УДК 534.6:7

ОЦІНКА ВПЛИВУ СТАТИСТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ РОЗМІРІВ АЛЬВЕОЛ НА ДИСИПАЦІЮ ЗВУКУ В ЛЕГЕНЯХ

В. Н. ОЛІЙНИК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ вул. Желябова, 8/4, 03680, МСП, Київ-180, Україна E-mail: v oliynik@yahoo.com

Отримано 21.11.2014

На базі теорії термічної дисипації у бульбашкових середовищах визначено величину згасання звуку в паренхімі в залежності від статистичного розподілу розмірів альвеол. При розрахунку акустичного коефіцієнта дисипації для апроксимації реального розподілу розмірів альвеол використовувались неперервне рівномірне і ступінчасте наближення. Встановлено допустиму ширину інтервалу рівномірної апроксимації, при якому практично не втрачається точність оцінки. Визначення коефіцієнта згасання для ступінчастого розподілу розмірів альвеол показало, що його можна з достатньою точністю замінити коефіцієнтом згасання, розрахованим для еквівалентного середовища з однаковими альвеолами. Отриманий результат виявився достатньо чутливим до похибки обрахунку середньозваженого значення лінійного розміру альвеол.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: альвеола, бульбашкове середовище, акустична дисипація, характерний розмір, щільність розподілу

На базе теории термической диссипации в пузырьковых средах определена величина затухания звука в паренхиме в зависимости от статистического распределения размеров альвеол. При расчете акустического коэффициента диссипации для аппроксимации реального распределения размеров альвеол использовались непрерывное равномерное и ступенчатое приближения. Установлена допустимая ширина интервала равномерной аппроксимации, при которой практически не теряется точность оценки. Определение коэффициента затухания для ступенчатого распределения размеров альвеол показало, что его можно с достаточной точностью заменить коэффициентом затухания, рассчитанным для эквивалентной среды с одинаковыми альвеолами. Полученный результат оказался достаточно чувствительным к погрешности расчета средневзвешенного значения линейного размера альвеол.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: альвеола, пузырьковая среда, акустическая диссипация, характерный размер, плотность распределения

A level of sound attenuation depending on the statistical distribution of the alveolar dimensions is determined on the basis of the theory of heat dissipation in the bubble media. To approximate the size distribution of the real alveoli when calculating the acoustic damping coefficient, the continuously even and step distribution laws are used. The allowable width of the even approximation interval keeping the accuracy of the estimate is determined. Evaluation of the attenuation coefficient for the step distribution of the alveolar sizes shows that this coefficient can be approximated with a sufficient accuracy by the value calculated for the equivalent medium with the similar alveoli. The obtained result occurred to be quite sensitive to calculation errors in determining the average linear size of the alveoli.

KEY WORDS: alveole, bubble medium, acoustic dissipation, typical dimension, the distribution density

вступ

Уже тривалий час вивчення особливостей попирення звукових сигналів у легенях залишається одним з центральних питань респіраторної акустики (див. літературу цитовану в огляді [1]). Справа в тому, що фізичний бік цього процесу безпосередньо пов'язаний з надзвичайною складністю внутрішньої будови легеневої тканини (паренхіми), яка складається з великої кількості мікроскопічних заповнених повітрям тонкостінних камер – альвеол [2]. На ранніх стадіях моделювання застосовувалось елементарне уявлення про паренхіму як про квазіоднорідне бульбашкове середовище з об'ємно усередненими макроскопічними параметрами. На його базі було з'ясовано причини існування аномально низької швидкості звуку в легенях [3]. Слід зазначити, що цей підхід виявився досить конструктивним і дозволив також виявити основні чинники формування притаманної цьому органу сильної акустичної дисипації – вона навіть у чутному діапазоні частот, де довжина звукової хвилі значно перевищує масштаб мікроструктури середовища, на кілька порядків сильніша, ніж для переважної більшості однорідних середовищ. Так, автори статті [4], спираючись на теорію згасання звуку на газовій бульбашці в рідині [5], уперше показали, що основною причиною цього може бути незрівноважена термодинамічна взаємодія між їхніми газовою і тканинною компонентами. Така дисипація проявляється у широкій частотній смузі і наростає зі збільшенням частоти.

Попри ідейну стрункість і несуперечливість запропонованої моделі, надійність викладених у [4]

числових результатів викликала обгрунтовані сумніви. Підставою для цього стали як завищена оцінка абсолютного рівня згасання звуку при проходженні через легені, так і явно надмірна її чутливість до варіації розмірів альвеол під час акту дихання. Зазначені проблеми стимулювали розробку альтернативного підходу до опису акустичних властивостей легень [6], який спирався на запропоновану М. О. Ісаковичем термодинамічну модель поширення звуку в дрібнодисперсних емульсіях і газо-рідинних суспензіях [7]. Зауважимо, що, окрім високої дисипації, ця теорія прогнозує термічну дисперсію швидкості звуку. Втім, остання виявилась не дуже значною – в межах (10...12) %. Згодом цю теорію було узагальнено на випадок високих концентрацій газової фази (повітря), характерних для реальних легень [8,9]. Більш детальний аналіз особливостей поширення звуку в товщі бульбашкового середовища з урахуванням термічних ефектів на межі розподілу фаз дозволив виявити основні недоліки, закладені в роботі [4], і показати, що при внесенні відповідних коректив вона дає практично ті ж результати, що й підхід Ісаковича [10]. Визначена таким чином величина декременту згасання значно краще узгоджується з експериментальними даними, отриманими на частково заповнених рідиною препаратах легень [11] і піноподібних поліуретанових фантомах, які імітують паренхіму [12].

Слід усе ж зазначити, що модель [8] суттєво занижує оцінку акустичної дисипації в легенях у порівнянні з величинами, які спостерігаються насправді. Це означає, що існують значущі чинники згасання звуку, які досі залишаються за межею розгляду. Зрозуміло, що бульбашкову суспензію не можна вважати досконалою моделлю легеневої паренхіми, хоча б з огляду на те, що вона ігнорує анатомічно обумовлені взаємну сполученість альвеол і їхній зв'язок з повітропроводами бронхіального дерева. Справа в тому, що власне альвеолярний простір займає лише порядку (50...55) % об'єму легень, тоді як близько 30 % припадає на альвеолярні ходи, а решта у майже рівних пропорціях - на біотканини (стінки повітропроводів і камер) та нереспіраторну зону (бронхи) [2]. Утім, існуючі акустичні моделі органів дихання людини, побудовані на основі концепції ієрархічно розгалужених хвилеводів [13-16], не дозволяють дати адекватний опис акустичних властивостей респіраторної зони легень. Тому модель паренхіми з закритими повітряними камерами слід визнати однією з найбільш вдалих теоретичних концепцій у своїй галузі. Доволі перспективним може виявитись також комбінування обох підходів [17,18].



Рис. 1. Схематична геометрія альвеоли та її еквівалентна сферична модель (за Вейбелем [2])

У рамках термоакустичної теорії для концентрованих емульсій було зроблено важливий висновок – для пари середовищ типу газ – біотканина з фізичними параметрами, близькими до параметрів повітря й води, заповнені газом камери поводять себе як термодинамічно ізольовані навіть при товщині перегородок між ними, що відповідає характерним розмірам альвеолярних стінок [8]. Це дозволяє застосовувати для оцінки акустичних властивостей паренхіми теорію Ісаковича у класичному вигляді [6,7]. Термодинамічна ж незалежність бульбашок-"альвеол" дозволяє елементарним чином перейти до розгляду системи з повітряними камерами, які мають різні характерні розміри.

Для того, щоб краще зрозуміти значущість цього результату, звернімося до відомостей про морфометричні особливості будови органів дихання. Справа у тому, що у легеневій паренхімі завжди спостерігається певна дисперсія розмірів її мікроструктурних елементів. Строго кажучи, реальна альвеола має досить складну форму. Проте, з огляду на малість її розмірів, зазвичай уявлення про неї зводять до еквівалентної за внутрішнім об'ємом сферичної газонаповненої камери (рис. 1). Так, для легень людини, заповнених повітрям до рівня їхньої функціональної залишкової ємності, вважається, що діаметри альвеол $d_{\rm a} = 2r_{\rm a}$ можуть знаходитись в інтервалі (100...300) мкм з максимумом щільності розподілу в околі певного середнього значення [2, 19]. Аналогічні закономірності спостерігаються також для легень інших видів ссавців [19-21].

У роботі [8] показано, що величина швидкості звуку й коефіцієнта акустичної дисипації в бульбашковому середовищі в певному частотному діапазоні суттєво залежить не тільки від концентрації газових включень, але й від їхніх діаметрів. Очевидно, що характер розподілу альвеол за розмірами в реальній паренхімі має відчутно впливати на її дисипативні властивості. Саме вивчення такого впливу і є основним завданням цієї статті.



Рис. 2. Графіки термоакустичних дисперсії і дисипації у бульбашковому середовищі з $\varepsilon = 0.75$ при фіксованому розмірі бульбашок: a – швидкість звуку c, δ – коефіцієнт згасання δ ;

 $1 - r_{\rm a} = 50$ мкм, $2 - r_{\rm a} = 100$ мкм, $3 - r_{\rm a} = 150$ мкм

1. ЗАУВАЖЕННЯ ЩОДО МАТЕМАТИЧНОЇ усереднена густина двофазного середовища; моделі

Теоретичні основи моделі паренхіми із замкненими газонаповненими камерами з достатньою повнотою викладені у попередніх дослідженнях автора, тому за подробицями читачів відсилаємо до публікацій [6, 8, 9]. Зауважимо лише, що внаслідок акустичного збудження на круговій частоті $\omega\!=\!2\pi f$ бульбашкового середовища з внутрішнім масштабом $r_{\rm a}$, який відповідає радіусу альвеоли, у ньому формується звукова хвиля з комплексним хвильовим числом k. Дійсна його частина визначає швидкість поширення звуку, а уявна – коефіцієнт згасання (дисипації), які в межах підходу Ісаковича залежать від термодинамічних параметрів середовищ-компонент – диспергованої (альвеолярного повітря) і несучої (рідини, яка моделює біологічні тканини). Для термічно ізольованих сферичних дисперсних включень можна вважати, що

$$\begin{aligned} k(\omega, r_{\rm a}) &= \frac{\omega}{c(\omega, r_{\rm a})} - i\delta(\omega, r_{\rm a}) = \\ &= \frac{\omega}{c_{LL}} \bigg[1 - \frac{3i}{\omega r_{\rm a}^2} \Theta \varepsilon \rho c_{LL}^2 \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} \times \\ &\times \bigg(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \bigg)^2 F_T^{\rm I}(\omega, r_{\rm a}) \bigg]^{1/2}. \end{aligned}$$
(1)

Це співвідношення можна використовувати у довгохвильовому наближенні ($r_{\rm a} \ll \omega/c$). Тут ε – об'ємна частка газу в суспензії; $ho = \varepsilon
ho_1 + (1 - \varepsilon)
ho_2$ –

$$c_{LL} = \frac{1}{\sqrt{\rho\beta_{LL}}};$$

$$\beta_{LL} = \varepsilon \left[\beta_1 - \frac{\Theta \alpha_1^2}{\rho_1 C_{P1}}\right] + (1 - \varepsilon) \left[\beta_2 - \frac{\Theta \alpha_2^2}{\rho_2 C_{P2}}\right];$$

$$F_T^{I}(\omega, r_a) \equiv F_T^{I}(\bar{n}_1 r_a, \bar{n}_2 r_a) =$$

$$= \frac{(\bar{n}_1 r_a - \text{th} \bar{n}_1 r_a)(\bar{n}_2 r_a + 1)}{\sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}(\bar{n}_1 r_a - \text{th} \bar{n}_1 r_a) + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \text{th} \bar{n}_1 r_a(\bar{n}_2 r_a + 1)}$$

$$\bar{n}_{1,2} = (1+i)\sqrt{\frac{\omega\rho_{1,2}C_{Pj}}{2\kappa_{1,2}}}.$$

Індекс "1" скрізь відповідає диспергованій (газовій), а "2" – несучій компоненті, що мають такі фізичні параметри: $\rho_{1,2}$ – густини; $\beta_{1,2}$ – об'ємні стисливості; $\alpha_{1,2}$ – коефіцієнти теплового розширення; $C_{P1,2}$ – питомі теплоємності; $\kappa_{1,2}$ – теплопровідності.

Надалі при розрахунках будемо послуговуватися числовими значеннями фізичних констант зі статті [10], які відповідають параметрам повітря й води при нормальній температурі людського тіла (близько 37°С). Представлені на рис. 2 графіки наочно ілюструють суттєву залежність величин cі δ у модельній паренхімі з замкненими сферичними альвеолами від радіусів r_a, які потрапляють у характерний для легень діапазон значень

;

(50...150) мкм. Особливу увагу звертає на себе суттєве збільшення величини коефіцієнта згасання і певне уповільнення його зростання з частотою. Це безпосередньо пов'язано зі зміною так званого мікроструктурного термічного масштабу системи, який при $f \leq 2000$ Гц для реальних фізичних і геометричних параметрів не є малим [6,8], на відміну від масштабу акустичного (у важливому з практичної точки зору чутному діапазоні частот довжина звукової хвилі набагато перевищує розміри альвеол і первинних легеневих часточок – ацинусів).

Нагадаємо, що співвідношення (1) одержано для двокомпонентної суміші з ідентичними диспергованими включеннями (бульбашками). Оскільки у легенях їхній характерний розмір $r_{\rm a}$ ніколи не буде константою, а варіюватиметься у певних межах, можна очікувати, що характер такого розподілу досить суттєво впливатиме на акустичні властивості модельної паренхіми.

2. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДЛЯ РІЗНИХ ВА-РІАНТІВ РОЗПОДІЛУ РОЗМІРІВ АЛЬВЕ-ОЛ

Результати конкретних морфометричних досліджень легень людини і тварин показують, що загалом характерні лінійні розміри альвеол потрапляють у певний скінченний інтервал значень [2, 20, 22]. Увівши формально закон розподілу розмірів газонаповнених камер на відрізку $[r_{a,min}; r_{a,max}]$ зі щільністю $\mathcal{P}(r_a)$, запишемо результуючі акустичну дисперсію та дисипацію як сумарний зважений ефект проходження звуку через усі альвеоли:

$$\bar{k}(\omega) = \frac{\omega}{\bar{c}(\omega)} - i\bar{\delta}(\omega) = \int_{r_{\rm a,min}}^{r_{\rm a,max}} k(\omega, r_{\rm a}) \mathcal{P}(r_{\rm a}) \, dr_{\rm a}.$$
 (2)

Зазначимо, що величини $r_{\rm a}$ розподілені несиметричним чином і мають досить яскраво виражений максимум у зоні середніх значень. У загальному випадку такий закон розподілу можна звести до бета-розподілу [23] з параметрами $1 < a \le b$:

$$\mathcal{P}(r_{\rm a}) = \frac{x^{a-1}(1-x)^{b-1}}{B(a,b)}, \quad x = \frac{r_{\rm a} - r_{\rm a,min}}{r_{\rm a,max} - r_{\rm a,min}}, \quad (3)$$

ge $B(a,b) = \int_{-1}^{1} x^{a-1}(1-x)^{b-1} dx.$

Зрозуміло, що визначення істинних розмірів альвеол і їхньої кількості є надзвичайно складним і методично неоднозначним завданням. Потреба в

одержанні обгрунтованих відповідей на ці питання продовжує стимулювати інтенсивні дослідження з використанням широкого арсеналу експериментального інструментарію [19-22, 24]. Тим не менше, більшість морфометричних даних, представлених піввіку тому в класичній монографії Е. Р. Вейбеля і дотепер можна вважати еталонними [2]. Аналізуючи їх, звернімо увагу на те, що при практичному підрахунку кількості альвеол певного калібру внаслідок природних похибок вимірювань виявилося неможливим встановити неперервну залежність типу (3). Тому отримані розподіли апроксимувалися ступінчастими (кусковосталими) функціями. Насправді підраховувалась загальна кількість мікроструктурних елементів, які відповідають певним вузьким інтервалам лінійних розмірів, і вважалося, що в межах кожного з них альвеоли розподілені рівномірно. Це дозволяє реалістично оцінити ефекти статистичного усереднення на основі ступінчастої апроксимації, дещо спростивши співвідношення (2). Виходячи з цього, розглянемо випадки неперервного рівномірного і ступінчастого розподілів детальніше.

2.1. Неперервний рівномірний розподіл

Звуважимо, що неперервний рівномірний розподіл на скінченному відрізку $[r_{a,\min}; r_{a,\max}]$ також можна вважати бета-розподілом з параметрами a=b=1. Для нього маємо

$$\mathcal{P}(r_{\rm a}) = \frac{1}{r_{\rm a,max} - r_{\rm a,min}},$$

звідки

$$\bar{k}(\omega) = \frac{1}{r_{\mathrm{a,max}} - r_{\mathrm{a,min}}} \int_{r_{\mathrm{a,min}}}^{r_{\mathrm{a,max}}} k(\omega, r_{\mathrm{a}}) \, dr_{\mathrm{a}}.$$

Цей результат, попри свою очевидність, є ключовим елементом, який визначає усереднення при довільному ступінчастому розподілі величин $r_{\rm a}$.

Важливо зрозуміти, як впливає на якість апроксимації пирина інтервалу $[r_{a,\min}; r_{a,\max}]$. Для цього достатньо оцінити, наскільки усереднене значення \bar{k} відрізнятиметься від k, узятого для певного розміру $r_{a*} \in [r_{a,\min}; r_{a,\max}]$.

Для початку виберемо $r_{\rm a0}$ посередині вибраної "полички":

$$r_{a*} = r_{a0} = \frac{r_{a,max} + r_{a,min}}{2}, \quad \Delta r_a = \frac{r_{a,max} - r_{a,min}}{2}.$$

На рис. 3 показані частотні залежності швидкості звуку й коефіцієнта згасанння для різних $\Delta r_{\rm a}$ при

В. Н. Олійник



Рис. 3. Частотні залежності акустичних параметрів модельного середовища при $r_{a*} = 135$ мкм в залежності від величини Δr_a :

а – швидкість поширення звуку; б – коефіцієнт згасання;
 в – відносне відхилення усередненого коефіцієнта згасання
 від значення в середній точці інтервалу

величині $r_{a*} = 135$ мкм, близькій до середнього радіуса сферичного еквівалента альвеоли у типовій легені дорослого суб'єкта при заповненні повітрям на рівні функціональної залишкової ємності [2]. Вираз $\Delta r_a = 0$ відповідає нульовому інтервалу розподілу (середовищу, в якому всі "альвеоли" мають однаковий розмір):

$$k(\omega)|_{\Delta r_{a}=0} = k(\omega, r_{a*})$$

Також обчислювалось відносне відхилення від $\delta(\omega, r_{a*})$ при усередненні для $\Delta r_a \neq 0$. Воно показане на рис. 3, в.

Із графіків видно, що усереднення акустичних величин при $\Delta r_{\rm a} \leq 10$ мкм практично не впливає на значення c і δ . Відносна похибка усереднення для δ при цьому знаходиться в межах ± 0.5 %. При розширенні інтервалу $[r_{\rm a,min}; r_{\rm a,max}]$ відхилення при усередненні значно зростає. Так, для $\Delta r_{\rm a} = 50$ мкм його максимальне значення досягає 8 %, а для $\Delta r_{\rm a} = 100$ мкм воно сягає понад 20 %. Звідси робимо висновок, що орієнтовна протяжність інтервалу усереднення лінійних розмірів альвеол, у межах якого їх можна вважати однаковими, не повинна перевищувати 20 мкм.

Оскільки дисперсія швидкості звуку в розглянутому середовищі загалом становить ≤ 13 % [6,8], то похибка її усереднення практично в усіх розглянутих випадках гарантовано перебуває в межах 1 %. Виходячи з цього, в подальшому аналізуватимемо лише залежності для коефіцієнта акустичної дисипації.

Більш суттєво на одержані результати впливає відхилення точки r_{a*} від центру інтервалу усереднення r_{a0} . Наприклад, якщо при $\Delta r_a = 10$ мкм взяти r_{a*} на кінцях $r_{a\min} = 130$ мкм або $r_{a\max} = 140$ мкм, то максимальна відносна похибка для $\bar{\delta}$ збільшується до 7.5 %. Утім, вона знижується з частотою за рахунок швидкого зростання абсолютного рівня згасання звуку.

2.2. Ступінчастий розподіл

де

Перейдемо до розгляду ступінчастого розподілу величини r_a у паренхімі. Очевидно, що його можна використати для ефективної апроксимації довільного закону розподілу шуканих величин.

Для цього випадку щільність розподілу має вигляд

$$\mathcal{P}(r_{\rm a}) = \frac{\mathcal{P}_n}{r_{\rm a}^{(n)} - r_{\rm a}^{(n-1)}}, \qquad n = 1, N,$$

$$\sum_{n=1}^{N} \mathcal{P}_n = 1;$$

В. Н. Олійник

Таблиця	а. Усере _л	цнені знач	чення	діаметр	ра сфе	еричних
аналогів	альвеол	$2\bar{r}_{\rm a}$ (мкм) для .	легень	п'яти	суб'єктів

ΠΡΕΠΑΡΑΤ	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
за Вейбелем [2]	215	223	275	314	275
за даними рис. 4	232	231	298	325	389

$$\begin{aligned} r_{\rm a}^{(0)} &= r_{\rm a,min}; \qquad r_{\rm a}^{(N)} = r_{\rm a,max}; \\ [r_{\rm a,min}; r_{\rm a,max}] &= \bigcup_{n=1}^{N} [r_{\rm a}^{(n-1)}; r_{\rm a}^{(n)}] \end{aligned}$$

Тоді, виходячи з результату, отриманого у попередньому параграфі, справедливо

$$\bar{k}(\omega) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\mathcal{P}_n}{r_{\rm a}^{(n)} - r_{\rm a}^{(n-1)}} \int_{r_{\rm a}^{(n-1)}}^{r_{\rm a}^{(n)}} k(\omega, r_{\rm a}) \, dr_{\rm a}.$$

Для того, щоб обрати для аналізу реалістичний характер статистичного розподілу альвеол, звернімося до монографії [2], де у графічній формі наведені експериментальні дані про їхні характерні розміри – максимальний радіус r і глибину камери А (див. рис. 1). Випускаючи доволі довгі міркування про правила перерахунку розмірів повітряних камер у досліджених препаратах паренхіми на розміри альвеол у живій легені та зведення останніх до еквівалентних радіусів r_a, зазначимо лише що остаточні значення кумулятивного поправочного коефіцієнта мають знаходитись між 1.6 і 2. Тому для простоти скористаємось наданими розподілами r для п'яти досліджених суб'єктів |2|, прийнявши у першому наближенні $r_{\rm a} \approx 2r$ (рис. 4). При цьому підінтервали з рівномірними розподілами за радіусом становлять 20 мкм, тобто запропонована ступінчаста апроксимація не повинна вносити у результати суттєвих похибок усереднення. Зауважимо, що відповідні залежності для глибини альвеол камери А в цілому корелюють з залежностями для максимального радіуса.

Зрозуміло, що запропонований підхід далекий від досконалості, проте для нас важливо те, що він дозволяє якісно оцінити ефект розподілу альвеол за розмірами. Для того, щоб вірно проінтерпретувати отримані результати, звернімося до таблиці, в якій наведені усереднені значення діаметра сферичних аналогів альвеол $2\bar{r}_{\rm a}$ для легень п'яти досліджуваних суб'єктів.

На рис. 5 представлені відносні відхилення усереднених коефіцієнтів згасання від значень, обчислених у середовищах з фіксованим радіусом повітряних камер. Рис. 5, а відповідає серії значень \bar{r}_{a} ,



Рис. 4. Розподіли характерних лінійних розмірів сферичних аналогів альвеол у легенях п'яти суб'єктів (адаптовано за Вейбелем [2])

запозичених з [2]. Впадають в око досить суттєві розбіжності між одноточковими й усередненими величинами δ . Більш того, із загальної картини випадає суб'єкт № 5, для якого похибка на низьких частотах перевищує 50 %. Спираючись на результати, отримані для неперервного рівномірного розподілу, доходимо висновку про те, що такі відхилення можна пояснити лише недостатньою точністю визначення середніх значень радіуса альвеол.

Виходячи з цього, був проведений розрахунок значень \bar{r}_{a} , які б відповідали розподілам, зображеним на рис. 4. Відповідні величини, представлені в останньому рядку таблиці, виявились на (10...15) % більшими, ніж повідомлені в [2]. Ця розбіжність стала наслідком занадто грубої оцінки поправочного коефіцієнта, застосованого нами при переході до сферичних аналогів альвеол (насправді він мав би бути у межах від 1.85 до 1.9). Виключення становить суб'єкт № 5, для яко-



Рис. 5. Графіки відносних відхилень усередненого коефіцієнта згасання від значень, обчислених у середовищі з фіксованим радіусом альвеол \bar{r}_{a} для легень п'яти суб'єктів: *a* – значення \bar{r}_{a} взяті з [2]; *б* – значення \bar{r}_{a} визначені за даними рис. 4

го у [2], очевидно, вказано помилкове значення \bar{r}_{a} . Обрахунок величин δ , визначених при скоригованих \bar{r}_{a} , показує, що їхні відносні відхилення від усереднених коефіцієнтів згасання для всіх досліджених суб'єктів не перевищують 10 %.

Отриманий результат іще раз підтверджує те, що правильність визначення середньозваженого значення характерного лінійного масштабу альвеоли критичним чином впливає на коректність оцінки дисипації в легенях з використанням моделі з фіксованим радіусом мікроструктурних елементів. За умови відсутності значних похибок у обрахунку $\bar{r}_{\rm a}$ вона дозволяє правильно спрогнозувати, принаймні, порядок коефіцієнта згасання.

висновки

- На базі теорії термічної дисипації у бульбашкових середовищах проведено оцінювання величини згасання звуку в паренхімі легень людини в залежності від статистичного розподілу розмірів альвеол. При цьому для задання ймовірнісної щільності розподілу розмірів використовувались дані морфометричного дослідження [2].
- При розрахунку акустичного коефіцієнта дисипації для апроксимації розподілу розмірів альвеол у реальній паренхімі використовувались неперервний рівномірний і ступінчастий розподіли. Встановлено допустиму пирину інтервалу апроксимації, на якому заміна довільного розподілу на рівномірний не вносить зна-

чної похибки у величину $\overline{\delta}$.

- 3. Оцінювання коефіцієнта згасання для ступінчастого розподілу розмірів альвеол показало, що отримане значення $\overline{\delta}$ можна з точністю до 10 % апроксимувати коефіцієнтом згасання, розрахованим для еквівалентного середовища, у якому всі альвеоли мають однаковий радіус, що відповідає його середньозваженому значенню \overline{r}_{a} . При цьому результат виявився значно більш чутливим до похибки визначення \overline{r}_{a} , ніж до особливостей функції щільності розподілу.
- Олійник В. Н. Особливості попирення хвиль у легеневій тканині // Акуст. вісн.– 2007.– 10, № 2.– С. 64–78.
- 2. Вейбель Э. Р. Морфометрия легких человека.– М.: Медицина, 1970.– 176 с.
- Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol. – 1983. – 54, № 1. – P. 304–308.
- Wodicka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravalho E. G., Shannon D. C. A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Eng.– 1989.– 36, № 9.– P. 925–933.
- 5. Prosperetti A. Thermal effects and damping mechanisms in the forced radial oscillations of gas bubbles in liquids // J. Acoust. Soc. Amer.– 1979.– **61**, № 1.– P. 17–27.
- 6. Олийнык В. Н. О механизмах формирования акустических свойств легочной паренхимы // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 3.– С. 53–66.
- Исакович М. А. О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ.– 1948.– 18, вып. 10.– С. 905–912.

- 8. Олійник В. Н. Термічні дисперсія й дисипація звуку в концентрованих дисперсних рідких та газорідинних середовищах // Акуст. вісн.– 2001.– **4**, № 4.– С. 51–63.
- 9. Олійник В. Н. Про низькочастотну асимптотику швидкості звуку в концентрованій дисперсній суміші // Акуст. вісн.– 2006.– 9, № 4.– С. 43–49.
- Олійник В. Н. Про узгодження теоретичних підходів до визначення декременту згасання звуку в легеневій паренхімі // Акуст. вісн.– 2012.– 15, № 4.– С. 46–54.
- Berger P. J., Skuza E. M., Ramsden C. A., Wilkinson M. H. Velocity and attenuation of sound in the isolated fetal lung as it is expanded with air // J. Appl. Physiol.- 2005.- 98, N 6.- P. 2235-2241.
- Acikgoz S., Ozer M. B., Royston T. J., Mansy H. A., Sandler R. H. Experimental and computational models for simulating sound propagation within the lungs // J. Vib. Acoust.- 2008.- 130, № 2.-P. 021010(1-10), DOI:10.1115/1.2827358.
- 13. Немеровский Л. И. О распространения звуковых колебаний по звукопроводам легких // Акуст. ж.– 1976.– **22**, № 3.– С. 416–421.
- Fredberg J. J., Moore J. A. The distributed response of complex branching duct networks // J. Acoust. Soc. Amer.– 1978.– 63, № 3.– P. 954–961.
- Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Система уравнений для описания динамических задач, связанных с механикой легочной паренхимы // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1988.– № 3.– С. 21–29.
- Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Распространение звука в легочной паренхиме // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1988.– № 5.– С. 3–14.

- 17. Вовк И. В., Вовк О. И. Распространение звука в бронхиальном дереве человека. Часть І. Теория // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, № 2.– С. 19–31.
- Басовский В. Г., Вовк И. В., Вовк О. И. Распространение звука в бронхиальном дереве человека. Часть II. Анализ численных результатов // Акуст. вісн.– 2000.– 3, № 4.– С. 11–20.
- Unglert C. I. Warger W. C. (II), Hostens J., Namati E., Birngruber R., Bouma B. E., Tearney G. J. Validation of two-dimensional and three-dimensional measurements of subpleural alveolar size parameters by optical coherence tomography // J. Biomed. Opt.- 2012.- 17, № 12.-P. 126015(1-11).
- Klein A. W., Becker R. F., Bryson M. R. A method for estimating the distribution of alveolar sizes from histological lung sections // Trans. Amer. Microscop. Soc.- 1972.- 91, № 2.- P. 195–208.
- Chang S., Kwon N., Weon B. M., Kim J, Rhee C. K., Choi H. S., Kohmura Y., Yamamoto M., Ishikawa T., Je J. H. Tracking X-ray microscopy for alveolar dynamics in live intact mice // Sci. Reps.- 2013.-3.- P. 1304(1-5), DOI: 10.1038/srep01304.
- Mercer R. R., Russell M. L., Crapo J. D. Alveolar septal structure in different species // J. Appl. Physiol.- 1994.- 77, N 3.- P. 1060–1066.
- Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных.– М.: Финансы и статистика, 1983.– 472 с.
- Ochs M., Nyengaard J. R., Jung A., Knudsen L., Voigt M., Wahlers T., Richter J., Gundersen H. J. G. The number of alveoli in the human lung // Amer. J. Respir. Crit. Care Med.- 2004.- 169.- P. 120-124.