

УДК 539.3:537.228.1:534.1

# ПОРІВНЯННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ І РОЗРАХУНКОВИХ ДАНИХ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРІВ

В. Л. КАРЛАШ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України  
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна  
E-mail: karlashv@ukr.net

Отримано 27.11.2015

У статті порівнюються розраховані за відомими формулами активні й реактивні складові повних провідностей кількох п'єзokerамічних резонаторів з вимірними аналогами. Резонатори відрізняються як формою і модою коливань, так і величиною механічної добротності. Для порівняння графіки розрахованих і експериментальних кривих розміщено в єдиній для кожного зразка координатній сітці. Показано, що загальний хід цих залежностей демонструє подібність, а розбіжність між ними сягає від кількох до кільканадцяти відсотків.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** п'єзokerамічні резонатори, втрати енергії, вимушені коливання, активні й реактивні компоненти адмітансу

В статье сравниваются рассчитанные по известным формулам активные и реактивные составляющие полных проводимостей нескольких пьезокерамических резонаторов с измеренными аналогами. Резонаторы отличаются как формой и модой колебаний, так и величиной механической добротности. Для сравнения графики расчетных и экспериментальных кривых размещены в единой для каждого образца координатной сетке. Показано, что общий ход этих зависимостей подобен, а расхождение между ними составляет от нескольких до нескольких десятков процентов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** пьезокерамические резонаторы, потери энергии, вынужденные колебания, активные и реактивные компоненты адмиттанса

The paper deals with comparing of calculated active and reactive components of the full admittance for several piezoceramic resonators with the experimental analogues. The mentioned resonators differ with their shapes, vibration modes and mechanical qualities. For comparison the graphs of calculated and measured curves are plotted in the same coordinate grid. It is shown that the general trends of both curves are similar, and mutual discrepancy may be as much as a few to tens percent.

**KEY WORDS:** piezoceramic resonators, energy losses, forced vibrations, active and reactive components of admittance

## ВСТУП

Якщо абстрагуватись від конкретної науково-технічної тематики, винесена у заголовок статті проблема не є новою. З нею зустрічається кожен експериментатор у своїй повсякденній практиці. Кожна галузь науки має свою специфіку експериментально-розрахункових досліджень. При вимушених коливаннях п'єзоелектричних тіл ця специфіка полягає, насамперед, у необхідності вимірювати електричні струми на ультразвукових частотах, де немає відповідних амперметрів, а амплітуди зміщень не перевищують десятих часток мікрометра. Разом з тим, для розрахунків будь-яких амплітуд необхідно не лише мати відповідні рівняння, а й знати чимало різних коефіцієнтів, які входять до них. Саме на співставленні вимірних величин з розрахунками побудовані всі існуючі стандарти з визначення електропружних коефіцієнтів [1–4].

На кожній частоті електропружні параметри п'єзоелектричних тіл – зміщення, напруження, провідність, імпеданс, коливна швидкість, миттєва потужність тощо – мають як активні, так і реактивні компоненти. Тож розрахувати амплітуди можливо лише тоді, коли беруться до уваги втрати енергії [5–11]. Достатньо повний огляд методів визначення повного набору матеріальних констант п'єзokerаміки дано у монографії [12], у якій запропоновано оригінальний підхід, який дає змогу визначати повний набір сумісних електропружних сталих на єдиних зразках у вигляді прямокутної призми. Слід, однак, зауважити, що при цьому втрати енергії до уваги не бралися. Натомість автори монографії [3] опрацювали методику визначення повного набору дійсних і уявних частин усіх 20 електропружних констант, в якій виміряні максимуми й мінімуми адмітансу прирівнювались до розрахованих. Її реалізацію було проведено на спеціально виготовлених зразках п'єзоке-

раміки ЦТСтБВ-2 в діапазоні температур від кімнатної до точки Кюрі.

Оскільки відносна діелектрична стала сучасних п'єзокерамік становить сотні й тисячі одиниць, то міжелектродна ємність п'єзокерамічних резонаторів може досягати кільканадцяти нанофарадів, суттєво впливаючи на електричний струм і провідність [4, 6, 8]. У роботах [13, 14] вперше показано, що різниця між добротностями на резонансі й антирезонансі, визначеними на рівні  $-3$  дБ, сягає від кільканадцяти відсотків до кількох разів.

Автори статті [15] запропонували набір наближених формул, які зв'язують механічні добротності з відповідними тангенсами для п'яти типів спеціально виготовлених зразків. Формули виведено для випадків поздовжніх коливань стержнів з поперечною і поздовжньою поляризацією, товщинних коливань тонких дисків, а також зсувних коливань тонких стержнів, у яких робочі електроди нанесені перпендикулярно до напрямку поля поляризації. Незважаючи на велику кількість розрахункових співвідношень, експерименти в роботах [13–16] проведені лише для поздовжніх коливань прямокутних пластин. При цьому залежності резонансної й антирезонансної добротностей від частоти досліджувались для режимів сталих за амплітудою струму в п'єзоелементі, спаду напруги на ньому або сталої коливної швидкості на торці. Виявлено значну нелінійність мплітудно-частотної характеристики (АЧХ) повної провідності в режимі сталої напруги поблизу резонансу. Для режиму сталої струму така нелінійність відсутня. Зареєстровані рівні потужності у зразках становили від кількох десятків до десятків мілівольтамперів, а температура на резонансі зростала до  $40^\circ\text{C}$ .

Детальний огляд досягнень сучасної науки у вивченні явища втрат енергії в п'єзоелектриках, їх внутрішніх і зовнішніх причин, зроблено в публікації [16]. Особливу увагу приділено монокристалам на базі титанату свинцю (так званим релаксорам), механічна добротність яких перевищує 1000, а поздовжній коефіцієнт електромеханічного зв'язку  $k_{33}$  сягає 0.9. Зокрема, там проведено порівняння розрахованих за відомими формулами активних і реактивних складових повних провідностей кількох п'єзокерамічних резонаторів з вимірними аналогами. Зазначені резонатори відрізнялись як формою і модою коливань, так і величиною механічної добротності. Зокрема, продемонстровано подібність загального ходу розрахункових і експериментальних кривих.

Цю публікацію слід розглядати як логічне продовження згаданих вище досліджень.

## 1. АНАЛІТИЧНІ ВИРАЗИ ДЛЯ КОМПОНЕНТІВ ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРІВ

У статтях [7, 8, 10, 11] показано, що всі існуючі формули для повної провідності (адмітансу) п'єзокерамічних резонаторів можуть бути зведені до єдиного виразу

$$Y_{pe} = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r}, \quad (1)$$

в якому  $j$  – уявна одиниця;  $\omega$  – кругова частота;  $C_0$  – міжелектродна ємність;  $\Delta_r$  – резонансний визначник;  $\Delta_a$  – антирезонансний визначник. Для зручності розрахунку ємнісну провідність запишемо через деякий множник  $a$  і безрозмірну частоту  $x$ :

$$\omega C_0 = 2\pi f_{01} C_0 \frac{x}{x_{01}} = ax, \quad a = \frac{2\pi f_{01} C_0}{x_{01}}. \quad (2)$$

Тут  $x$  – поточне значення безрозмірної комплексної частоти,  $x_{01}$  – активна складова резонансної безрозмірної частоти,  $f_{01}$  – виміряна частота (в Гц) максимуму повної провідності.

Наприклад, у випадку поздовжніх коливань тонкого п'єзокерамічного стержня з поперечною поляризацією маємо

$$\Delta_r(x) = \cos(x), \quad (3)$$

$$\Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \frac{\sin x}{x}.$$

При виведенні виразів (1)–(3) електропружні коефіцієнти вважались комплексними [3, 5, 9]:

$$\begin{aligned} s_{11}^E &= s_{110}(1 - js_{11m}), \\ \varepsilon_{33}^T &= \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}), \\ d_{31} &= d_{310}(1 - jd_{31m}). \end{aligned} \quad (4)$$

При цьому в тонкому стержні завдовжки  $l$ , завширшки  $w$  і завтовшки  $h$  було

$$\begin{aligned} C_1 &= C_{01}(1 - j\varepsilon_{33m}), \quad C_{01} = \frac{\varepsilon_{330}lw}{h}, \\ x &= x_0(1 - 0.5js_{11m}), \\ d_{31}^2 &= d_{310}^2(1 - 2jd_{31m}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})].$$

У випадку поздовжніх коливань стержня з поздовжньою поляризацією завдовжки  $l$ , завширшки  $w$  і завтовшки  $h$  можемо записати (див. [3,

(2.27))

$$\begin{aligned}\Delta_a(x) &= \cos(x), \\ \Delta_r(x) &= (1 + k_D^2)\Delta_a(x) - k_D^2 \frac{\sin x}{x}, \\ x &= \frac{kl}{2}, \quad k^2 = \rho\omega^2 s_{33}^D, \quad k_D^2 = \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2}.\end{aligned}\quad (6)$$

Провівши відповідні перетворення, отримуємо (див. [16, (A1-66)])

$$\begin{aligned}\Delta_a &= \cos x = Z_1, \\ \Delta_r &= \frac{x \cos x - k_{33}^2 \sin x}{(1 - k_{33}^2)x}, \\ Y &= ja x (1 - k_{33}^2) \frac{Z_1(x)}{Z_2(x)}, \\ Z_2(x) &= \cos x - k_{33}^2 \frac{\sin x}{x}.\end{aligned}\quad (7)$$

Міжелектродна ємність, безрозмірна частота і електропружні параметри – також комплексні:

$$\begin{aligned}C_2 &= C_{02}(1 - j\varepsilon_{33m}), \quad C_{02} = \frac{\varepsilon_{330}hw}{l}, \\ x &= x_0(1 - 0.5js_{33m}), \\ d_{33}^2 &= d_{330}^2(1 - 2jd_{33m}), \\ k_{33}^2 &= k_{310}^2[1 + j(s_{33m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{33m})].\end{aligned}\quad (8)$$

Вирази, аналогічні до співвідношень (1)–(8) отримані також для радіальних і товщинних коливань тонких кругових дисків, радіальних коливань “коротких” і “високих” циліндричних кілець тощо. За основу було взято формули повної провідності, наведені в монографії [3]. Усі вони зводяться до формули (1), відрізняючись лише виразами для резонансного ( $\Delta_r$ ) і антирезонансного ( $\Delta_a$ ) визначників, множником  $a$  і активною складовою резонансної безрозмірної частоти  $x_{01}$ .

## 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ПОВНОЇ ПРОВІДНОСТІ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРІВ

У ряді попередніх публікацій [8, 10, 17, 18] для експериментального визначення повної провідності, а також її активної і реактивної компонент нами було запропоновано вдосконалену схему Мезона з комутатором, яка дає можливість вимірювати

послідовно три спади напруг, а саме, на дослідному п'єзоелементі  $U_{pe}$ , на увімкнутому послідовно з ним резисторі навантаження  $U_R$  і на вході схеми вимірювання  $U_{in}$ . Усі вони реєструються на вибраних частотах в режимі “як є”. Це означає, що жодних додаткових умов не накладається, окрім задання на початку вимірювань певної вхідної напруги (наприклад,  $U_{in} = 100, 200, 300$  мВ). Величини вимірюваних напруг разом із відповідними їм частотами  $f$  і номіналом резистора навантаження  $R$  служать для обрахунку повної провідності  $Y_{pe}$ , її активної  $Y_{ac}$  і реактивної  $Y_{re}$  компонент, а також миттєвої потужності  $P_{pe}$ :

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}, \quad Y_{ac} = Y_{pe} \cos \alpha, \quad (9)$$

$$Y_{re} = Y_{pe} \sin \alpha = Y_{pe} \sin(\arccos \alpha),$$

$$P_{pe} = U_{pe} I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}, \quad (10)$$

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe} U_R}.$$

Тут  $I_{pe}$  – електричний струм, який протікає через п'єзоелемент і його навантажувальний резистор  $R$ ,  $\alpha$  – кут між спадом напруги на п'єзоелементі  $U_{pe}$  і струмом у ньому  $I_{pe}$  або, що те саме, між спадами напруг  $U_{pe}$  і  $U_R$ . Він визначається за теоремою косинусів [7, 8, 10].

Експерименти у рамках цього дослідження велися в такій послідовності. Дослідні зразки (стрижні з поперечною поляризацією) виготовлялись із шматків тонких дисків п'єзокераміки ЦТС-19 або ЦТБС-3 шляхом шліфування. Для резонаторів оболонкової форми, поздовжньо поляризованих стрижнів і дисків для товщинних коливань бралися готові промислові зразки. У центрі електродів припаювалися провідники 0.1 мм завтовшки й до 50 мм завдовжки. Спочатку за допомогою моста змінного струму Е8-4 на частоті 1000 Гц вимірювалися статичні ємності  $C_0$  й тангенси діелектричних втрат  $\text{tg } \delta = \varepsilon_{33m}$ . Далі, до виходу генератора ГЗ-56/1, увімкнутого на вихідний опір 50 Ом, приєднувався узгоджувальний подільник напруги з двох послідовно увімкнутих резисторів 68 і 10 Ом. Послідовно з'єднані між собою досліджувані п'єзоелементи й резистори навантаження через комутатор паралельно приєднувалися до вихідного резистора узгоджувального подільника електричної напруги. Частота коливань реєструвалась електронним частотоміром ЧЗ-38, а спади напруг – цифровим вольтметром В2-27А/1 або мілівольтметром ВЗ-38. Для збудження товщинних

коливань тонких дисків застосовувався генератор Г4-1А. Усі спади напруг вимірювалися поблизу резонансів і включали частотні ділянки в межах  $\pm(10 \dots 20) \%$  від виміряної частоти максимальної провідності. Окремо проводилися контрольні вимірювання на еквівалентних схемах типу Ван-Дайка, складених з пасивних  $R$ -,  $C$ - і  $L$  елементів.

### 3. ОТРИМАНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Прив'язка розрахунку й експерименту здійснюється за формулою

$$x_0 = x \frac{x_{01}}{f_{01}}, \quad (11)$$

відповідно до якої прирівнюються виміряна ( $f_{01}$ ) й розрахована ( $x_{01}$ ) частоти максимальної провідності.

Розглянемо перший поздовжній резонанс пластини з п'єзокераміки ЦТБС-3 розміром  $40 \times 16 \times 1$  мм з експериментально одержаними параметрами  $C_0 = 8250$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0.0163$ ,  $k_{31}^2 = 0.09$ ,  $s_{11m} = 0.016$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.016$ ,  $d_{31m} = 0.016$ ,  $a = 1.19$  мС. Для цього випадку формула переходу (11) зводиться до виразу  $x_0 = x 1.57/36.20$ . На рис. 1, а показано графіки АЧХ абсолютних значень активної й реактивної компонент повної провідності в інтервалі безрозмірних частот  $1.5 \leq x \leq 1.75$ . Нагадаємо, що резонансна частота першого поздовжнього резонансу в стрижні з поперечною поляризацією дорівнює  $\pi/2$ , тоді як антирезонансна залежить від поперечного КЕМЗ  $k_{31}^2$ .

Зауважимо, що для порівняння вибирались абсолютні значення фізичних величин тому, що при вимірюванні вольтметром спадів напруг їхня полярність не враховувалась. Тут і далі розрахункові величини активних компонент адмітансу зображено суцільними лініями, а експериментальні – пунктиром. Що ж до реактивних компонент, то їхні розрахункові величини дані штриховими лініями, а експериментальні – штрих-пунктирними.

У випадку першого резонансу стрижня із п'єзокераміки ЦТСтБС-2 з поздовжньою поляризацією ( $7 \times 7 \times 15$  мм,  $C_0 = 64.8$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0.0038$  при величині опору резистора навантаження  $R = 993$  Ом) формула переходу (11) приймала вигляд  $x_0 = x 1.57/99.886$ . Відповідні графіки рис. 1, б побудовані в частотному інтервалі  $1.35 \leq x \leq 1.385$  при вибраних для розрахунку значеннях  $k_{33}^2 = 0.28$ ,  $s_{11m} = 0.0033$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.004$ ,  $d_{31m} = 0.003$ ,  $a = 0.029$  мС. Якщо взяти до уваги, що власна ємність цього зразка дуже низька, а добротність висока, то узгодження розрахунку з

експериментом можна вважати цілком задовільним. Окрім того, слід зауважити, що резонансна частота у випадку поздовжньої поляризації залежить від величини поздовжнього КЕМЗ, тоді як антирезонансна частота дорівнює  $\pi/2$ .

Для диска з п'єзокераміки ЦТБС-3 (діаметр 66.1 мм при товщині 3.1 мм) були отримані такі експериментальні дані:  $C_0 = 18490$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0.0066$ ,  $a = 1.77$  мС,  $\nu = 0.35$ ,  $k_p^2 = 0.3$ ,  $s_{11m} = 0.0069$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.0085$ ,  $d_{31m} = 0.0076$ . При його радіальних коливаннях формула (11) набула вигляду  $x_0 = x 2.08/31.59$  і в частотному інтервалі  $2.00 \leq x \leq 2.15$  отримано графіки, наведені на рис. 2, а. Слід відзначити дуже добре суміщення активних складових повної провідності. Водночас, спостерігається значне розходження в місцях переходу реактивних складових через нуль. Вірогідно, воно викликане нестачею експериментальних точок, зафіксованих поблизу максимуму активної складової.

Графіки, подані на рис. 2, б, побудовані для другого радіального резонансу того ж диска в частотному інтервалі  $5.2 \leq x \leq 5.7$  з використанням формули прив'язки  $x_0 = x 5.4/83.1$  при механічних втратах, збільшених до  $s_{11m} = 0.009$ . Зауважимо, що і в цьому випадку розрахункова й експериментальна криві для активних складових практично сумістилися. Що ж до реактивних складових, то, незважаючи на певну різницю в положенні нуля, їхні виміряні й розраховані величини виявились дуже подібними.

Залежності з рис. 2, в побудовані для першого товщинного резонансу того ж диска в частотному інтервалі  $1.45 \leq x \leq 1.75$  з використанням формули прив'язки  $x_0 = x 1.574/650$  при заданих для розрахунку параметрах  $k_t^2 = 0.3$ ,  $s_{33m} = 0.021$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.01$ ,  $d_{31m} = 0.01$ ,  $a = 30$  мС. Тут активні компоненти суміщаються добре, а реактивні збігаються в точках переходу через нуль і приблизно на 15 % розходяться в точках максимумів.

Перший обертоном товщинних коливань диска (рис. 2, г) характеризується значним зростанням амплітуди першого максимуму реактивних складових і відсутністю другого максимуму, оскільки графік їхніх АЧХ майже повністю розміщений в області позитивних значень ординати. Причиною такої поведінки є дуже сильний вплив реактивної провідності статичної ємності диска. Зауважимо, що розрахункові криві побудовані з використанням формули прив'язки  $x_0 = x 4.71/2160$  в частотному інтервалі  $3.4 \leq x \leq 5.6$  при  $k_t^2 = 0.3$ ,  $s_{33m} = 0.021$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.01$ ,  $d_{31m} = 0.01$ ,  $a = 60$  мС.

При радіальних коливаннях "короткого" циліндричного кільця (зовнішній діаметр 38.01 мм, вну-

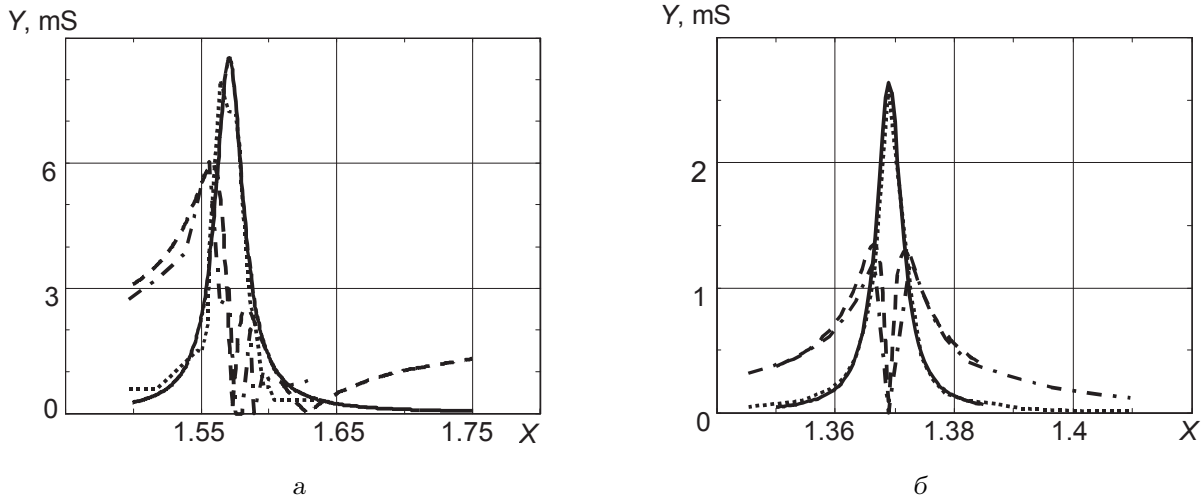


Рис. 1. Суміщені розрахункові та експериментальні АЧХ компонентів повної провідності: а – пластина  $40 \times 16 \times 1$  мм з поперечною поляризацією, б – стрижень з поздовжньою поляризацією

трішній діаметр 34.19 мм, висота 29.85 мм) з п'єзокераміки ЦТБС-3 з радіальною поляризацією й електродами на бічних поверхнях отримані такі експериментальні параметри:  $C_0 = 21860$  пФ,  $\text{tg } \delta = \varepsilon_{33m} = 0.0124$ ,  $a = 3.59$  мС,  $s_{11m} = 0.009$ . Відповідно, формула прив'язки (11) набула вигляду  $x_0 = x1.006/26.165$ , і в частотному інтервалі  $0.96 \leq x \leq 1.04$  отримано графіки, наведені на рис. 3, а. Зауважимо, що тут значення квадрату поперечного КЕМЗ 0.039 підігнано по максимуму адмітансу, а рівень тангенса п'єзоелектричних втрат  $d_{31m} = 0.009$  вибраний з міркувань подібності. Як результат активні компоненти адмітансу сумістилися добре, а реактивні – задовільно.

Графіки рис. 3, б побудовані для радіального резонансу “високого” циліндричного кільця з розмірами  $18.5 \times 15.7 \times 22$  мм з п'єзокераміки ЦТС-19 при виміряних  $C_0 = 14480$  пФ,  $\text{tg } \delta = 0.0104$  для частотного інтервалу  $0.95 \leq x \leq 1.05$  з використанням формули прив'язки  $x_0 = x1.0/78$ . При розрахунках також вважалося, що  $a = 7.02$  мС,  $\nu = 0.35$ ,  $k_p^2 = 0.33$ ,  $s_{11m} = 0.0095$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.0104$ ,  $d_{31m} = 0.01$ . У цьому випадку криві для як активних, так і для реактивних складових практично сумістилися.

Аналізуючи наведені вище залежності, слід зазначити, що нормована резонансна частота  $x_{01}$  при радіальних коливаннях циліндричних кілець із радіальною поляризацією наближається до одиниці, тоді як антирезонансна залежить від величини  $k_{31}^2$  в “короткому” кільці і  $k_p^2$  у “високому”.

Добре узгодження експериментальних кривих із розрахунковими зафіксовано й для першого резонансу плоского пластикового п'єзотрансформато-

ра з п'єзокераміки ПКД з розмірами  $60 \times 10 \times 2$  мм і механічною добротністю понад 1000 (рис. 3, в). Відповідні розрахунки проведені за формулами, наведеними в роботі [19], для частотного інтервалу  $1.565 \leq x \leq 1.58$ . При цьому формула прив'язки була  $x_0 = x1.571/28.228$  і  $a = 0.178$  мС,  $k_{31}^2 = 0.1$ ,  $s_{11m} = 0.000885$ ,  $\varepsilon_{33m} = 0.0061$  (на резонансі бралися до уваги лише механічні втрати енергії).

Нарешті, криві рис. 3, г побудовані для білярезонансної частотної ділянки еквівалентної електричної схеми типу Ван-Дайка, складеної з пасивних елементів. Індуктивність схеми складала  $L = 0.4$  мГн, паралельна ємність –  $C_0 = 25220$  пФ, послідовна –  $C = 6719$  пФ, а послідовний активний опір –  $R = 11.3$  Ом. Розрахунок виконано для деякого гіпотетичного стержня, в якому  $a = 3.107$ ,  $s_{11m} = 0.014$  і  $\varepsilon_{33m} = 0.003$  взяті з експерименту, тоді як  $d_{31m} = 0.003$  вибрано довільно, а  $k_{31}^2 = 0.3$  підігнано по максимуму активної складової адмітансу. Розрахунки проводилися для частотного інтервалу  $1.52 \leq x \leq 1.7$  з використанням формули прив'язки  $x_0 = x1.57/30.8$ . Резонансна частота цієї схеми виявилась близькою до частоти першого резонансу диска, а розрахункові й експериментальні АЧХ – вельми подібними.

Принагідно слід зазначити, що всі проаналізовані експериментальні дані наведено такими, якими вони були отримані в різний час на різних зразках при вимірюваннях спадів напруг в режимі “як є”. Не завжди крок зміни частоти був достатньо плавним. Особливо важко було досягти цього для частот (20...40) Гц поблизу резонансів деяких зразків, механічна добротність яких досягала понад

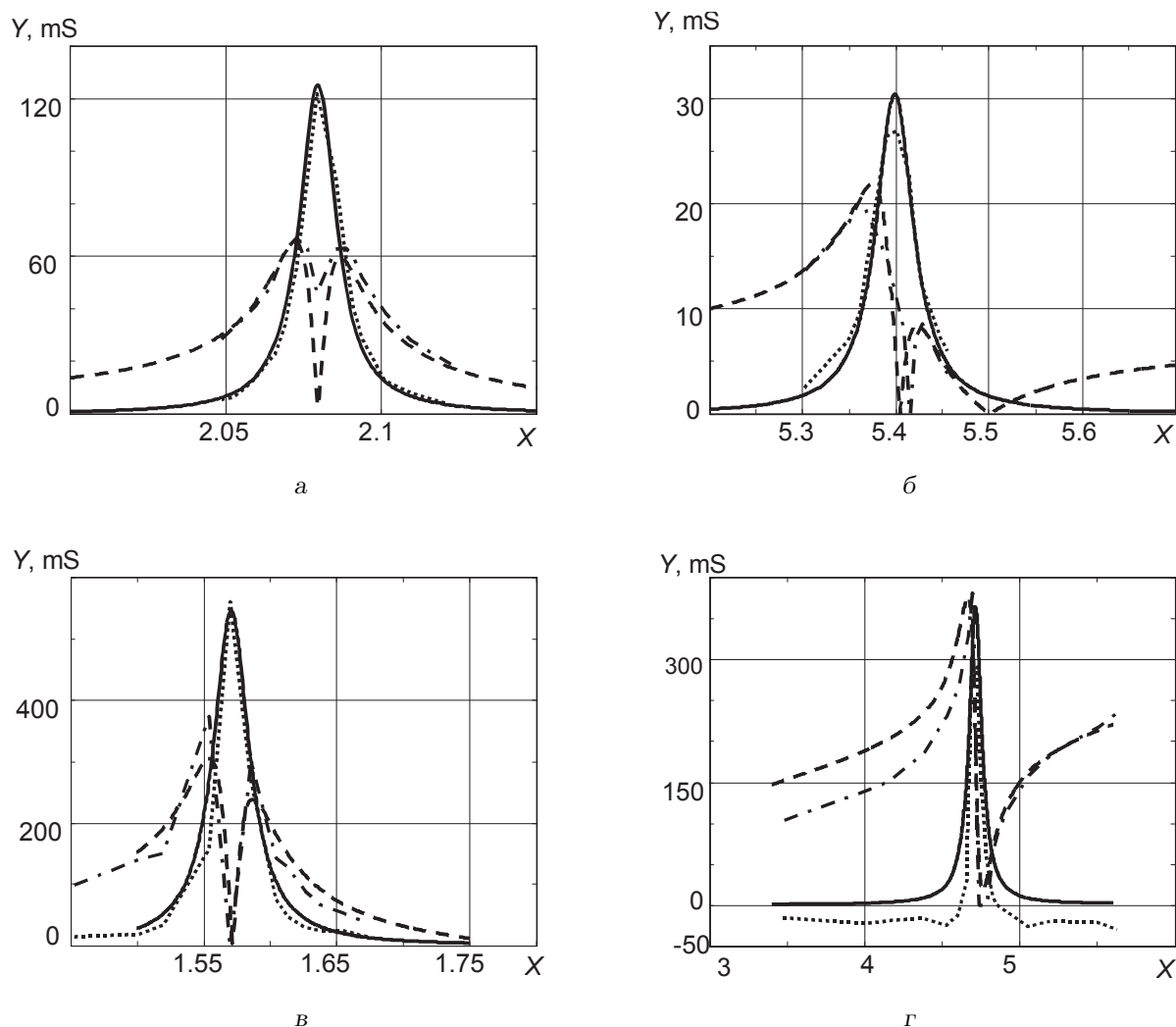


Рис. 2. Суміщені розрахункові та експериментальні АЧХ компонентів повної провідності тонкого диска:  
 а – в околі першого радіального резонансу, б – в околі другого радіального резонансу,  
 в – в околі першого товщинного резонансу, г – в околі першого обертопу товщинного резонансу

1000. Інтервали вибраних змін безрозмірної частоти також не завжди збігаються з частотними інтервалами експериментальних кривих. Втім, це не так суттєво, оскільки на всіх графіках є резонансні піки й частотні ділянки щонайменше в околі (10...20) % біля них.

## ВИСНОВКИ

Проведено порівняльний аналіз експериментальних і розрахункових даних для п'єзокерамічних резонаторів, безрозмірні резонансні частоти яких відрізняються в 7, а виміряні – майже в 70 разів (від 31.59 кГц для першого радіального резонансу диска до 2160 кГц для обертопу його

товщинних коливань). Амплітуди активних компонент адмітансу відрізняються майже у 200 разів (від 3.5 мС при поздовжніх коливаннях стрижня з поздовжньою поляризацією до 560 мС при товщинних коливаннях диска).

Незважаючи на таку варіабельність кількісних даних, впадає в око, що всі ці графіки дуже подібні між собою. Скрізь найкраще узгодження спостерігається в позарезонансній зоні, а найгірше – в безпосередній близькості до резонансів. При цьому розходження може сягати десяти й більше відсотків.

Таким чином, твердження деяких авторів [20] про збіжність у п'ятому чи шостому знаку слід поставити під сумнів.

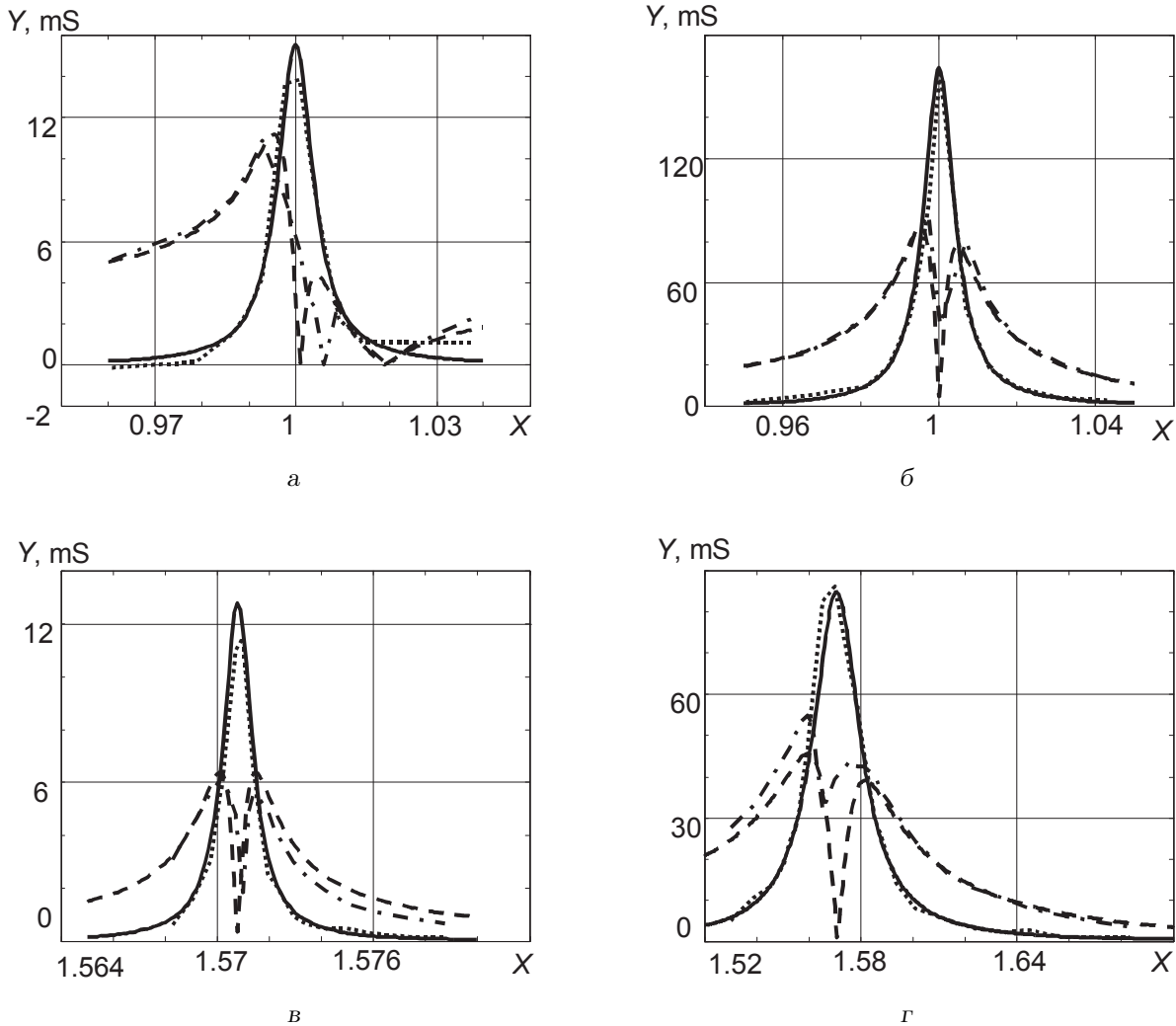


Рис. 3. Суміщені розрахункові та експериментальні АЧХ компонентів повної провідності:

а – “коротке” циліндричне кільце в околі першого радіального резонансу,  
 б – “високе” циліндричне кільце в околі першого радіального резонансу,  
 в – пластинковий п’єзотрансформатор в околі першого поздовжнього резонансу,  
 г – еквівалентна електрична схема в околі резонансу

1. Глозман И. А. Пьезокерамика.– М.: Энергия, 1972.– 288 с.
2. IRE Standards on Piezoelectric Crystals Measurements of piezoelectric ceramics // Proc. IRE.– 1961.– 49.– P. 1161–1169.
3. Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел.– К.: Наук. думка, 1990.– 228 с.
4. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електро-механічні коливання п’єзоелектричних пластин.– К.: Наук. думка, 2008.– 272 с.
5. Яффе Б., Кук У., Яффе Г. Пьезоэлектрическая керамика.– М.: Мир, 1974.– 288 с.
6. Магнитные и диэлектрические приборы / Под ред. Г. В. Катца: часть I.– М.-Л.: Энергия, 1964.– 416 с.
7. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв’язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п’єзокераміки // Акуст. вісн.– 2012.– 15, № 4.– С. 24–38.
8. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п’єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України.– 2013.– № 9.– С. 80–86.
9. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU.– 1967.– SU-14.– P. 18–20.
10. Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations’ characteristics // Electron. Communicat.– 2014.– 19, № 2(79).– P. 82–94.
11. Karlash V. L. Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Math. Model. Comput.– 2014.– 1, № 2.– P. 163–177.
12. Акоюн В. А., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н. Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерами-

- ческих материалов.– Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008.– 144 с.
13. *Mezheritsky A. V.* Quality factor of piezoceramics // *Ferroelectr.*– 2002.– **266**.– P. 277–304.
  14. *Mezheritsky A. V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*– 2004.– **51**, № 6.– P. 695–797.
  15. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O.* Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // *J. Adv. Dielectr.*– 2011.– **1**, № 1.– P. 17–31.
  16. *Liu G., Zhang S., Jiang W., Cao W.* Losses in ferroelectric materials // *Mater. Sci. Eng.: R. Rep.*– 2013.– **R89**.– P. 1–48.
  17. *Шульга М. О., Карлаш В. Л.* Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполосника Мезона та її варіантах // *Тези IV Міжнарод. наук.-техн. конф. "Датчики, прилади та системи 2008"*.– Черкаси / Гурзуф, 2008.– С. 54–56.
  18. *Karlash V. L.* Particularities of amplitude-frequency characteristics of admittance of thin piezoceramic half-disk // *Int. Appl. Mech.*– 2009.– **45**, № 10.– P. 647–653.
  19. *Karlash V.* Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // *Jpn. J. Appl. Phys.*– 2005.– **44**, № 4A.– P. 1852–1856.
  20. *Smits J. G.* Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // *IEEE Trans. SU.*– 1976.– **SU-23**.– P. 393–402.