

УДК 534.232

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОТИВОТОЧНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ ЕЕ РАБОЧИМ РЕЖИМАМ

А. А. НАЗАРЕНКО<sup>1\*</sup>, Т. М. СЛИОЗБЕРГ<sup>1</sup>, А. Ф. НАЗАРЕНКО<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Одесский национальный политехнический университет  
пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина  
\*E-mail: texcomgrup.od@yandex.ua

<sup>2</sup>Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова  
вул. Кузнечная, 1, Одесса, 65029, Украина

Получено 23.01.2014

Разработана трехпараметрическая модель противоточной гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы для вычисления основных частот колебаний, генерируемых системой в различных рабочих режимах. Данная статья посвящена определению параметров модели для всего исследованного диапазона скоростей истечения рабочей жидкости из сопла с использованием метода последовательных приближений. На этой основе вычислены частоты генерируемых колебаний и средние давления в звукообразующем элементе. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** гидродинамическое звукообразование, гидродинамическая излучающая система, звукообразующий элемент кавитационной природы, трехпараметрическая модель

Розроблено трипараметричну модель протитічної гідродинамічної випромінюючої системи зі звукоутворюючим елементом кавітаційної природи для обчислення основних частот коливань, які генеруються системою в різних робочих режимах. Дану статтю присвячено визначенню параметрів моделі для всього дослідженого діапазону швидкостей витікання робочої рідини з сопла з використанням методу послідовних наближень. На цій основі обчислені частоти генерованих коливань і середні тиски у звукоутворюючому елементі. Отримані результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** гідродинамічне звукоутворення, гідродинамічна випромінююча система, звукоутворюючий елемент кавітаційної природи, трипараметрична модель

A three-parameter model of a counter-flow hydrodynamic radiating system with sound element of the cavitation nature is developed for calculating the fundamental frequencies of oscillations emerging in the system under different operating conditions. This paper deals with determining of the model parameters for whole investigated range of outflow velocities of the working fluid from the nozzle using the method of successive approximations. On this basis, the oscillation frequency and average pressure in the sound generating element are calculated. The obtained results are in good agreement with the experimental data.

**KEY WORDS:** hydrodynamic sound generation, hydrodynamic emitting system, sound generating element of the cavitation nature, a three-parameter model

## ВВЕДЕНИЕ

Противоточные гидродинамические системы со звукообразующими элементами кавитационной природы [1] используются в качестве источников интенсивных акустических колебаний в ряде технологических и лабораторных приложений. Такие системы обладают рядом преимуществ по сравнению с другими типами источников, преобразующими электромагнитные колебания в акустические – магнитострикционными и пьезоэлектрическими. Кроме того, звукообразование в гидродинамических системах представляет самостоятельный интерес как оригинальный способ генерирования колебаний в среде. Результаты исследования механизма звукообразования, а также ги-

дродинамическая схема (рис. 1), математическая модель и области определения введенных модельных параметров приведены в работах [2–4].

Описываемая система представляет собой погруженные в жидкость с плотностью  $\rho$  и гидростатическим давлением  $P_0$  сопло внешнего радиуса  $R_c$  с круглым отверстием радиуса  $r_c$  и коаксиальный вогнутый параболический отражатель, находящийся на расстоянии  $h$  от него. Затопленная струя жидкости, истекающая из сопла со скоростью  $v_0$ , после отражения от вогнутой преграды под углом  $\theta$  к оси системы приобретает бочкообразную форму. Часть струи, втягиваясь внутрь “бочки”, образует вихрь внутри вписанного в нее тороидального объема. В сочетании с сопровождающей описываемый процесс кавитацией это приво-

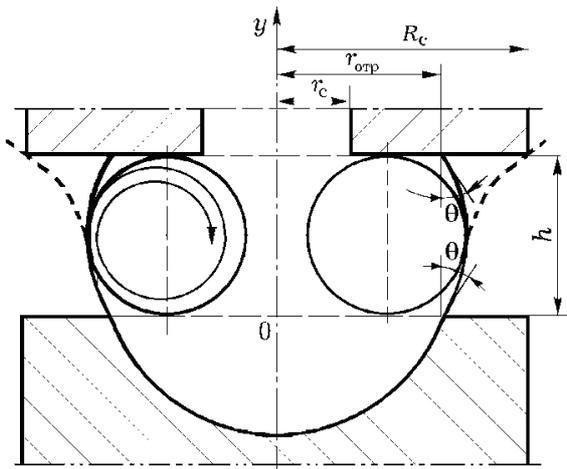


Рис. 1. Схема противоточной гидродинамической излучающей системы

дит к взрывообразному выбросу содержимого полости наружу. Такие выбросы периодически повторяются с частотой  $f$  – основной частотой сложного спектра генерируемых в окружающей жидкости акустических колебаний.

Предложенная модель позволяет вычислить частоту  $f$  путем решения полученного дисперсионного уравнения. В него входит константа  $\Gamma$ , помимо геометрических и гидродинамических характеристик системы, зависящая также от введенных в процессе разработки модельных параметров  $\nu$ ,  $\xi$ ,  $\chi$  [3]. Расшифруем их физический смысл:

- $\nu$  – часть тора, которую занимает усредненный на протяжении существования полости объем вихря;
- $\xi$  – безразмерный коэффициент пропорциональности, связывающий расход струи, попадающий внутрь полости, с расходом бочкообразной струи на торце сопла;
- $\chi$  – безразмерный коэффициент пропорциональности между скоростью изменения давления внутри полости и результирующим падающим в нее расходом.

В работе [4] получены области определения этих параметров, соответствующих измеренным частотам  $f_i$  при разных скоростях истечения  $v_{0i}$  ( $i$  – номер измерения). Все расчеты проводились для излучателя с соплом, имеющим  $r_c = 1.75$  мм,  $R_c = 6$  мм, и отражателем, имеющим радиус лунки на торце  $r_{отр} = 3.5$  мм и  $\theta = 41.3^\circ$ . Расстояние между соплом и отражателем было  $h = 3.65$  мм. Рабочая жидкость имела плотность  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>

при гидростатическом давлении  $P_0 = 1.1 \cdot 10^5$  Па. Скорость истечения жидкости из сопла изменялась в пределах от 31 до 39 м/с.

## 1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ МОДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

В публикации [4] показано, что использование измеренных значений основных частот спектра генерируемых колебаний в сочетании с ограничениями, накладываемыми на параметры  $\nu$  и  $\xi$  физическим смыслом, позволяет определить лишь интервал их возможных величин. Для определения же значений  $\nu$  и  $\xi$  при различных скоростях истечения требуются дополнительные экспериментальные исследования. При этом искомые параметры определяются опосредованно через некоторую добавочную, измеряемую физическую величину. В ее качестве выбиралось среднее давление  $\langle p \rangle$  между торцами сопла и отражателя. В рамках теоретической модели получено аналитическое выражение  $\langle p \rangle_{расч}$  [5], которое использовалось при вычислении среднего давления. На рис. 2 приведены соответствующие данные для нижней (кривая 1) и верхней границ (кривая 2) разрешенных значений параметра  $\nu$  [4]<sup>1</sup>. В эксперименте среднее давление  $\langle p \rangle_{эксп}$  измерялось с помощью капилляра, один конец которого помещался в исследуемую зону, а второй соединялся с манометром. Зависимость  $\langle p \rangle_{эксп_i}$  от скорости истечения  $v_{0i}$  во всем рабочем диапазоне дана кривой 3.

Очень важно, что во всем рассмотренном диапазоне скоростей истечения  $v_0$  измеренные средние давления попадают в теоретически заданный разрешенный интервал между кривыми 1 и 2. Это позволяет использовать полученные результаты для определения значений модельных параметров системы  $\nu$ ,  $\xi$  и  $\chi$ , соответствующих ее рабочим режимам.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

При практическом определении модельных параметров использовался метод последовательных приближений.

<sup>1</sup> Тот факт, что разрешенные интервалы средних давлений включают их отрицательные значения, означает лишь, что последние не противоречат критериям сокращения интервала модельных параметров, описанным в работе [4]. Они являются виртуальными, не предполагающими практической реализации.

Используем измеренные значения средних давлений  $\langle p \rangle_{\text{экс}}$  в сочетании с аналитическим выражением, полученным в [5]:

$$\langle p \rangle_{\text{расч}} = P_0 - \frac{\rho}{2f} \langle v_2 \rangle^3 \langle \Delta_2 \rangle \left\{ \frac{\delta}{2\pi^2} \frac{\Gamma}{h^2} \alpha(h) - \right. \\ \left. - L \left[ \left( \frac{t_1}{T} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{t_1}{T} \right) + \frac{1}{16} \right] \right\}. \quad (1)$$

Здесь константы  $\Gamma$  и  $L$  включают искомые модельные параметры [3];  $\alpha(h)$  – амплитуда бочкообразной струи на торце сопла [6];  $t_1$  – момент взрыва полости;  $T$  – период колебаний.

В качестве нулевого приближения использовалось решение, предполагающее, что взрыв кавитационной полости происходит при максимальном отклонении полой струи, т.е. в момент времени  $t_1 = T/2$ . Так было бы при очень большой толщине сопла. В этом приближении можно пренебречь внешним радиусом реального сопла  $R_c$ . Попытка учесть его значение приводит к выводу, что взрыв происходит тогда, когда полая струя, расширяясь, достигает кромки сопла, т.е. отклоняется от положения равновесия на некоторый предельный угол  $\alpha^*$  [6]. Для исследованной системы он составлял  $86.1^\circ$ , который достигался в некоторый момент  $t_1 \neq T/2$ .

Очевидно, что величины  $\alpha(h)$  и  $t_1/T$  связаны между собой. Из геометрических соображений можно получить

$$\frac{t_1}{T} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\alpha^*}{\alpha(h)} \right].$$

Значения  $t_1/T$ , которые использовались при вычислении  $\nu$  в каждом приближении, определялись из угловых амплитуд  $\alpha(h)$ , найденных в предыдущем приближении.

В рамках каждого из приближений для полного интервала достигавшихся в эксперименте скоростей истечения  $v_{0i}$  интервал разрешенных значений параметра  $\nu$  [4, рис. 3, а] делился на малые участки. В точках разбиения вычислялись средние давления  $\langle p \rangle_{\text{расч}}$ . После этого выбирался участок, внутрь которого попадало измеренное среднее давление при выбранной скорости истечения. Поскольку зависимость  $\langle p \rangle_{\text{расч}}$  от параметра  $\nu$  оказалась близкой к линейной, применялась интерполяция в пределах малого участка. Таким способом находилась зависимость  $\nu(v_0)$ . Затем для каждого найденного  $\nu$  определялись соответствующие ему значения  $\xi$  и  $\chi$  по методике, описанной в работе [4]. Такие вычисления делались для каждого приближения.

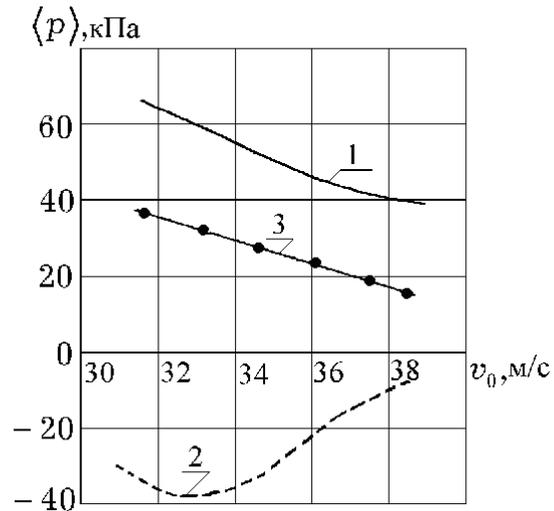


Рис. 2. Область разрешенных значений средних давлений (между кривыми 1 и 2) и их экспериментальные величины (кривая 3)

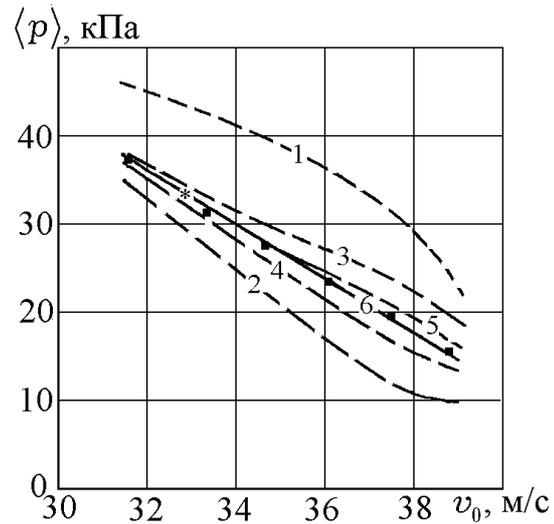


Рис. 3. Значения  $\langle p \rangle_i$ , определенные методом последовательных приближений: сплошная с маркерами – экспериментальные значения, цифры на штриховых – номера приближений

Как явствует из рис. 3, использованный метод последовательных приближений оказался достаточно быстро сходящимся. С его помощью можно определить параметры  $\nu_i$ ,  $\xi_i$  и  $\chi_i$ , использование которых при вычислении  $f_{\text{расч}_i}$  и  $\langle p \rangle_{\text{расч}_i}$  позволяет получить их значения, с заданной точностью совпадающие с экспериментальными  $f_{\text{экс}_i}$  и  $\langle p \rangle_{\text{экс}_i}$ .

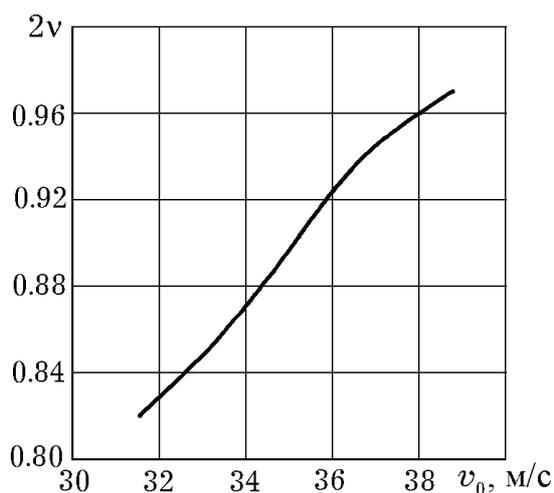


Рис. 4. Зависимость степени заполнения вихрем звукообразующего элемента накануне взрыва от скорости истечения

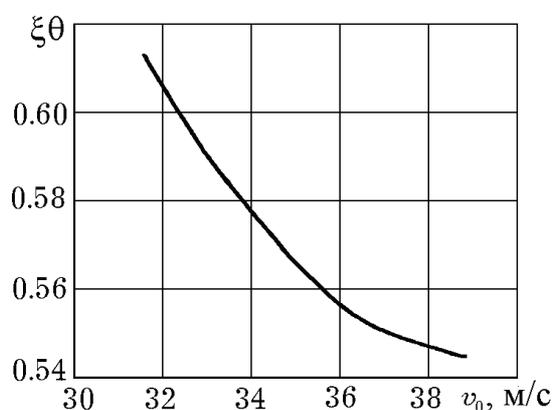


Рис. 5. Зависимость доли натекающего на сопло расхода жидкости, которая попадает в звукообразующий элемент, от скорости истечения

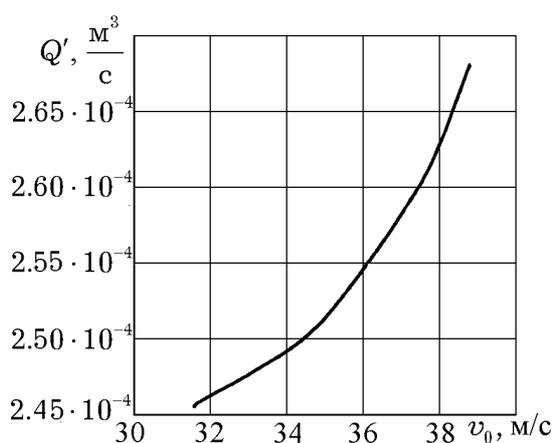


Рис. 6. Зависимость попадающего в звукообразующий элемент расхода жидкости от скорости истечения

### 3. АНАЛИЗ МОДЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Как уже указывалось, физический смысл параметра  $\nu$  связан с объемом вихря, который заполняет тор внутри звукообразующего элемента:  $2\nu$  – часть объема тора, которую занимает вихрь накануне взрыва. Зависимость  $2\nu$  от  $v_0$  показана на рис. 4. Как и следовало ожидать, с ростом скорости истечения увеличивается объем, достигаемый вихрем к моменту взрыва.

Параметр  $\xi$  связан с относительной долей расхода жидкости  $Q_2(h)$ , втекающей в полость из отраженной струи, которая натекает на сопло [3]. Обозначим через  $Q'$  долю расхода бочкообразной струи в месте ее натекания на торец сопла, попадающую внутрь полости. Тогда

$$\frac{Q'}{Q_2(h)} = \xi\theta,$$

где  $\theta$  – угол натекания струи на сопло. Учтя выражение для  $Q_2(h)$ , выведенное в работе [6], для втекающего в полость расхода получим:

$$Q' = \xi ab Q_0 = \xi \pi a b r_c^2 v_0.$$

Здесь  $b$  и  $a$  – параметры, характеризующие расширение за счет Бернуллиевого подсоса центральной [2] и бочкообразной [7] струй соответственно.

Показательно, что с ростом скорости  $v_0$  относительная доля натекающего на сопло расхода, которая попадает внутрь полости, уменьшается (рис. 5), хотя при этом сам расход и возрастает (рис. 6).

### 4. СРАВНЕНИЕ ВЫЧИСЛЕННЫХ ЧАСТОТ И СРЕДНИХ ДАВЛЕНИЙ С СООТВЕТСТВУЮЩИМИ ИЗМЕРЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

Таким образом, для каждой скорости истечения жидкости из сопла  $v_0$  найдены соответствующие тройки модельных параметров  $\nu$ ,  $\xi$ ,  $\chi$ , с помощью которых, решив дисперсионное уравнение [3], можно найти основную частоту спектра генерируемых колебаний. Соответствующее среднее давление в звукообразующем элементе вычисляется из формулы (1). Для проверки эти расчеты были проведены, их результаты приведены на рис. 7 и 8.

Отклонение вычисленных таким способом частот  $f_{\text{расч}}$  и средних давлений  $\langle p \rangle_{\text{расч}}$ , соответствующих определенным в процессе решения параметрам  $\nu$ ,  $\xi$ ,  $\chi$ , от измеренных величин  $f_{\text{эксп}}$  и  $\langle p \rangle_{\text{эксп}}$  не превышает 1%. Достигнутая точность свидетельствует о корректности предложенного способа выбора указанных параметров.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обсуждены некоторые особенности разработанной ранее модели противоточной гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы. В ходе рассмотрения процессов, происходящих при генерировании колебаний в системе, введены три параметра, которые определяются с использованием экспериментальных данных. Значения указанных параметров оказываются в рамках их разрешенных значений, следующих из их физического смысла. В качестве проверки определенные таким образом величины использованы для вычисления основных частот спектра генерируемых колебаний и средних за период колебаний давлений в области между торцами сопла и отражателя. Получено хорошее совпадение расчетных значений с экспериментальными. Закономерности, наблюдаемые в зависимостях основных частот и средних давлений от скорости истечения жидкости из сопла, также не противоречат здравому смыслу. Все это свидетельствует о правомочности предположений, положенных в основу модели, и реализуемости в излучающей системе описываемых физических процессов.

1. Назаренко А. Ф. Гидродинамический излучатель // Большая Российская Энциклопедия. – М.: Большая Рос. энцикл., 2007. – С. 81.
2. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. О двух модификациях гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. XIX сес. РАО: том 2. – Нижний Новгород, 2007. – С. 92а–92в.
3. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Модель противоточной гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. XX сес. РАО: том 2. – М., 2008. – С. 33–37.
4. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Области определения модельных параметров противоточной гидродинамической излучающей системы, соответствующих ее рабочему режиму // Сб. тр. XXV сес. РАО: том 1. – Таганрог, 2012. – С. 97–100.
5. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Среднее давление в звукообразующем элементе противоточной гидродинамической излучающей системы // Сб. тр. XXIV сес. РАО: том 1. – Саратов, 2011. – С. 96–100.

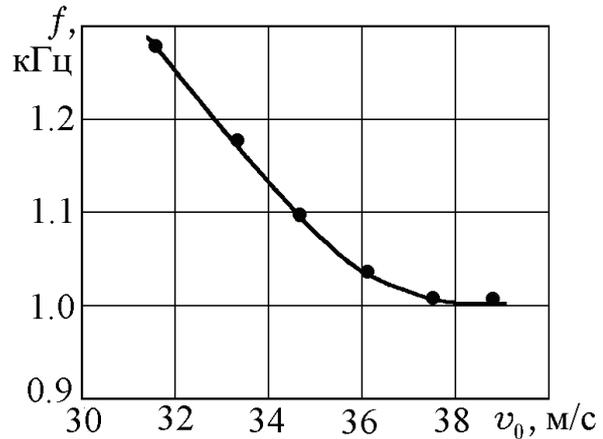


Рис. 7. Основные частоты колебаний при разных скоростях истечения:

сплошная – модельные вычисления,  
маркеры – экспериментальные значения

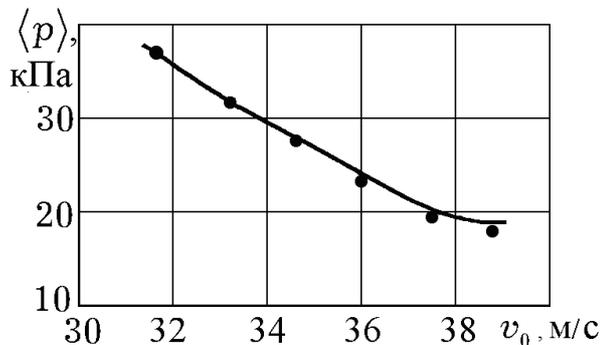


Рис. 8. Средние давления при разных скоростях истечения:

сплошная – модельные вычисления,  
маркеры – экспериментальные значения

6. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Два возможных вида колебаний звукообразующего элемента противоточной гидродинамической излучающей системы // Сб. тр. XXII сес. РАО: том 1. – М., 2010. – С. 85–88.
7. Назаренко А. Ф., Назаренко А. А., Слиозберг Т. М. О конфигурации звукообразующего элемента противоточной гидродинамической излучающей системы // Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень: Акустика і хвилі. – К.: ІГМ НАНУ, 2007. – С. 218–222.