

УДК 539.3:537.228.1:534.1

ЩЕ РАЗ ПРО ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ В П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРАХ

В. Л. КАРЛАШ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна
E-mail: karlashv@ukr.net

Отримано 18.03.2015

Проаналізовані різні підходи до проблеми експериментального визначення в'язкопружних коефіцієнтів п'єзокерамічних резонаторів. На прикладі відомої задачі про вимушені поздовжні коливання тонкого п'єзокерамічного стержня з поперечною поляризацією досліджуються амплітудно- та фазо-частотні залежності в околі резонансних і антирезонансних частот. Наведені основи уточненої розрахунково-експериментальної методики визначення поперечного коефіцієнта електромеханічного зв'язку, а також тангенсів пружних і п'єзоелектричних втрат. Розрахунки амплітуд і фаз проведено для компонентів повної провідності. Одержані результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: п'єзокерамічні резонатори, коефіцієнт електромеханічного зв'язку, діелектричні втрати, пружні втрати, п'єзоелектричні втрати, вимушені коливання

Проанализированы разные подходы к проблеме экспериментального определения вязкоупругих коэффициентов пьезокерамических резонаторов. На примере известной задачи о продольных колебаниях тонкого пьезокерамического стержня с поперечной поляризацией исследованы амплитудно- и фазо-частотные зависимости в окрестности резонансных и антирезонансных частот. Приведены основы уточненной расчетно-экспериментальной методики определения поперечного коэффициента электромеханической связи, а также тангенсов упругих и пьезоэлектрических потерь. Расчеты амплитуд и фаз проведены для компонент полной проводимости. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пьезокерамические резонаторы, коэффициент электромеханической связи, диэлектрические потери, упругие потери, пьезоэлектрические потери, вынужденные колебания

The paper deals with analyzing of different approaches to the experimental determining of visco-elastic coefficients of piezoceramic resonators. The amplitude- and phase-frequency relations near the resonant and anti-resonant frequencies are investigated on an example of well-known problem of longitudinal vibrations of thin piezoceramic rod with the transverse polarization. The principles of refined computational-experimental method for determining the transverse electromechanic coupling coefficient as well, as elastic and piezoelectric losses tangent are described. The amplitudes and phases of full admittance components are calculated. The obtained results are in good agreement with the experimental data.

KEY WORDS: piezoceramic resonators, the electromechanic coupling coefficient, dielectric losses, elastic losses, piezoelectric losses, forced vibrations

ВСТУП

При коливаннях п'єзоелектричних тіл відбувається перетворення енергії із механічної форми в електричну (прямий п'єзоэффект) або із електричної форми в механічну (зворотний п'єзоэффект) [1–6].

Природа внутрішніх фізичних процесів у п'єзоелектричних тілах обумовлює одночасну наявність у всіх їхніх електропружних параметрах (зміщеннях, напруженнях, провідності, імпедансі, коливній швидкості, миттєвій потужності тощо) як дійсних, так і уявних частин. Це означає, що розрахувати будь-яку амплітуду можливо лише тоді, коли беруться до уваги втрати енергії [5–9]. Донині аналітичні розв'язки задач про електромеханічні коливання побудовані лише для простих геометричних форм – стержнів, пластин, дисків, циліндричних і сферичних оболонок [4, 5]

та ін. Огляд сучасних методів визначення повного набору матеріальних констант п'єзокераміки наведено в монографії [1]. У ній опрацьовано оригінальну методику, яка дає змогу визначати повний набір сумісних електропружних сталей на єдиних зразках у вигляді прямокутної призми. При цьому втрати енергії до уваги не бралися. В роботах [4, 10] досліджувалися залежності комплексних модулів п'єзокераміки ЦТСтБВ-2 від температури.

Підвести до п'єзокерамічних резонаторів ефективно електричне поле для збудження в них інтенсивних електропружних коливань можливо лише тоді, коли електродне покриття нерозривно зв'язане з поверхнею, тобто є невід'ємною частиною самого резонатора. В процесі виготовлення зразків створюються такі умови, коли дуже тонке електродне покриття напильється, впадеться або наноситься електrolітичним шляхом [2, 5]. Ма-

са таких електродів мала й до уваги при розрахунках не береться. Що ж до відносної діелектричної сталої сучасних п'єзокерамік, то вона становить сотні й тисячі одиниць, тому міжелектродна ємність п'єзокерамічних резонаторів досягає часом кільканадцяти нанофарадів, суттєво впливаючи на електричний струм і провідність [4–7].

З проблемою втрат енергії в п'єзоелектричних резонаторах учені зустрілися давно й намагалися розв'язати її по-різному [4–10]. Розсіювання енергії враховувалися через декременти затухання, акустичне випромінювання, діелектричні й механічні втрати тощо [11–15]. Понад шістьдесят років тому в роботах [16, 17] було показано, що простого врахування втрат – діелектричних (викликаних недосконалістю процесу перезаряджання діелектриків) і пружних (викликаних недосконалістю процесу деформування) енергії недостатньо для адекватного аналітичного опису енергетичних процесів у п'єзоелектричних тілах. Натомість було запропоновано враховувати також особливі, так звані п'єзоелектричні втрати, викликані недосконалістю самого процесу перетворення енергії. Показники затухання в більшості випадків виявились невеликими у порівнянні з активними компонентами, тому при аналізі їх можна враховувати через комплексні модулі [6, 16–22]. Автори робіт [4, 10] опрацювали методіку з визначення повного набору дійсних і уявних частин усіх 20 електропружних констант і реалізували її на спеціально виготовлених зразках у діапазоні температур від кімнатної до точки Кюрі.

Поперечно поляризовані п'єзокерамічні стержні давно вже стали “пробним каменем” у багатьох експериментальних дослідженнях, насамперед, тому, що їхні коливання описуються простими математичними формулами, а перший обертоном лежить далеко по частоті від основного резонансу [1, 4–9, 13–17]. Механічні й електричні величини цих об'єктів пов'язує між собою так званий поперечний коефіцієнт електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) k_{31} . Тому поздовжні коливання тонких п'єзокерамічних стержнів у зарубіжних публікаціях нерідко називають модою k_{31} [23–29].

У роботі [30] розглянуті поздовжні коливання п'єзокерамічних стержнів з розділеними електродами. Показано, що кожен з вільних електродів є п'єзотрансформаторним виходом і його потенціал між резонансними піками визначається винятково коефіцієнтом передачі ємнісного подільника, утвореного міжелектродними ємностями, й від проявів п'єзоэффекту не залежить.

Радіальні резонансні коливання тонких п'єзокерамічних круглих дисків, які в зарубіжній літе-

ратурі часто називають модою k_p , також характеризуються моночастотністю – перший обертоном віддалений по частоті від основного резонансу щонайменше у два з половиною рази [7–10]. До того ж для електромеханічних коливань цього типу простежується висока інтенсивність на основному резонансі та добре виражена залежність характеристичних частот від коефіцієнту Пуассона. Усе це стимулювало використання резонансних частот радіальних коливань і їхніх відношень для експериментального визначення кількох важливих параметрів п'єзокераміки, таких як планарний коефіцієнт електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) k_p , поперечний КЕМЗ k_{31} , п'єзомодуль d_{31} , коефіцієнт Пуассона ν , компоненти пружної податливості s_{11} , s_{12} .

У публікаціях [23–26] вперше показано, що визначені на рівні –3 дБ добротності на резонансі й антирезонансі відрізняються на десятки процентів, а іноді – у кілька разів.

Автори роботи [28] зробили огляд праць (переважно власних), присвячених визначенню втрат енергії в п'єзокераміці, й запропонували набір наближених формул, які зв'язують механічні добротності з відповідними тангенсами для п'яти типів коливань спеціально виготовлених зразків. Формули виведені для поздовжніх коливань стержнів з поперечною й поздовжньою поляризацією, товщинних коливань тонких дисків, а також зсувних коливань тонких стержнів, у яких робочі електроди нанесені перпендикулярно до напрямку поля поляризації. Незважаючи на велику кількість наближених формул, експерименти в [27–29] проведені лише для поздовжніх коливань прямокутних пластин. Досліджувались залежності резонансної й антирезонансної добротностей від частоти для режимів, які відповідають сталим за амплітудою струму в п'єзоелементі й спаду напруги на ньому або сталій коливній швидкості на торці. Виявлено значну нелінійність амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) повної провідності в режимі сталої напруги поблизу резонансу й відсутність такої нелінійності в режимі сталого струму. Рівні потужності в зразках становили від десятків часток мілівольтампера до десятків мілівольтамперів, а температура на резонансі зростала до 40°C.

1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ В'ЯЗКОПРУЖНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ РЕЗОНАТОРІВ

Усі існуючі нині методи з визначення реактивних складових електропружних коефіцієнтів п'єзокерамічних резонаторів мають кілька спільних

рис і базуються на відомих розв'язках простих (як правило, одновимірних) задач електромеханіки. Насамперед, вважається, що втрати малі й не перевищують (0.1...5) % активних складових і їх можна представити в розрахунках через комплексні коефіцієнти. Це дає можливість вивести наближені формули, які зв'язують компоненти втрат енергії з максимумами або мінімумами повної провідності на основній моді коливань п'єзокерамічного зразка вибраної геометричної форми.

Основна відмінність між різними підходами полягає у визначенні діелектричних втрат. Історично першою була методологія, запропонована Г. Е. Мартіном для поздовжніх коливань стержнів з поперечною або поздовжньою поляризацією в роботі [16]. Суть її зводиться до того, що вирази для повної провідності п'єзорезонатора записують у комплексному вигляді, після чого проводять перетворення в них тригонометричних функцій комплексного параметра, нехтуючи квадратами й більш високими ступенями малих величин. Для випадку тонкого п'єзокерамічного стержня з товщиною поляризацією отримані такі вирази для максимальної Y_m і мінімальної Y_n провідностей:

$$Y_m = \frac{8\omega_m C_0 k_{310}^2}{\pi^2 s_{11m}}, \quad (1)$$

$$Y_n = \omega_n C_0 \left[\varepsilon_{33m} - 2d_{31m} + \frac{\pi^2 s_{11m}}{8k_{310}^2} \right]$$

і для компонент втрат:

$$s_{11m} = \frac{16f_m C_0 k_{310}^2}{\pi Y_m}, \quad (2)$$

$$d_{31m} = \frac{\varepsilon_{33m}}{2} + \frac{\pi^2 s_{11m}}{16k_{310}^2} - \frac{Y_n}{4\pi f_n C_0}.$$

Дійсна частина k_{310} поперечного коефіцієнта електромеханічного зв'язку k_{31} визначається за формулою [31, 32]

$$\frac{k_{310}^2}{1 - k_{310}^2} = \frac{\pi}{2} \frac{f_n}{f_m} \operatorname{tg} \left[\frac{\pi(f_n - f_m)}{2f_m} \right]. \quad (3)$$

Тут і надалі використовуються позначення, запроваджені у працях [5, 7, 32]. Зокрема, ω_m і ω_n – кругова частота максимальної та мінімальної провідностей; C_0 – статична ємність дослідного зразка; s_{11m} , ε_{33m} і d_{31m} – тангенси пружних, діелектричних і п'єзоелектричних втрат енергії відповідно.

При виведенні виразів (1)–(3) електропружні

коефіцієнти вважались комплексними [5, 7, 33]:

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11m}),$$

$$\varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33m}), \quad (4)$$

$$d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31m})$$

і в тонкому стержні завдовжки l , завширшки w і завтовшки h покладалось

$$C = C_0(1 - j\varepsilon_{33m}),$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{330}lw}{h},$$

$$x = x_0 \left(1 - \frac{j}{2}s_{11m} \right), \quad (5)$$

$$d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31m}),$$

$$k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11m} + \varepsilon_{33m} - 2d_{31m})].$$

Компоненти втрат енергії визначають у такій послідовності. Спершу мостом змінного струму на частоті 1000 Гц вимірюють статичну ємність C_0 і тангенс діелектричних втрат $\operatorname{tg} \delta = \varepsilon_{33m}$. Потім визначають частоти f_m і f_n максимальної та мінімальної провідностей, а також значення цих провідностей. Розв'язки відповідних задач про поздовжні коливання стержнів показали, що максимальна провідність залежить тільки від тангенса пружних втрат s_{11m} чи оберненої до нього механічної добротності Q_m . За величиною максимальної провідності пропонувалось визначати параметри пружних втрат, а за величиною мінімальної провідності – п'єзоелектричні втрати d_{31m} .

У працях [9, 20–22] розглянутий підхід поширено на радіальні коливання тонких п'єзокерамічних дисків і виведено формули, які пов'язують максимальні провідності з механічними втратами, а мінімальні – з п'єзоелектричними та діелектричними.

Основним недоліком методу Мартіна є те, що тангенс діелектричних втрат визначається в ньому незалежно від резонансних явищ і вважається сталим (однаковим і для низьких, і для високих частот). Дослід показує, що, коли дослідні зразки мають довжину (40...100) мм, частота першого поздовжнього резонансу лежить у межах (60...15) кГц і вказаним недоліком можна знехтувати, оскільки зміна тангенса діелектричних втрат у порівнянні з втратами на частоті вимірювання незначна. Однак для зразків невеликої довжини, частота основного поздовжнього резонансу

яких становить сотні кілогерц, зміна тангенса діелектричних втрат з ростом частоти може бути помітною. У випадку радіальних коливань до цієї вади методу додається ігнорування комплексності коефіцієнта Пуассона.

Вільною від недоліків методу Мартіна є ітераційна методологія, вперше запропонована Жаном Смітсом [34] і опрацьована пізніше авторами публікацій [4, 35]. Згідно з нею трансцендентні рівняння для адмітансу стержня чи іншого п'єзокерамічного зразка записуються через виміряні на резонансі механічні втрати й невідомі спершу діелектричні та п'єзоелектричні втрати для щонайменше трьох різних частот поблизу резонансу. Величини розраховані в такий спосіб повної провідності порівнюються з вимірними на вибраних частотах, після чого в разі потреби вносяться зміни. Зауважимо, що таку процедуру зручно реалізувати на комп'ютері. Наслідком ітераційних процедур стає можливість отримати величини дійсних і уявних частин комплексних електропружних параметрів з точністю до (4...6) знаків. На жаль, метод Смітса вимагає прецизійних вимірювань активної та реактивної компонент повної провідності на кількох частотах, що вимагає значних трудовитрат і неможливо без застосування спеціального обладнання.

У роботах К. Учіно і його співавторів, які регулярно публікуються протягом уже майже трьох десятиріч, опрацьовано й реалізовано методологію, яка дозволяє досліджувати коливання п'єзокерамічних резонаторів в умовах високої потужності й вивчати вплив на них сталих напруг, струмів, потужностей і коливних швидкостей [27–29]. Будемо умовно називати його методом Учіно. Самі ж автори дали йому назву HiPoCS – від англійського словосполучення “high power characterization system”, що означає “характеризаційна система високої потужності”. Теоретична частина методу складається з набору декількох наближених формул, які пов'язують виміряні в експерименті механічні добротності на резонансі (Q_a) й антирезонансі (Q_b) з тангенсами пружних s_{11m} і п'єзоелектричних d_{31m} втрат. Що ж до діелектричних втрат ε_{33m} , то їх пропонується вимірювати спеціальними приладами або на низьких (до резонансу) або на високих (після антирезонансу) частотах. У методі Учіно формули виведено для зразків у формі тонких стержнів з товщиною або поздовжньою поляризацією (поздовжні коливання), стержнів, для яких “робочі” електроди розташовані перпендикулярно до напрямку поляризації (зсувні коливання) і тонких дисків (товщинні коливання). Наведемо для прикладу вирази для

моди k_{31} :

$$Q_{A31} = \frac{1}{s_{31m}},$$

$$Q_{B31} = \frac{1 + \left(\frac{1}{k_{310}} - k_{310}\right)^2 \Omega_{B31}^2}{2(2d_{31m} - \varepsilon_{33m} - s_{11m})}, \quad (6)$$

$$\Omega_{B31} = \frac{\omega_b l}{2v_{11}^E}.$$

Тут Q_{A31} – добротність на резонансі; Q_{B31} – добротність на антирезонансі; v_{11}^E – швидкість звуку в матеріалі в поздовжньому напрямку:

$$v_{11}^E = (\rho s_{11}^E)^{-1/2}. \quad (7)$$

Оскільки відношення кутової частоти ω до швидкості v дає хвильове число k , добуток якого на характерний розмір $l/2$ можна вважати безрозмірною частотою, то множник у дужках формули (6) – це не що інше як безрозмірна антирезонансна частота x_b :

$$\Omega_{B31} = \frac{\omega_b l}{2v_{11}^E} = \frac{\omega_b}{v_{11}^E} \frac{l}{2} = k_b \frac{l}{2} = x_b. \quad (8)$$

Методологія визначення коефіцієнтів втрат у методі Учіно була такою. Спершу за вимірними резонансною і антирезонансною частотами знаходили поперечний КЕМЗ за формулою [32]

$$\frac{k_{310}^2}{1 - k_{310}^2} = \frac{\pi \omega_{b31}}{2 \omega_{a31}} \operatorname{tg} \left[\frac{\pi(\omega_{b31} - \omega_{a31})}{2\omega_{a31}} \right]. \quad (9)$$

Це співвідношення є альтернативною до (3) формою запису стандартизованого виразу для k_{31} (див. [32, (7)]). За допомогою вимірювача LCR на частоті нижче резонансної визначали тангенс діелектричних втрат ε_{33m} . На рівні -3 дБ по АЧХ біля максимуму адмітансу визначали резонансну добротність Q_a і тангенс пружних втрат s_{11m} :

$$s_{31m} = \frac{1}{Q_{A31}}. \quad (10)$$

Так само, на рівні -3 дБ по АЧХ біля мінімуму адмітансу визначали антирезонансну добротність Q_b і тангенс п'єзоелектричних втрат d_{31m} :

$$d_{31m} = \frac{\varepsilon_{33m} + s_{11m}}{2} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{Q_{A31}} - \frac{1}{Q_{B31}} \right) \times \left[1 + \left(\frac{1}{k_{310}} - k_{310} \right)^2 \Omega_{B31}^2 \right]. \quad (11)$$

Вирази для мод k_{33} , k_t , k_{15} , аналогічні до формул (6)–(11), наведені в роботі [28].

Резонансну добротність тонкого п'єзокерамічного стержня можна також визначати детально описаним у [5, 7, 36–38] методом п'єзотрансформаторного датчика за АЧХ коефіцієнта передачі на рівні –3 дБ від максимуму.

В Інституті механіки НАН України опрацьовано й реалізовано нову просту методику з визначення КЕМЗ і параметрів втрат, яка базується на порівнянні вимірюваних максимальних і мінімальних провідностей та відношень відповідних частот з даними, розрахованими за відомими формулами. Приклад її застосування для випадку радіальних коливань тонких дисків з поляризацією по товщині наведено в роботах [7, 39, 40]. Принагідно зауважимо, що недолік застосування ітераційної методики до радіальних коливань диска полягає в ігноруванні уявних складових коефіцієнта Пуассона.

2. ОСНОВИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВОГО ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ЗВ'ЯЗКУ І ВТРАТ ЕНЕРГІЇ

Суть ітераційного методу стосовно поздовжніх коливань поперечно поляризованого п'єзокерамічного стержня полягає в такому.

1. П'єзокерамічний зразок приєднується до мосту змінного струму для вимірювання на частоті 1000 Гц його власної міжелектродної ємності C_0 і тангенса діелектричних втрат $\text{tg } \delta = \varepsilon_{33m}$.
2. У визначеному діапазоні частот по чергово вимірюються спади напруг на дослідному п'єзоелементі U_{pe} , на його резисторі навантаження U_R та на вході вимірювального кола U_{in} . Для цього до відомої схеми пасивного чотириполюсника [2, 5, 9] вводиться додатковий комутатор, який перемикає точку заземлення з резистора навантаження на п'єзоелемент і навпаки [41, 42]. Відношення струму I_{pe} через п'єзоелемент до спаду потенціалу U_{pe} на ньому є за означенням повною електричною провідністю (адмітансом) п'єзоелемента Y_{pe} :

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (12)$$

3. За формулою (12) будуються АЧХ повної провідності, з яких визначаються її максимальна Y_m і мінімальна Y_n величини, а також резонансна Q_A і антирезонансна Q_B добротності.

4. Розраховується АЧХ повної провідності в частотному інтервалі поблизу основного поздовжнього резонансу стержня за відомою формулою [7, 39, 40]:

$$Y_{pe} = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r} \quad (13)$$

з одночасним урахуванням комплексних виразів (4) і (5) та співвідношень

$$\Delta_r(x) = \cos x, \quad (14)$$

$$\Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \frac{\sin x}{x}.$$

Принагідно слід зауважити, що в кінцевому рахунку формулою (13) можуть бути представлені усі відомі співвідношення для повної провідності п'єзокерамічних резонаторів [4]. Відрізнятимуться вони лише виразами для резонансного Δ_r і антирезонансного Δ_a визначників. На цьому автор цієї статті вперше зробив акцент в роботі [7].

5. Для зручності розрахунку в певній частотній смужі ємнісну провідність запишемо через множник a і безрозмірну частоту x :

$$\omega C_0 = \frac{2\pi f_{01} C_0 x}{x_{01}} = ax, \quad a = \frac{2\pi f_{01} C_0}{x_{01}}, \quad (15)$$

де x – поточне значення безрозмірної комплексної частоти; x_{01} – активна складова резонансної безрозмірної частоти; f_{01} – виміряна частота максимуму повної провідності (в Гц).

6. Розраховані на кожному кроці АЧХ адмітансу та імпедансу порівнюються з експериментальними даними і в разі потреби вносяться корективи.
7. Процес повторюється доти, доки не буде досягнуто бажаної різниці між результатами обчислень і виміряними величинами.

Розглянемо конкретний приклад. Для визначення поперечного КЕМЗ k_{31} , а також тангенсів механічних s_{11m} і п'єзоелектричних d_{31m} втрат енергії проведемо ітераційні кроки для основного поздовжнього резонансу стержня з розмірами $33.4 \times 5.8 \times 1.25$ мм із п'єзокераміки ЦТБС-3, в якому $C_0 = 2.98$ нФ, $\text{tg } \delta = 0.0093$, $Y_m = 11.6$ мС, $Y_n = 0.0637$ мС ($Z_n = 15.7$ кОм), $f_m = 51.01$ кГц, $f_n = 53.04$ кГц, $f_n/f_m = 1.0398$, $a = 0.608$ мС, $x_{01} = 1.571$. Вимірювання здійснювались у схемі з комутатором при навантаженні 229 Ом. Рис. 1

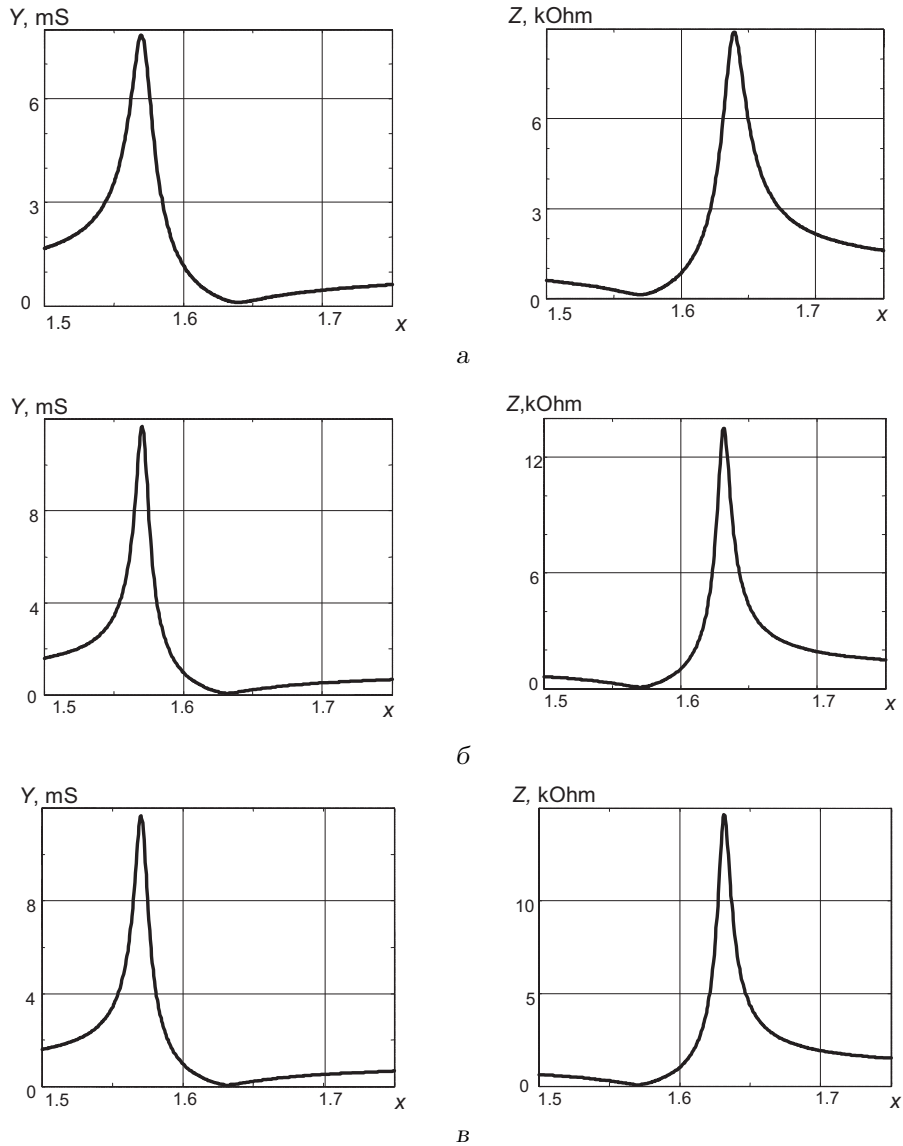


Рис. 1. Етапи ітераційного процесу для стержня $33.4 \times 5.8 \times 1.25$ мм із п'єзокераміки ЦТБС-3 (зліва – адмітанс, справа – імпеданс)

ілюструє три ітераційні кроки (насправді їх було більше). Заради наочності у лівому ряду подані частотні залежності для повної провідності, а у правому – вхідного імпедансу. Як видно з рисунка, графіки для всіх кроків подібні й різняться лише положеннями мінімуму провідності (або максимуму імпедансу) по частоті, а також амплітудами максимумів і мінімумів.

У результаті першої ітерації, проведеної в інтервалі частот $1.5 \leq x \leq 1.75$ при вибраних величинах $k_{310}^2=0.1$, $s_{11m}=0.01$, $\varepsilon_{33m}=0.0093$, $d_{31m}=0.01$, $a=0.608$ мС, отримано провідності $Y_m=7.8$ мС, $Y_n=0.112$ мС і відповідні частоти $x_n=1.64$,

$x_m=1.571$, $x_n/x_m=1.0446$ (див. рис. 1, а). Очевидна необхідність зменшувати відношення x_n/x_m , а це можна зробити лише за рахунок зниження k_{310}^2 . Для підвищення Y_m , у свою чергу, необхідно зменшувати s_{11m} .

Наступну ітерацію проведено в тому ж частотному діапазоні, але при інших заданих величинах: $k_{310}^2=0.09$, $s_{11m}=0.006$, $\varepsilon_{33m}=0.0093$, $d_{31m}=0.007$, $a=0.608$ мС. Як результат отримано значення провідності $Y_m=11.7$ мС, $Y_n=0.0735$ мС і відповідні їм частоти $x_n=1.6321$, $x_m=1.571$, $x_n/x_m=1.0389$ (див. рис. 1, б). Тут максимум повної провідності й відношення частот наближені до

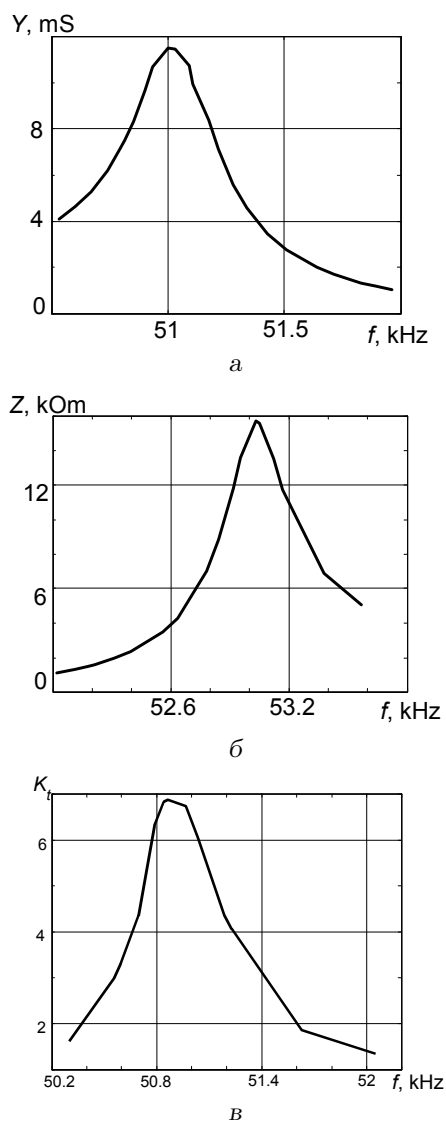


Рис. 2. АЧХ електромеханічних величин п'єзотрансформаторного датчика тонкого стержня: а – адмітанс; б – імпеданс; в – коефіцієнт передачі

експериментальних величин. Для зменшення мінімуму провідності потрібно знижувати тангенс п'єзоелектричних втрат.

Виходячи з цього, останню ітерацію (на практиці вона була п'ятою) проведено в тому ж частотному інтервалі при $d_{31m}=0.004$. Отримано $Y_m=11.7$ мС, $Y_n=0.0684$ мС, і частоти: $x_n=1.6321$, $x_m=1.571$, $x_n/x_m=1.0389$ (рис. 1, в). Розбіжність з експериментом на цьому етапі становила 0.86 % по Y_m , 7.4 % по Y_n , 0.03 % по f_n/f_m , що є цілком прийнятним.

Таким чином, в результаті ітераційних процедур для досліджуваного стержня одержані такі

параметри: $k_{310}^2=0.09$, $s_{11m}=0.006$, $\varepsilon_{33m}=0.0093$, $d_{31m}=0.004$. Перевірочна підстановка експериментальних даних для цього стержня у першу з формул (2) дає $s_{11m}=6.008 \cdot 10^{-3}$, тобто отримані двома способами результати практично збігаються.

Для порівняння з розрахунком на графіках наведені експериментальні криві адмітансу (рис. 2, а), імпедансу (рис. 2, б) і коефіцієнта передачі п'єзотрансформаторного датчика (рис. 2, в), отримані в околі першого поздовжнього резонансу стержня з розмірами $33.4 \times 5.8 \times 1.25$ мм, виготовленого з п'єзокераміки ЦТБС-3. Визначені за відношенням частоти максимуму до різниці частот на рівні -3 дБ добротності дорівнюють відповідно $Q_A=160$ ($s_{11m}=0.00625$), $Q_B=177$ і $Q_m=146$ ($s_{11m}=0.00685$). П'єзотрансформаторний датчик [10, 18] діаметром 2.2 мм було відділено в центрі електродного покриття однієї з головних поверхонь стержня після вимірювання спадів напруг. Розбіжність між величинами s_{11m} при визначенні за АЧХ адмітансу і за АЧХ коефіцієнта передачі п'єзотрансформаторного датчика досягає 9.6 %. Це може бути пов'язано з шунтуванням п'єзотрансформаторного датчика вхідним опором вольтметра.

Якщо для визначення добротності скористатися графіками рис. 1, в, то отримаємо $Q_A=150.8$, $Q_B=175.6$ (у розрахунках на останньому ітераційному кроці вважалося $s_{11m}=0.006$, $Q=166.7$). Як бачимо, і експеримент, і розрахунок дають різні величини для резонансної Q_A та антирезонансної Q_B добротностей. У нашому випадку антирезонансна добротність більша від резонансної на (10...15) %.

3. ЛІНІЙНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИМІРЯНИХ АМПЛІТУД У НАБЛИЖЕННІ МАЛОГО СИГНАЛУ

Дослідні зразки виготовлялися зі шматків тонких дисків п'єзокераміки ЦТС-19 або ЦТБС-3 за допомогою шліфування. У центрі електродів припаювалися провідники завтовшки 0.1 мм і до 50 мм завдовжки. Спочатку мостом змінного струму Е8-4 на частоті 1000 Гц вимірювалися статичні ємності C_0 і тангенси діелектричних втрат $\text{tg} \delta = \varepsilon_{33m}$. До виходу генератора ГЗ-56/1, увімкненого на вихідний опір 50 Ом, приєднувався узгоджувальний подільник напруги з двох послідовно увімкнутих резисторів з номіналами 68 і 10 Ом. Досліджувані п'єзоелементи разом з резисторами навантаження через комутатор приєднувалися паралельно до вихідного резистора подільника. Частоту вимірювали електронним частото-

міром ЧЗ-38, а спади напруг реєстрували цифровим вольтметром В2-27А/1 або мілівольтметром ВЗ-38.

Удосконалена схема пасивного чотириполюсника [39–42] з додатковим комутатором давала можливість проводити досліди в кількох режимах електричного навантаження – при заданих сталих за амплітудою струмові, що протікає через зразок; спади напруги на ньому або на вході вимірювальної ланки; при заданій миттєвій потужності. Саме в такий спосіб були отримані графіки [39, рис. 2, 4], які показали, що компоненти повної провідності та фазові зсуви між ними в околі першого радіального резонансу тонкого диска не залежать від режиму електричного навантаження.

Значні труднощі, які виникають при підтриманні в експерименті заданого режиму електричного навантаження, стимулювали пошуки більш простих підходів. Один із них полягає в такому. Спади напруг U_{pe} , U_R і U_{in} вимірюються на вибраних частотах “як ϵ ”. Це означає, що жодних умов на них не накладається, окрім задання на початку вимірювань певної величини вхідної напруги (наприклад, $U_{in} = 100, 200$ або 300 мВ). У процесі перестроювання частоти генератора всі три спади напруг змінюються, як і співвідношення між ними. Виміряні величини разом з відповідними частотами фіксуються, після чого за формулою (12) вираховуються адмітанси, імпеданси (як величини, обернені до адмітансів), фазові зсуви між спадами напруг і миттєві потужності. Фазові зсуви визначаються за теоремою косинусів [8, 33, 39, 40]:

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \\ \cos \beta &= \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}, \\ \cos \gamma &= \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}},\end{aligned}\quad (16)$$

а миттєва потужність є добутком струму в п'єзоелементі на спад напруги на ньому:

$$P_{pe} = U_{pe}I_{pe} = \frac{U_R U_{pe}}{R}. \quad (17)$$

Перейти від режиму “як ϵ ” до інших режимів електричного навантаження (в наближенні малих амплітуд) можна за допомогою простих лінійних

перетворень:

$$\begin{aligned}U_{in} &= U_{in00}, & U_{pe} &= \frac{U_{in00}U_{pe0}}{U_{in0}}, & U_R &= \frac{U_{in00}U_{R0}}{U_{in0}}; \\ U_R &= U_{R00}, & U_{in} &= \frac{U_{R00}}{U_{in0}U_{R0}}, & U_{pe} &= \frac{U_{R00}}{U_{pe0}U_{R0}}; \\ U_{pe} &= U_{pe00}, & U_{in} &= \frac{U_{pe00}}{U_{in0}U_{pe0}}, & U_R &= \frac{U_{pe00}}{U_{R0}U_{pe0}}; \\ U_{pe} &= U_{pe0}t, & U_R &= U_{R0}t, & U_{in} &= U_{in0}t; \\ p_0 &= p_{00}, & t &= \sqrt{\frac{p_0}{U_{R0}U_{pe0}}}.\end{aligned}$$

Тут U_{in00} , U_{pe00} , U_{R00} і p_{00} – задані амплітудні значення; тоді як U_{in0} , U_{pe0} , U_{R0} – значення, виміряні в режимі “як ϵ ”.

Рис. 3 ілюструє результат цих перетворень на прикладі розглянутого тонкого стержня з п'єзокераміки ЦТБС-3. Перший ряд графіків побудовано для даних режиму “як ϵ ”, другий відповідає заданому струмові постійної амплітуди 1 мА, у третьому наведені результати перерахунку для заданого спаду напруги на п'єзоелементі амплітудою 100 мВ, а в четвертому містяться залежності для вибраної сталої миттєвої потужності 0.218 мВА. На рис. 3, а подані спади напруг U_{in} (неперервні), U_{pe} (штрихові) та U_R (пунктирні). АЧХ повної провідності й миттєвої потужності розміщені на рис. 3, б і в відповідно. Фазові зсуви зображені на рис. 3, г – α (неперервні), β (пунктирні) та γ (штрихові). Кут α , утворений сторонами U_R і U_{pe} , характеризує зсув фаз між струмом і спадом напруги в п'єзоелементі. Кут β , утворений сторонами U_{in} і U_R , відповідає фазовому зсуву між вихідною напругою генератора й споживаним струмом. Кут γ , утворений сторонами U_{in} і U_{pe} , характеризує різницю фаз між вихідною напругою генератора і спадом напруги на п'єзоелементі.

Аналіз графіків показує, що режим електричного навантаження в умовах лінійних перетворень експериментальних даних не впливає ні на адмітанс, ні на фазові зсуви. Зате спади напруг U_{pe} , U_R і U_{in} , а також миттєва потужність p дуже залежать від режиму навантаження. При наближенні до резонансу в режимі “як ϵ ” спад напруги U_{in} дещо знижується (завдяки шунтувальній дії вимірювального кола на вихід узгоджувального подільника). Водночас має місце різке зростання напруги на резисторі навантаження U_R і зниження спаду напруги на п'єзоелементі U_{pe} . При наближенні до антирезонансу спад напруги на резисторі навантаження знижується й досягає мінімуму на

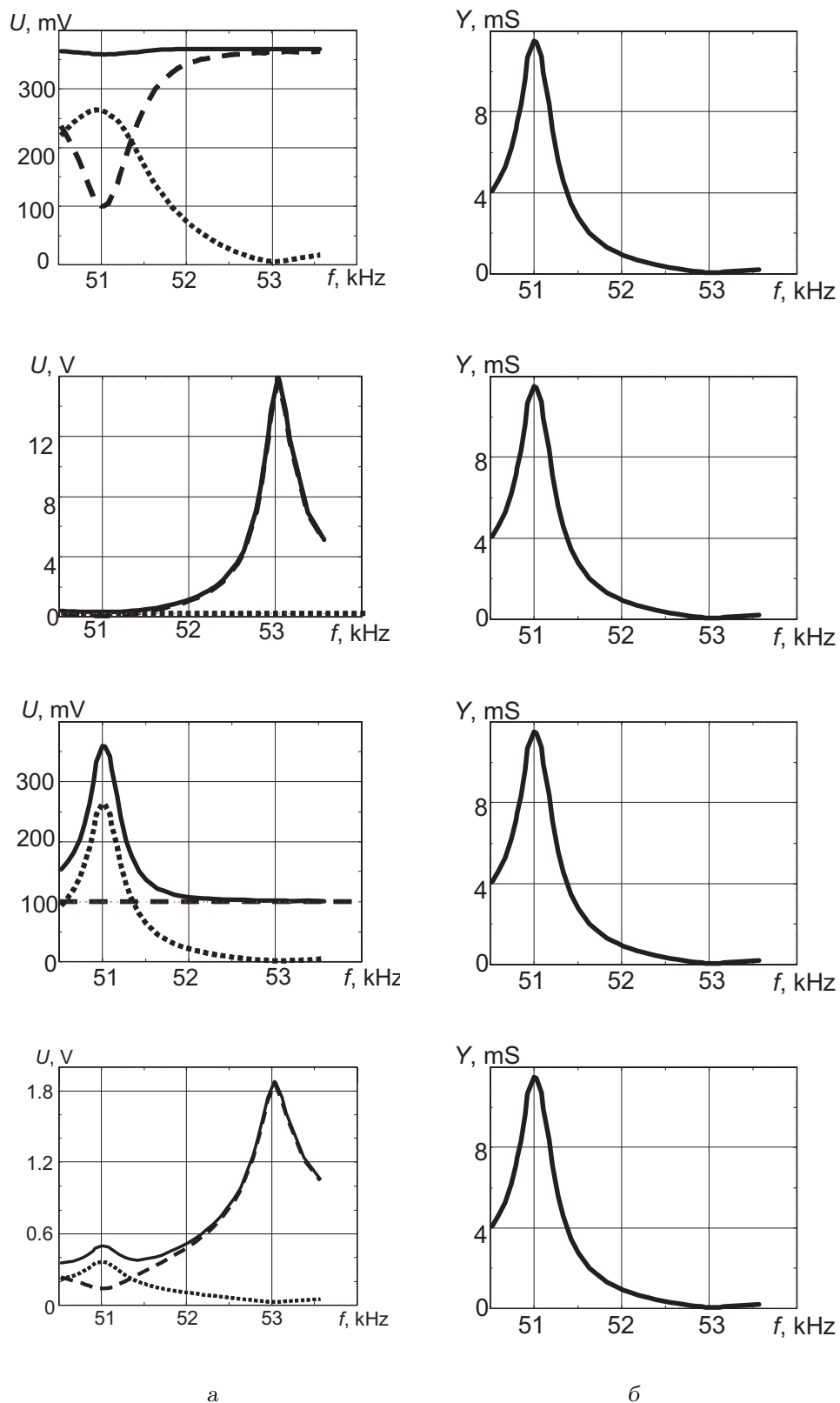
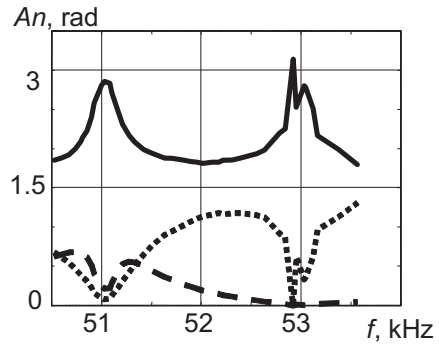
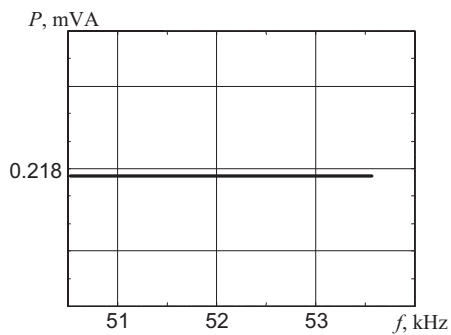
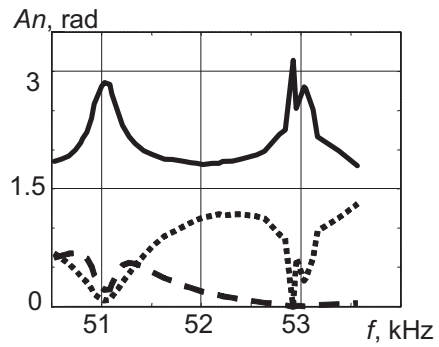
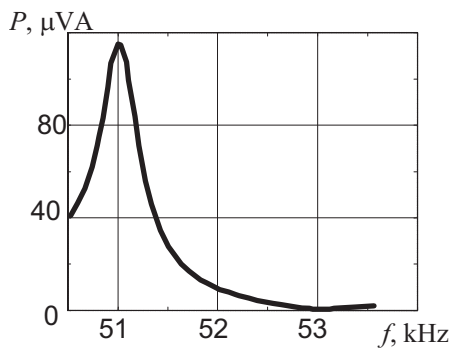
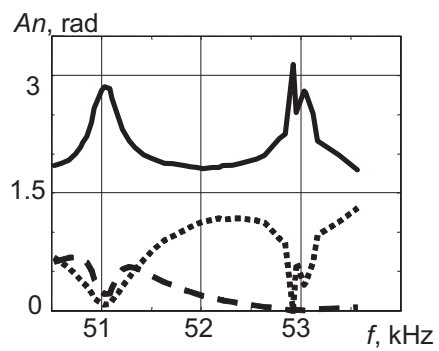
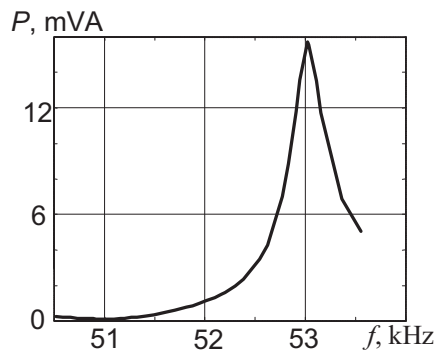
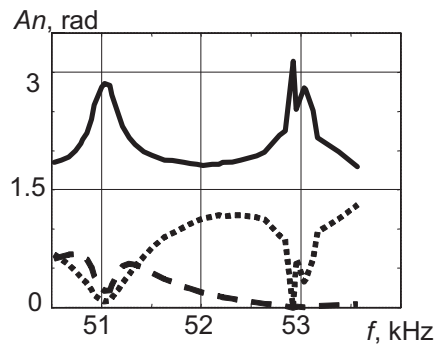
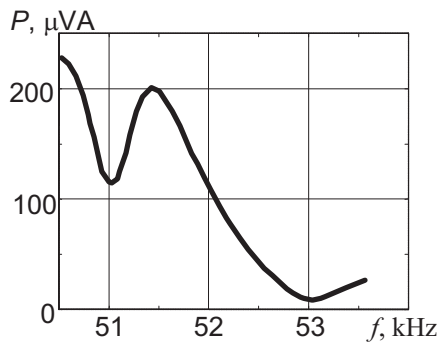


Рис. 3. АЧХ параметрів п'єзокерамічного стержня в залежності від режиму електричного навантаження:



В

Г

а – спад напруг, б – адмітанс, в – потужність, г – фазовий зсув

певній частоті, яку ототожнюють з антирезонансною [4, 5, 40]. Щоб забезпечити тут режим заданого струму, потрібно підвищуючи вхідну напругу й напругу на п'єзоелементі. Різко зростає поблизу від антирезонансу й миттєва потужність. Навпаки, при підході до резонансу в режимі заданого струму спад напруги на п'єзоелементі й миттєва потужність знижуються.

Для забезпечення режиму сталого спаду напруги на п'єзоелементі також доводиться піднімати у кілька разів вхідну напругу на резонансі, а це призводить до зростання спаду напруги на резисторі навантаження, збільшення струму в колі п'єзоелемента і, як наслідок, до збільшення миттєвої потужності. На антирезонансі в цьому режимі струм знижується, бо зростає вхідний імпеданс і, відповідно, знижується миттєва потужність. “Провал”, який спостерігається на АЧХ миттєвої потужності в режимі “як є”, може бути наслідком виділення в цьому режимі значної потужності на резисторі навантаження. Щоб реалізувати режим заданої сталої миттєвої потужності, необхідно збільшувати вхідну напругу і спад напруги на п'єзоелементі в околі резонансу до (30...40 %), а біля антирезонансу – в кілька разів.

Незалежність АЧХ повної провідності й фазових зсувів від режиму електричного навантаження пояснюється тим, що в лінійному наближенні співвідношення між спадами напруг, якими визначаються провідності і косинуси кутів, не змінюються, незважаючи на зниження чи зростання їхніх амплітуд у кільканадцять разів. Для основної моди поздовжніх коливань стержня фазовий зсув між спадом напруги на п'єзоелементі й струмом у ньому (кут α) наближається до π на резонансі й антирезонансі, а при віддаленні від них знижується до $\pi/2$.

4. ВПЛИВ РІВНЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ НА ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ В П'ЄЗОРЕЗОНАТОРАХ

Досі йшлося про роботу п'єзокерамічних резонаторів у режимі малих амплітуд, коли їхні нелінійні властивості до уваги не бралися – вони не проявлялися зовсім або ними можна було знехтувати у порівнянні з основними параметрами. Зауважимо, що різні за хімічним складом п'єзоелектричні кераміки мають неоднакові властивості, тому прояви нелінійних ефектів у них по-різному спостерігаються на резонансах, антирезонансах і далеко від них. Дослідження саморозігріву п'єзорезонаторів під впливом зовнішнього електричного поля, проведені багатьма авторами (зокре-

ма [25, 27, 35, 37, 43]), показали істотну різницю у проявах нелінійності й компонентах енергетичних втрат. Встановлено, що зростання амплітуди електричного поля на частотах, які лежать нижче від резонансу, супроводжується помітним збільшенням тангенса діелектричних втрат. Поблизу від резонансних частот найбільший внесок у нагрівання зразків роблять механічні втрати енергії, оскільки тут має місце значне зростання амплітуди коливань навіть у порівняно слабких (за рівнем напруженості) полях. На антирезонансних частотах і поблизу від них добротність коливань зростає, завдяки чому температура зразків тут значно нижча, ніж на резонансі.

У цьому плані цікаво розглянути рис. 4, запозичений з роботи [29]. Він показує, що режим заданої сталої напруги супроводжується значною нелінійністю АЧХ адмітансу (аж до стрибків), тоді як у режимі заданого сталого струму жодної нелінійності не спостерігається. Ці графіки були проаналізовані в статті [40], де за формулою (17) підраховані величини максимальних (для кожної кривої) значень миттєвих потужностей. Показано, що режими сталого спаду напруги і сталого струму відрізняються за рівнем максимальної потужності у кілька разів: у першому випадку отримано 60.7 мВА, а у другому – 23.5 мВА.

Відповідні адмітанси також відрізняються. Максимальна величина адмітансу при сталій напрузі досягає лише 50 мС, тоді як у режимі сталого струму вона значно вища – 80 мС. Різними виявились і частоти, які відповідають максимальним адмітансам – (55.9...56.1) кГц у першому випадку і (56.2...56.4) кГц у другому. Це означає, що умови для потужності й температури в обох режимах не ідентичні.

Про вплив електричного поля на добротність коливань п'єзорезонаторів свідчить рис. 5, побудований на основі даних з публікацій [5, 29, 37]. Автори огляду [28] реалізували систему NiPoCS в експерименті з використанням як простих приладів (генератор сигналів, частотомір, вольтметр), так і спеціальних систем (включаючи лазерний інтерферометр, інфрачервоний термометр). При цьому виявлено сильну залежність резонансної й антирезонансної добротностей від величини коливної швидкості на торці пластини (див. рис. 5, а). Спершу механічна добротність при зростанні коливної швидкості майже не змінюється, а потім різко знижується. Разом з тим, не слід забувати, що і потужність, і коливна швидкість, і температура п'єзорезонатора є наслідками дії прикладеного до нього електричного поля.

З частотних залежностей коефіцієнта передачі

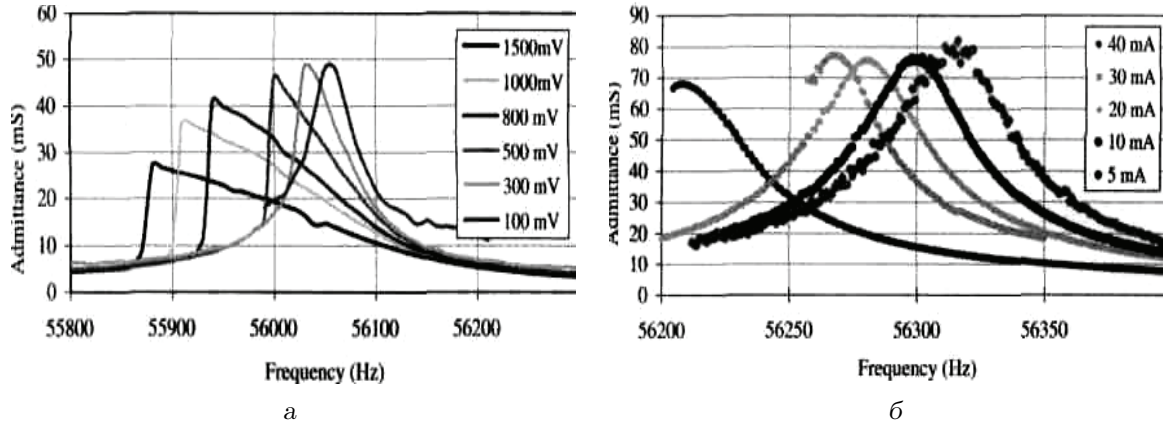


Рис. 4. АЧХ адмітансу в околиці першого поздовжнього резонансу п'єзокерамічного стержня [29]:
а – при сталому спаді напруги; б – при сталому струмі

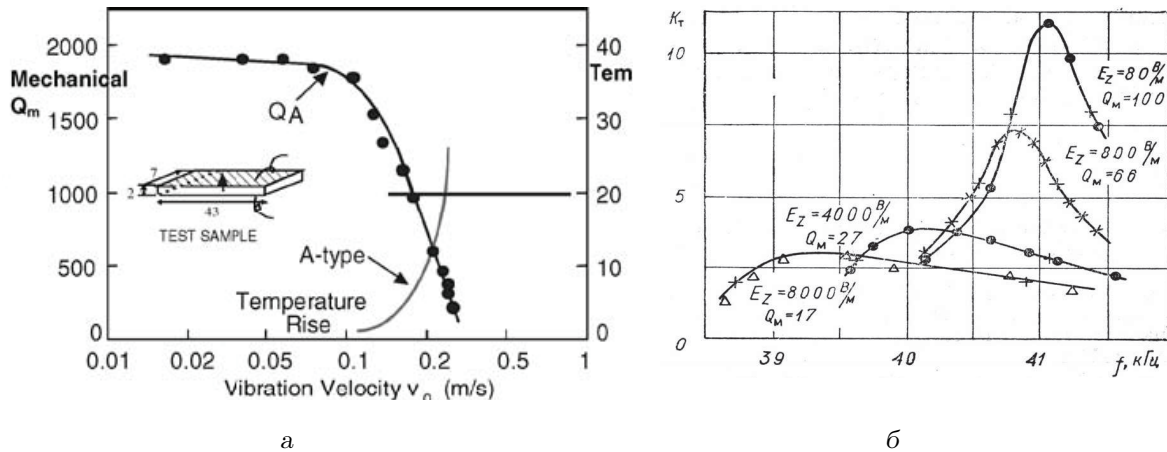


Рис. 5. Вплив фізичних величин на резонансну добротність п'єзокерамічних резонаторів:
а – коливна швидкість; б – рівень напруженості електричного поля

електрода-датчика діаметром 2 мм з охоронним кільцем 4 мм, розміщеного в центрі тонкого диска з п'єзокераміки ЦТС-19 діаметром 50 мм і товщиною 1.25 мм (див. рис. 5, б), впливає, що при підвищенні напруженості електричного поля збудження відбувається зниження резонансної частоти основного радіального резонансу, а також істотне зменшення добротності. Зокрема, було встановлено, що при варіюванні вхідної різниці потенціалів від 0.1 до 10 В (що відповідає напруженостям електричного поля від 80 до 8000 В/м) зміни резонансної частоти до 5 % і добротності в 5.9 разів були оборотними – після зняття навантаження властивості пластини відновлювались [37]. Втім, досить було підняти вхідну різницю потенціалів на частоті першого радіального резонансу пласти-

ни до 20 В, як відбулися необоротні зміни – частотний спектр став багаточастотним, а інтенсивність усіх мод різко знизилася. Очевидно, це відбулося внаслідок часткової деполіризації кераміки. Зауважимо, що досліди велися в режимі сталої за амплітудою напруги, проте жодних стрибків у АЧХ коефіцієнта трансформації не відзначалось, а нелінійність проявлялася в порушенні симетрії кривої до і після резонансу. Відсутність стрибків на АЧХ рис. 5, б і їх наявність на рис. 4, а може бути наслідком значної різниці у величинах добротностей – до 100 у [37] і майже 2000 у [27–29].

Зниження механічної добротності при підвищенні амплітуди електричного навантаження в резонансному режимі спостерігалось і на зразках з п'єзокераміки ЦТБС-3 у формі дисків та прямоку-

тників. У статті [37] також відзначалося, що зразки з цієї кераміки помітно нагрівалися, тому важко вказати достовірно, що було причиною відзначених змін добротності – температура чи електричне поле. У цій же роботі проведено порівняння величин механічної добротності з використанням пропонованого нового метода та за стандартною методикою [32]. Показано, що при підвищенні частоти кількісна розбіжність стає все більш суттєвою і може сягати 50 % на другому радіальному резонансі.

В умовах значних амплітуд поля збудження, коли втрати помітно зростають і знижується добротність, для підвищення точності вимірювань можна замість вхідної різниці потенціалів підтримувати сталим вихідний потенціал датчика (тобто перебувати в рамках наближення заданої деформації) і вимірювати залежність вхідної різниці потенціалів від частоти. У випадку прямокутних пластинок з п'єзокераміки вимірювальний електрод-датчик теж розміщувався в центрі і оточувався охоронним кільцем. Виявлено, що при середніх рівнях електричного навантаження визначені обома способами величини механічної добротності збігаються.

Насамкінець відзначимо, що автори робіт [27–29] без пояснення причини декларували неможливість при великих потужностях забезпечити режим заданого струму на антирезонансі. Виходячи з цього, пропонувалось визначати резонансну добротність Q_A в режимі заданого сталого струму, а антирезонансну Q_B – в режимі заданої сталої напруги.

ВИСНОВКИ

1. Усі методи з експериментального визначення тангенсів пружних, діелектричних і п'єзоелектричних втрат енергії базуються на формулах їхнього зв'язку з адмітансом або імпедансом зразка простої геометричної форми на вибраній моді коливань (як правило, найнижчій по частоті).
2. АЧХ повної провідності та вхідного імпедансу в інтервалі резонансних – антирезонансних частот, а також фазові зсуви між виміряними спадами напруг на вході, на п'єзоелементі та навантажувальному резисторі не залежать від умов електричного навантаження.
3. В режимі заданого (сталого за амплітудою) спаду напруги на п'єзоелементі при наближенні до резонансу миттєва потужність зрос-

тає, а поблизу від антирезонансу – знижується. Навпаки, в режимі заданого струму через п'єзоелемент при наближенні до резонансу миттєва потужність знижується, а в околі антирезонансу – збільшується. Цей факт може бути причиною виявленої авторами робіт [27–29] нелінійності повної провідності в умовах великої вхідної потужності, а також неможливості забезпечити режим сталого струму на антирезонансі.

4. Опрацьована на прикладі поздовжніх коливань тонкого п'єзокерамічного стержня з товщиною поляризацією ітераційна методика може застосовуватись також при дослідженні вимушених коливань стержнів змінної ширини та при експериментально-розрахунковому визначенні ефективних коефіцієнтів зв'язку і втрат. Ітераційну методику можна також використати для перевірки результатів, отриманих іншими методами (наприклад, методом п'єзотрансформаторного датчика).
5. Отримані на рівні -3 дБ величини Q_A і Q_B виявились різними, хоча у розрахунках були закладені незалежні від частоти сталі значення тангенсів втрат. Цей результат наводить на думку, що таким чином можна визначати не механічну добротність резонатора, а характеристики його коливань на поздовжньому та паралельному резонансах. Цей висновок підтверджують також дослідження, виконані на LCR моделях.
6. Розрахунок фазово-частотних і амплітудно-частотних характеристик коливань у комплексній формі забезпечує результати, які добре узгоджуються з експериментами.

1. Акопян В. А., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н. Методы и алгоритм определения полного набора совместимых материальных констант пьезокерамических материалов.– Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008.– 144 с.
2. Глоzman И. А. Пьезокерамика.– М.: Энергия, 1972.– 288 с.
3. Магнитные и диэлектрические приборы / Под ред. Г. В. Катца: часть I.– М.-Л.: Энергия, 1964.– 416 с.
4. Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел.– К.: Наук. думка, 1990.– 228 с.
5. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електро-механічні коливання п'єзоелектричних пластин.– К.: Наук. думка, 2008.– 272 с.
6. Яффе Б., Кук У., Яффе Г. Пьезоэлектрическая керамика.– М.: Мир, 1974.– 288 с.
7. Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісн.– 2012.– 15, № 4.– С. 24–38.

8. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів // Доп. НАН України.– 2013.– № 9.– С. 80–86.
9. Karlash V. L. Resonant electromechanical vibrations of piezoelectric plates // Int. Appl. Mech.– 2005.– 41, № 7.– С. 5–46.
10. Болкисев А. М., Карлаш В. Л., Шульга Н. А. О зависимости свойств пьезокерамических материалов от температуры // Прикл. мех.– 1984.– 20, № 7.– С. 70–74.
11. Cady W. G. Theory of longitudinal vibrations of viscous rods // Phys. Rev.– 1922.– 19.– P. 1–6.
12. Quimby S. L. On the experimental determination of the viscosity of vibrating solids // Phys. Rev.– 1925.– 38.– P. 568–582.
13. Dye D. E. The piezoelectric quartz resonator and its equivalent circuit // Proc. Phys. Soc. Lond.– 1926.– 38.– P. 399–453.
14. Van Dyke K. S., Hagen J. P. Decrement investigations of quartz resonators // Phys. Rev.– 1934.– 46.– P. 939(A).
15. Mason W. P. Location of hysteresis phenomena in Roshelle salt // Phys. Rev.– 1940.– 58.– P. 744–756.
16. Martin G. E. Dielectric, piezoelectric and elastic losses in longitudinally polarized segmented ceramic tubes US Navy J. Underwater Acoust. 1965 15329–332
17. Martin G. E. Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // Ultrason. Sympos. Proc.– Milwaukee, USA, 1974.– P. 613–617.
18. Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU.– 1967.– SU-14.– P. 18–20.
19. Holland R., EerNisse E. P. Accurate measurement of coefficients in a ferroelectric ceramics IEEE Trans. Son. Ultrason. 1969 SU-16174–181
20. Карлаш В. Л. Влияние диссипации энергии на амплитудно-частотную характеристику полной проводимости тонкого пьезокерамического диска // Электричество.– 1984.– № 4.– С. 59–61.
21. Карлаш В. Л. Диссипация энергии при колебаниях тонких пьезокерамических круглых пластин // Прикл. мех.– 1984.– 20, № 5.– С. 77–82.
22. Карлаш В. Л. К вопросу об электромеханических потерях в пьезокерамических телах // Прикл. мех.– 1988.– 24, № 3.– С. 58–63.
23. Mezheritsky A. V. Quality factor of piezoceramics // Ferroelectr.– 2002.– 266.– P. 277–304.
24. Mezheritsky A. V. Efficiency of excitation of piezoceramic transducer at antiresonance frequency // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.– 2002.– 49, № 4.– P. 484–494.
25. Mezheritsky A. V. Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works all together // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.– 2004.– 51, № 6.– P. 695–797.
26. Mezheritsky A. V. Electrical measurements of a high-frequency, high-capacitance piezoceramic resonator with resistive electrodes // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.– 2005.– 52, № 8.– P. 1229–1238.
27. Uchino K., Zheng J. H., Chen Y. H., Du X. H., Ryu J., Gao Y., Ural S., Priya S., Hirose S. Loss mechanisms and high power piezoelectrics // J. Mater. Sci.– 2006.– 41.– P. 217–228.
28. Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O. Loss determination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // J. Adv. Dielectr.– 2011.– 1, № 1.– P. 17–31.
29. Ural S. O., Tuncdemir S., Zhuang Yu., Uchino K. Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // Jpn. J. Appl. Phys.– 2009.– 48.– P. 056509(1–5).
30. Karlash V. L. Forced electromechanical vibrations of rectangular piezoceramic bars with sectionalized electrodes // Int. Appl. Mech.– 2013.– 49, № 3.– P. 360–368.
31. ГОСТ 12370-80 Материалы пьезокерамические, методы испытаний.– М.: Изд-во стандартов, 1980.– 30 с.
32. IRE Standards on Piezoelectric Crystals Measurements of piezoelectric ceramics // Proc. IRE.– 1961.– 49.– P. 1161–1169.
33. Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фіз.-мат. модел. інф. технол.– 2013.– 18.– С. 9–20.
34. Smits J. G. Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // IEEE Trans. SU.– 1976.– SU-23.– P. 393–402.
35. Прудько Н. И. Методы определения констант пьезокерамических материалов и параметров пьезокерамических резонаторов // Пьезокерамические преобразователи: Справочник / Под ред. С. И. Пугачева.– Л.: Судостроение, 1984.– С. 123–133.
36. Карлаш В. Л., Улітко А. Т Про один спосіб дослідження радіальних коливань тонкої п'єзокерамічної пластинки // Доп. АН УРСР, сер. А.– 1974.– № 9.– С. 804–807.
37. Карлаш В. Л. К определению добротности пьезокерамических элементов методом пьезотрансформаторного датчика // Тепл. напр. в элем. констр.– 1978.– 18.– С. 95–97.
38. Karlash V. Longitudinal and lateral vibrations of a planar piezoceramic transformer // Jpn. J. Appl. Phys.– 2005.– 44, № 4A.– P. 1852–1856.
39. Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Electron. Communicat.– 2014.– 19, №2(79).– P. 82–94.
40. Karlash V. L. Modeling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Math. Model. Comput.– 2014.– 1, № 2.– P. 163–177.
41. Шульга М. О., Карлаш В. Л. Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах // Тези IV Міжнарод. наук.-техн. конф. "Датчики, прилади та системи 2008".– Черкаси / Гурзуф, 2008.– С. 54–56.
42. Karlash V. L. Particularities of amplitude-frequency characteristics of admittance of thin piezoceramic half-disk // Int. Appl. Mech.– 2009.– 45, № 10.– P. 647–653.
43. Gerson R. Dependence of mechanical Q and Young's modulus of ferroelectric ceramics on stress amplitude // J. Acoust. Soc. Am.– 1960.– 32.– P. 1297–1301.