використано програмний продукт «Fluent». Для імітації ізотропної турбулентності використана модель з рухомою сіткою закон руху якої був керований зокрема містив випадкову складову.

В ряді робіт було показано, що, після проходження турбулентного потоку крізь стрибок ущільнення, інтенсивність турбулентності збільшується. Внаслідок інтенсивної турбулентності форма ударної хвилі може змінюватись. Розроблена модель дає можливість побачити такі зміни (рис. 1).

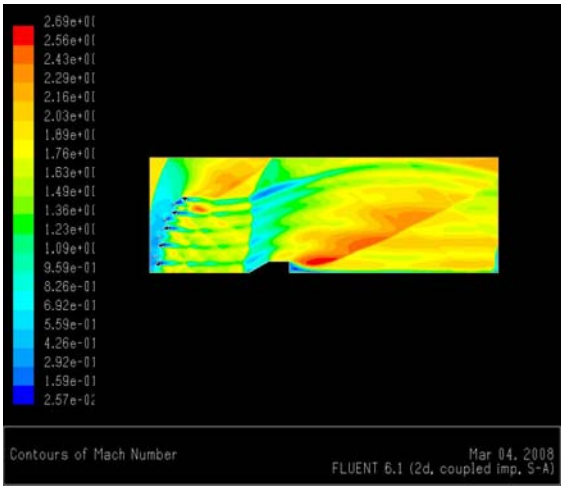


Рис.1

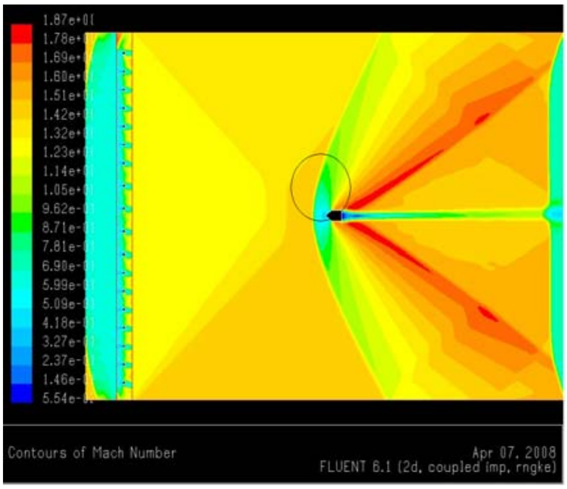


Рис.2

Турбулентність приводить до двох явищ: по-перше, стрибок перестає бути гладким, а по-друге, він локально нестаціонарний. С цього випливає, що такий стрибок повинен випромінювати з кожної своєї точки звукові коливання вниз за течією. В свою чергу, це приводить до того, що в рівняннях балансу енергії до та після стрибка потрібно враховувати зміну кінетичної енергії турбулентної складової руху, а також енергію звукового випромінювання вниз за потоком. Це приводить до модифікації рівняння Гюгоніо-Ренкіна, а також деякої зміни інтегральних осереднених характеристик стрибка: нахилу стрибка, величин стрибка: швидкостей, тиску, щільності та температури.

Зауважимо, що однією з найбільш вдалих моделей є модель з рухомою сіткою, що створює найбільш цікавий для розрахунків ізотропний турбулентний потік. Цей потік, внаслідок взаємодії з стрибком ущільнення, змінює форму ударної хвилі та викликає коливання вздовж сліду позаду клиноподібного тіла. Зміни у формі не такі значні (рис. 2).

Однією з головних задач є доведення припущення, що внаслідок взаємодії генерується звук. Відомо, що на не розрахункових режимах роботи реактивних двигунів у соплі відбувається зіткнення ударних хвиль з турбулентним понад звуковим потоком. Внаслідок цього розповсюджується потужний шум. Розрахункові експериментив деякій мірі доводять це припущення.

Література

1. *Касьянов В.*А. Моделирование полета. – К.: НАУ, 2004.-400с.

2. *Белоцерковский С. М.* О моделировании на ЭВМ турбулентных струй и следов методом дискретных вихрей // Этюды по турбулентности. М.: Наука, 1994. С. 246-248.

3. *Белоцерковский С.М., Гиневский А.С.* Компьютерная концепция вихревой турбулентности // Изв. вузов. Нелинейная механика. 1995. Т. 3, № 2. С. 72-93.

4. *Касьянов В.А., Ударцев Е.П.* Определение характеристики воздушніх судов методами идентификации.- Машиностроение, 1988.-170с.

ТЕОРИЯ ОБОБЩЕННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Ю.А. Крашаница

В силу многопараметричности и нелинейности основных задач механики сплошных сред, существенное развитие, наряду с физическим, получил вычислительный эксперимент. Значительные достижения получены в численном анализе и, особенно, в численной реализации конкретных математических моделей механики: в газовой динамике существенное развитие получила вычислительная газовая динамика с учетом физико-химических процессов, что позволяет предлагать заказчикам разработки программно-методического обеспечения определения аэродинамических характеристик управляемых летательных аппаратов на трансзвуковых режимах полета, создавать инженерные методики расчетов на базе типовых компьютерных средств ПЭВМ в режиме реального времени; в динамике вязкой несжимаемой жидкости основное значение уделяется новым качественным методам исследования начально-краевых задач, которые в свою очередь нагромождают математические проблемы и намечают некоторые пути их разрешения, приводят к возникновению новых математических моделей постановок и решений задач движения вязкой жидкости также при малых и средних числах Рейнольдса, имеющих первостепенное значение в вопросах жизнеобеспечения и экологии; в аэродинамике сложных несущих поверхностей на базе систематического использования метода граничных интегральных уравнений и вариантов численной реализации получены распределенные и суммарные нелинейные аэродинамические характеристики несущих форм, плоских и пространственных, изучены процессы, которые сопровождают отрыв потока, формирование и устойчивость вихревых образований, что позволяет проводить широкомасштабные теоретические и экспериментальные исследования самораскручивающихся аэро- и гидросиловых установок с повышенным коэффициентом полезного действия и широким спектром мощностей.

Теория движения вязкой жидкости в форме, весьма близкой к современной, была опубликована в 1845 г. С. Стоксом, который, выделив из общего перемещения элемента жидкости деформационную часть, указал простую линейную зависимость возникающих в жидкости напряжений от скоростей деформаций, т.е. дал обобщение закона И. Ньютона. До Стокса, основываясь на некоторых специальных молекулярных гипотезах относительно свойств реальных газов, уравнения движения вязкого газа выводили: в 1826 г. Навье, в 1831 г. С.Д. Пуассон и в 1843 г. Б. Сен-Венан (1797—1886).

Развитие механики вязкой жидкости отвечало практическим запросам со стороны энергично развивавшихся в XIX-XX ст. гидравлики и гидротехники, учения о трении в машинах, физики и химии нефтяных и других смазочных веществ. Первые опыты, показавшие преобладающее влияние сил вязкости на сопротивление при малых скоростях, принадлежали С. Кулону (1801), Дюбуа (1779) и Дюшемену (1829).

Основное значение имели теоретические и экспериментальные исследования сопротивления в трубах и каналах при движении в них воды и других вязких жидкостей. Теоретическое решение этой задачи было дано самим С. Стоксом в 1846 г. и Дж. Стефаном в 1862 г. Обстоятельные экспериментальные исследования движения вязкой жидкости в трубах очень малого диаметра были проведены Ж. Пуазейлем в 1840—1842 гг. и О. Рейнольдсом в период 1876 — 1883 гг. Более ранние опыты были проведены Хагеном и опубликованы в 1839 г. Ко времени работ Пуазейля и Рейнольдса относится открытие двух различных режимов движения вязкой жидкости в трубах — ламинарного и турбулентного. Работы Рейнольдса послужили началом создания теории турбулентного движения, применение которой в вопросах гидравлики, гидротехники, метеорологии, теории сопротивления и теплопередачи оказалось весьма обширным и плодотворным.

Таким образом, наиболее достоверной и апробированной математической моделью движения вязкой жидкости или газа является краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса.

Как было отмечено эта система впервые была построена в 1826 г. и до настоящего времени не найден общий метод исследования и решения этой нелинейной системы, а известны лишь некоторые, как правило, случайно полученные, частные решения этой системы уравнений. Частные точные решения являются ценными для исследования течений вязкой жидкости, так как позволяют выяснить погрешность результатов при сделанных допущениях либо проверить очередной численный метод. Методическое значение таких решений также велико.

Краевые задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных Навье-Стокса относятся к важнейшим и сложнейшим задачам прикладной математики и механики и их решение позволит существенно изменить способы проведения гидро- и аэродинамических расчетов, улучшит качество этих расчетов и повысит достоверность результатов, что может иметь также и реальное экономическое значение.

Однако, в настоящее время наиболее перспективной представляется интегрированная компьютерная технология, основанная на идеологии метода граничных интегральных уравнений. Этот метод позволяет сводить краевые задачи для уравнений в частных производных на многообразия меньшей размерности и является одним из классических методов исследования и решения краевых задач математической физики, теории поля и векторного анализа. Он находит широкое применение при построении математических моделей явлений, при доказательстве разрешимости задач, а также является теоретической основой разработки алгоритмов их численного исследования. Наиболее эффективным метод оказался в случаях внутренних и внешних задач для неограниченных областей с компактными внутренними границами и позволяет непосредственно определять распределенные аэрогидродинамические характеристики.

Этот подход обладает безусловными преимуществами перед конечно-разностными методами и методом конечных элементов. Именно поэтому в настоящее время данный метод с успехом применяется для разрешения сложных инженерных задач - плоских и пространственных, стационарных и зависящих от времени.

В работе представлено развитие нового общего направления численно-аналитического решения широкого класса нелинейных задач механики сплошных сред. На базе некоторых обобщений дифференциальных и интегральных теорем векторно-тензорного анализа развиты новый подход и формализм в построении граничных интегральных уравнений эквивалентных начально-краевым задачам основных математических моделей механики жидкости и газа на базе системы уравнений Навье-Стокса.

МЕТОД ОТСЛЕЖИВАНИЯ СТРУЙ ТЕЧЕНИЙ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ ТУРБОМАШИН

В.М. Лапотко, Ю.П. Кухтин
ГП “Ивченко-Прогресс”, Запорожье, Украина,
E-mail: 03504@ivchenko-progress.com

Создание надежно работающей турбомашины с высокими удельными параметрами и ресурсом невозможно без системного исследования нестационарных рабочих процессов, характеризующих как работу отдельных составляющих ее узлов, так и работу машины в целом. Современный уровень развития численных методов и вычислительной техники не позволяет при решении поставленной задачи опираться на целостные модели пространственного течения вязкого теплопроводного газа. Такие модели недостаточно эффективны, что бы их использовать для расчета нестационарных течений в системе полных лопаточных венцов в течение нескольких оборотов ротора, а также имеют значительные погрешности при расчетах нестационарного газодинамического взаимодействия различных элементов турбомашин.

В качестве инструмента исследования 2-d нестационарных течений газа в слое переменной толщины на переменном радиусе авторы использовали разработанный ими и неоднократно апробированный на различных задачах метод отслеживания струй течений (МОСТ). Отличительной чертой разработанного метода является использование подвижных, так называемых, лагранжевых сеток. Лагранжевые сетки – это ориентированные в направлении течения бесконечно тонкие, невесомые и непроницаемые для основного потока поверхности. Такие поверхности являются проницаемыми лишь для молей среды, которые имитируют диффузию, обусловленную физической вязкостью и турбулентным движением среды. Предложенная модель течения среды соответствует физической модели течения газа, распространяющегося по струям, ограниченным поверхностями контактного разрыва параметров.

Благодаря интегрированию исходной системы уравнений, описывающей течение газа через несколько неподвижных и подвижных венцов, в единой системе координат, устранен негативный эффект – “мазание” параметров на линиях стыковки сеток. Это особенно важно при исследовании нестационарных течений в турбомашинах, где наряду с потенциальной неоднородностью поля параметров, присутствует не менее интенсивная следовая неравномерность потока.

В качестве примеров численных исследований представлены результаты нестационарного взаимодействия:

неравномерности камеры сгорания по температуре с лопатками рабочего колеса;

соплового аппарата неравномерного шага и рабочего колеса ступени турбины;

венцов многоступенчатой турбины вентилятора;

“огневой дорожки” с многоступенчатой турбиной авиационного двигателя.

Предложенный подход целесообразно использовать при рассмотрении задач аэрогидродинамики со свободными поверхностями, поверхностями раздела сред и другими подвижными, в том числе жесткими, не связанными друг с другом границами.

Математические модели в нелинейной теории колебаний ограниченного объема вязкой жидкости, основанной на гипотезе Релея

И.А.Луковский
академик НАН Украины
Институт математики НАН Украины
Киев, Терещенковская 3

Доклад посвящен математическим проблемам моделирования свободных и вынужденных колебаний ограниченного объема вязкой жидкости, находящихся в условиях гравитационных и инерционных полей.

В отличии от исследований по динамике жидкости, основанных на хорошо зарекомендовавших себя в случае сдвиговых течений модели Навье-Стокса, рассматриваемая здесь теория базируется на более естественной для колебательных процессов гипотезе Релея относительно природы сил трения в жидкости.

В соответствии с этой гипотезой отклонение частиц жидкости от их положения равновесия тормозятся силами, пропорциональными относительной скорости их движений, а для определения коэффициентов трения используются хорошо доступные экспериментальные данные для логарифмических декрементов колебаний.

Для безвихревого потенциала скоростей вязкой жидкости в этом случае возникает нелинейная краевая задача, аналогичная соответствующей задаче теории колебаний ограниченного объема идеальной жидкости.

Центральным местом рассматриваемой теории является разработка на основе вариационных принципов модального метода получения математической модели в виде бесконечной системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая модель третьего порядка малости предъявлена в задаче о свободных и вынужденных колебаний вязкой жидкости в цилиндрическом сосуде исходя из семимодовой аппроксимации свободной поверхности.

В широком диапазоне физических и геометрических параметров рассматриваемой механической системы проведен анализ амплитудно-частотных характеристик колебаний и силового взаимодействия жидкости со стенками сосуда.

С количественной и качественной точек зрения изучены плоские и пространственные режимы движения жидкости в зависимости от амплитуды и частоты возмущающей силы, действующей в одной из плоскостей симметрии сосуда.

Результаты математического моделирования сравниваются с аналогичными результатами, полученными ранее для случая идеальной жидкости, а также с известными экспериментальными данными.

Применение спектрального метода к решению задачи об эволюции компактного вихря в слое жидкости конечной глубины с учетом дна и свободной поверхности.

П.В. Лукьянов.
Институт гидромеханики НАНУ

Спектральным методом можно эффективно численно решать некоторые трехмерные нестационарные задачи гидромеханики. Среди них задача о турбулентной диффузии и взаимодействии компактного вихря с дном и свободной поверхностью. Формулировка задачи представляет собой стандартные уравнения движения и переноса плавучести [1]. Граничные условия для задачи стандартные. Однако следует обратить внимание на удовлетворение условия «твердой крышки» на поверхности жидкости. Искомые функции, - три компоненты скорости и плавучесть, - представляются в виде рядов:

$$U(x,y,z,t)=\sum_{n_1,n_2=-N}^{N}\ \sum_{n_3=0}^{Nz} U(n_1,n_2,n_3,t)\exp\left[i\pi\left(\frac{n_1 x}{l_x}+\frac{n_2 y}{l_y}\right)\right]\sin\left[\lambda(n_3)z\right] \quad (1)$$

$$V(x,y,z,t)=\sum_{n_1,n_2=-N}^{N}\ \sum_{n_3=0}^{Nz} V(n_1,n_2,n_3,t)\exp\left[i\pi\left(\frac{n_1 x}{l_x}+\frac{n_2 y}{l_y}\right)\right]\sin\left[\lambda(n_3)z\right] \quad (2)$$

$$W(x,y,z,t)=\sum_{n_1,n_2=-N}^{N}\ \sum_{n_3=0}^{Nz} W(n_1,n_2,n_3,t)\exp\left[i\pi\left(\frac{n_1 x}{l_x}+\frac{n_2 y}{l_y}\right)\right]\sin\left[k(n_3)z\right] \quad (3)$$

$$b(x,y,z,t)=\sum_{n_1,n_2=-N}^{N}\ \sum_{n_3=0}^{Nz} B(n_1,n_2,n_3,t)\exp\left[i\pi\left(\frac{n_1 x}{l_x}+\frac{n_2 y}{l_y}\right)\right]\cos\left[\lambda(n_3)z\right] \quad (4)$$

где: $\lambda(n_3)=\frac{\pi(2n_3+1)}{2h}$, $k(n_3)=\frac{\pi n_3}{h}$ (n_3=0, 1, 2,...) . На каждом шаге по времени коэффициенты ряда Фурье W пересчитываются по формуле :

$$W(n_1,n_2,n_3,t)=\frac{-i\pi}{k(n_3)h}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2\lambda(m)}{\lambda^2(m)-k^2(m)}\left[\frac{n_1}{l_x}U(n_1,n_2,m,t)+\frac{n_2}{l_y}V(n_1,n_2,m,t)\right] \quad (5)$$

Представления (1-5) позволяют удовлетворить все граничные условия задачи.

Компактный характер начальных распределений всех характеристик, характеризующих вихрь, позволяет удерживать незначительное количество членов ряда по каждой из пространственных переменных и при этом получать достаточную точность аппроксимации.

На рис. 1 приведена картина поля вертикальной компоненты завихренности в процессе диффузии вихря. С течением времени, завихренность диффундирует, увеличивая размеры вихря к в вертикальном и в горизонтальном направлениях. В начальный момент вихрь задавался в области $(x,y,z)\in[-1;1]\times[-1;1]\times[0;1]$. Применение прямого численного моделирования позволило получить и горизонтальные сечения полей кинематических характеристик. Процесс генерации вторичных течений, например, наглядно описывается поворотом и закручиванием изолиний поля горизонтальных компонент скорости (рис. 2). Чем сильнее это закручивание и поворот, тем большую роль играют вторичные течения. Речь, конечно же, идет, прежде всего, о радиальной компоненте скорости.

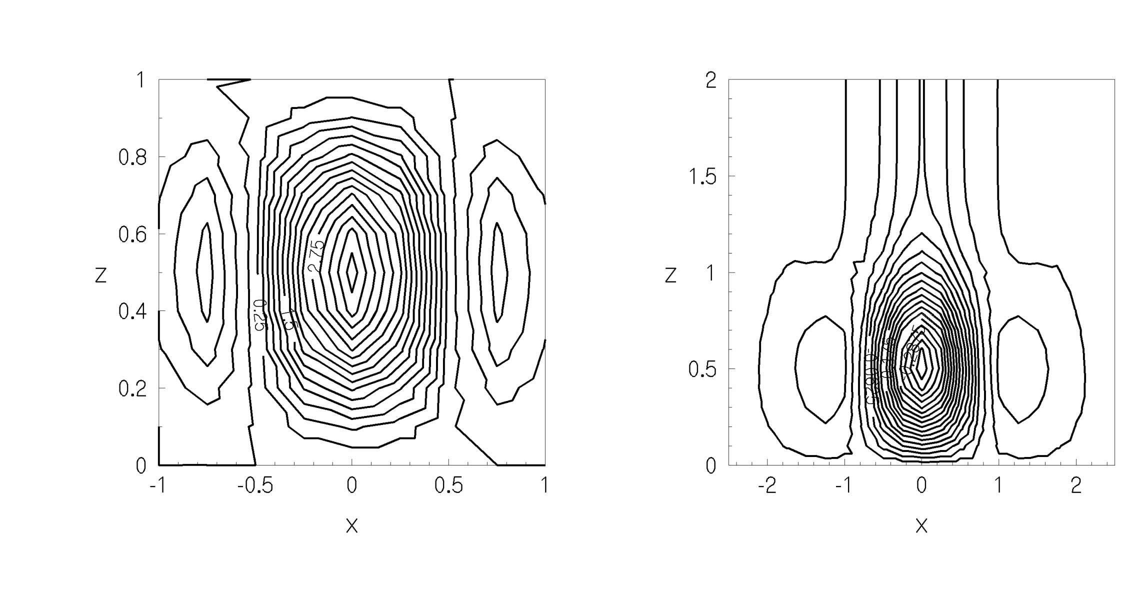


Рис. 1 Вертикальное сечение поля ω_z в момент безразмерного времени t=0 и t=2.

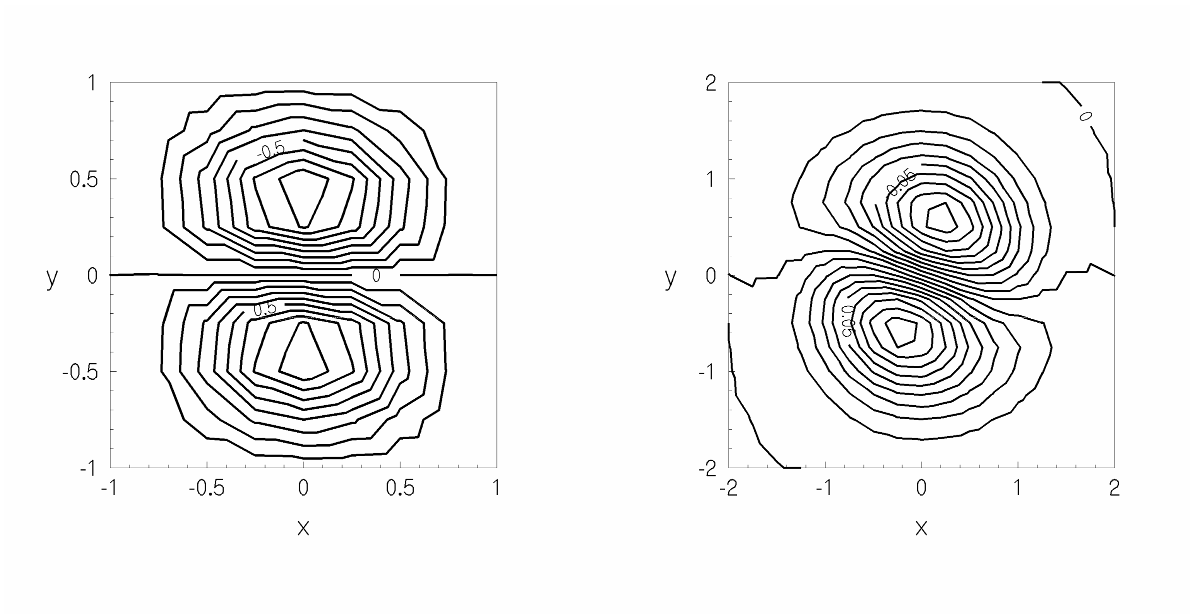


Рис. 2 Горизонтальное сечение x -компоненты поля скорости в начальный момент (слева) и в процессе взаимодействия вихря с дном (справа).

[1] Лукьянов П.В. Диффузия изолированного квазидвумерного вихря в слое устойчиво стратифицированной жидкости // Прикл. гидром. –2006. -- № 3 С. 63-77.

Моделювання гідродинамічної взаємодії суден та гідротехнічних споруд за допомогою методу граничних елементів

С. В. Масюк
Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

В останні десятиліття спостерігається значне збільшення розмірів та швидкості суден. Тому для більшості з них акваторії які раніше можна було вважати необмеженими по глибині тепер треба розглядати як мілку воду. З іншого боку відомо, що при рухові суден в умовах обмеженого фарватеру гідродинамічної взаємодії значно зростають порівняно з тими, що діють у безмежній рідині. Істотне зростання сил притягання між об’єктами взаємодії, наприклад між двома судами або між судном і береговою лінією, може призвести до зіткнення судів та аварій. Наслідком навіть невеликої помилки в оцінці гідродинамічних ефектів можуть бути мільйони доларів збитків та загибель людей.

Дія збурень викликаних судном може стати причиною порушення роботи гідротехнічних споруд, ерозії берегів, і т.д. З іншого боку геометричні неоднорідності фарватеру (гідротехнічні споруди, пришвартовані судна, зміна глибини і. т. д.) впливають на рухоме судно і цей вплив при певних обставинах, наприклад на мілкій воді, може бути досить значний.

Дослідження проблеми, пов'язаної з кораблями, що рухаються, в умовах обмеженого фарватеру є важливою для практики судноводіння, оскільки необхідне забезпечувати з одного боку маневреність судів, з іншою - безпека плавання. Не дивно, що останнім часом збільшується кількість теоретичних та експериментальних досліджень, що стосуються гідродинамічної взаємодії суден, зокрема, взаємодії суден з береговими конструкціями, взаємодії суден під час маневрування, взаємодія суден в обмежених фарватерах тощо.

В роботі за допомогою чисельного методу граничних елементів розраховані залежності коефіцієнтів гідродинамічних сил та моментів, що діють на судна різних форм при взаємодії їх гідротехнічними спорудами які моделюються прямокутним виступом різної довжини: $l=L/20$, $l=L/2$, $l=L$ та $l=2L$, де l довжина виступу, а L довжина судна. Взаємодія відбувається на мілкій воді глибиною $h=1.1c$, де c посадка судна. Розрахунки проводились для суден чотирьох різних типових форм: еліптичної, судна з вертикальними бортами, симетричного та несиметричного судна з циліндричною вставкою.

Показано, що характер залежностей сил та моментів змінюється зі зміною довжини виступу. Характер залежності бокової сили однаковий для суден усіх форм. Найменші значення бокової сили спостерігаються для судна для еліпсоїдної форми, а найбільші – для судна з вертикальними бортами. На всій ділянці взаємодії бокова сила діє як сила притягання судна до виступу не залежно від його довжини. У випадку малої довжини виступу $l<L/20$ при проходженні міделем судна середини виступу спостерігається мінімальне значення бокової сили, а у випадку великої довжини $l>L$ навпаки – максимальне.

Характер залежностей коефіцієнтів гідродинамічного моменту визначається формою судна. Якщо виступ має форму пластини ($l=L/20$), залежності для всіх розглянутих типів суден мають однаковий характер. При довжині виступу $l>L$ гідродинамічний момент, що діє на судно з вертикальними бортами спочатку намагається відвернути ніс судна в протилежну від виступу сторону, а при проходженні міделем судна середини виступу навпаки намагається відвернути від виступу корму судна. На судно з циліндричною вставкою момент діє протилежним чином.

Моменти для симетричного і несиметричного суден на відміну від бокових сил помітно відрізняються. Взаємодія корми і виступу є інтенсивнішою ніж взаємодія носової частини судна і виступу. Максимальне значення гідродинамічного моменту, що відповідає повороту корми судна до виступу майже вдвічі перевищує аналогічне значення моменту, що повертає ніс судна до виступу.

Слід зазначити, що на гідродинамічні моменти, на відміну від бокових сил, істотно впливає форма та розмір зануреної частини судна, тому на практиці необхідно виконувати розрахунки для конкретного судна.

Розглянуто також гідродинамічну взаємодію типового судна з циліндричною вставкою з виступами різних розмірів на мілкій воді глибиною $h=1.1c$, в умовах течії, в рамках безциркуляційного обтікання.

Показано, що сила, а особливо момент гідродинамічної взаємодії між судном та виступом істотно зростають у випадку коли у фарватері присутня навіть невелика (10% від швидкості судна) зустрічна течія. В області максимальних значень сила зростає майже в 1.5 рази, а момент майже в 5 разів. Якщо швидкість течії збільшується до 20% від швидкості судна, сили гідродинамічної взаємодії зростають ще в майже 2 рази.

Зростання сил гідродинамічної взаємодії відбувається таким чином, що максимальне значення сил збільшується, а мінімальне зменшується, тобто зростають абсолютні значення гідродинамічних сил. Моменти при наявності зустрічної течії спочатку, при наближені судна до виступу, намагаються повернути ніс судна до виступу, а при віддалені судна від виступу – навпаки намагаються повернути корму судна до виступу.

У випадку, коли течія не зустрічна, а попутна, гідродинамічний момент змінює свій знак на протилежний, тобто при наближені судна до виступу намагаються повернути корму судна до виступу, а при віддалені судна від виступу – ніс. У абсолютному значенні момент що виникає при попутній течії приблизно в 2 рази меншій, ніж той, що виникає при зустрічній течії. Бокова сила при попутній течії, загалом дещо зменшується порівняно зі стоячою водою. Також зменшується її максимальне значення. Однак на деяких ділянках руху при наявності попутної течії значення бокової сили більше ніж при її відсутності.

Отже навантаження на об’єкти між якими відбувається гідродинамічна взаємодія можуть значно варіюється, в залежності від напряму та швидкості течії.

FORMATION OF A VORTEX RING CHAIN DUE TO THE PERIODIC MOTION OF A SPHERE IN AN INVISCID UNBOUNDED FLUID

Viatcheslav V. Meleshko*, Alexandre A. Gourjii**, Diogo Bolster*** & Russell J. Donnelly****
*Kiev National Taras Shevchenko University, Kiev 01033, Ukraine
**Institute of Hydromechanics, National Academy of Sciences, Kiev 01057, Ukraine
***Technical University of Catalonia (UPC), Barcelona, Spain
****University of Oregon, Eugene, OR 97403-1274, USA

Vortex dynamics phenomena span an incredible range of scales: from quantized vortices in helium II with a core size of an Angstrom [1] to tornados and waterspouts of ordinary human scale to phenomena such as Jupiter's red spot on planetary scales as well as vortex motions on a galactic scale. Laboratory vortex rings share many common problems with all these flows [2]. The formation of ring vortices from a vortex gun is an example of the rollup of a boundary layer created by the piston. The lifetime of the rings is determined by friction on the core, and by the growth of core instabilities. Collisions with walls, free surfaces and other vortices have not been systematically studied, but they involve topological changes owing to vortex reconnections which are very fundamental to turbulent flows. Vortices can "leapfrog" through each other, they can coalesce to one vortex ring on collision, or they can scatter with possible exchange of bits of line from each vortex.

Recently attention has been focussed on the motion of axisymmetrical coherent vortex structures and their interaction with solid surfaces. It is known that axisymmetrical vortex structures are generated in a fluid flow around a sphere (fig.1). The velocity field induced by a vortex ring rotates part of the surrounding fluid placed near the vortex core forming the so-called vortex cloud (or the vortex "atmosphere") which accompanies the vortex ring [3]. Vortices are periodically torn away from the surface of sphere, forming a long chain of vortex rings - an axisymmetric analogue of the von Kármán vortex street [4].

The main goal of this talk is to provide a quantitative analysis of parameters of such a von Kármán vortex street formed on both sides of a sphere periodically moving in an unperturbed flow. We aim to address whether limits exist on the value of external flow velocity in order to form such a sequence of vortex rings, whether the interaction of vortices with the sphere is steady to external perturbations and what processes, such as stirring of passive fluid surrounding the vortex rings, occur in the flow behind a sphere.

Let us consider the axisymmetrical flow of an ideal incompressible fluid near a spherical surface of radius R_0 (fig.2). Let the sphere move with an oscillating velocity $U_0(t)$. This problem is equivalent to the problem with a fixed sphere in an external flow with $U_0(t)$ at infinity. We consider the motion of the system of N thin coaxial vortex rings of intensity Γ_i ($i = 1,...,N$) with radius R_i and axial position Z_i in the cylindrical coordinate system (r, φ, z) coinciding with the center of the sphere. Every vortex ring has a circular cross section of a radius a_i which is small compared to the vortex ring radius- i.e. $n_i = a_i / R_i << 1$. We suppose that the fluid flow is potential everywhere except for the vortex core regions. Such vortex structures correspond to the so-called Dyson's vortex ring [5].

The stream function $\Psi(r,z)$ in a cross section of the considered flow can be represented as a superposition of stream functions $\Psi_i^*(r,z)$ induced by the *i*-th vortex ring and stream function $\Psi^+(r,z)$ of irrotational flow around the spherical surface. Using the connection between the stream functions and velocity components, we can analytically calculate the radial and axial velocities of vortex rings in this system.

The model supposes that the vortex ring formed in the flow behind a sphere has a variable intensity. If we assume that the average velocity of the flow near the surface is of order U_0 and the thickness of boundary layer is of order δ, then the circulation has an order $\omega \approx U_0/\delta$. The total area of the boundary layer in the section is $S \approx L\delta/2$, where L is the length of the boundary layer, which determines the separation point. The intensity of the vortex ring is determined by the integral $\Gamma(t) = \int \omega \, dS$. The other vortex rings in the system have fixed intensities.

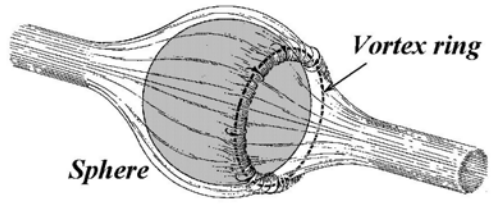


Fig.1. Vortex ring in the flow behind a sphere

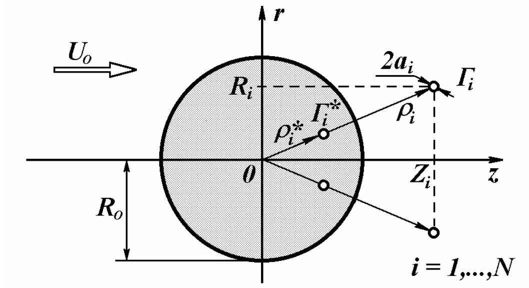


Fig.2. Geometry of the problem

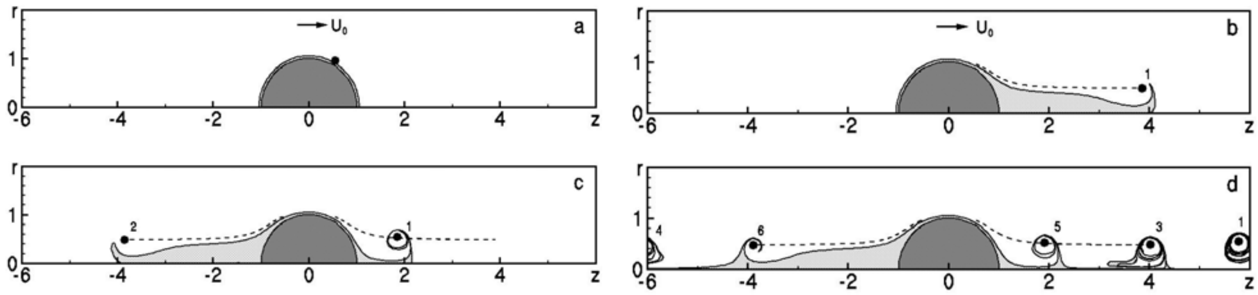


Fig.3. Formation of sequence of vortex rings for a periodic motion of a sphere

The motion of passive fluid particles is described by a system of first order ordinary differential equations

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\Psi^+ + \sum_{i=1}^{N}\Psi_i^*\right), \qquad \frac{dz}{dt} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\Psi^+ + \sum_{i=1}^{N}\Psi_i^*\right), \tag{1}$$

with corresponding initial conditions: $r(0) = r^0$ and $z(0) = z^0$.

The considered problem is solved numerically using a forth order Runge-Kutta method. The evolution of a contour enveloped separated fluid region in the flow is analysed by the piece-spline interpolation algorithm [6], which numerically constructs a contour position from a set of passive fluid particles (markers) at any given moment.

Fig.3 shows an example of the formation process of a sequence (the von Kármán vortex street) of vortex rings for the oscillating ($U_0 = 10\sin(2\pi t/T)$) motion of a sphere ($R_0 = 1.0$) in a cylindrical coordinate system with a center corresponding to that of the sphere. During the first half-period a vortex ring with positive intensity appears, which moves in the positive z direction (fig.3,b). Throughout the second half-period, a second vortex ring is generated with negative intensity, which moves in the opposite direction. At the same time, the first ring is pulled towards the spherical surface (fig.3c) despite of its own self-induced velocity. The last figure corresponds to the time $t = 3T$. It is shown that three vortex rings have already appeared from both sides of the sphere. The vortex rings form the von Kármán vortex street which is gradually shed from a spherical surface.

References

[6] Donnelly, R. J.: Quantized Vortices in Helium II. Cambridge University Press, Cambridge, 1991.

[7] Meleshko V.V., Aref H.: A Bibliography of Vortex Dynamics 1858-1956. *Adv. Appl. Mech* 41:197-298, 2007.

[8] Batchelor G.K.: An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge University Press, Cambridge, 1967.

[9] Levy H., Forsdyke A.G.: The Stability of an Infinite System of Circular Vortices. *Proc. R. Soc. London* A114:594-604, 1927.

[10] Dyson F.W.: The Potential of an Anchor Ring. - Part II. *Phil. Trans. R. Soc. London* A184:1041-1106, 1893.

[11] Gourjii A.A., Meleshko V.V., van Heijst G.J.F.: Method of the Piece-Spline Interpolation in the Advection Problem for an Arbitrary Velocity Field. *Report NASU* 8: 54-62, 1996.

ІЄРАРХІЯ МОДЕЛЕЙ КОЕФІЦІЄНТА ТУРБУЛЕНТНОЇ В’ЯЗКОСТІ В МЕТОДАХ РОЗРАХУНКІВ ПРИСТІННИХ ТЕЧІЙ

В.Т. Мовчан, Є.О. Шквар (НАУ, Київ)

На основі аналізу існуючих та розроблених авторами підходів до математичного опису коефіцієнта турбулентної в’язкості побудовано комплекс різнорівневих моделей турбулентності для опису характеристик турбулентності для широкого спектру пристінних течій. Вивчалися наступні класи течій: градієнтні примежові шари, пристінні струмені, багатофазні течії зі змішуванням або з межею розділу фаз, потоки з наявними конвективним тепло- та масопереносом і просторовістю обтікання як вздовж гладкої, так і шорсткої поверхонь, в тому числі і в випадку регулярної мікрошорсткості.

Моделі турбулентності. Вагомою перевагою запропонованого підходу до опису коефіцієнта турбулентної в’язкості ν_t є його представлення єдиною по усій товщині зсувної течії формулою $\nu_t = \nu_{t\,сл} \mathrm{th} \dfrac{\nu_{t\,пр}}{\nu_{t\,сл}}$, де $\nu_{t\,сл}$, $\nu_{t\,пр}$ - коефіцієнти турбулентної в’язкості у зовнішній (слідній) та внутрішній (пристінній) областях примежового шару відповідно (Мовчан, 1973). Наведена формула враховує взаємодію пристінної та зовнішньої ділянок завдяки асимптотичним властивостям гіперболічного тангенса. Поблизу стінки $\nu_t \approx \nu_{t\,пр}$, а на віддаленні від неї $\nu_t \approx \nu_{t\,сл}$. Таке подання ν_t дозволяє ефективно подолати проблему зрощування різних представлень турбулентної в’язкості для кожної з ділянок пристінної течії, а також уникнути додаткових ітерацій в чисельному методі, обумовлених невизначеністю координати зрощування в кожному з перерізів розрахункової області. Для опису $\nu_{t\,пр}$ і $\nu_{t\,сл}$ в оригінальному варіанті моделі використовувалися такі залежності: $\nu_{t\,пр} = ky\upsilon_* \sqrt{\tau_+} D_m$, $\nu_{t\,сл} = \chi \Delta \upsilon_* \gamma$, де $\tau_+ = \dfrac{\tau}{\tau_w}$ - обезрозмірене напруження тертя в околі стінки: $\tau_+ = 1 + \Phi \bar{y}$ - при додатному градієнті тиску $\dfrac{dp}{dx}$, $\tau_+ = 1/(1 - \Phi \bar{y})$- при від’ємному $\dfrac{dp}{dx}$, p - тиск, x, y - поздовжня та нормальна координати, τ_w- напруження тертя на стінці, $\upsilon_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ - динамічна швидкість, ρ- густина, Δ- параметр довжини Клаузера-Ротта, $\Phi = \dfrac{\delta}{\tau_w}\dfrac{dp}{dx}$ - параметр Федяєвського, $D_m = \mathrm{th} \dfrac{\mathrm{sh}^2[k_1 y^+]\mathrm{th}[\mathrm{sh}^2(k_2 y^+)]}{ky^+\sqrt{\tau_+}}$ - множник, що враховує ефект демпфування турбулентної в’язкості поблизу стінки, $y^+ = \dfrac{y\upsilon_*}{\nu}$, $\bar{y} = \dfrac{y}{\delta}$, δ- товщина примежового шару, ν - коефіцієнт молекулярної в’язкості, $\gamma = \sqrt{1-\bar{y}}$ - функція переміжності, k, k_1, k_2, χ - модельні коефіцієнти.

При побудові модифікованих варіантів моделей здійснювалися наступні уточнення характерних масштабів переважно слідної області.

1) Уточнення визначення масштабу швидкості в слідній області градієнтних і, зокрема, відривних потоків із використанням підходу, близького до запропонованого Джонсоном-Кінгом: $\nu_{tc} = \chi \upsilon_{*m} \delta^* \gamma$, $\upsilon_{*m} = \sqrt{\tau_m/\rho}$, де $\tau_m = \max[\tau(y)]$ - максимальне значення $\tau(y)$;

2) Інтеграція з моделлю Болдуіна-Ломакса: $\nu_{tc} = \chi C_{cp} F_{wake} \gamma$, де $C_{cp} = 1.6$,

$$F_{wake} = \min\left[y(F_{\max}) \cdot F_{\max},\ C_{wk} y(F_{\max}) \frac{u_{\max}^2}{F_{\max}} \right],\ F(y) = y\left| \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right| D_m,\ F_{\max} = \max\left[F(y) \right],$$

$$C_{wk} = 0.25,\ \gamma = \left[1 + 5.5\left(\frac{C_{Kleb} y}{y_{\max}} \right)^6 \right]^{-1},\ C_{Kleb} = 0.4;$$

3) Інтеграція з однопараметричною моделлю турбулентної в'язкості Колмогорова: $\nu_{tc} = \chi \Delta \sqrt{E}$, де E - кінетична енергія турбулентних пульсацій, для обчислення якої використовується відповідне рівняння переносу.

4) Інтеграція з дисипативною двопараметричною моделлю турбулентної в'язкості $\nu_{tc} = c_\mu \dfrac{E^2}{D}$, де D - швидкість дисипації кінетичної енергії турбулентності E, $C_\mu = 0{,}09$. Для визначення розподілів обох величин E і D, що визначають динаміку турбулентності, використовувалися відповідні рівняння переносу.

Розрахунковий метод. Для розв'язування системи диференціальних рівнянь пристінних зсувних течій з наявністю переважаючого напрямку розвитку, що формуються під впливом зазначених вище особливостей, розроблено трикроковий та двокроковий варіанти числових маршових методів, які мають другий порядок точності апроксимації частинних похідних відповідними різницевими операторами по кожному з просторових напрямків. Головною перевагою цих методів є безітераційна процедура, яка дозволяє незалежно від конкретних локальних умов, притаманних процесу формування течії, з наперед обумовленою кількістю операцій просуватися уздовж напрямку розвитку течії і одночасно розв'язувати пов'язані між собою диференціальні рівняння переносу складових течії. Ця особливість методу не накладає ніяких обмежень на кількість фаз, що приймають участь у спільному русі, дозволяє ефективно і без суттєвих ускладнень розрахункової процедури враховувати немонотонність профілів швидкості та концентрацій домішок, наявність теплообміну, а також дозволяє ефективно використовувати при алгоритмізації і програмуванні підходи розпаралелювання обчислень, що дає змогу суттєво прискорити розв'язання задачі на обчислювальній техніці, обладнаній кількома процесорами чи розгалуженою архітектурою. Усі розроблені методи були успішно алгоритмізовані і запрограмовані в середовищах програмування Delphi або Intel Visual Fortran з використанням технологій графічної форми подання результатів розрахунків і, в ряді випадків, розпаралелювання обчислень.

Висновки. Виконане масштабне тестування чисельними співставленнями отриманих результатів числових розрахунків як з набором канонічних експериментальних даних Стенфордської конференції 1968 р., так і з багатьма результатами сучасних експериментальних і розрахункових досліджень довело працездатність запропонованих модифікованих моделей і їх спроможність ефективно і коректно враховувати відповідні фізичні ефекти в кожному з класів розглянутих течій. Визначено діапазон застосування кожної із моделей в залежності від класу задач, що розв'язувалися, наведено результати порівняльного аналізу отриманих розрахунків у їх співставленні з відповідними експериментальними даними. Одержані результати дозволяють стверджувати, що розроблені підходи до математичного моделювання досліджених типів турбулентних пристінних зсувних течій дозволили коректно відтворити фізичні особливості розвитку цих течій, і їх слід вважати перспективними з точки зору подальшого розвитку і вдосконалення.

Гидропеленгация движущего объекта

Потетюнко Э.Н., Южный федеральный университет, Ростов, Россия
Карсян А.Ж, Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов, Россия

Вопросы обнаружения объектов в водной среде имеют большое значение для целей подводной локации, определения положения и скорости подводных объектов, поиска затонувших объектов. Локация – это определение при помощи гидроакустических приборов направления на находящиеся в воде предметы, их размеры, а также расстояния до них. Гидропеленгация – это определение тех же параметров на основе гидродинамических возмущений жидкости, вызванных наличием в ней тела.

В данной работе на примере решения задачи Стокса о медленном стационарном движении сферы в вязкой жидкости [1] предложен метод обнаружения движущегося объекта (его размера, скорости и местоположения) путем измерения скоростей, и давления в определенных точках жидкости.

1.Классическая задача Стокса

Рассматривается задача о медленном стационарном движении сферы, движущейся со скоростью U в вязкой несжимаемой жидкости покоящейся на бесконечности.

Основные уравнения движения имеют вид:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\mu\left[\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_r}{\partial\theta^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}-\frac{2V_r}{r^2}-\frac{2ctg(\theta)}{r^2}V_\theta+\frac{ctg\theta}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\theta}\right] \tag{1.1}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial\theta}=\mu\left[\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_\theta}{\partial\theta^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial\theta}-\frac{V_\theta}{r^2\sin^2\theta}+\frac{ctg\theta}{r^2}\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}\right] \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+\frac{2V_r}{r}+\frac{V_\theta ctg\theta}{r}=0 \tag{1.3}$$

Граничные условия на поверхности сферы имеют вид $(r=a)$:

$V_r(a,\theta)=U\cos(\theta),\ V_\theta(a,\theta)=-U\sin(\theta)$

Условия на бесконечности имеют вид $(r\to\infty)$:

$V_r\to 0$, $V_\theta\to 0$

Данная задача была решена Стоксом в 1851 году [1].

2.Восстановление местоположения сферы, ее радиуса и скорости

Считаем, что имеется возможность экспериментально измерить такие характеристики стационарного обтекания как поле скоростей V, давления p в двух точках измерений вне сферы. Поставим задачу: определить скорость движущейся сферы, ее местоположение и радиус по известным данным. Считаем, что радиальные, тангенциальные компоненты скорости и давления в двух точках замеров нам известны

Рассматривая решение Стокса как систему уравнений относительно искомого радиуса сферы, скорости и направления ее движения, а так же ее удаленности от точки наблюдения, и решая эту систему относительно искомых величин, определяем параметры гидропеленгации движущегося тела:

$$\theta_1 = arctg\left(2\frac{V_{1\theta}}{V_{1r}}\right) \qquad (2.1)$$

$$\theta_2 = arctg\left(2\frac{V_{2\theta}}{V_{2r}}\right) \qquad (2.2)$$

$$U = \frac{2V_{1r}}{\cos\theta_1\left(\alpha_1^{\ 3} - 3\alpha_1\right)} \qquad (2.3)$$

$$r_1 = \left|-\frac{3}{2}U\alpha_1\frac{\cos\theta}{P_1}\right| \qquad (2.4)$$

$$r_2 = \sqrt{\gamma}\left|-\frac{3}{2}U\alpha_1\frac{\cos\theta}{P_1}\right| \qquad (2.5)$$

$$a = \alpha_1 r_1$$

где

$$\alpha_1 = \sqrt{3}\sqrt{\frac{(1-\varepsilon_2)}{(1-\varepsilon_1)}}, \varepsilon_1 = \frac{\varsigma}{\gamma^3\beta}, \varepsilon_2 = \frac{\varsigma}{\gamma\beta}, \varsigma = V_{1r}/V_{2r}, \beta = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2}, \alpha_1 = a/r_1, P_{1,2} = p_{1,2}/\mu,$$

$p_{1,2}$ -давление в точках наблюдения, a - радиус сферы, $\theta_{1,2}$ - углы между направлением потока и направлением из точки наблюдения и на сферу, $r_{1,2}$ - удаленность от точек замера до радиуса сферы.

Список литературы:

1.Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987, с.503

Компьютерные технологии в аэрогидродинамике: модели, методы, результаты

А.А. Приходько
Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск
paa@mail.dsu.dp.ua

Интенсивное развитие энергомашиностроения, металлургии, транспорта, авиационной, космической и других отраслей новой техники привлекло большое внимание исследователей к процессам аэрогидродинамики и тепломассообмена в широком диапазоне значений режимных параметров и конфигурациях обтекаемых тел. Среди различных подходов, применяемых к решению этой проблемы, важное место занимает математическое моделирование. В настоящее время его роль возрастает с развитием ЭВМ, совершенствованием используемых моделей и численных методов, а также в связи с возможностью заменить расчетом дорогостоящий, а в ряде случаев практически невозможный эксперимент. Дополняя друг друга, расчет и эксперимент предоставляют новые возможности для изучения сложных взаимозависимых процессов.

В докладе приведен анализ современного состояния и перспектив развития вычислительной аэродинамики, изложены основы методологии компьютерного моделирования в аэрогидромеханике и тепломассообмене на основе нестационарных полных и упрощенных уравнений Навье-Стокса. Анализируются современные направления развития математических моделей в механике жидкости и газа, моделирования турбулентности, построения вычислительных сеток, численных алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса, верификации моделей и тестирования методик, визуализации течения жидкостей и газов, разработки пакетов прикладных программ.

Рассмотрены все этапы разработки и реализации численных алгоритмов расчета сжимаемых и несжимаемых течений: запись исходных уравнений, выбор модели турбулентности, получение разностного аналога, построение сетки, тестирование разработанных методик. При построении разностных аналогов применяются явные и неявные разностные схемы, метод конечных разностей и конечных объемов на структурированных и неструктурированных сетках. При решении систем алгебраических уравнений используются методы скалярной и векторной прогонки, итерационный метод Гаусса-Зейделя, метод сопряженных градиентов.

Реализация используемого подхода выполнена в рамках разработанного пакета прикладных программ. При верификации и тестировании разработанных методик решались следующие задачи: тест Сода, задача Блазиуса, нерасчетное истечение из сопла, взаимодействие скачка уплотнения с ламинарным и турбулентным пограничным слоем, дозвуковое и сверхзвуковое обтекание сферы, цилиндра и конуса, комбинации сфера-цилиндр под углом атаки, угла из двух клиньев, конического вогнутого крыла, трансзвукового обтекания одиночного профиля, расчет течения в решетке компрессорных и турбинных профилей, обтекание клина, цилиндра и полуконуса, установленных на пластине.

Приводится анализ результатов, полученные при решении прикладных задач аэродинамики несущих поверхностей летательных аппаратов, транспортных средств, ветроэнергетических установок, компрессоров, турбин, проточных частей, систем подачи топлива авиационных и ракетных двигателей, конвертеров и шлакоплавильных установок в металлургии, химической кинетики, свободной и вынужденной конвекции при взаимодействии гидродинамических, тепловых, концентрационных, электрических полей в градирнях, теплообменниках, химических источниках тока, генераторах бинарного льда и энергетических установках.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТРАНСЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПРОФИЛЕЙ

А.А. Приходько, О.Б. Полевой, А.А. Пилипенко
Днепропетровский национальный университет,
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

Исследование трансзвуковых турбулентных отрывных течений являются одной из проблем современной аэродинамики. С практической точки зрения, возникающие нелинейные эффекты оказывают существенное влияние на характеристики летательных аппаратов, трансзвуковых компрессоров и т.п. Теоретический интерес к течениям такого рода обусловлен тем, что здесь происходят все основные явления, присущие вязко-невязким взаимодействиям: отрыв потока, турбулентность, одновременное существование областей с малыми и большими градиентами параметров. Вопрос о возникновении локальных сверхзвуковых зон и отрыва потока при сравнительно небольших числах Маха невозмущенного потока до настоящего времени остается малоисследованным. Обычно под трансзвуковыми течениями подразумевают потоки с большой дозвуковой скоростью, характеризующиеся числами Маха от 0.65 и выше.

В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования трансзвукового обтекания аэродинамических профилей под различными углами атаки при числах Маха набегающего потока $M_\infty = 0.3,\ 0.4$.

Численное моделирование проводилось на основе решения двумерных и трехмерных нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, записанных в произвольных криволинейных координатах. Для замыкания исходной системы уравнений применялась дифференциальная однопараметрическая модель турбулентности Спаларта-Аллмараса. Численный алгоритм базировался на конечно-объемном подходе с использованием схемы Roe. Второй порядок точности по пространству обеспечивался применением симметричного ограничителя потоков, разработанного Jameson. Рассмотренный численный алгоритм верифицирован на ряде тестовых задач.

Анализ полученных результатов показывает, что в номинально двумерных нестационарных задачах могут возникать пространственные структуры, существенно меняющие общую картину течения. В частности, при трехмерном моделировании было получено образование и последующее разрушение смерче-образных вихрей, распространяющихся по нормали к обтекаемой поверхности.

КОМПЬЮТЕРНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Приходько А.А., Сохацкий А.В.
Днепропетровский национальный университет,
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины,

Развитие промышленности, ограниченные запасы энергетических ресурсов формируют предпосылки для разработки новых нетрадиционных видов транспорта. Данная проблема может быть решена с путем создания высокоскоростного магнитолевитирующего наземного транспорта (MAGLEV). Анализ существующих и разрабатываемых MAGLEV-систем свидетельствует о существенной роли аэродинамических эффектов, особенно при высоких скоростях. Аэродинамика оказывает влияние на требуемую мощность силовых установок, устойчивость и безопасность движения, вибрации и шумы подвижного состава. Для выбора рациональных параметров MAGLEV необходимо решать связанные задачи аэродинамики и динамики подвижного состава на магнитном подвесе.

Для расчета аэродинамических характеристик высокоскоростных наземных транспортных средств вблизи путевой структуры применяется комплексный подход, который включает в себя инженерные методики и численные методы расчета нестационарных осредненных трехмерных уравнений Навье-Стокса. Реализация используемого подхода выполнена в рамках разработанного авторами пакета прикладных программ. Анализируются все этапы применения численных методов к расчету аэродинамических характеристик транспортного средства: выбор и обоснование исходной постановки задачи, запись исходных уравнений в криволинейной неортогональной системе координат, замыкание исходной системы уравнений с помощью модели турбулентной вязкости, построение вычислительной сетки, разработка алгоритма и реализация методики на алгоритмическом языке для вычислительной машины, верификация и тестирование методик и программ, проведение расчетов и анализ полученных результатов.

Проведены экспериментальные исследования аэродинамических характеристик MAGLEV-модели вблизи эстакады в крыльевом и безкрыльевом вариантах в дозвуковой аэродинамической трубе Т-4 Харьковского авиационного института. Получены зависимости коэффициентов подъемной силы, лобового сопротивления, продольного момента как функции угла атаки и расстояния до эстакады.

Выполнены численные расчеты двумерной связанной задачи динамики и аэродинамики транспортного средства вблизи экрана. При интегрировании по времени уравнения динамики плоского сечения транспортного средства использовалась схема Рунге-Кутта. Для расчета задачи аэродинамики применены уравнения Навье-Стокса. Анализируются полученные аэродинамические коэффициенты, распределения газодинамических характеристик вблизи транспортного средства, давления и коэффициента трения на поверхности.

Установленное взаимовлияние динамических и аэродинамических параметров показывает, что достижение оптимальных технических и экономических показателей MAGLEV транспорта возможно лишь в рамках связанных задач.

На основе анализа аэродинамических форм современных высокоскоростных транспортных средств предложено использование самолетообразной формы для проектирования перспективных MAGLEV транспортных средств. Для повышения их технико-экономических параметров предлагается использовать трапецеидальное стреловидное крыло малого удлинения. Исследования показали, что несущие свойства стреловидного крыла вблизи путевой структуры являются достаточными при малом лобовом сопротивлении.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ РОТОРОВ ДАРЬЕ И САВОНИУСА

Д.А. Редчиц
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

Повышение мощности ветроэнергетических установок (ВЭУ) и увеличение коэффициента использования энергии ветра делает задачу выбора рациональной аэродинамической формы ротора весьма актуальной. Ведущую роль в работе ВЭУ играют нестационарные аэродинамические процессы, поэтому основным направлением исследований должна быть разработка новых универсальных методов расчета нестационарных процессов при обтекании потоком роторов ветроагрегатов.

В докладе сформулирована постановка связанной задачи динамики и аэродинамики роторов вертикально-осевых ветроустановок. Разработано программно-методическое обеспечение для расчета аэродинамических и энергетических характеристик ветроустановок на базе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS) несжимаемой жидкости. При моделировании турбулентности используются однопараметрические дифференциальные модели турбулентности Spalart-Allmaras (SA) и ее модификации (SARC, SALSA). Решение системы исходных уравнений получено с помощью неявного конечно-объемного численного алгоритма, который базируется на методе искусственной сжимаемости и многоблочных вычислительных технологиях.

Тестирование разработанных методик проведено на задачах о циркуляционном течении в квадратной каверне, обтекании неподвижного и вращающегося цилиндров. Вращение цилиндра оказывает существенное влияние на структуру течения и аэродинамические характеристики. Увеличение угловой скорости вращения цилиндра приводит к росту осредненных по времени значений подъемной силы и уменьшению лобового сопротивления. Проведено сравнение результатов расчетов обтекания неподвижного и колеблющегося профилей, полученных с помощью моделей турбулентности SA, SARC и SALSA, с известными экспериментальными и расчетными данными.

Представлены результаты расчета роторов Дарье и Савониуса с различным количеством и геометрическими характеристиками лопастей. Выполнен анализ поля течения вокруг ротора Дарье. Показано, что вязкие и динамические эффекты играют основную роль в работе ротора Дарье, максимальный крутящий момент создается на наветренном участке траектории лопасти. Установлено влияние числа Рейнольдса, коэффициентов быстроходности и заполнения на энергетические характеристики ротора Дарье. Решена связанная задача динамики и аэродинамики трехлопастного ротора Савониуса. Выделены основные стадии формирования вихревой структуры при вращении двух- и трехлопастного ротора Савониуса. В исследованном диапазоне определяющих параметров у двухлопастного ротора Савониуса значения энергетических характеристик выше, чем у трехлопастного.

Результаты расчетов сравниваются с известными экспериментальными и расчетными данными.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РОДИОНОВА ДЛЯ РАСЧЕТА КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

А. Н. Семко, В. В. Решетняк
ДонНУ

В газовой динамике широкое распространение получил метод Годунова [1], основанный на интегральных законах сохранения и распаде произвольного разрыва. Этот метод является монотонным и консервативным и позволяет рассчитывать одномерные и пространственные течения с подвижными границами, разными средами, источниками массы и энергии. Существенным недостатком метода Годунова является первый порядок точности. В работе [2] Родионовым предложена оригинальная идея повышения порядка аппроксимации метода Годунова до второго, которая требует минимальных затрат для модернизации алгоритмов на основе метода Годунова. В настоящей работе метод Родионова адаптирован для решения квазиодномерных задач течения сжимаемой жидкости с подвижными границами в каналах переменного сечения применительно к гидроимпульсным установкам. В отличие от газа, уравнение состояния жидкости имеет специфику, которая отражается на адаптации численного метода. Выполнена аппроксимация граничных условий на подвижных границах типа: движущаяся с заданной скоростью стенка; свободная поверхность; поршень, движущийся по заданному закону, которые имеют место в импульсных движениях жидкости. Проведено сравнение результатов расчетов методом Родионова тестовых и прикладных задач движения жидкости с решениями другими методами.

Метод Родионова проверен на классическом тесте Сода для распада произвольного разрыва в жидкости, уравнение состояния которой взято в форме Тэта. На рис. 1 приведено распределение давления по координате x через безразмерное время t = 0,7 для коэффициента запаса k = 0,9, определяющего устойчивость разностной схемы ($0 \le k \le 1$) на сетке из 100 ячеек. Сплошная кривая – аналитическое решение, штриховая и пунктирная – решения методами Родионова и Годунова. Как видно, решение методом Родионова лучше соответствует аналитическому, чем решение методом Годунова. При уменьшении коэффициента запаса k (k = 0,1 – 0,2) распределение параметров в зоне волн при решении методом Годунова существенно сглаживалось, а для метода Родионова изменялось незначительно.

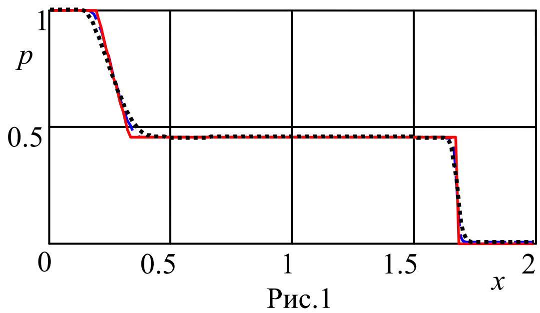


Рис.1

Аппроксимация граничных условий на подвижных границах проводилась с первым и со вторым порядком точности. Для определения параметров на границах типа свободной поверхности и подвижной стенки со вторым порядком точности применялся подход повышения порядка аппроксимации, использованный Родионовым [2]. Проводился предварительный расчет параметров через шаг по времени, затем по средним значениям определялись параметры вблизи границ ячеек через половину шага по времени. Далее по этим значениям и условиям на характеристиках определялись параметры на границах ячеек. Затем проводился окончательный расчет параметров через шаг по времени. Предложенная методика опробована при решении тестовой задачи, в которой одна граница жидкости двигалась с заданной скоростью u_0, а другая являлась свободной поверхностью, на которой задано постоянное давление p_0. Для оценки точности расчеты проводились на сетках из 50, 100, 200 и 1000 ячеек.

Определенные трудности возникли при аппроксимации граничных условий на поршне со вторым порядком точности, движение которого описывалось обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка вида $m_p \dfrac{d^2 x_p}{dt^2} = -S_p p$.

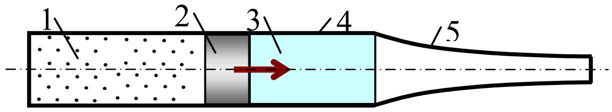


Рис.2. Гидропушка
1 – сжатый газ; 2 – поршень; 3- вода;
4 – ствол; 5 – сужающееся сопло

Предложенный метод был использован для расчета течения в гидропушке, схема которой приведена на рис. 2. Гидропушка представляет собой устройство, в котором заряд воды 3 разгоняется в стволе 4 при помощи поршня 2, который приводится в движение сжатым газом 1. При втекании в сужающееся сопло 5 вода ускоряется до 1000 – 3000 м/с. В этой задаче все типы подвижных границ, рассмотренные выше. В квазиодномерной постановке движение жидкости в гидропушке описывается уравнениями газовой динамики с соответствующими начальными и граничными условиями

$$\frac{\partial \rho S}{\partial t} + \frac{\partial \rho u S}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u^2}{2} + \frac{n}{n-1}\frac{p+B}{\rho}\right) = 0, \quad p = B\left[(\rho/\rho_0)^n - 1\right],$$

$$u(0,x) = U_0,\ p(0,x) = 0,\ \rho(0,x) = \rho_0;\ -L \le x \le 0, \quad p(t, x_F) = 0,$$

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{p(t,x_p)}{m_p} S_p, \quad \frac{dx_p}{dt} = u_p, \quad u_p(0) = u_0, \quad x_p(0) = -L,$$

где u_p, x_p и S_p – скорость, координата и площадь поршня; L – длина водяного заряда, B = 304,5 МПа; n = 7,15; ρ_0 = 10^3 кг/м^3 - постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта. На рис.3 приведены результаты расчетов для гидропушки с параметрами: $m_p = 2{,}25$ кг, u_0 = 76 м/с, $S_p = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ м^2, $S_s = S_p/100$ - площадь сечения выхода из сопла. Площадь сопла изменялась по закону Витошинского $S = S_p / \left(1 - \dfrac{\left(1 - S_s/S_p\right)\left(1 - (x/L_s)^2\right)^2}{\left(1 + (x/L_s)^2/3\right)^3}\right)$ для сопла гидромонитора, где L_s = 1 м - длина сопла.

На рис. 3 сплошной кривой представлено распределение давления, полученное методом Годунова на сетке из 400 ячеек, а кружками - методом Родионова на сетке из 70 ячеек. Решение методом Родионова на грубой сетке хорошо совпадает с решением методом Годунова на мелкой сетке.

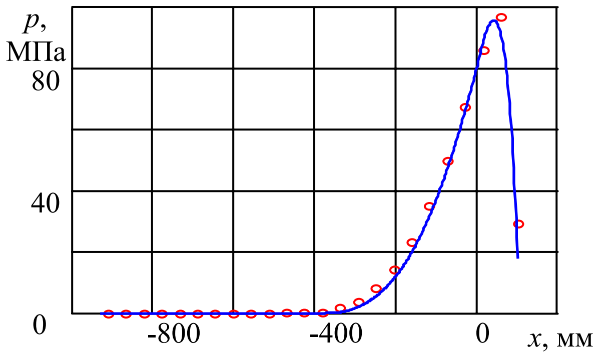


Рис. 3.

Результаты проделанной работы позволили адаптировать метод Родионова для расчетов квазиодномерных течений воды, и показали, что применение метода позволяет повысить точность результатов, по сравнению с методом Годунова, и проводить расчеты на более грубых сетках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем. сб. 1959. Том 47 (89). № 3. С. 207-306.
2. Родионов А. В. Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1987. Том 27. С 585 –593.

СТАЦІОНАРНИЙ РУХ ТОЧКОВОГО ВИХОРА У НЕПЕРЕРВНО СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ З ГОРИЗОНТАЛЬНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Стеценко О.Г.
Інститут гідромеnаніки НАНУ

Розглянуті лінійні задачі гідродинаміки вимушеного стаціонарного руху зі швидкістю U двовимірного точкового вихора інтенсивності Γ у стратифікованому середовищі з лінійним профілем стратифікації за густиною $\rho_0(z) = \rho_{00}(1-\beta z)$, де $\beta > 0$. Вибрана система координат рухається разом з вихором, центр якого знаходиться в точці з координатами $x = 0, z = h$, при цьому вісь x направлена в сторону, протилежну вектору швидкості руху, а вісь z - вгору з початком на горизонтальній границі у випадку напівнескінченої області і на нижній границі для випадку двох границь (шар скінченої товщини H).

Збурений рух середовища описується системою рівнянь ідеальної рідини з використанням спрощеного варіанту наближення Бусинеска. Для випадку руху точкового вихора вона зводиться до рівняння відносно функції течії $\psi(x,z)$ [1].

$$\Delta\psi + \alpha^2\psi = -\Gamma\delta(x)\delta(z-h) \tag{1}$$

з граничною умовою

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = 0 \qquad \text{при} \quad z = 0 \tag{2}$$

і такої ж граничної умови при $z = H$ у випадку шару скінченої товщини.

Тут $\alpha = N/U$, $N = \sqrt{\beta g}$ - частота Брента-В'яйсяля.

Розв'язок задачі знаходиться у вигляді інтегрального представлення Фур'є

$$\psi(x,z) = -\frac{\Gamma}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}\overline{\psi}(k,z)dk \tag{3}$$

У випадку однієї границі одержаний для $\psi(x,z)$ розв'язок відповідає одній з двох форм розв'язку задачі для руху системи вихорів, розміщених у точках з координатами $z = h$ і $z = -h$ у необмеженому лінійно стратифікованому середовищі [1].

Для побудови картини ліній течії $\Psi = Uz + \psi(x,z)$ використовується та форма розв'язку, яка дозволяє більш ефективно побудувати картину обтікання вихора при великих x. Для вихора, який рухається у необмеженому середовищі , розв'язок задачі має вигляд [1]

а) в області $x > 0$

$$\psi(x,z) = \frac{\Gamma}{2\pi}\left\{\int_{\alpha}^{\infty}\frac{e^{Mx}}{M}\cos\left[k\left(z-z_v\right)\right]dk - \int_0^{\alpha}\frac{\sin\left(M_* x\right)}{M_*}\cos\left[k\left(z-z_v\right)dk\right]\right\} \tag{4}$$

б) в області $x < 0$

$$\psi(x,z) = \frac{\Gamma}{2\pi}\left\{\int_{\alpha}^{\infty}\frac{e^{Mx}}{M}\cos\left[k\left(z-z_v\right)\right]dk + \int_0^{\alpha}\frac{\sin\left(M_* x\right)}{M_*}\cos\left[k\left(z-z_v\right)\right]dk\right\} \tag{5}$$

де $M = \sqrt{k^2-\alpha^2}$, $M_* = \sqrt{\alpha^2-k^2}$, z_v - координата розташування вихора.

Таким чином, розв'зок першої задачі про рух вихора біля горизонтальної границі представляється як

$$\psi(x,z)=\psi(x,z-h)-\psi(x,z+h)\,, \tag{6}$$

де права частина в (6) визначається з (4) (5).

В задачі про рух вихора в шарі скінченої товщини з лінійною стратифікацією середовища розв'язок задачі формально може бути представлений, подібно до однорідної рідини, у вигляді нескінченої системи вихорів інтенсивності Г та відповідними знаками [2]

$$\psi\left(x,z\right)=\psi\left(x,z-h\right)-\psi\left(x,z+h\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\psi\left(x,z-2nH-h\right)-\psi\left(x,z-2nH+h\right)+\right.$$
$$\left.+\psi\left(x,z+2nH-h\right)-\psi\left(x,z+2nH+h\right)\right] \tag{7}$$

Цей результат безпосередньо випливає з структури одержаної функції-образу $\overline{\psi}(k,z)$, де явно виділяються складові, відповідні вихорам, розміщеним в точках з координатами $z=h$ та $z=z+h$, а також в результаті прямого ділення в дробовій частині виразу для $\overline{\psi}(k,z)$ чисельника на знаменник отримується нескінчений ряд складових, що відповідають вихорам, розміщених в точках з координатами членів суми у (7). Однак, використання такого підходу пов'язане з коректністю задання профілю густини середовища при відсутності границь і практично обумовлене швидкістю збіжності ряду в (7). Коректний розв'язок задачі одержується із застосуванням апарату теорії лишків при обчисленні інтегралу в (3), враховуючи, що функція $\overline{\psi}(k,z)$ задовольняє умовам леми Жордана. Ця форма розв'язку дозволяє, зокрема, в явному вигляді представити моди внутрішніх хвиль, які тут генеруються.

На підставі одержаних розв'язків були виконані чисельні розрахунки картин ліній течії докола вихора, а також визначені складові гідродинамічної сили, яка діє на рухомий вихор. При обчисленні гідродинамічної сили використано результат роботи [3], де показао, що в лінійних стаціонарних задачах для стратифікованої рідини має місце аналог інтеграла Бернуллі, використання якого дозволяє одержати вираз для сили у вигляді, аналогічному випадку однорідного середовища з густиною, відповідною горизонту руху вихора.

Результати розрахунків показали, що для слабкої стратифікації з N порядку $10^{-3}-10^{-2}\ \ sek^{-1}$ та швидкості руху вихора $U>0.1m/sek$ картина течії в околі вихора дуже слабо відрізняється від випадку однорідного середовища. Однак, на відміну від однорідного середовища, з'являється ненульова складова поздовжньої сили опору, обумовлена генерацією внутрішніх хвиль. І хоча її величина у розрахункових режимах незначна, має місце тенденція її зростання зі зростанням α, що відповідає посиленню стратифікації. Цікаво, шо при русі вихора біля однієї стінки лінійна стратифікація не впливає на вертикальну складову сили, в той час як за наявності двох стінок такий вплив має місце. Слід чекати, що для сильної стратифікації і характер течії в околі вихора зміниться істотно і хвильовий опір також стане суттєвим.

Використана література

1. Стеценко О.Г. Лінійна задача про стаціонарний рух вихора у стратифікованому середовищі //ПГМ.-2004.-6(78), №1.-С 62-68.
2. Вилля А. Теория вихрей:Пер.с фр.-М.:Л.:ОНТИ, 1936.-266с.
3. Стеценко О.Г. Динаміка стаціонарного руху вихроджерела у стратифікованому середовищі//ПГМ.-2006.-8(80), №4.-66-77.

Исследование особенностей обтекания поверхности крыла конечного размах при ускоренном и прямолинейном его движении в идеальной несжимаемой жидкости

В.Тюрев, д.т.н,проф.
В.А. Тараненко, аспирант
Национальный аэрокосмический университет им.Н.Е.Жуковского «ХАИ»

В нестационарном движении циркуляция скорости вокруг профиля изменяется, поэтому с задней кромки профиля сходит вихревой слой интенсивности γ. При обтекании задней кромке профиля могут реализоваться четыре типа течений, показанных на рис. 1. На рис. 1. а скорость лежит внутри угла между касательными к поверхностям профиля, оба угла $\theta_в$ и $\theta_н$ меньше π. В этом случае скорости $V_в$ и $V_н$ в вершинах этих углов равны нулю. Поскольку интенсивность завихренности γ удовлетворяет соотношению

$$\gamma = V_в - V_н, \qquad (1)$$

то в данном случае $\gamma = 0$, и такое течение реализовываться не может.

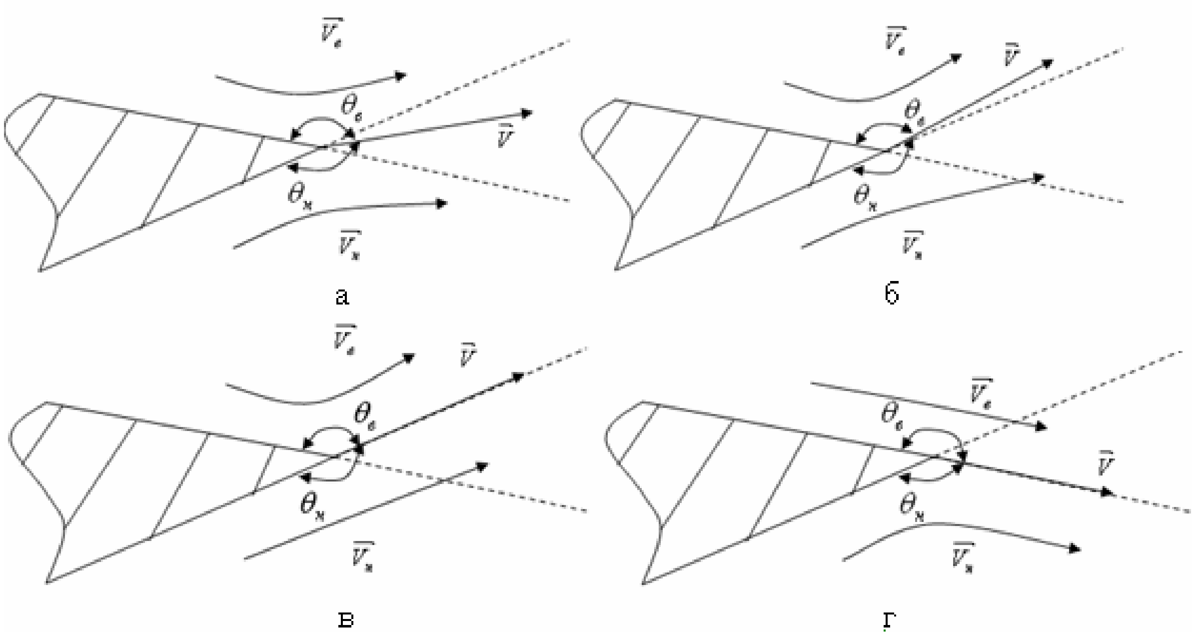


Рис.1. Структура течения в окрестности задней кромки профиля.

На рис. 1. б скорость лежит вне угла между касательными к профилю, тогда $\theta_н > \pi$, и скорость в вершине нижнего угла стремится к бесконечности. Это противоречит постулату Жуковского-Чаплыгина, и данный вариант также не реализуется.

На рис. 1. в скорость направлена по касательной к нижней поверхности профиля, следовательно, угол $\theta_в < \pi$, и скорость $V_в = 0$. Скорость $V_н$ имеет место и из равенства (1) следует

$$V_н = \gamma . \qquad (2)$$

В формуле (2) величина γ должна считаться отрицательной, т.к. при $\frac{\partial \Gamma}{\partial t} > 0$ направление вращения γ противоположно направлению обхода циркуляции вокруг профиля. Таким образом, поле течения имеет вид, показанный на рис. 1. в и реализуется при ускоренном движении профиля.

Течение, изображенное на рис. 1. г, при движение с торможением, когда $\frac{\partial \Gamma}{\partial t} < 0$.

Предполагая, что боковые кромки крыла острые, в силу сужения крыла и выше сказанного для профиля, вихревой след при торможении и ускорении крыла будет иметь вид представленный на рис.2 и 3.

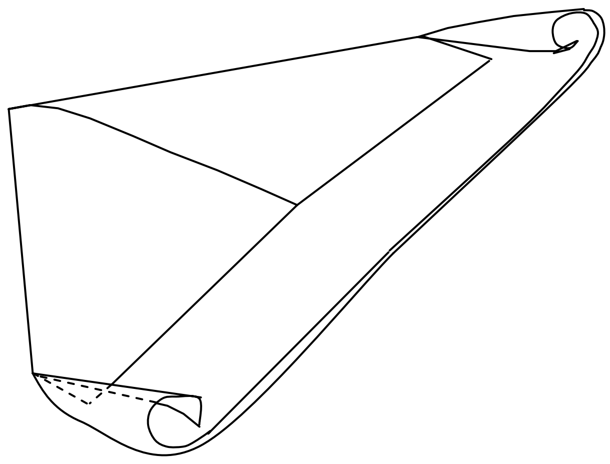


Рис.2. Аэродинамический след от крыла при его ускоренном движении.

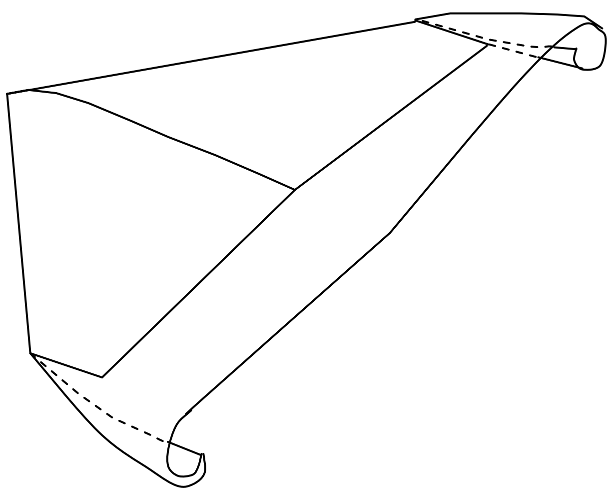


Рис.3. Аэродинамический след от крыла при его замедленном движении.

Решение некорректных задач гидроаэродинамики усовершенствованным методом дискретных вихрей

А. В. Шеховцов
Институт гидромеханики НАНУ, Киев, Украина

В [1] было, в частности, показано, что величина ошибок входных данных задачи Коши для системы дискретных вихрей, моделирующих непрерывную вихревую поверхность, несоразмерно велика даже по сравнению с ошибками усечения методов интегрирования первого порядка, поэтому при выборе метода интегрирования его порядок не имеет определяющего значения и для достижения наибольшей точности необходимо применять двушаговый метод интегрирования с весовыми коэффициентами, равными 0.5, что и было предложено в УМДВ, взамен традиционного метода Эйлера в МДВ.

Как известно, МДВ существенно завышает значения нормальной силы для отрывного обтекания пластины (к примеру, для идеальной среды и углов атаки в районе $\mathbf{45}^{\circ}$ – в 1,5 раза). Поэтому возник закономерный вопрос – способен ли УМДВ удовлетворительно решать нестационарные задачи, в которых решение имеет неустановившийся характер? Второй вопрос, на который заманчиво получить ответ – как учет диффузии вихрей в вязкой среде может повлиять на точность результатов?

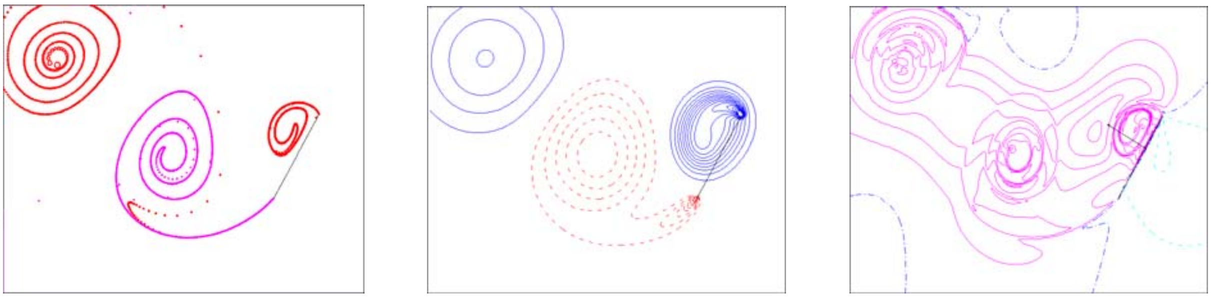
МДВ традиционно применяется для моделирования течений идеальной несжимаемой жидкости, несмотря на то, что поле скорости от вихревой нити может существовать и в вязкой среде. Для учета диффузии можно использовать автомодельное решение обобщенного уравнения Гельмгольца для случая диффузии вихревой нити. Однако, вследствие нелинейности этого уравнения, суперпозиция частных решений не является его общим решением, что сразу делает задачу некорректной. С другой стороны, известно, что вязкость оказывает демпфирующее влияние на характеристики течения и, соответственно, регуляризирует решение задачи Коши для эволюции завихренности Ω. При этом суммарная погрешность численного решения, привносимая вследствие его неаддитивности, может оказаться гораздо меньше суммарного выигрыша от уменьшения локальных ошибок дискретизации по времени и пространству в случае учета вязкости.

Для ответа на поставленные вопросы была применена приближенная модель несжимаемой вязкой среды, когда деформациями жидкого элементарного объема пренебрегается. При таком подходе циркуляция скорости в пределах каждого вихревого ядра по контурам, расширяющимся с радиальной волновой скоростью $\vec{V}_d = -\nu\nabla\Omega/\Omega$ относительно вязкой жидкости, остается постоянной: $\Gamma = \Gamma_0(1-e^{-1})$.

В качестве тестовой задачи была рассмотрено неустановившееся отрывное обтекание пластины под различными углами атаки (см. рис. 1, 2). Полученные значения нормальной силы оказались в пределах погрешности эксперимента для всего диапазона чисел Рейнольдса для всех закритических углов атаки (см. рис 3, 4). К примеру, для случая перпендикулярного обтекания пластины потоком, теоретическая аппроксимационная кривая оказалась близкой к экспериментальной аппроксимационной зависимости нормальной силы от числа Рейнольдса [2]:

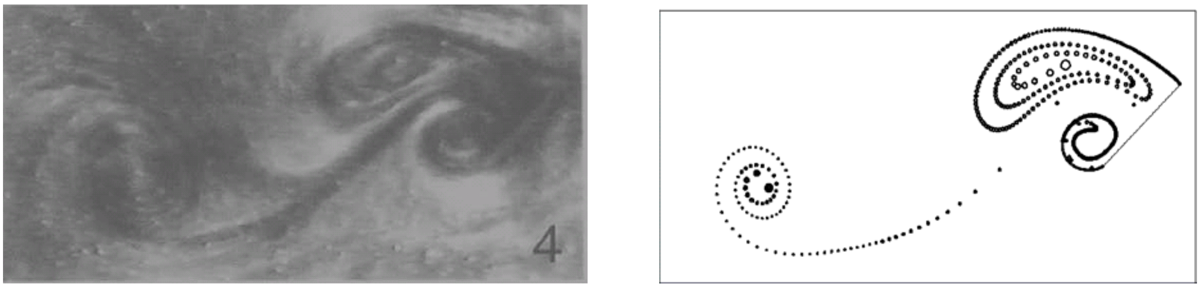
$$C_N = 1{,}95 + 50/Re,$$

в то время как МДВ для этого режима завышает значения нормальной силы на 25%.



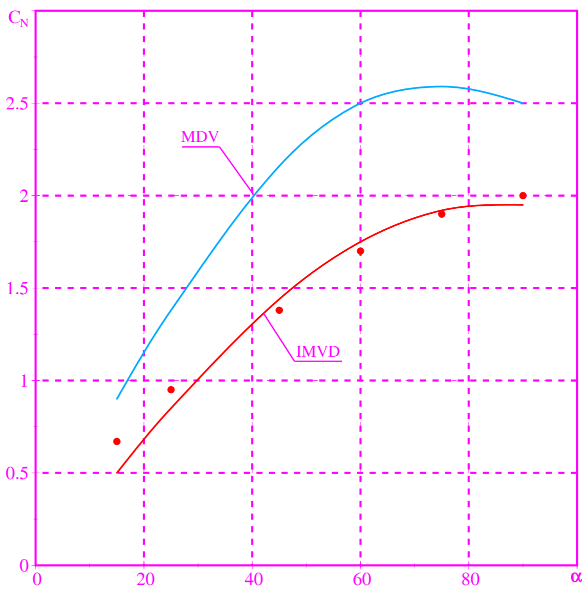
а б в

Рис.1 Обтекание пластины вязким потоком при $\boldsymbol{Re} = \mathbf{100}$, угле атаки $\alpha = \mathbf{60}^{\circ}$ и $\tau = \mathbf{7}$ (а – вихревая картина; б – изолинии завихренности; в – изобары).



а б

Рис.2 Сравнение с экспериментом [3] ($\boldsymbol{Re} = \mathbf{192}$, $\alpha = \mathbf{45}^{\circ}$, $\tau = \mathbf{4}$).



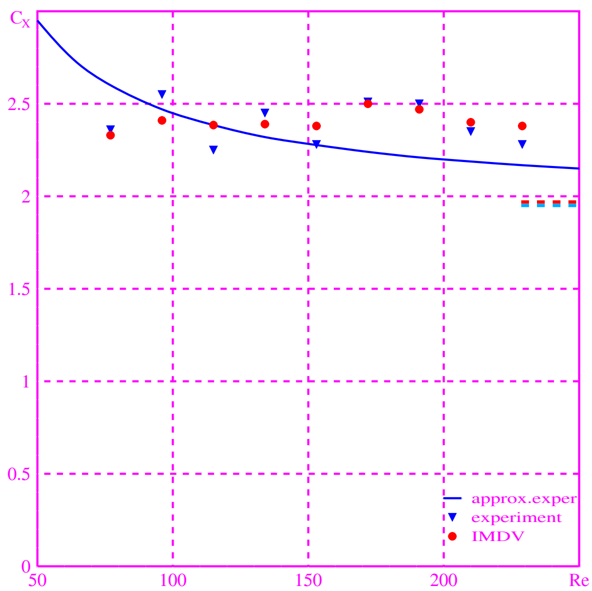


Рис.3 Сравнение МДВ и УМДВ при $\boldsymbol{Re} \to \infty$. Рис.4 Сравнение с экспериментом [2,3].

Литература

1. Довгий С.А., Шеховцов А.В. Усовершенствованный метод дискретных вихрей для нестационарных задач // Обчислювальна та прикладна математика. – 1997. – Вип. **2(82)**. – С. 30– 44.
2. Ellington, C. P. Aerodynamics and the origin of flight // Adv. Insect Physiol. – 1991. – **23**. – P. 171–210.
3. Dickinson, M. H. and Gotz, K. G. Unsteady aerodynamic performance of model wings at low Reynolds numbers // J. Exp. Biol. – 1993. – **174**. – P. 45–64.

ПОТОКОВО-РОЗПОДІЛЕНІ АЛГОРИТМИ АЕРОГІДРОДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ

Є.О. Шквар (НАУ, Київ)

Успішне розв'язання нагальних проблем обчислювальної аерогіродинаміки значною мірою зумовлене і суттєвим чином обмежене наявною потужністю та швидкодією обчислювальної техніки, що примушує постійно шукати і впроваджувати різноманітні шляхи нарощування та масштабування продуктивності обчислень. До таких задач, вкрай вимогливих до ресурсів комп'ютера, слід віднести моделювання просторових течій з урахуванням вихрової структури обтікання, відтворення складної динаміки турбулентного руху шляхом реалізації підходів прямого чисельного моделювання (DNS) та моделювання великих вихорів (LES). Бурхливий розвиток елементної бази сучасних комп'ютерів вже зробив промисловим стандартом дво- та чотириядерні процесори з тактовою частотою близько 3GHz, але навіть використання комп'ютерів на їх основі не дозволяє подолати дистанцію між наявними можливостями обчислювальної техніки і потрібними ресурсами, а тому одним з найбільш розповсюджених підходів до вимогливих щодо ресурсів обчислень стало нарощування продуктивності шляхом кластеризації, тобто об'єднанням окремих комп'ютерів в єдину систему – обчислювальний кластер. Сучасні промислові обчислювальні пакети, орієнтовані на аерогідродинамічні розрахунки, як правило, передбачають можливість застосування на багатопроцесорних комп'ютерах, в тому числі і на розподілених системах кластерної архітектури. Слід зазначити, що технології алгоритмізації та програмування розпаралелювання на системах з кількома процесорами або ядрами і зі спільною оперативною пам'яттю, та на розподілених системах є принципово різними. І хоча двопроцесорні, а згодом і двоядерні вузли кластерних систем традиційно застосовуються як вдале інженерне рішення, яке знижує енерговитрати, зменшує габарити, розвантажує міжвузловий інтерфейс, при реалізації технологій кластерних обчислень кожен з процесорів або ядер окремого вузла працює з відокремленою ділянкою спільної оперативної пам'яті, що обумовлює необхідність додаткових витрат на реалізацію обміну проміжною інформацією між цими окремими ділянками аналогічно тому, як реалізується міжвузловий обмін між різними вузлами. Такий підхід стає дедалі менш ефективним по мірі нарощування кількості ядер (процесорів) вузлів кластера, що обумовлює мету проведеного дослідження: побудові більш адаптованої до сучасних архітектур технології розпаралелювання обчислень.

Проаналізовано два принципово різні підходи паралельного програмування: OpenMP та MPI. Один з них (OpenMP) орієнтований на багатопотокові паралельні обчислення. Він є ефективним в багатопроцесорних та багатоядерних системах і став стандартом побудови розгалужених алгоритмів і програм, реалізованих мовою Fortran. Інший підхід (MPI – Message Passing Interface) є ефективним для розподілених обчислювальних систем (кластерів). Ці технології, як зазначалося вище, є принципово відмінними і, певною мірою, конкуруючими. Показано, що при обчисленнях за OpenMP технологією збільшення розмірності сітки погіршує ефективність розрахунків, яка оцінювалася коефіцієнтом прискорення, тобто часткою часу, необхідного для проведення обчислень за паралельним алгоритмом по відношенню до часу традиційного послідовного розв'язування тієї самої задачі. При застосуванні MPI технології і проведенні розрахунків на відповідній розподіленій кластерній системі маємо протилежну тенденцію: коефіцієнт прискорення обчислень зростає по мірі збільшення розмірності задачі. Але запуск за технологією MPI двох екземплярів задачі на окремому багатоядерному чи багатопроцесорному вузлі з CMP чи SMP архітектурою, що передбачає використання спільної оперативної пам'яті як розділеної, не є ефективним і приводить до нераціонального використання ресурсів комп'ютера через необхідність в непродуктивних витратах на обмін інформацією між процесами, що утворюються MPI інтерфейсом.

Автором запропоновано ідею побудови гібридної технології, яка вдало об'єднує два проаналізовані вище підходи і є більш ефективною у порівнянні з кожним з них, застосованих окремо. Використання запропонованого підходу у ряді плоских і просторових задач аерогідродинамічного моделювання забезпечило на п'ятивузловому кластері з чотириядерними вузлами прискорення розв'язування задачі моделювання ламінарної течії в плоскій прямокутній порожнині в 16,5 разів, а в просторовій порожнині з формою прямокутного паралелепіпеда - в 13,6 разів. Розмірності різницевих сіток варіювалися від 1 до 125 мільйонів вузлів. Рис. 1 ілюструє порівняння зростання коефіцієнту прискорення обчислень по мірі зростання числа задіяних в обрахунках ядер процесора та вузлів кластерної системи для задачі моделювання течії в просторовій порожнині при розмірності сітки $500^3 = 125 \cdot 10^6$ вузлів. Як слідує з наведеної ілюстрації, запровадження гібридної потоково-розподіленої технології паралельних обчислень забезпечило зростання коефіцієнта прискорення з 11 за технологією MPI, використаною на усіх доступних 20-ти ядрах кластера, до 13,6. Тобто приріст ефективності склав на п'яти чотириядерних вузлах 23,6%. Розглядалися випадки як рівномірних сіток, так і з наявністю згущення сіткових вузлів по мірі наближення до обтічних поверхонь.

Переваги розробленого гібридного метода паралельного програмування продемонстровані в ряді задач обчислювальної аерогідродинаміки, а також при ітераційному розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь великих порядків. Розроблений метод є порівняльно нескладним в практичній реалізації, він вдало втілює переваги та компенсує недоліки потокової та розподіленої технологій, що дозволяє рекомендувати його до практичного використання і подальшого узагальнення на інші розрахункові конфігурації.

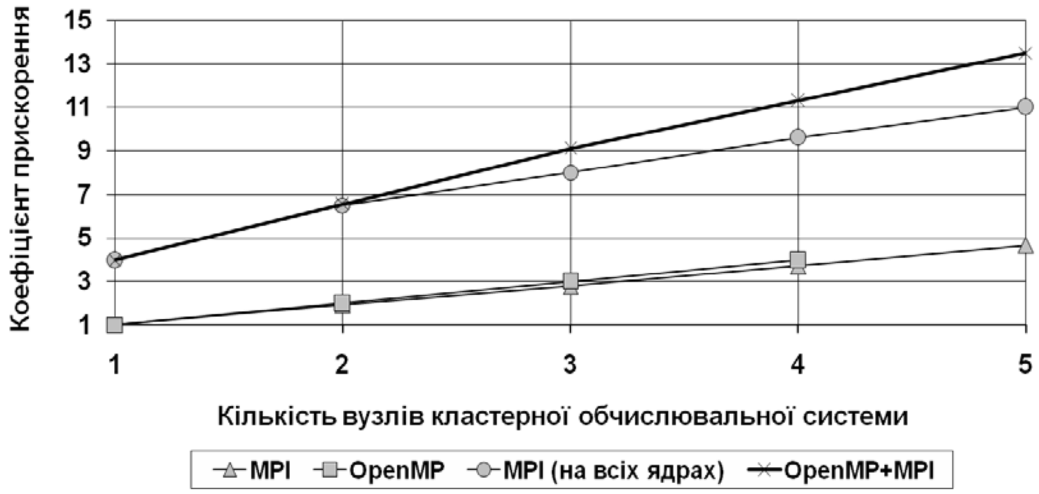


Рис. 1. Порівняння різних технологій розпаралелювання обчислень характеристик течії в просторовій порожнині з розмірністю сітки $500^3 = 125 \cdot 10^6$ вузлів

ЗМІСТ

Бердник О.М., Гаєв Є.О. ОДНОВИМІРНА ЛАМІНАРНА ТЕЧІЯ ЧЕРЕЗ КРУГЛУ ТРУБУ З ЛПШ 1

Е.В. Бруяцкий, А.Г. Костин, Е.И. Никифорович ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ЗАКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ С ДВИЖУЩЕЙСЯ КРЫШКОЙ 3

Воропаев Г. А., Димитриева Н. Ф. МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА НАПРЯЖЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА ДЛЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ РАЗБАВЛЕННЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ 5

Г.А. Воропаев, Н.В. Розумнюк ОБРАЗОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ С КАВЕРНОЙ 6

Е.А. Гаев ЛАМИНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ЛЕГКОПРОНИЦАЕМОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ У СТЕНОК 8

Є.О. Гаєв, Є.О. Шквар, Т.В. Козлова ВЗАЄМОДІЯ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ З ШАРОМ КРАПЕЛЬ У БРИЗКАЛЬНИХ СИСТЕМАХ ОХОЛОДЖЕННЯ 10

Ю.В. Гирька ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК АЕРОДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ БОКОВОГО КАНАЛУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ 12

Горбань В.О., Горбань І.М. ДОСЛІДЖЕННЯ ОБТІКАННЯ СИСТЕМИ КВАДРАТНИХ ЦИЛІНДРІВ 14

В.Т. Гринченко, Г.А. Воропаев, С.А. Исаев, В.А. Воскобойник, Н.В. Розумнюк, А.В. Воскобойник ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ВИХРЕЙ В СФЕРИЧЕСКОЙ ЛУНКЕ НА ПЛАСТИНЕ 16

A. **Gourjii, V. Meleshko, G.J.F. van Heijst, L. Zannetti** ADVECTION OF PASSIVE FLUID IN THE VELOCITY FIELD INDUCED BY PERIODICAL INJECTING FROM A TWO-DIMENSIONAL FLAT SPLIT 18

S.O. Dovgiy, D.I. Cherniy A CIRCULATION FLOW IN THE SEA STRAIT SIMULATION 20

И.И. Ефремов, Е.П. Лукащик КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВЕСОМОЙ ЖИДКОСТИ 22

Я.В. Загуменный ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ПОКРЫТИЕМ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ 23

В.А. Касьянов, В.В. Пахненко, Р.Р. Хасанов ВЗАЄМОДІЯ ТУРБУЛЕНТНОСТІ З УДАРНИМИ ХВИЛЯМИ 24

Ю.А. Крашаница ТЕОРИЯ ОБОБЩЕННЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ 26

В.М. Лапотко, Ю.П. Кухтин МЕТОД ОТСЛЕЖИВАНИЯ СТРУЙ ТЕЧЕНИЙ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ ТУРБОМАШИН 28

И.А. Луковский МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ ОГРАНИЧЕННОГО ОБЪЕМА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ, ОСНОВАННОЙ НА ГИПОТЕЗЕ РЕЛЕЯ 29

П.В. Лукьянов ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОБ ЭВОЛЮЦИИ КОМПАКТНОГО ВИХРЯ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ С УЧЕТОМ ДНА И СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ 30

С.В. Масюк МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ВЗАЄМОДІЇ СУДЕН ТА ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУД ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ 32

V.V. Meleshko, A.A. Gourjii, D. Bolster, R.J. Donnelly FORMATION OF A VORTEX RING CHAIN DUE TO THE PERIODIC MOTION OF A SPHERE IN AN INVISCID UNBOUNDED FLUID 34

В.Т. Мовчан, Є.О. Шквар ІЄРАРХІЯ МОДЕЛЕЙ КОЕФІЦІЄНТА ТУРБУЛЕНТНОЇ В’ЯЗКОСТІ В МЕТОДАХ РОЗРАХУНКІВ ПРИСТІННИХ ТЕЧІЙ 36

Потетюнко Э.Н., Карсян А.Ж ГИДРОПЕЛЕНГАЦИЯ ДВИЖУЩЕГО ОБЪЕКТА 38

А.А. Приходько КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В АЭРОГИДРОДИНАМИКЕ: МОДЕЛИ, МЕТОДЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ 40

А.А. Приходько, О.Б. Полевой, А.А. Пилипенко ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТРАНСЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПРОФИЛЕЙ 41

Приходько А.А., Сохацкий А.В. КОМПЬЮТЕРНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ 42

Д.А. Редчиц ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ РОТОРОВ ДАРЬЕ И САВОНИУСА 43

А.Н. Семко, В.В. Решетняк ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РОДИОНОВА ДЛЯ РАСЧЕТА КВАЗИОДНОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ 44

Стеценко О.Г. СТАЦІОНАРНИЙ РУХ ТОЧКОВОГО ВИХОРА У НЕПЕРЕРВНО СТРАТИФІКОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ З ГОРИЗОНТАЛЬНИМИ ГРАНИЦЯМИ 46

В. Тюрев, В.А. Тараненко ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ОБТЕКАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХ ПРИ УСКОРЕННОМ И ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ЕГО ДВИЖЕНИИ В ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ 48

А.В. Шеховцов РЕШЕНИЕ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ГИДРОАЭРОДИНАМИКИ УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫМ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ 50

Є.О. Шквар ПОТОКОВО-РОЗПОДІЛЕНІ АЛГОРИТМИ АЕРОГІДРОДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ 52

Підписано до друку 25.09.2008 р.
Формат 60×84/16. Папір друк. Умовн. арк. 3.1.
Друк трафаретний (різографія).
Наклад 100 прим.

Надруковано в Інституті гідромеханіки НАН України.
03057, Київ – 57, вул Желябова, 8/4.