УДК 534.7+612.2:613.9

ПРО УЗГОДЖЕННЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ПІДХОДІВ ДО ВИЗНАЧЕННЯ ДЕКРЕМЕНТУ ЗГАСАННЯ ЗВУКУ В ЛЕГЕНЕВІЙ ПАРЕНХІМІ

В. Н. ОЛІЙНИК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ вул. Желябова, 8/4, 03680, МСП, Київ-180, Україна E-mail: v oliynik@yahoo.com

Одержано 23.11.2012

Проведено порівняльний аналіз двох моделей формування термічного згасання звуку в легеневій паренхімі – на базі акустичної теорії Ісаковича для емульсій і теорії резонансного розсіювання звуку на ансамблі бульбашок у рідині. Встановлені причини кількісних і якісних розбіжностей між результатами, одержаними з використанням цих підходів, і вироблені фізично обгрунтовані рекомендації щодо коригування резонансно-бульбашкової моделі. Це дозволило досягти задовільного узгодження кількісних даних і підтвердило адекватність застосування для паренхіми моделі акустичної дисипації в емульсіях.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: паренхіма легень, декремент згасання, термічна дисипація, емульсія, бульбашкове середовище

Проведен сравнительный анализ двух моделей формирования термического затухания звука в легочной паренхиме – на основе акустической теории Исаковича для эмульсий и теории резонансного рассеяния звука на ансамбле пузырьков в жидкости. Установлены причины количественных и качественных расхождений между результатами, полученными с использованием этих подходов, и выработаны физически обоснованные рекомендации по корректировке резонансно-пузырьковой модели. Это позволило достичь удовлетворительного согласования количественных данных и подтвердило адекватность применения для паренхимы модели акустической диссипации в эмульсия. *КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: паренхима легких, декремент затухания, термическая диссипация, эмульсия, пузырьковая* среда

The paper deals with comparative analysis of two models of formation of thermal sound attenuation in pulmonary parenchyma based on the Isakovich acoustic theory for emulsions and theory of resonance sound scattering on bubbles ensemble in a liquid. The reasons for quantitative and qualitative discrepancy between the results obtained using these approaches are revealed and physically based recommendations for adjustment of resonant bubble model are developed. This allowed the achieving of satisfactory matching of the numerical data and confirmed the adequacy of using of the model of acoustic dissipation in emulsions for parenchyma.

KEY WORDS: pulmonary parenchyma, attenuation decrement, thermal dissipation, emulsion, bubble medium

вступ

Розробка сучасних методик об'єктивної реєстрації та аналізу акустичних характеристик звуків дихання з метою діагностування бронхо-легеневих захворювань [1-6] потребує чіткого розуміння фізичних особливостей попирення звуку в елементах респіраторного тракту людини [7-16]. При цьому поряд з фазовою швидкістю одним з головних параметрів, які визначають акустичні характеристики досліджуваної системи в широкому частотному діапазоні, виявився коефіцієнт згасання звуку [10, 17, 18]. Його наявність особливо важливо враховувати при кореляційній обробці результатів багатоканальної реєстрації, при якій сигнал знімається одночасно у кількох просторово рознесених точках грудної клітки.

При розробці акустичних моделей респіраторної системи людини традиційно використовуються два підходи, що виходять з наявних даних про її морфометричні параметри [19, 20]. Для опису особливостей поширення звуку в бронхіальному дереві його розглядають як багаторівневу систему розгалужених хвилеводів [7, 13, 14, 19, 21]. Що ж до легеневої паренхіми, яка утворена щільно "упакованими" групами мікроскопічних термінальних повітроносних пухирців-альвеол (ацинусами), враховуючи обмеженість діапазону, в якому зосереджена основна енергія звуків дихання, її зазвичай розглядають як квазіоднорідне акустичне середовище [9, 10, 18]. Враховуючи, що характерний радіус альвеоли дорослої людини становить порядку $1.5 \cdot 10^{-4}$ м [2, 19, 22], такий підхід справедливий практично для всіх частот чутного діапазону.

Надалі, абстрагуючись від наявності бронхіального дерева, будемо говорити саме про акустичні властивості легень. Зауважимо, що реалістична оцінка фазової швидкості поширення звуку в них не викликає жодних труднощів. Оскільки на цікавих для нас частотах порядку кількох кілогерц довжина хвилі значно перевищує масштаб структури тканини, можна вважати, що ефективне значення швидкості звуку формується тут за рахунок макроскопічної динамічної взаємодії просторово осереднених густини й об'ємної стисливості паренхіми. В залежності від ступеня наповненості легень повітрям, воно може варіюватися в середньому від 20 до 60 м/с. Справедливість цього результату, уперше одержаного в роботі [9], згодом була підтверджена численними дослідженнями [23–27].

Дещо складніше виявилося пояснити природу сильного, у порівнянні з іншими біологічними тканинами й органами, згасання звуку в легенях, яке спостерігається на порівняно низьких частотах. Вивчення особливостей комірчастої будови паренхіми природним чином призвело до формування модельних уявлень про неї як про дрібнодисперсне бульбашкове (піноподібне) газонаповнене середовище з фізичними параметрами тканини стінок, близькими до параметрів води. Така структурна подібність стала основою для пошуку фізичних аналогій при описі акустичних властивостей легеневої тканини. Наскільки можна судити, у статті [17] уперше було висунуто гіпотезу про те, що провідну роль у цьому може відігравати процес теплообміну, яким супроводжується поширення акустичної хвилі через скупчення альвеол.

У публікації [10] представлено й обгрунтовано акустичну модель легень, яка, зокрема, базується на теорії термічної дисипації звуку в бульбашковому середовищі [28]. Слід, однак, зазначити, що широко цитоване у фаховій літературі дослідження [10] прогнозує аномально високі значення рівнів згасання звуку й надзвичайно сильну залежність декременту згасання від зміни частки повітря. Незважаючи на недостатній рівень достовірності наявних експериментальних даних про акустичну дисипацію в легенях, можна досить упевнено стверджувати, що такі оцінки рівнів ослаблення сигналу явно завищені. Окрім того, вони кількісно і якісно суперечать висновкам акустичної моделі легень, запропонованої у публікаціях [18, 29, 30]. Цей конкуруючий підхід базується на класичній теорії термічної дисипації звуку в емульсіях, розробленої М. І. Ісаковичем [31],

Основною метою цього дослідження є спроба встановлення відповідності між двома згаданими моделями дисипації звуку в легенях на основі аналізу розбіжностей між ними. У результаті планується отримати узгоджені кількісні оцінки декременту згасання, що забезпечить підвищення достовірності модельних оцінок акустичних параметрів легеневої паренхіми.

В. Н. Олійник

1. ТЕРМІЧНА ДИСИПАЦІЯ ЗВУКУ В ЕМУЛЬСІЯХ

Згідно з моделлю М. І. Ісаковича [31], при поширенні гармонічної хвилі з круговою частотою ω макроскопічні швидкість звуку c й коефіцієнт згасання δ в емульсії (дрібнозернистій двофазній дисперсній суміші) пов'язані з густиною ρ , об'ємною деформацією s і амплітудою акустичного тиску p_a співвідношенням

$$\bar{k} = \frac{\omega}{c} - i\delta = \omega\sqrt{\rho s/p_a} \,. \tag{1}$$

Осереднена густина емульсії визначається через густини фаз і об'ємну концентрацію диспергованої фази ε :

$$\rho = \varepsilon \rho_g + (1 - \varepsilon) \rho_t, \qquad 0 < \varepsilon < 1$$

Позначивши через V_g і V_t об'єми, які займають диспергована й несуча фази відповідно (у нашому випадку – повітря й тканина стінок паренхіми або вода), одержимо

$$\varepsilon \equiv \frac{V_g}{V_g + V_t} = \frac{1}{(1 + h_0/r_0)^3}.$$

Тут і далі величини без індексів відповідають макроскопічним характеристикам дисперсної суміші в цілому. Осереднена об'ємна деформація суміші має вигляд

$$s = \frac{1}{V_g + V_t} \left[\int\limits_{V_g} s_g dV_g + \int\limits_{V_t} s_t dV_t \right].$$
(2)

Оригінальна модель Ісаковича була розроблена для відносно розріджених емульсій з термічно незалежними включеннями-зернами. Згідно з рекомендаціями статті [29], модифікуємо її на випадок концентрованої дисперсної суміші з близько розташованими зернами. Основна ідея полягає в тому, що при проходженні довгої (у порівнянні з групою сусідніх бульбашок) звукової хвилі у несучій рідині поблизу сусідніх зерен можна виділити ізолінії з нульовим тепловим потоком. У першому наближенні обмежені ними околи зерен можна вважати сферичними (рис. 1). Тоді співвідношення об'ємів диспергованої та несучої фаз у виділеному таким чином мікроструктурному елементі суміші буде таким самим, як і у середовищі в цілому. Тому від інтегрування по повних фазових об'ємах можна перейти до інтегрування у межах сферичного елемента:

$$s \approx \frac{3}{(r_0 + h_0)^3} \left[\int_{0}^{r_0} s_g r^2 dr + \int_{r_0}^{r_g} s_t r^2 dr \right].$$
(3)



Рис. 1. Спрощена геометрія мікроструктурного елемента концентрованої емульсії

Деформації фаз при малих пульсаціях зерна можна записати так:

$$s_{g,t} = p_a(\beta_{g,t} - \alpha_{g,t}T_{g,t}). \tag{4}$$

Тут β_g , β_t – ізотермічні стисливості; α_g , α_t – коефіцієнти температурного розпирення; T_g , T_t – просторові розподіли температур фаз при пульсаціях під дією гармонічного тиску. У межах мікроструктурного елемента всі величини у правій частині рівняння (4), за виключенням температур, вважаємо константами. Розподіли ж температур задовольняють рівняння теплопровідності з відповідними комплексними хвильовими числами $\bar{n}_{g,t} = (1+i)n_{g,t}$ [31]:

$$\nabla^2 T_{g,t} - 2in_{g,t}^2 T - 2in_{g,t}^2 \frac{\Theta \alpha_{g,t}}{\rho_{g,t} C_{Pj}} = 0,$$

$$n_g = \sqrt{\frac{\omega \rho_g C_{Pg}}{2\kappa_g}}, \quad n_t = \sqrt{\frac{\omega \rho_t C_{Pt}}{2\kappa_t}},$$
(5)

де ∇^2 – оператор Лапласа; Θ – температура середовища у стані рівноваги; C_{Pg} , C_{Pt} – питомі теплоємності при сталому тиску; κ_g , κ_t – теплопровідності; $i = \sqrt{-1}$.

Формулювання температурних граничних умов на межі фаз (поверхнях зерен) не викликає труднощів – для них мають бути неперервними поле температур та нормальний тепловий потік через поверхню зерна емульсії:

$$T_g = T_t, \quad \kappa_g \frac{dT_g}{dr} = \kappa_t \frac{dT_t}{dr}, \quad r = r_0.$$
 (6)

Тут r – локальна радіальна координата, яку відраховуємо від центру зерна. Внаслідок постульованої синхронності пульсацій температурну граничну умову на зовнішній межі мікроструктурного елемента задамо як відсутність нормальної складової теплового потоку:

$$\frac{dT_t}{dr} = 0, \quad r = r_0 + h_0.$$
 (7)

Опустивши проміжні математичні перетворення, детально викладені у статтях [29, 30], наведемо остаточний вираз для комплексного хвильового числа об'ємної хвилі, записаний у термінах швидкості поширення звуку c й коефіцієнта згасання δ :

$$\frac{\omega}{c} - i\delta = \frac{\omega}{c_{LL}} \left[1 - \frac{3i}{\omega r_0^2} \Theta \varepsilon \rho c_{LL}^2 \sqrt{\kappa_g \kappa_t} \times \left(\frac{\alpha_g}{\rho_g C_{Pg}} - \frac{\alpha_t}{\rho_t C_{Pt}} \right)^2 F_T \right]^{1/2}.$$
(8)

Тут $c_{LL} = 1/\sqrt{\rho\beta_{LL}}$; β_{LL} – так звана "лапласлапласівська" стисливість емульсії, характерна для частот, на яких процес об'ємної деформації є адіабатичним як для емульсії в цілому, так і у масштабі мікронеоднорідності [29,31]:

$$\beta_{LL} = \varepsilon \left[\beta_g - \frac{\Theta \alpha_g^2}{\rho_g C_{Pg}} \right] + (1 - \varepsilon) \left[\beta_t - \frac{\Theta \alpha_t^2}{\rho_t C_{Pt}} \right];$$

 β_{g}, β_{t} – ізотермічні стисливості фаз; α_{g}, α_{t} – коефіцієнти температурного розширення; $\bar{n}_{g,t} = (1+i)n_{g,t}$.

Для безрозмірного співмножника, який характеризує залежність акустичних параметрів від термічних хвильових розмірів мікроструктурного елемента, у співвідношенні (8) введено позначення

$$F_T = \frac{\varphi_{11}\varphi_{22}}{\sqrt{\frac{\kappa_g}{\kappa_t}}\varphi_{11}\varphi_{21} + \sqrt{\frac{\kappa_t}{\kappa_g}}\varphi_{12}\varphi_{22}},\qquad(9)$$

де

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= n_g r_0 - \operatorname{th} \bar{n}_g r_0; \\ \varphi_{12} &= \operatorname{th} \bar{n}_g r_0; \\ \varphi_{21} &= \left[\bar{n}_t (r_0 + h_0) - \operatorname{th} \bar{n}_t h_0 \right]; \\ \varphi_{22} &= \bar{n}_t h_0 + \left(\bar{n}_t^2 r_0 (r_0 + h_0) - 1 \right) \operatorname{th} \bar{n}_t h_0. \end{aligned}$$

За умови термічної незалежності дисперсних включень $(h_0 \gg r_0)$ функція F_T спрощується й набуває вигляду, знайденого в роботі [31]. У цьому

В. Н. Олійник

контексті варто також згадати ідеологічно близьку публікацію [32], в якій аналогічні за формою вирази для ізольованої пульсуючої бульбашки у необмеженій рідині були одержані при нехтуванні термодинамічними властивостями рідини. Зауважимо, що для комбінації вода – повітря, термодинамічні характеристики яких дуже відрізняються, таке нехтування є цілком припустимим.

На рис. 2 представлені частотні залежності коефіцієнта згасання у воді з диспергованими бульбашками повітря ($r_0 = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м), обчислені за обома версіями моделі термічної дисипації звуку в емульсіях: [31] і [29]. Розрахункові значення фізичних параметрів обох речовин, які відповідають температурі тіла людини $\Theta \approx 37^{\circ}\text{C} = 310$ K, становили

Характеристика	Повітря	Вода
$ ho_{g,t},~{ m kg}/{ m m}^3$	1.14	10^{3}
$\beta_{g,t}, \ 1/\Pi \mathrm{a}$	$9.9 \cdot 10^{-6};$	$4.35\cdot10^{-10}$
$\alpha_{g,t}, 1/\mathbf{K}$	$3.23\cdot 10^{-3}$	$3\cdot 10^{-4}$
$C_{Pg,t}, \ \kappa$ ал/(кг · К)	$2.39\cdot 10^2$	10^{3}
$\kappa_{g,t}, \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	$6.26\cdot 10^{-3}$	$1.4\cdot 10^{-1}$

З графіка видно, що для даної дисперсної суміпі урахування термічної взаємодії включень дуже слабо позначається на кінцевому результаті. Дійсно, різниця між відповідними кривими стає помітною лише при $h_0/r_0 \sim 10^{-3}$, що відповідає гранично високій об'ємній концентрації газу – близько 99.7 %.

На рис. 3 показані частотні залежності декременту згасання при сталій об'ємній концентрації повітря $\varepsilon = 0.751$, типовій для функціональної залишкової ємності легень людини (після спокійного видиху), але різних розмірах бульбашок. Усі криві мають класичний релаксаційний вигляд зі зміною закону швидкості зростання з ~ f^2 на ~ \sqrt{f} в районі частоти, яка відповідає критичному термічному "хвильовому" розміру бульбашки [29,31]. Цікаво, що саме величини r_0 порядку $1.5 \cdot 10^{-4}$ м (характерний радіус альвеоли) забезпечують на частотах до 2 кГц найвищі рівні дисипації звуку в дисперсному середовищі вода – повітря.

2. РЕЗОНАНСНЕ РОЗСІЮВАННЯ ЗВУКУ НА БУЛЬБАШКАХ

Для визначення акустичної дисипації у газонаповнених рідинах широко використовується теорія резонансного розсіювання звуку на бульбашках. Її основна ідея полягає в тому, що кожна з диспергованих у несучій рідині паро-газових буль-

В. Н. Олійник



Рис. 2. Порівняння значень декременту згасання у дисперсній суміші вода – повітря, розрахованих за теорією термічної дисипації в емульсіях ($r_0 = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м):

неперервні – для термічно незалежних включень [31]; штрихові – при термічній взаємодії включень [29]



Рис. 3. Порівняння значень декременту згасання у дисперсній суміші вода – повітря, розрахованих за теорією термічної дисипації в емульсіях з $h_0/r_0 = 0.1$ ($\varepsilon = 0.751$) при різних значеннях r_0

башок, яка пульсує під дією змінного акустичного тиску з круговою частотою ω , розглядається як простий осцилятор з зосередженими параметрами. Лінеаризоване рівняння руху для нього у випадку гармонічних коливань має загальний вигляд [28, 32, 33]

$$M_0\ddot{r}_a + R_0\dot{r} + \frac{1}{C_0}r_a = 4\pi r_0^2 p_a e^{-i\omega t}.$$
 (10)

Тут $r_a = r_a(t)$ – змінний у часі радіус бульбашки; r_0 – радіус бульбашки у стані рівноваги; M_0 , R_0 , C_0 — її приєднана маса, механічний опір і піддатливість відповідно; p_a — амплітуда зовнішнього звукового тиску.

Механічні еквівалентні параметри визначаються з елементарних фізичних міркувань. Так, приєднана маса малої у порівнянні з довжиною звукової хвилі пульсуючої сфери складає

$$M_0 = 4\pi \rho_t r_0^3.$$
 (11)

При нехтуванні поверхневим натягом рідини піддатливість об'єму бульбашки повністю контролюється внутрішнім (гідростатичним) тиском газу *P*:

$$C_0 = \frac{1}{12\pi r_0 \varkappa P} \,. \tag{12}$$

Тут \varkappa – показник політропи, який описує характер теплообміну на поверхні бульбашки. За відсутності дисипації параметри M_0 , C_0 задають резонансну частоту бульбашки – так звану частоту Міннерта [28, 32, 33]:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{M_0 C_0}} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{3\varkappa P}{\rho_t}}.$$
 (13)

Зауважимо, що у більшості випадків урахування R_0 вносить лише незначні корективи у цю величину.

Перейдемо безпосередньо до визначення величини втрат на бульбащці. За означенням вони складаються з термічних, в'язких і дифракційних:

$$\frac{R_0}{2M_0} = b = b_{\rm th} + b_{\rm vis} + b_{\rm ac}.$$
 (14)

Проведений у статтях [28,32] аналіз переконливо доводить, що при $\omega \ll \omega_0$ у дисипації на бульбашках з радіусами порядку $(10^{-3}...10^{-4})$ м превалює складова, обумовлена термодинамічними ефектами: $b \approx b_{\rm th}$.

Згідно з лінійною теорією акустичної дисипації на бульбашці [28], загальний вплив термодинамічних процесів на систему можна описати комплексною функцією $\varphi(\omega)$:

$$\varphi = \frac{\kappa F(\Gamma_1 - \Gamma_2) + \lambda_2 \Gamma_2 - \lambda_1 \Gamma_1}{\kappa F(\lambda_1 \Gamma_2 - \lambda_2 \Gamma_1) - \lambda_1 \lambda_2 (\Gamma_1 - \Gamma_2)}, \quad (15)$$

яка визначає величини показника політропи × й коефіцієнта дисипації енергії *B*:

$$\varkappa = 3\gamma \frac{c_g^2}{\omega^2 r_0^2} \mathbf{Re}\,\varphi, \quad B = 3\frac{c_g^2}{\omega^2 r_0^2} \mathbf{Im}\,\varphi. \tag{16}$$

Детальний вивід формули (15) дано у статті [28]. Тут використано такі умовні позначення:

$$\kappa = \frac{\kappa_t}{\kappa_g}; \quad F = 1 + (1+i)\sqrt{\frac{1}{2}G_3};$$

$$\begin{split} \Gamma_{1} &= i + G_{1} + \sqrt{(i - G_{1})^{2} + 4i\frac{G_{1}}{\gamma}};\\ \Gamma_{2} &= i - G_{1} + \sqrt{(i - G_{1})^{2} + 4i\frac{G_{1}}{\gamma}};\\ G_{1} &= \frac{\omega D_{g}}{c_{g}^{2}}; \quad G_{2} = \frac{\omega r_{0}^{2}}{D_{g}}; \quad G_{3} = \frac{\omega r_{0}^{2}}{D_{t}};\\ D_{g} &= \frac{\kappa_{g}}{\rho_{g}C_{Vg}}; \quad D_{t} = \frac{\kappa_{t}}{\rho_{t}C_{Vt}};\\ \lambda_{1,2} &= \beta_{1,2} \operatorname{cth}(\beta_{1,2}) - 1; \end{split}$$

$$\beta_{1,2} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}}G_2 \left[i - G_1 \pm \sqrt{(i - G_1)^2 + \frac{4i}{\gamma}}G_1 \right].$$

З урахуванням тотожністі $\rho_g c_g^2 = \gamma P$, маємо

$$b_{\rm th} = \frac{r_0}{2M_0} = \frac{2\mu_{\rm th}}{\rho_t r_0^2}, \qquad \mu_{\rm th} = \frac{3}{4} \frac{\gamma P}{\omega} B(\omega), \quad (17)$$

звідки

$$R_0 = \frac{3M_0\gamma P}{\rho_t r_0^2} \frac{B(\omega)}{\omega} = 12\pi r_0\gamma P \frac{B(\omega)}{\omega}.$$
 (18)

Тепер, знаючи еквівалентні параметри бульбашки, знайдемо ефективний переріз згасання, яким характеризується дисипація звукової енергії на ній. Відповідно до існуючих рекомендацій [10, 28, 33], його слід обчислювати так:

$$\sigma = 16\pi^2 \rho_t c_t \frac{r_0}{r_0^2 + (\omega M_0 - (1/(\omega C_0))^2}.$$
 (19)

Тут c_t – швидкість звуку в рідині-носії.

Наступний крок полягає у знаходженні "макроскопічного" декременту згасання по тиску чи швидкості для великого ансамблю бульбашок, розподілених в об'ємі рідини з концентрацією N [10, 28,33]:

$$\alpha = \frac{N\sigma}{2}.$$
 (20)

Цю операцію можна вважати певним аналогом просторового осереднення, застосованому для емульсій у попередньому розділі.

3. ВНЕСЕННЯ НЕОБХІДНИХ КОРЕКТИВ. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ І ДИСКУСІЯ

Говорячи про взаємну невідповідність результатів двох, здавалось би достатньо обгрунтованих з фізичної точки зору теорій, варто звернути увагу на особливості застосування резонанснобульбашкового підходу до акустичної моделі паренхіми, розвинутої в роботі [10].

Інтуїтивно розуміючи, що у середовищі з високим ступенем газонасичення приєднана маса для бульбашки має бути нижчою, ніж у суцільній рідині, автори [10] запропонували поділити її величину навпіл:

$$M_{0w} = \frac{1}{2}M_0 = 2\pi\rho_t r_0^3.$$
 (21)

Це автоматично призвело до зростання теоретичної оцінки резонансної частоти:

$$\omega_{0w} = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{6\varkappa P}{\rho_t}}.$$
 (22)

Очевидно, при обчисленні величини R_{0w} висловлювалось припущення про те, що втрати в системі мають бути прив'язані до свого значення на резонансі ω_{0w} . Однак цю операцію було здійснено у не зовсім тривіальний спосіб – безрозмірний співмножник *В* залишився частотно залежним [10]:

$$R_{0w} = \frac{3M_0\gamma P}{\rho_t r_0^2} \frac{B(\omega)}{\omega_{0w}} = 2\pi r_0^2 \gamma B \sqrt{\frac{6P\rho_t}{\varkappa}} \,. \tag{23}$$

Слід зазначити, що у співвідношенні (23) більш логічним виглядало б використання модифікованої величини приєднаної маси M_{0w} , проте ми реконструювали можливий вигляд проміжного виразу для обчислення R_{0w} , виходячи з остаточної формули, наведеної у [10].

На рис. 4 наведені величини декременту згасання звуку в паренхімі, обчислені за запропонованою в [10] методикою при $c_t = 1500 \text{ м/с}$, $P = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $\gamma = 1.4$ (значення інших констант ті ж самі, що й вище). Рівні газонаповнення легень ε варіювались від 0.65 до 0.9. Це приблизно відповідає крайнім точкам видиху й вдиху при максимально глибокому диханні [18]. Розрахунки було проведено для комбінації середовищ вода – повітря при об'ємній концентрації бульбашок $N = 5.3 \cdot 10^{10} \text{ 1/m}^3$. Як і в [10], за опорну величину було взято радіус альвеоли $r_0 = 1.5 \cdot 10^{-4}$ м при $\varepsilon = 0.75$. Для визначення залежності $r_0(\varepsilon)$ використовувалась формула

$$r_0(\varepsilon) = 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt[3]{\frac{\varepsilon}{0.75}}.$$

В. Н. Олійник



Рис. 4. Теоретичні рівні згасання при проходженні через 10 см легеневої паренхіми в залежності від об'ємної частки газу ε в альвеолах (згідно з методикою [10])

За великим рахунком, цей графік лише відтворює результати, одержані в статті [10], однак вони подані в розширеному частотному діапазоні (до 2 кГц замість 600 Гц). Це зроблено для того, щоб проілюструвати два принципові моменти: методика [10] в її оригінальному вигляді не тільки прогнозує дуже високі рівні згасання звуку при екстремальній чутливості системи навіть до незначної зміни радіусу бульбашок-альвеол, але й якісно спотворює частотну залежність декременту згасання (пор., наприклад, з рис. 3). Аналіз, проведений у дисертаційній роботі [34], показує, що використана у 10 модель Просперетті 28 має ширшу область застосування, ніж теорії [30-32], побудовані без урахування нероднорідності радіального розподілу полів тиску й температури в бульбащці. Тим не менше, у всьому досліджуваному діапазоні рис. 4 не демонструє релаксації декременту згасання, незалежно від величини ε . Поза сумнівом, причиною цього стала заміна у співвідношенні (23) множника $1/\omega$ на резонансну константу $1/\omega_{0w}$. Дійсно, при використанні виразу типу (18) зі збереженням істинної залежності від частоти характер частотної залежності носить релаксаційний характер, проте розрахований за формулами (19), (20) рівень акустичної дисипації виявляється просто неймовірно високим.

Для того, щоб зрозуміти суть проблеми, згадаємо, що насправді навіть при невеликій концентрації бульбашок, розподілених у певному об'ємі рідини, акустичні характеристики дисперсної суміші будуть істотно відрізнятись від характеристик чистої рідини [35]. Зокрема, це стосується макро-



Рис. 5. Величини декременту згасання звуку, обчислені на основі двох підходів: неперервні – теорія термічної дисипації в емульсіях; штрихові – модифікована теорія резонансного розсіювання на бульбашках



Рис. 6. Порівняння теоретичного значення декременту згасання в легенях з експериментальними даними [36]

скопічних густини і об'ємної стисливості:

$$\rho \approx (1 - \varepsilon)\rho_t, \qquad K \approx \varepsilon \frac{1}{\varkappa P}.$$
(24)

Як і для резонансної частоти бульбашки, інерційність середовища визначається рідинною компонентою, а стисливість – газовою. Знаючи осереднені густину і стисливість, знайдемо ефективну швидкість поширення звуку:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho K}} \approx \frac{1}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}} \sqrt{\frac{\varkappa P}{\rho_t}} \,. \tag{25}$$

Саме у такому новому середовищі насправді пуль-

сує повітряна бульбашка. Тому її еквівалентні параметри й площу перерізу згасання слід визначати, використовуючи макроскопічні параметри, задані співвідношеннями (24), (25):

i

$$M_{0c} = 4\pi\rho r_0^3 \approx 4\pi (1-\varepsilon)\rho_t r_0^3,$$
 (26)

$$R_{0c} = \frac{3M_{0c}\gamma P}{\rho_t r_0^2} \frac{B(\omega)}{\omega} = 12\pi (1-\varepsilon)r_0\gamma P \frac{B(\omega)}{\omega}, \quad (27)$$

$$\sigma_c = 16\pi^2 \rho c \frac{R_{0c}}{R_{0c}^2 + (\omega M_{0c} - (1/(\omega C_{0c}))^2)} =$$

$$= 16\pi^2 \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} \varkappa P \rho_t \times \qquad (28)$$

$$\times \frac{R_{0c}}{R_{0c}^2 + (\omega M_{0c} - (1/(\omega C_{0c}))^2)}.$$

На рис. 5 порівнюються значення декременту згасання звуку, обчислені на основі теорії термічної дисипації в емульсіях і теорії резонансного розсіювання на бульбашках, модифікованої на основі формул (26) – (28). Як видно з графіка, у широкому діапазоні частот і ступенів газонаповнення спостерігається добре узгодження одержаних результатів. Це свідчить про фізичну обгрунтованість наведених вище міркувань і служить додатковим доказом достовірності даних, розрахованих на основі теорії термічної дисипації в емульсіях [31].

Насамкінець слід провести порівняння теоретичних результатів з експериментальними. Для цього звернемось до рис. 6, на якому маркерами представлені дані, отримані у [36, Fig. 6] для легень з пониженим вмістом альвеолярного повітря. Для того, щоб підготувати такий дослідний матеріал, препарат легень плоду вівці заповнювали водою, а потім за спеціальною методикою нагнітали у нього повітря, щоб у кожній з альвеол утворились ізольовані мікроскопічні пухирці повітря. Таким чином, досліджуваний об'єкт з фізичної точки зору дійсно можна вважати досить близьким до газорідинної дисперсної суміші.

Неперервна крива на рис. 6 відповідає акустичній дисипації, знайденій за формулою (9) при $\varepsilon = 0.65$. Очевидно, що прогнозований рівень згасання звуку має один порядок зі знайденими в експерименті. Більш того, при збільшенні газонаповнення досить виразно проявляється релаксаційний характер частотної залежності. Однак теоретичне значення акустичної дисипації, а також її варіація при зміні ε виявились відчутно нижчими за виміряні. Це може свідчити про вплив не врахованих нами фізичних механізмів поглинання, відмінних від термічного. На це, зокрема, вказує й знайдена

у [36] суттєва частотна залежність швидкості звуку, яка не прогнозується теоретичними підходами, розглянутими у цій статті.

висновки

Проведено порівняльний аналіз двох моделей формування термічного згасання звуку в легеневій паренхімі – на базі акустичної теорії Ісаковича для емульсій, а також теорії резонансного розсіювання звуку на ансамблі бульбашок у рідині.

Встановлено, що причини кількісних і якісних розбіжностей між результатами, одержаними з використанням цих підходів, полягають у тому, що:

- при виведенні виразу для термічної дисипації звуку на бульбашці у статті [10] одному з частотно залежних співмножників було помилково присвоєно його значення на резонансній частоті;
- при обчисленні площі ефективного перерізу згасання вважалося, що кожна індивідуальна бульбашка оточена чистою рідиною, а не газо-рідинною сумішшю з суттєво іншим хвильовим опором.

Після введення відповідних поправок спостерігалось цілком задовільне узгодження між двома розглянутими теоріями. Таким чином, підтверджено можливість застосування підходу Ісаковича для адекватного опису акустичних властивостей газонаповнених дисперсних сумішей.

Порівняння одержаних теоретичних результатів з наявними експериментальними даними про ослаблення звуку, який пройшов через легені, показує, що термічне згасання за рахунок локального теплообміну на стінках альвеол – важливий, але не єдиний механізм акустичної дисипації в такому середовищі.

- 1. Gavriely N. Breath sounds methodology.– London/Tokyo: CRC Press, 1995.– 203 p.
- Pasterkamp H., Kraman S. S., Wodicka G. R. Respiratory sounds. Advances beyond the stetoscope // J. Respir. Crit. Care Med.- 1997.- 156.- P. 974-987.
- Грінченко В. Т., Глебова Л. П., Майданник В. Г., Макаренков А. П., Рудницький О. Г. Комп'ютерні методи обробки аускультативних даних // Педіатрія, акушерство та гінекологія.– 1998.– № 5.– С. 29–33.
- 4. Вовк И. В., Дахнов С. Л., Крижановский В. В., Олийнык В. Н. Возможности и перспективы диагностики легочных патологий с помощью компьютерной регистрации и обработки шумов дыхания // Акуст. вісн.– 1998.– 1, № 2.– С. 21–33.

- 5. Макаренкова А. А. Исследование и объективизация дополнительных звуков дыхания у больных хронической обструктивной болезнью легких // Акуст. вісн.– 2010.– **13**, № 3.– С. 31–41.
- 6. Емчинская Е. А., Косовец Л. И., Макаренкова А. А. Объективизация дополнительных звуков дыхания у детей с бронхолегочными заболеваниями // Акуст. вісн.– 2010.– **13**, № 4.– С. 23–33.
- 7. Немеровский Л. И. О распространении звуковых колебаний по звукопроводам легких // Акуст. ж.– 1976.– **22**, № 3.– С. 416–421.
- Fredberg J. J., Moore J. A. The distributed response of complex branching duct networks // J. Acoust. Soc. Amer. – 1978. – 63, № 3. – P. 954–961.
- Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol. – 1983. – 54, № 1. – P. 304–308.
- Wodicka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravalho E. G., Shannon D. C. A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Eng.– 1989.– 36, № 9.– P. 925–933.
- 11. Suki B., Habib R. H., Jackson A. C. Wave propagation, input impedance, and wall mechanics of the calf trachea from 16 to 1600 Hz // J. Appl. Physiol.–1993.–75, N° 6.– P. 2755–2766.
- Вовк И. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н. Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // Акуст. ж.– 1995.– 41, № 5.– С. 758–768.
- Вовк И. В., Вовк О. И. Распространение звука в бронхиальном дереве. Часть І. Теория // Акуст. вісн.– 2000.– 3, № 2.– С. 19–31.
- 14. Басовский В. Г., Вовк И. В., Вовк О. И. Распространение звука в бронхиальном дереве. Часть II. Анализ численных результатов // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, № 4.– С. 11–20.
- Вовк И. В., Косовец Л. И., Мацыпура В. Т., Олийнык В. Н. Моделирование процесса распространения звука в грудной клетке человека. Часть 1. Теория // Акуст. вісн.– 2011.– 14, № 2.– С. 16–25.
- 16. Вовк И. В., Косовец Л. И., Мацыпура В. Т., Олийнык В. Н. Моделирование процесса распространения звука в грудной клетке человека. Часть 2. Анализ акустических свойств в норме // Акуст. вісн.– 2011.– 14, № 3.– С. 3–11.
- 17. Дьяченко А. И., Любимов Г. А. Распространение звука в легочной паренхиме // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1988.– № 5.– С. 3–14.
- 18. Олийнык В. Н. О механизмах формирования акустических свойств легочной паренхимы // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 3.– С. 53–66.
- Вейбель Э. Р. Морфометрия легких человека. М.: Медицина, 1970. – 176 с.
- Horsfield K., Cumming G. Morphology of the bronchial tree in man // J. Appl. Physiol.– 1968.– 24, № 3.– P. 457–461.
- Habib R. H., Chalker R. B., Suki B., Jackson A. C. Airway geometry and wall mechanical properties estimated from subglottal input impedance in humans // J. Appl. Physiol.– 1994.– 77, № 1.– P. 441–451.
- Ochs M., Nyengaard J. R., Jung A., Knudsen L., Voigt M., Wahlers T., Richter J., Gundersen H. J. G. The number of alveoli in the human lung // Amer. J. Respir. Crit. Care Med.- 2004.- 169.- P. 120-124.
- Kraman S. S. Speed of low-frequency sound through lungs of normal men // J. Appl. Physiol.– 1983.– 55, № 6.– P. 1862–1867.

- 24. Yen R.T., Fung Y. C., Ho H. H., Butterman G. Speed of stress wave propagation in lung // J. Appl. Physiol.- 1986.-61, N° 2.- P. 701-705.
- Mahagnah M., Gavriely N. Gas density does not affect pulmonary acoustic transmission in normal men // J. Appl. Physiol.– 1995.– 78, № 3.– P. 928– 937.
- Leung A., Sehati S., Young J. D., McLeod C. Sound transmission between 50 and 600 Hz in excised pig lungs filled with air and helium // J. Appl. Physiol.– 2000.– 89, № 6.– P. 2472–2482.
- 27. Paciej R., Vyshedskiy A., Shane J., Murphy R. Transpulmonary speed of sound input into the supraclavicular space // J. Appl. Physiol.– 2003.– 94, № 2.– P. 604–611.
- 28. Prosperetti A. Thermal effects and damping mechanisms in the forced radial oscillations of gas bubbles in liquids // J. Acoust. Soc. Amer.– 1979.– **61**, Nº 1.– P. 17–27.
- 29. Олійник В. Н. Термічні дисперсія й дисипація звуку в концентрованих дисперсних рідких та газорідинних середовищах // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 4.– С. 51–63.

- Олійник В. Н. Про низькочастотну асимптотику швидкості звуку в концентрованій дисперсній суміші // Акуст. вісн.– 2006.– 9, № 4.– С. 43–49.
- Исакович М. А. О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ.– 1948.– 18, вып. 10.– С. 905–912.
- Devin C. jr. Survey of thermal, radiation, and viscous damping of pulsating air bubbles in water // J. Acoust. Soc. Amer.– 1959.– 31, № 12.– P. 1654– 1667.
- Kinsler L. E., Frey A. R., Coppens A. B., Sanders J. V. Fundamentals of acoustics.– New York: John Wiley & Sons, 2000.– 548 p.
- 34. Zhang Y. Analysis of radial oscillations of gas bubbles in Newtonian or viscoelastic mediums under acoustic excitation / A Ph. D. Thesis.– Warwick, UK: The University of Warwick, 2012.– 156 p.
- Anderson A. L., Hampton L. D. Acoustics of gasbearing sediments I. Background // J. Acoust. Soc. Amer.- 1980.- 67, № 6.- P. 1865–1889.
- 36. Berger P. J., Skuza E. M., Ramsden C. A., Wilkinson M. H. Velocity and attenuation of sound in the isolated fetal lung as it is expanded with air // J. Appl. Physiol.- 2005.- 98, N 6.- P. 2235-2241.