

УДК 519.25+534.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АВТОРЕГРЕССИОННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СПЕКТРОВ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ДЛЯ НЕИНВАЗИВНОГО ВЫЯВЛЕНИЯ АРТЕФАКТОВ В ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕКТАХ

В. В. КРИЖАНОВСКИЙ*,
В. В. КРИЖАНОВСКИЙ (мл.)

Институт гидромеханики НАН Украины
ул. Желябова, 8/4, 03680, ГСП, Киев-180, Украина

*E-mail: v_krizh@ukr.net

Получено 19.10.2011

Рассмотрена эффективность алгоритмов оценки угловых спектров акустических сигналов в малоразмерных объектах. Учтено, что из-за ограниченности волновых размеров для этого следует использовать малоразмерные антенны, структура которых обеспечивала бы возможность применения простых и эффективных вычислительных процедур. Предложены алгоритмы оценки угловых спектров с помощью линейной дискретной эквидистантной антенны. При этом основное внимание уделено двухэлементной антенне и авторегрессионному (АР) алгоритму. На основе выполненных модельных исследований показана более высокая эффективность АР-оценки в сравнении с традиционной процедурой. Выявлены особенности структуры угловых спектров сигналов протяженных и сосредоточенных источников. Показано как изменяется структура угловых спектров при вариациях скорости звука в среде распространения, а также при появлении слоя акустической неоднородности. Рассмотрена эффективность использования АР-процедуры для пространственного разрешения сосредоточенных источников сигналов. Представленные результаты экспериментального определения угловых спектров голосовых сигналов и возникающих при дыхании хрипов подтверждают эффективность использования АР-оценки для выявления и локализации таких источников.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: скорость звука, паренхима легких, протяженные и сосредоточенные акустические источники, авторегрессионное оценивание, угловой спектр

Розглянуто ефективність алгоритмів оцінки кутових спектрів акустичних сигналів у малорозмірних об'єктах. Враховано, що через обмеженість хвильових розмірів для цього слід використовувати малорозмірні антени, структура яких забезпечувала б можливість застосування простих і ефективних обчислювальних процедур. Запропоновано алгоритми оцінки кутових спектрів за допомогою лінійної дискретної еквідистантної антени. При цьому основну увагу приділено двоелементній антені й авторегресійному (АР) алгоритму. На основі виконаних модельних досліджень показана більш висока ефективність АР-оцінювання у порівнянні з традиційною процедурою. Виявлено особливості структури кутових спектрів сигналів протяжених і зосереджених джерел. Показано як змінюється структура кутових спектрів при варіаціях швидкості звуку в середовищі поширення, а також при появі шару акустичної неоднорідності. Розглянуто ефективність використання АР-процедури для просторового розділення зосереджених джерел сигналів. Представлені результати експериментального визначення кутових спектрів голосових сигналів і хрипів, що виникають при диханні, підтверджують ефективність використання АР-оцінювання для виявлення й локалізації таких джерел.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: швидкість звуку, паренхіма легенів, протяжні й зосереджені акустичні джерела, авторегресійне оцінювання, кутовий спектр

The paper deals with discussing of the efficiency of algorithms for estimation of the angular spectra of acoustic signals in small-sized objects. It is considered that due to the limited wave size, they should use for this purpose the small-sized antennas with a structure providing the possibility of using of simple and efficient computational procedures. The algorithms for estimation of the angular spectra by means of the linear discrete equidistant antenna are proposed. The main attention is paid to the two-element antenna and autoregressive (AR) algorithm. On the base of the model studies, the higher efficiency of AR estimation in comparison with the traditional procedure is shown. The structural features of the angular spectra of the signals from extended and lumped sources are distinguished. Changes of the structure of angular spectra are shown for the cases of variation of the sound speed in propagation medium and appearance of the layer of acoustic heterogeneity. The efficiency of use of AR estimation for spatial resolution of point signal sources is considered. The presented experimental results of determining of the angular spectra of the voice signals and respiratory wheezing confirm the efficiency of AR estimation for identifying and localization of such sources.

KEY WORDS: sound speed, the lung parenchyma, extended and point sources, autoregressive estimation, angular spectrum

ВВЕДЕНИЕ

Разработка эффективных процедур неинвазивного выявления артефактов в биологических объектах на протяжении ряда лет остается актуальной задачей выявления патологий. Одно из важных направлений приложения достижений в этой области – диагностика заболеваний легких. Как известно, патологии респираторной системы человека проявляются в двух формах: первая из них связана с артефактами легочных тканей, а вторая – с появлением источников дополнительных звуков дыхания. Многолетняя врачебная практика показала, что эффективным средством неинвазивного выявления указанных патологий служит анализ акустических сигналов, регистрируемых на поверхности грудной клетки. Использование современных компьютерных технологий позволяет существенно повысить его эффективность и расширить диагностические возможности. В предыдущих наших публикациях [1, 2] рассмотрены алгоритмы выявления аномальных источников сигналов дыхания и патологий тканей легких, основанные на анализе спектральной плотности мощности (СПМ) звуковых сигналов, регистрируемых одиночными приемниками на поверхности грудной клетки.

В этом исследовании рассматриваются алгоритмы выявления артефактов респираторного тракта по результатам совместной обработки сигналов, регистрируемых несколькими пространственно разнесенными приемниками. Основной информативной характеристикой при этом становится взаимная спектральная плотность мощности (ВСПМ) сигналов, на основе которой формируются оценки угловых спектров мощности. Следует подчеркнуть, что структура этих спектров содержит важную информацию об источниках звуков дыхания и патологиях тканей легких. Ниже будет показано как данные об угловых спектрах мощности могут быть использованы для неинвазивного обнаружения и локализации источников патологических сигналов, а также пораженных участков тканей.

1. АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СПЕКТРОВ СИГНАЛОВ

При выборе алгоритмов оценивания угловых спектров сигналов в респираторной системе человека необходимо учитывать следующие требования.

1. В связи с малостью волновых размеров грудной клетки и пространственной неоднород-

ностью распространяющегося в ней поля акустических сигналов регистрацию следует проводить с использованием малоразмерных антенн, в которых приемники расположены на межэлементных расстояниях, не превышающих половины длины волны на верхней частоте информативного диапазона [3].

2. Структура антенны должна обеспечивать возможность использования простых и эффективных вычислительных процедур, в частности, быстрого преобразования Фурье.
3. Из-за технологических проблем, возникающих при креплении датчиков сигналов к поверхности грудной клетки, антенна должна иметь небольшое количество приемных элементов.

В связи с этим рассмотрим алгоритмы оценки угловых спектров на базе использования линейных дискретных эквидистантных антенн. При этом основное внимание будет уделено двухэлементным антеннам. В качестве базовых выберем два алгоритма, которые удовлетворяют изложенным выше требованиям.

Первый алгоритм, который будем называть традиционным, основан на оценке матрицы ВСПМ сигналов на приемниках дискретной линейной антенны и последующем вычислении угловой СПМ с помощью одномерного быстрого преобразования Фурье по номерам приемников. В этом случае алгоритм оценивания может быть представлен следующей последовательностью процедур:

- вычисление периодограммных спектров по L секциям сигнала, состоящим из N отсчетов для каждого из M приемников:

$$x_l(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} x_l(n, m) \exp\left(-j2\pi \frac{kn}{N}\right), \quad (1)$$

$$k = \overline{0, N/2-1}, \quad m = \overline{0, M-1}, \quad l = \overline{1, L},$$

где $x_l(n, m)$ – дискретная выборка l -ой секции входного сигнала в m -той точке приема;

- оценка матрицы ВСПМ $\mathbf{K}(k)$:

$$\mathbf{K}(k) = 1/L \sum_{l=1}^L \mathbf{X}_l(k) \mathbf{X}_l^+(k), \quad (2)$$

$$k = \overline{0, N/2-1},$$

где $\mathbf{X}_l(k)$ – вектор периодограммной оценки k -го спектрального отсчета l -ой секции сигнала размерности M ;

- вычисление угловой СПМ $F(k, p)$:

$$F(k, p) = \frac{1}{M} \sum_{\Delta m=0}^{M-1} K(k, \Delta m) \times \exp\left(-j2\pi p \frac{\Delta m}{M}\right), \quad (3)$$

$$k = \overline{0, N/2-1}, \quad p = \overline{0, M/2-1},$$

где $K(k, \Delta m)$ – элементы матрицы ВСПМ сигналов между приемниками с разницей номеров Δm для k -ой частоты;

- приведение угловой СПМ к форме, зависящей от угла Ψ , определяющего направления относительно траверса линейной антенны в центре ее базы:

$$\widehat{F}(k, \Psi_{kp}) = F(k, p), \quad (4)$$

$$k = \overline{0, N/2-1}, \quad p = \overline{0, M/2-1},$$

где $\Psi_{kp} = \arcsin(Np\lambda_d/(Mk\Delta z))$, $\lambda_d = C/f_d$ – длина волны на частоте дискретизации f_d при скорости распространения звука C , Δz – межэлементное расстояние в антенне.

Второй алгоритм основан на использовании авторегрессионной (АР) модели поля сигнала, регистрируемого в точках приема. Согласно [3], двумерная авторегрессионная последовательность $x_l(n, m)$ для l -ой секции сигнала может быть представлена как

$$x_l(n, m) = - \sum_i \sum_j a_l(i, j) x_l(n-i, m-j) + u_l(n, m), \quad (5)$$

где $a_l(i, j)$ – коэффициенты двумерного линейного инвариантного к сдвигу фильтра, возбуждаемого двумерной последовательностью белого шума $u_l(n, m)$. Выполнив преобразование Фурье по номерам отсчетов по времени n для левой и правой частей этого соотношения, перейдем к периодограммам входного $U_l(k, m)$ и выходного $X_l(k, m)$ процессов. Тогда АР-последовательность (5) примет вид

$$X_l(k, m) = - \sum_j A(k, j) X_l(k, m-j) + U_l(k, m). \quad (6)$$

Умножив левую и правую части этого уравнения на сдвинутую по пространственной координате комплексно-сопряженную периодограмму

$X_l^*(k, m-s)$, выполним усреднение по L секциям сигнала. Это дает систему уравнений Юла–Уолкера [4] для оценки коэффициентов $A(k, j)$ чисто полюсного фильтра с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтра), а также уровня СПМ P_u , действующего на входе фильтра белого шума:

$$\sum_{j=0}^{M-1} A(k, j) K_{xx}(k, s-j) = \begin{cases} P_u & \text{при } s=0 \\ 0 & \text{при } s \neq 0, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$K_{xx}(k, s) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L X_l(k, m) X_l^*(k, m-s), \quad (8)$$

$$k = \overline{0, N/2-1}, \quad m = \overline{0, M-1}.$$

В итоге оценка углового спектра для заданной АР-модели может быть представлена в форме

$$F(k, p) = \frac{P_u}{\left(1 + \sum_{m=1}^{M-1} A(k, m) \exp\left(-j2\pi \frac{pm}{M}\right)\right)^2}, \quad (9)$$

$$k = \overline{0, N/2-1}, \quad p = \overline{0, M/2-1}.$$

Заметим, что спектры реальных акустических сигналов зачастую ограничены некоторой конечной полосой частот. Поэтому для повышения эффективности алгоритмов оценивания в условиях действия помех целесообразно проводить дополнительное усреднение оценок угловых спектров в информативной частотной полосе, занимаемой этими сигналами. Кроме этого, для снижения влияния неоднородности поля по пространственным координатам матрицы ВСПМ следует нормировать на уровни СПМ в соответствующих точках приема.

2. МОДЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СПЕКТРОВ В МАЛОРАЗМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ОБЪЕКТАХ

Исследуем эффективность представленных процедур оценивания угловых спектров для выявления патологий респираторной системы человека. При проведении численного анализа будем использовать упрощенные модели респираторного тракта, которые позволяют получить полное аналитическое описание акустического поля сигнала, регистрируемого на поверхности грудной клетки.

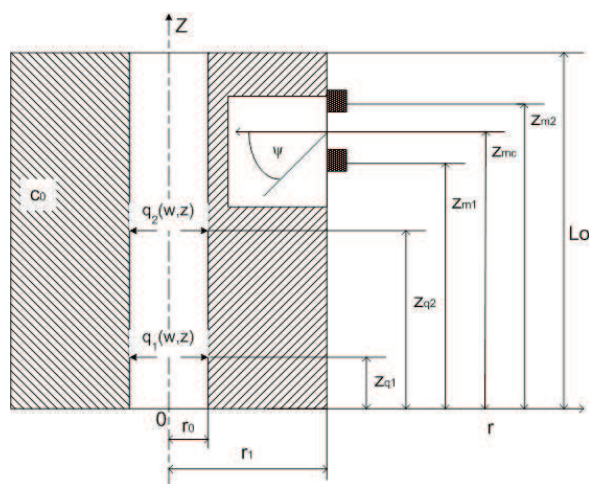


Рис. 1. Модель конечной цилиндрической трубы

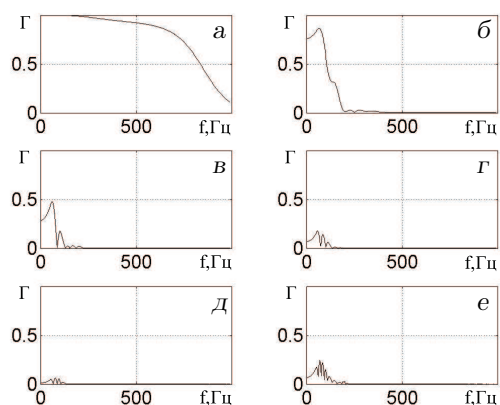


Рис. 2. Частотные зависимости функций когерентности сигнала протяженного источника в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_o = 23$ м/с в полосе (382...632) Гц при использовании двухэлементных антенн с разными дистанциями между приемниками:
 а - $\Delta z = 0.01$ м, б - $\Delta z = 0.1$ м, в - $\Delta z = 0.2$ м,
 г - $\Delta z = 0.3$ м, д - $\Delta z = 0.4$ м, е - $\Delta z = 0.5$ м

Для начала рассмотрим задачу выявления артефактов в форме источников патологических сигналов. Для этого респираторную систему будем моделировать конечной однородной цилиндрической трубой (рис. 1), структура поля сигнала в которой была детально рассмотрена в работе [5].

Определим основные параметры рассматриваемой задачи. Пусть длина трубы составляет $L_o = 0.6$ м, а внутренний и наружный радиусы – $r_0 = 0.0085$ м и $r_1 = 0.15$ м соответственно. Положим, что один из торцов трубы является акустически мягким, а второй – акустически жестким.

Как известно, волновые размеры объекта зависят от скорости распространения звука. Поэтому для оценки влияния этого фактора рассмотрим три значения скорости звука в стенке однородной трубы – $C_o = 23, 45$ или 70 м/с. Заметим, что они согласуются с данными о возможных границах изменения скорости звука в паренхиме легких [6]. Плотность стенки трубы примем $\rho = 250$ кг/м³. Затухание учтем, введя комплексную добавку к скорости звука – $C = C_o(1 + j\nu)$, $\nu = 0.2$. Оценки проведем для практически интересного интервала частот от 50 до 1000 Гц. При этом будем полагать, что акустические сигналы формируются распределенными на внутренней стенке трубы некоррелированными случайными источниками с равномерным в заданной полосе частот СПМ.

Исследуем зависимость структуры угловых спектров от степени локализации источника сигналов. Для этого выберем два характерных случая его протяженности. Сначала будем полагать, что источник простирается вдоль всей стенки трубы. Тогда границы области его действия вдоль оси определяются координатами $Z_{q1} = 0$ м и $Z_{q2} = L_o = 0.6$ м. Далее рассмотрим “точечный” источник сигнала, локализованный на расстоянии $Z_{q1} = Z_{q2} = Z_o$ от акустически мягкого торца трубы.

Эффективность оценивания угловых спектров существенно зависит от используемой антенны. Как уже отмечалось, для малоразмерных объектов использование многоэлементных антенн нецелесообразно. Поэтому далее будем рассматривать наиболее простой с точки зрения практической реализации случай, когда для приема сигнала используется двухэлементная антенна.

Так как структура углового спектра зависит от пространственной когерентности сигналов на приемниках антенны, целесообразно начать с анализа именно этой характеристики. Следует заметить, что когерентность принимаемых сигналов напрямую связана с когерентностью их источников. В этой работе будем рассматривать наиболее характерный для дыхательных звуков случай отсутствия пространственной когерентности источников сигналов [7]. Следует также иметь в виду, что на когерентность влияет уровень помехи. Поэтому будем учитывать аддитивную добавку белого шума на приемниках, удовлетворяющую типичному для практики соотношению максимальных уровней СПМ сигнала и помехи, равному 50 дБ.

Анализ начнем со случая воздействия на приемники протяженного некогерентного источника. Предположим, что двухэлементная антенна расположена на наружной боковой поверхности тру-

бы вдоль ее образующей. Рассмотрим зависимость пространственной когерентности сигналов от расстояния между приемниками антенны. При этом будем полагать, что один из них занимает фиксированное положение в точке $Z_{m1}=0.05$ м относительно акустически мягкого торца трубы, а второй может смещаться вдоль ее образующей и его координата определяется значением Z_{m2} . Структуру выражения для функции когерентности представим в виде

$$\Gamma(f_k, Z_{m1}, Z_{m2}) = \frac{|K(k, m_1, m_2)|^2}{K(k, m_1, m_1)K(k, m_2, m_2)}. \quad (10)$$

На рис. 2 приведены частотные зависимости функции пространственной когерентности сигналов, распространяющихся в стенке трубы со скоростью звука $C_o = 23$ м/с для следующих значений дистанции между точками приема: $\Delta z = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ м.

Для некогерентных источников существенная когерентность наблюдается только при межэлементных расстояниях, не превышающих длины волны в информативной области частот. Заметим, что аналогичные оценки масштаба когерентности получены в работе [8] для сигналов некогерентных источников, расположенных на плоскости в условиях однородного полупространства. Отметим также наблюдаемое на высоких частотах снижение уровня когерентности вследствие затухания сигналов.

Рассмотрим теперь влияние указанных факторов на структуру углового спектра сигнала протяженного источника. На рис. 3 представлены графики угловой СПМ, вычисленные с помощью традиционного и AP-алгоритмов в диапазоне частот от 382 до 632 Гц. По осям абсцисс отложены углы Ψ , отсчитываемые относительно траверса антенны. На осях ординат указаны нормированные к максимуму уровни угловой СПМ $\hat{F}(k, \Psi)$ в логарифмическом масштабе. Штриховые линии соответствуют традиционному алгоритму (3), а сплошные – AP-оцениванию (9).

Как видно, при межэлементном расстоянии, не превышающем длины волны, когда сигналы на приемниках когерентны, наблюдается выраженный максимум углового спектра в траверсном направлении антенны. При этом угловая избирательность AP-алгоритма существенно выше, чем у традиционного. В случаях, когда расстояние между приемниками превышает длину волны и сигналы на них некогерентны, угловой спектр становится равномерным по углу и практически не зависит от алгоритма оценивания.

Следует отметить, что на практике расстояние

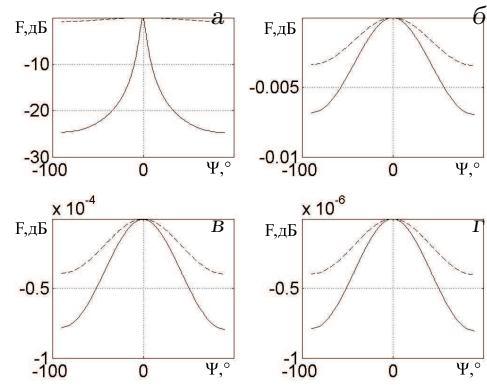


Рис. 3. Оценки угловой СПМ сигнала протяженного источника в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с в полосе (382...632) Гц при использовании двухэлементной антенны с фиксированным в точке $Z_{m1} = 0.05$ м первым приемником:

а – $Z_{m2} = 0.06$ м, б – $Z_{m2} = 0.18$ м,
в – $Z_{m2} = 0.3$ м, г – $Z_{m2} = 0.42$ м;

штриховая – традиционный алгоритм,
сплошная – AP-алгоритм

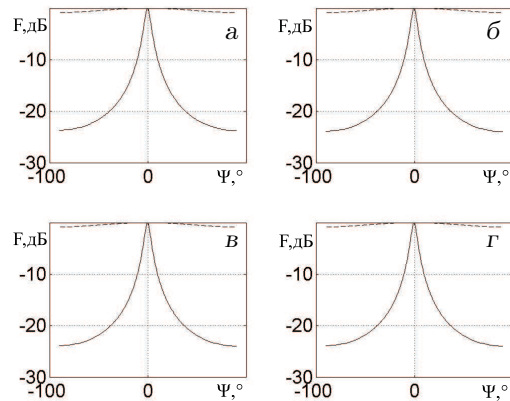


Рис. 4. Оценки угловой СПМ сигнала протяженного источника в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с в полосе (382...632) Гц при использовании двухэлементной антенны с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м:

а – $Z_{mc} = 0.055$ м, б – $Z_{mc} = 0.175$ м,
в – $Z_{mc} = 0.295$ м, г – $Z_{mc} = 0.415$ м;

штриховая – традиционный алгоритм,
сплошная – AP-алгоритм

между приемниками в антенне выбирают равным половине длины волны на верхней частоте исследуемого диапазона частот. Поэтому представляет интерес сравнение угловых спектров протяженного и сосредоточенного источников сигналов именно для такого расположения приемников.

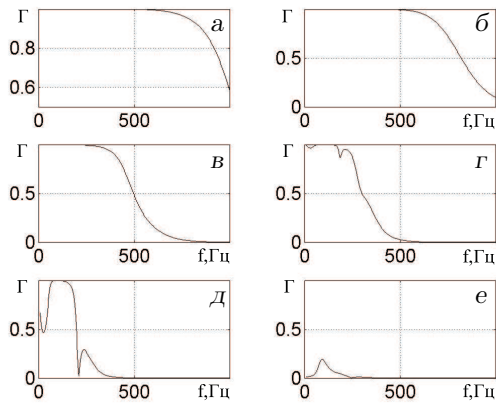


Рис. 5. Частотные зависимости функций когерентности сигнала сосредоточенного источника в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_o = 23$ м/с в полосе (382...632) Гц при использовании двухэлементных антенн с разными дистанциями между приемниками:

а - $\Delta z = 0.01$ м, б - $\Delta z = 0.1$ м, в - $\Delta z = 0.2$ м,
 г - $\Delta z = 0.3$ м, д - $\Delta z = 0.4$ м, е - $\Delta z = 0.5$ м

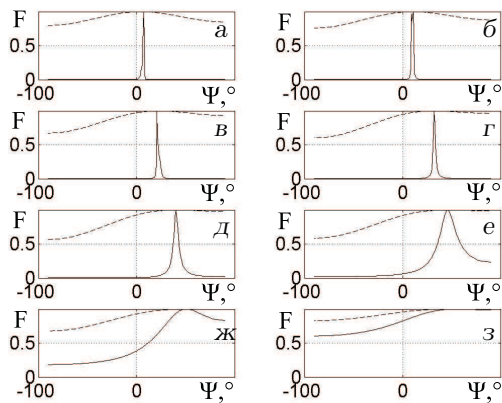


Рис. 6. Оценки угловой СПМ сигнала протяженного источника в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с в полосе (382...632) Гц при использовании двухэлементной антенны с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м:

а - $Z_{mc} = 0.055$ м, б - $Z_{mc} = 0.085$ м,
 в - $Z_{mc} = 0.115$ м, г - $Z_{mc} = 0.145$ м,
 д - $Z_{mc} = 0.175$ м, е - $Z_{mc} = 0.205$ м,
 ж - $Z_{mc} = 0.235$ м, з - $Z_{mc} = 0.265$ м;
 штриховая - традиционный алгоритм,
 сплошная - AP-алгоритм

На рис. 4 приведены графики угловых спектров, полученные для антенны с межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м при различных положениях центра базы антенны Z_{mc} , смещаемой вдоль образующей трубы. Видно, что для всех значе-

ний Z_{mc} максимумы угловых спектров расположены в траверсном направлении. При этом для AP-алгоритма оценивания максимумы хорошо локализованы, а их структура практически не зависит от положения антенны.

Перейдем к рассмотрению структуры угловых спектров сосредоточенного источника. Исследуем характерный для практики случай, когда источник расположен на расстоянии $Z_o = 0.05$ м от акустически мягкого торца трубы. Для начала оценим когерентность сигналов от него, принятых приемниками антенны. На рис. 5 представлены частотные зависимости функции пространственной когерентности поля сигнала рассматриваемого источника для следующих значений дистанции между точками приема: $\Delta z = 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ м.

Для сосредоточенного источника сигнала функция когерентности сохраняет высокий уровень практически на всех заданных дистанций между приемниками. Анализ показывает, что основным ограничивающим фактором уровня когерентности в данном случае оказывается величина отношения сигнал/помеха на приемниках в информативной области частот.

Рассмотрим, как влияет высокая когерентность сигналов сосредоточенного источника на структуру их углового спектра. На рис. 6 приведены графики угловых спектров для антенны с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м (диапазон частот тот же, что и для протяженного источника).

Анализ показывает, что, в отличие от случая протяженного источника, положение наблюдаемого максимума теперь зависит от взаимного расположения сосредоточенного источника и антенны. Указанный максимум смещается при смещении антенны и его ориентация соответствует геометрическому направлению из центра базы антенны на источник сигнала. В целом заметна более высокая угловая избирательность AP-алгоритма по сравнению с традиционным. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только оценки угловых спектров, полученные на основе AP-алгоритма.

Рис. 7 позволяет сравнить траекторию оценок направлений Ψ_{max} максимумов угловых спектров, вычисленную с помощью алгоритма AP-оценивания (штриховая), и траекторию направлений на источник сигнала из центра базы антенны, полученную из геометрической схемы их расстановки (сплошная). По оси абсцисс отложены координаты центра базы антенны Z_{mc} , а по оси ординат – углы Ψ , отсчитываемые относительно траверса в центре базы антенны. Из сравнения графи-

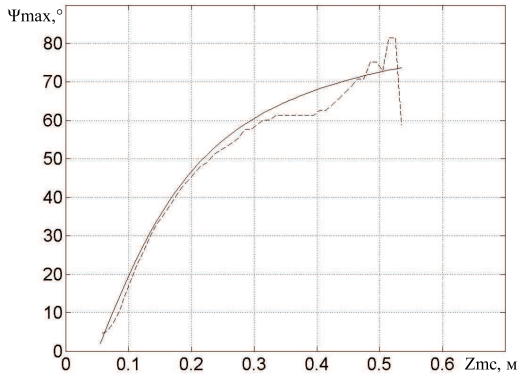


Рис. 7. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов Ψ_{\max} угловых спектров сигнала сосредоточенного источника (штриховая) с траекторией геометрических направлений из центра базы антенны на источник (сплошная) для однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с

ков видно, что АР-оценивание дает близкие к геометрической схеме результаты вплоть до дистанции $Z_{mc} = 0.3$ м, соответствующей отклонению от траверса линейной антенны на величину порядка 60° .

Более полное представление о структуре углового спектра может быть получено на основе анализа рельефа АР-оценки угловой СПМ, приведенного на рис. 8. Здесь по оси абсцисс отложены координаты центра базы антенны Z_{mc} , а по оси ординат – направления q , отсчитываемые относительно траверса антенны. Заметим, что номера физических направлений $q = -Q, Q$ связаны с углами Ψ соотношением $\Psi_q = \arcsin(q/Q)$, где $Q = 90$. Уровни угловой СПМ закодированы в соответствии с приведенной справа шкалой.

Как видно из графика, трек максимумов, характеризующий пространственное положение источника сигналов, хорошо согласуется с результатами рис. 7 при $Z_{mc} < 0.2$ м. При увеличении дистанции между источником и антенной до $Z_{mc} = 0.3$ м трек максимумов углового спектра становится менее выраженным. Это связано с расширением максимума угловой СПМ при отклонении от траверсного направления на угол более 45° (см. также рис. 6). Наконец, на дистанциях $Z_{mc} > 0.3$ м рельеф угловой СПМ принимает однородную окраску, которая определяется уровнем фона, создаваемого преобладающей помехой.

Связь этого эффекта с существенным затуханием сигнала на значительных дистанциях подтверждается анализом рис. 9, на котором представле-

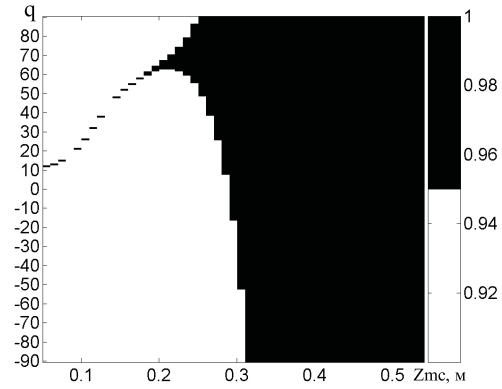


Рис. 8. Рельеф угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника для алгоритма АР-оценивания в однородной цилиндрической трубе при скорости звука $C_o = 23$ м/с

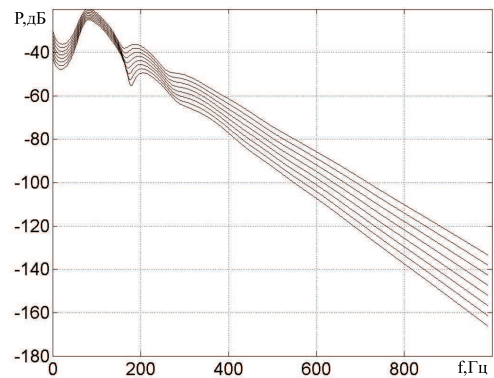


Рис. 9. Частотные зависимости уровней СПМ сигнала на дистанциях $Z_{mc} = (0.295 \dots 0.365)$ м для однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с

ны частотные зависимости уровней СПМ сигнала $P(f(k)) = \text{diag}(\mathbf{K}(k))$, соответствующие дистанциям до центра базы антенны Z_{mc} от 0.295 до 0.365 м. Как видно из графика, в рассматриваемом диапазоне частот (382...632) Гц уровни СПМ полезного сигнала падают на (50...70) дБ относительно максимума, т. е. становятся ниже заданного при моделировании уровня помехи.

До сих пор мы проводили анализ структуры спектров сосредоточенных источников в однородной трубе с скоростью звука $C_o = 23$ м/с, что примерно соответствует нижней границе диапазона ее возможных значений в паренхиме легких. В работе [9] показано, что при увеличении скорости звука наблюдается рост флуктуаций фазовых задержек сигналов между точками приема. Исходя из этого,

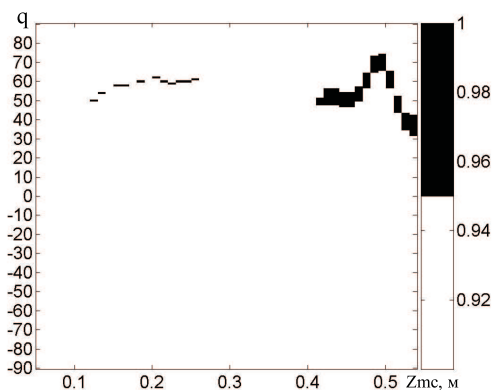


Рис. 10. Рельеф угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника для алгоритма AP-оценивания в однородной цилиндрической трубе при скорости звука $C_o = 45$ м/с

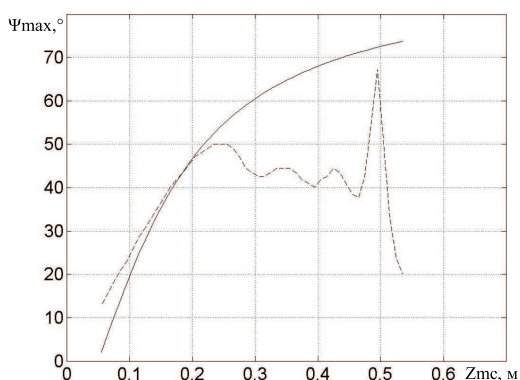


Рис. 11. Сравнение траектории AP-оценок направлений максимумов Ψ_{\max} угловых спектров сигнала сосредоточенного источника (штриховая) с траекторией геометрических направлений из центра базы антенны на источник (сплошная) для однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 45$ м/с

необходимо рассмотреть, как влияет на структуру AP-оценок угловых спектров сосредоточенных источников сигналов величина скорости звука в стенке трубы.

На рис. 10 приведен рельеф угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника, полученный с помощью AP-алгоритма для рассмотренной выше модельной ситуации при увеличении скорости звука в стенке трубы до значения $C_o = 45$ м/с. Кроме того, рис. 11 позволяет сравнить траекторию оценок максимумов угловых спектров, полученную с помощью алгоритма AP-оценивания и траекторию направлений на источник сигнала из центра ба-

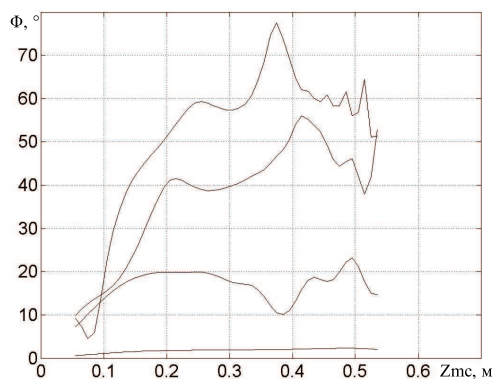


Рис. 12. Зависимости фазовых задержек сигналов между приемниками антенны с фиксированной базой от дистанции до центра базы Z_{mc} в условиях однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 45$ м/с для частот $f_k = 122.5, 372.5, 622.5, 872.5$ Гц

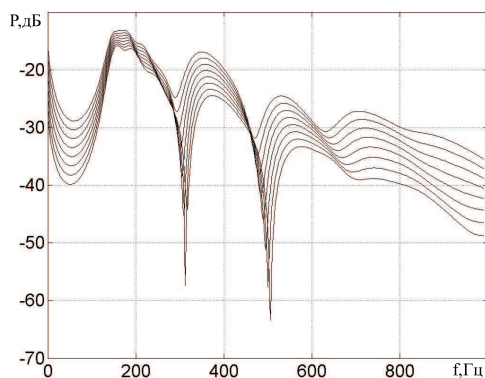


Рис. 13. Частотные зависимости уровней СПМ сигнала на дистанциях $Z_{mc} = (0.215 \dots 0.285)$ м для однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 45$ м/с

зы антенны, полученную согласно геометрической схеме их расстановки.

Как видно из графиков, некоторые погрешности оценивания угловой СПМ проявляются на начальном участке дистанций, примыкающем к волновой зоне источника. Более заметные ошибки оценивания угловой СПМ наблюдаются на дистанциях $Z_{mc} > 0.2$ м. В последнем случае рост ошибок связан с увеличением флуктуаций фазовых задержек. Для подтверждения этого на рис. 12 представлены зависимости от дистанции Z_{mc} фазовых задержек сигнала $\Phi(k, \Delta m) = \arctg(\text{Im}(K(k, \Delta m)) / \text{Re}(K(k, \Delta m)))$ между приемниками для набора характерных

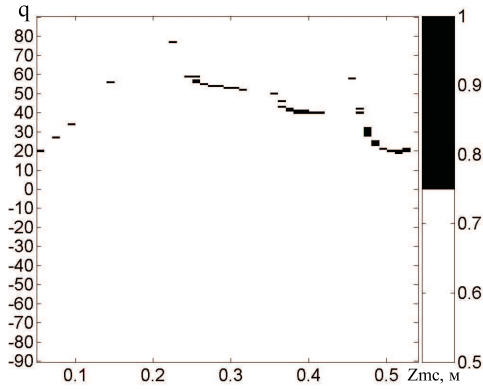


Рис. 14. Рельеф угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника для алгоритма АР-оценивания в однородной цилиндрической трубе при скорости звука $C_o = 70$ м/с

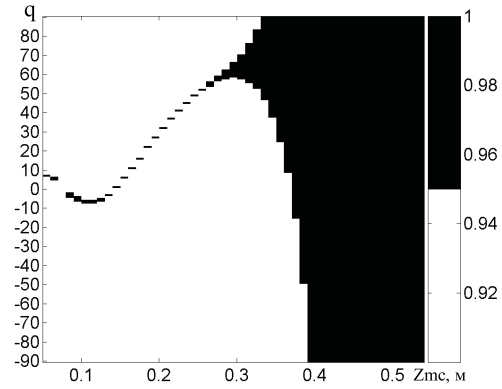


Рис. 16. Рельеф АР-оценки угловой СПМ сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1} = 0.05$ м и $Z_{o2} = 0.15$ м в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с

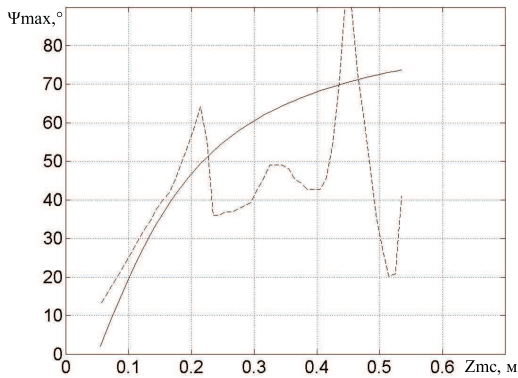


Рис. 15. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов Ψ_{\max} угловых спектров сигнала сосредоточенного источника (штриховая) с траекторией геометрических направлений из центра базы антенны на источник (сплошная) для однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 70$ м/с

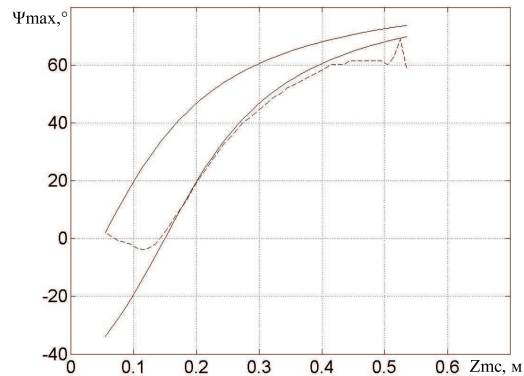


Рис. 17. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов Ψ_{\max} угловых спектров сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1} = 0.05$ м и $Z_{o2} = 0.15$ м (штриховая) и траекторий геометрических направлений из центра базы антенны на эти источники (сплошные) в условиях однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o = 23$ м/с

частот f_k .

Анализ показывает, что, начиная с дистанции $Z_{mc} = 0.2$ м, наблюдается заметный рост флуктуаций фазовых задержек, которые в данном случае обусловлены антрирезонансами мод сигнала. Это следует рис. 13, на котором приведены зависимости СПМ от частоты для дистанций $Z_{mc} = (0.215 \dots 0.285)$ м.

Аналогичные результаты получены для значения $C_o = 70$ м/с, соответствующего верхней границе диапазона возможных скоростей звука в паренхиме легких (рис. 14 и 15).

В целом представленные результаты показыва-

ют, что для заданного диапазона скоростей звука в паренхиме легких АР-оценивание позволяет эффективно локализовывать угловое положение сосредоточенного источника на дистанциях, где отклонение направления на источник сигнала относительно траверса антенны не превышает $(45 \dots 60)^\circ$.

В заключение этого раздела рассмотрим эффективность использования процедуры АР-оценивания угловой СПМ для разрешения пространственно-разнесенных сосредоточенных источников сигналов. Для иллюстрации на

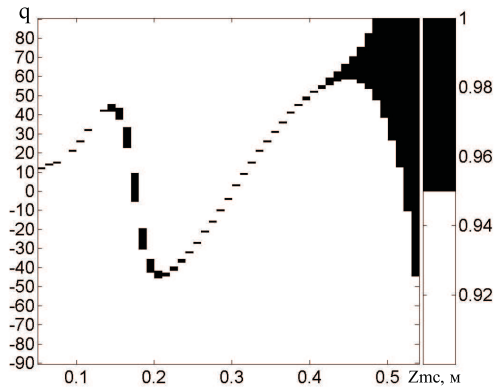


Рис. 18. Рельеф АР-оценки угловой СПМ сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1}=0.05$ м и $Z_{o2}=0.3$ м в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o=23$ м/с

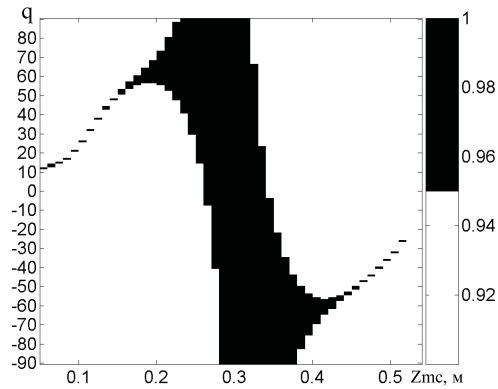


Рис. 20. Рельеф АР-оценки угловой СПМ сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1}=0.05$ м и $Z_{o2}=0.55$ м в условиях однородной цилиндрической трубы со скоростью звука в стенке $C_o=23$ м/с

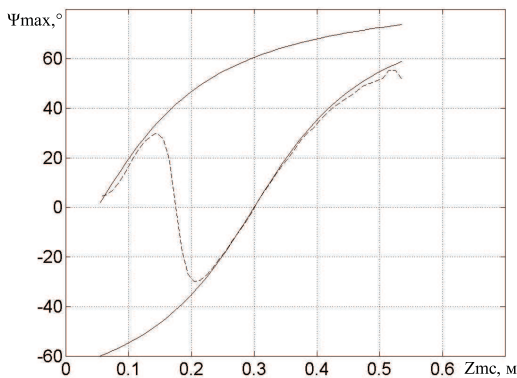


Рис. 19. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов Ψ_{max} угловых спектров сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1}=0.05$ м и $Z_{o2}=0.3$ м (штриховая) и траекторий геометрических направлений из центра базы антенны на эти источники (сплошные) в условиях однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o=23$ м/с

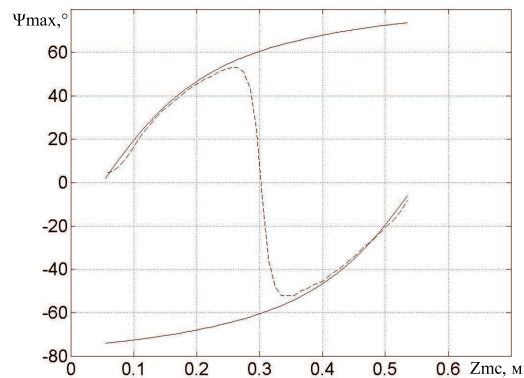


Рис. 21. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов Ψ_{max} угловых спектров сигналов двух пространственно-разнесенных сосредоточенных источников с координатами $Z_{o1}=0.05$ м и $Z_{o2}=0.55$ м (штриховая) и траекторий геометрических направлений из центра базы антенны на эти источники (сплошные) в условиях однородной трубы со скоростью звука в стенке $C_o=23$ м/с

рис. 16–21 приведены рельефы и траектории максимумов угловой СПМ, соответствующие наличию двух сосредоточенных источников, смещенных друг относительно друга вдоль оси трубы. Положение первого источника полагается фиксированным относительно акустически мягкого торца трубы и определяется осевой координатой $Z_{o1}=0.05$ м. Для второго источника рассмотрены три варианта расположения: $Z_{o2}=0.15, 0.3$ и 0.55 м. АР-оценки угловой СПМ получены для двухэлементной антенны с $\Delta z=0.01$ м при смещении ее центра базы вдоль образующей трубы в

пределах $Z_{mc}=(0.055\dots0.545)$ м.

Из графиков видно, что на траекториях максимумов оценок угловых СПМ можно выделить три участка, два из которых (крайние) совпадают с траекториями геометрических направлений на рассматриваемые источники сигналов, а промежуточный определяет границу между областями пространства, где расположены источники. При этом следует выделить два характерных случая.

В первом из них оба источника попадают внутрь сектора углов $\pm 45^\circ$ относительно траверса антенны. Анализ показывает, что в этой ситуации

центр участка переходной области располагается на дистанции, где уровни сигналов от источников становятся одинаковыми. При этом расстояние, на котором происходит отрыв траектории максимумов от соответствующего участка траектории геометрических направлений на источники, зависит от их пространственного разнесения. В частности, отрыв может происходить в момент нахождения центра базы антенны над ближайшим к антенне источником (см. рис. 17). В то же время, возможны варианты взаимного расположения источников, когда точки отрыва траектории максимумов от соответствующих траекторий геометрических направлений на источники смещаются в сторону центра участка переходной области (см. рис. 19).

Во втором случае источники не могут одновременно находиться внутри сектора углов $\pm 45^\circ$ относительно траверса антенны, и отрыв траектории максимумов от траектории геометрических направлений ближайшего к антенне источника происходит тогда, когда последний выходит за пределы сектора углов $\pm 45^\circ$ относительно траверса антенны (см. рис. 21).

Таким образом, представленные результаты показывают эффективность использования алгоритма АР-оценивания для разрешения пространственно разнесенных сосредоточенных источников сигналов и определения области их локализации.

3. МОДЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СПЕКТРОВ В МАЛОРАЗМЕРНЫХ ОБЪЕКТАХ С НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Перейдем к рассмотрению эффективности использования АР-оценок угловой СПМ для выявления артефактов, соответствующих патологиям тканей легких. Как известно, при поражении легочной паренхимы изменяется ее структура и акустические параметры, в первую очередь, скорость распространения звука. Как показано в [9], ее вариации существенно влияют на фазовые задержки сигналов, а, значит, и на угловую спектр. Для оценки степени влияния этого фактора на угловую СПМ рассмотрим две канонические модели неоднородностей, в определенной степени дополняющие друг друга.

Сначала исследуем систему с коаксиальной акустической неоднородностью по скорости. Для определенности предположим, что имеется трехслойная коаксиально-слоистая труба (рис. 22). Пусть радиусы слоев определяются значениями $r_0 = 0.0085$ м, $r_1 = 0.05$ м, $r_2 = 0.1$ м и $r_3 = 0.15$ м соответственно. Исследуем наиболее сложный слу-

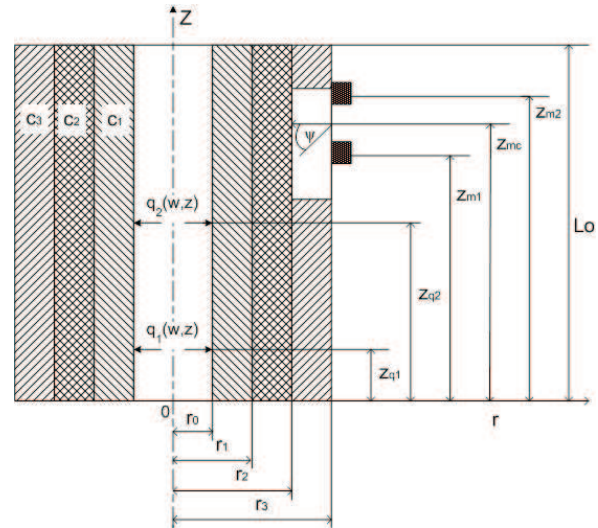


Рис. 22. Модель конечной коаксиально-слоистой трубы

чай, когда коаксиальная неоднородность сосредоточена в промежуточном слое. Для проведения численного анализа примем следующие величины скоростей звука в слоях трубы: $C_1 = C_3 = 23$ м/с и $C_2 = 45$ м/с. Как и ранее, положение сосредоточенного источника будем определять координатой $Z_0 = 0.05$ м.

Результаты АР-оценивания угловых спектров для двухэлементной антенны с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м представлены на рис. 23 и 24. На рис. 23 приведен рельеф угловой СПМ, а на рис. 24 – траектория максимумов угловых СПМ для этого рельефа и траектория геометрических оценок углового положения сосредоточенного источника сигналов.

Из сравнения этих графиков со случаем однородной трубы при скорости распространения звука $C_0 = 23$ м/с (см. рис. 7) явствует, что вновь полученная траектория АР-оценки максимумов угловой СПМ существенно отличается от геометрической, а также от АР-оценки для однородной трубы (в частности, смещена в сторону траверсных направлений антенны). Это изменение – прямое следствие наличия слоя, в котором скорость звука выше, чем в смежных. Оно потенциально может служить маркером для неинвазивного выявления патологий, имеющих характер протяженных коаксиальных неоднородностей.

Рассмотрим другой характерный пример неоднородности, представленный моделью кусочно-однородной трубы (рис. 25). Аналитическое описание акустического поля для нее детально обсуждалось в работе [10].

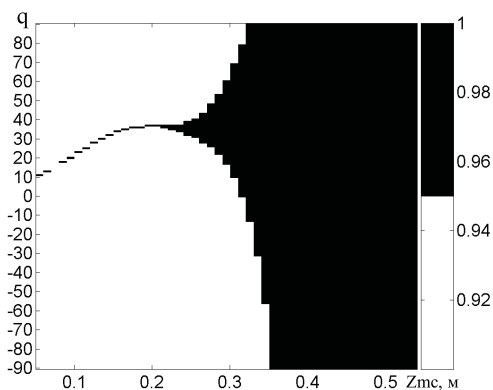


Рис. 23. Рельеф АР-оценки угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника в коаксиально-слоистой цилиндрической трубе при скоростях звука в слоях $C_1 = C_3 = 23$ м/с и $C_2 = 45$ м/с

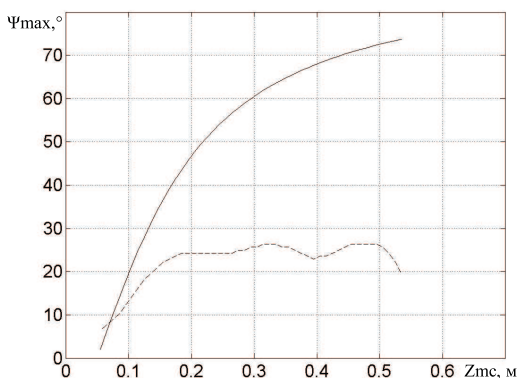


Рис. 24. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов угловых спектров сигнала сосредоточенного источника (штриховая) с траекторией геометрических направлений на источник из центра базы антенны (сплошная) для коаксиально-слоистой цилиндрической трубы при скоростях звука в слоях $C_1 = C_3 = 23$ м/с и $C_2 = 45$ м/с

На рис. 26 приведены оценки рельефа угловой СПМ для АР-алгоритма, а на рис. 27 – траектории оценок максимумов угловых спектров, полученных с помощью алгоритма АР-оценивания и траектории направлений на источник сигнала из центра базы антенны, соответствующей геометрической схеме расстановки датчиков.

Анализ графиков показывает, что здесь тоже наблюдается смещение трека максимумов в сторону траверса антенны, однако только на участке, расположенном над слоем неоднородности. Процедура АР-оценивания угловой СПМ в принципе должна позволить не только выявлять патологии

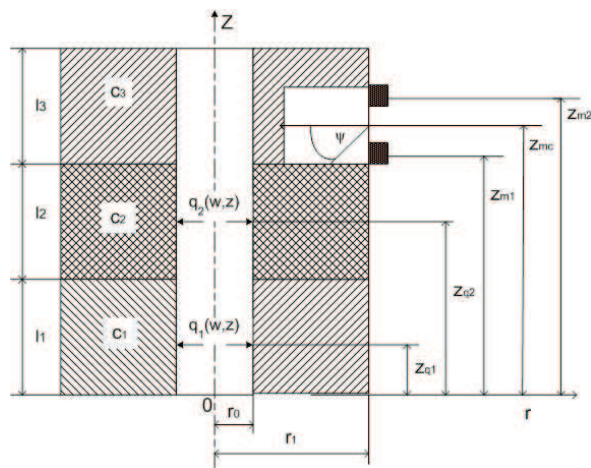


Рис. 25. Модель конечной кусочно-однородной трубы

тканей, но и определять область их локализации.

Предположим, что стенка трубы составлена из трех однородных кусков, длина которых в порядке следования от акустически мягкого торца определяется значениями $l_1 = 0.1$ м, $l_2 = 0.3$ м и $l_3 = 0.2$ м соответственно. Пусть при этом средний отрезок трубы имеет скорость распространения звука $C_2 = 45$ м/с, которая отличается от скоростей звука в смежных слоях $C_1 = C_3 = 23$ м/с. Как и ранее, сосредоточенный источник считаем расположенным в точке с $Z_0 = 0.05$ м.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ УГЛОВЫХ СПЕКТРОВ ЛОКАЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЗВУКОВ

Эффективность предложенной процедуры АР-оценивания угловых спектров сигналов проверялась применительно к выявлению реальных источников звуков дыхания. Для верификации полученных в эксперименте результатов были использованы сигналы, формируемые источниками, область локализации которых известна. В частности, рассмотрены голосовые сигналы в виде звуков “И”, формируемые на голосовых связках, а также трахеальные хрипы, возникающие при дыхании. В процессе проведения эксперимента указанные сигналы синхронно регистрировались приемниками двухэлементной антенны, расположенной на поверхности грудной клетки в правой подключичной ямке. Схема расстановки датчиков приведена на рис. 28.

В первом эксперименте анализировались записи звуков “И”. На рис. 29 приведены графики частотной зависимости уровня функции когерентности (верхний график) и фазовых задержек (нижний

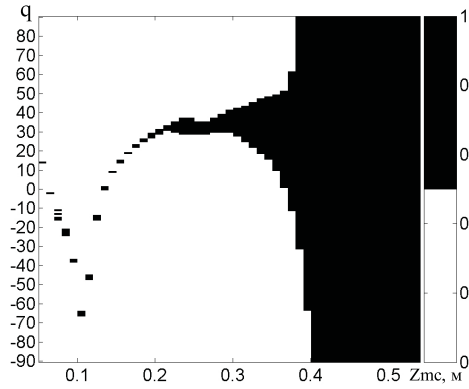


Рис. 26. Рельеф АР-оценки угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника в кусочно-слоистой цилиндрической трубе при скоростях звука в слоях $C_1 = C_3 = 23$ м/с и $C_2 = 45$ м/с

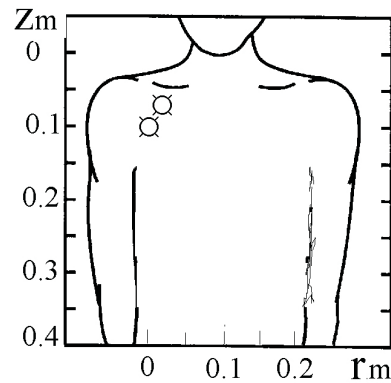


Рис. 28. Схема размещения точек регистрации звуковых сигналов на поверхности грудной клетки

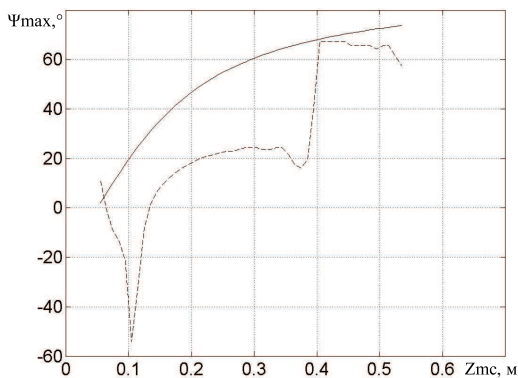


Рис. 27. Сравнение траектории АР-оценок направлений максимумов угловых спектров сигнала сосредоточенного источника (штриховая) с траекторией геометрических направлений на источник из центра базы антенны (сплошная) для кусочно-слоистой цилиндрической трубы при скоростях звука в слоях $C_1 = C_3 = 23$ м/с и $C_2 = 45$ м/с

график) между сигналами, регистрируемыми на нее, в окрестности голосовых связок и в точке, расположенной в центре правой подключичной ямки поверхности грудной клетки. Анализ этих графиков показывает, что сигналы в рассматриваемых точках имеют высокий уровень когерентности, а кривая фазовых задержек содержит участок в области средних частот (350...600) Гц с выраженной линейной зависимостью от частоты.

Как видно из графиков, линейная зависимость фазовых задержек от частоты в обоих случаях наблюдается практически в той же полосе частот – (290...512) Гц. Для нее с помощью алгоритмов,

приведенных в работе [9], была проведена оценка скорости звука и получено $C = 29.4$ м/с. Как показано выше, при таких значениях скорости распространения и высокой когерентности сигналов имеет место хорошее соответствие между траекторией максимумов угловых спектров сигналов сосредоточенного источника и траекторией геометрических направлений из центра базы антенны на источник в секторе углов $\pm 60^\circ$ относительно траверса антенны. С целью экспериментальной проверки этого факта была проведена АР-оценка угловых спектров рассматриваемых источников сигналов с помощью двухэлементной антенны с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta z = 0.01$ м.

При этом реализации зарегистрированных сигналов разбивались на временные блоки, по каждому из которых проводилось АР-оценивание угловой СПМ и на основе полученных данных формировались рельефы оценок угловых СПМ в пространственно-временной области. Результаты оценивания угловых СПМ для источника звуков “И” после усреднения в полосе частот (350...600) Гц приведены на рис. 31. Аналогично, на рис. 32 представлены результаты оценивания угловой СПМ для источника дыхательных хрипов после усреднения в полосе (290...512) Гц. Для сравнения на рис. 33 приведен аналогичный рельеф АР-оценок угловой СПМ для модели, в которой использовались данные о сигналах точечного источника, действующего в безграничной однородной среде с той же скоростью звука и при той же геометрии схемы измерений.

Аналогичная картина наблюдается для сигналов трахеального хрипа, которые анализировались во втором эксперименте (рис. 30). Заме-

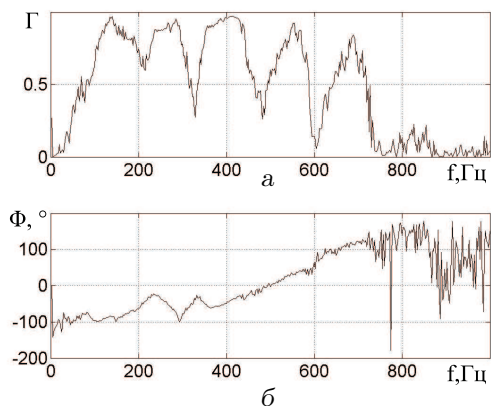


Рис. 29. Частотные зависимости функций когерентности (а) и фазовой задержки (б) звуков “И” между точками приема на шее и в центре правой подключичной ямки поверхности грудной клетки

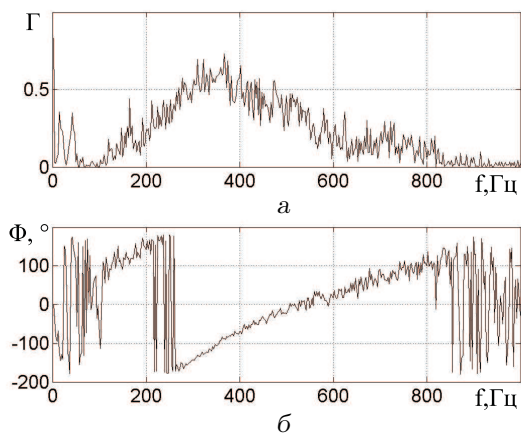


Рис. 30. Частотные зависимости функций когерентности (а) и фазовой задержки (б) трахеальных хрипов между точками приема на шее и в центре правой подключичной ямки поверхности грудной клетки

тим, что источник трахеального хрипа расположен вблизи голосовых связок, поэтому схема эксперимента соответствовала предыдущей.

Как видно из графиков, на рельефах оценок угловых СПМ реальных источников сигналов наблюдаются горизонтально ориентированные треки отметок, которые концентрируются в окрестности направления, соответствующего тестовой модельной ситуации, характеризуемой рис. 33. Некоторые флуктуации отметок экспериментальных треков относительно тестового направления или их отсутствие связаны с ошибками оценивания угловых спектров на отдельных участках реализаций, которые обусловлены присутствием помех в со-

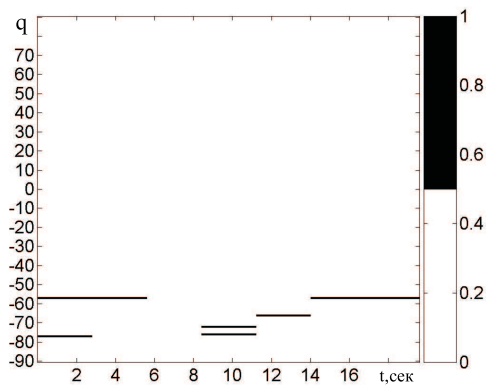


Рис. 31. Экспериментальная АР-оценка рельефа угловой СПМ для источника голосового звука “И” при фиксированном положении двухэлементной антенны в области центра правой подключичной ямки на поверхности грудной клетки

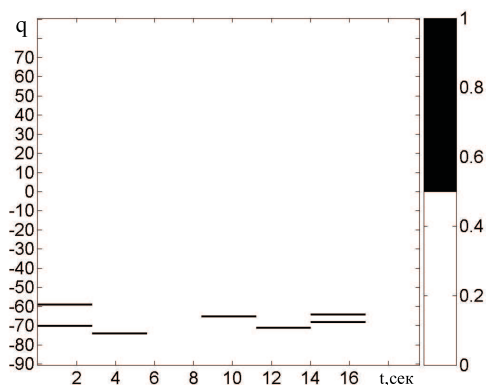


Рис. 32. Экспериментальная АР-оценка рельефа угловой СПМ для источника дыхательного хрипа при фиксированном положении двухэлементной антенны в области центра правой подключичной ямки на поверхности грудной клетки

ответствующих блоках данных и флуктуациями уровня информативных сигналов.

Заметим, что приведенная форма визуализации данных об угловых СПМ позволяет анализировать динамику угловых спектров кратковременно действующих источников сигналов. В этом смысле она родственна респиросонограммной форме представления данных [11], которая используется для исследования временной динамики частотных спектров звуков дыхания. Однако предложенная форма визуализации угловых спектров может быть использована и для идентификации сигналов пространственно-разнесенных кратковременно действующих сосредоточенных источников.

Таким образом, представленные выше теоретические и экспериментальные результаты подтверждают практическую возможность АР-оценивания угловой СПМ поля сигнала в малоразмерных объектах и эффективность использования этой информации в диагностических целях при обследовании респираторного тракта.

ВЫВОДЫ

1. На базе дискретной линейной эквидистантной антенны разработана процедура неинвазивного АР-оценивания угловой СПМ источников звуковых сигналов в малоразмерных объектах.
2. Исследована эффективность АР-оценивания угловой СПМ поля сигнала для ряда канонических моделей респираторной системы человека. Показано, что рассмотренный алгоритм АР-оценивания обеспечивает существенно более высокую разрешающую способность по углу, чем традиционный.
3. Выполнен сравнительный анализ структуры АР-оценок угловой СПМ некогерентного протяженного и сосредоточенного источников сигнала и выявлены характерные отличительные особенности. Указаны основные факторы, влияющие на точность оценивания угловой СПМ сосредоточенных источников сигнала. Определен сектор углов относительно траверса антенны, в пределах которого можно пренебречь ошибками оценивания углового положения.
4. Исследована эффективность использования АР-оценивания угловой СПМ сигналов для разрешения пространственно-разнесенных сосредоточенных источников и определения области их локализации. Показано, что для решения этой задачи может быть использован анализ структуры траектории максимумов АР-оценок угловой СПМ, формируемой при смещении антенны вдоль трассы измерений.
5. Для моделей коаксиально-слоистой и кусочно-слоистой труб проведен численный анализ влияния неоднородности на структуру угловой СПМ сигнала сосредоточенного источника. Выявлены особенности структуры угловых СПМ для сигналов, прошедших через протяженные и ограниченные неоднородности.

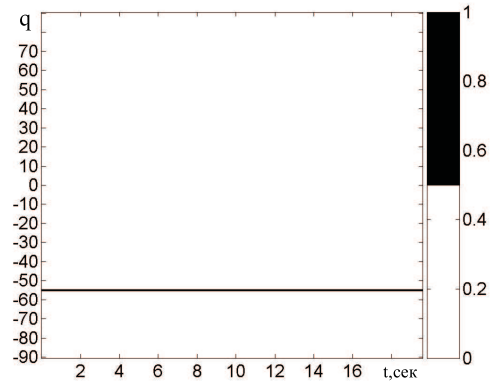


Рис. 33. АР-оценка рельефа угловой СПМ сигнала точечного источника в безграничной однородной среде при полном соответствии скорости звука, диапазона частот и геометрии схемы измерений условиям эксперимента

6. На основе обработки реальных записей голосовых звуков и трахеальных хрипов показана эффективность АР-оценивания для определения структуры угловой СПМ их источников. Отмечено, что предложенная процедура АР-оценивания позволяет исследовать динамику угловых спектров сигналов кратковременно действующих источников и проводить их идентификацию при наличии нескольких сосредоточенных источников.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко признательны академику НАН Украины проф. В. Т. Гринченко за постоянное внимание и поддержку данного направления исследований.

1. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Адаптивная обработка сигналов дыхания при ограниченной априорной информации // Акуст. вісн.– 2008.– 11, № 1.– С. 32–50.
2. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Адаптивное обнаружение и визуализация локальных изменений акустических характеристик объектов // Акуст. вісн.– 2009.– 12, № 1.– С. 43–63.
3. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов.– М.: Мир, 1988.– 488 с.
4. Марпл С. Л. (мл.) Цифровой спектральный анализ и его приложения.– М.: Мир, 1990.– 584 с.
5. Гринченко В. Т., Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Модельные оценки потенциальной эффективности обнаружения коаксиальных неоднородностей внутри стенки конечной цилиндрической трубы // Акуст. вісн.– 2004.– 7, № 2.– С. 42–54.
6. Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol.– 1983.– 55.– P. 304–308.

7. Крижановский В. В. Модельные исследования спектрально-корреляционных характеристик шумов дыхания в респираторном тракте человека // Акуст. вісн.– 1998.– 1, № 4.– С. 33–46.
8. Курьянов Б. Ф. Пространственная корреляция полей, излученных случайными источниками на плоскости // Акуст. ж.– 1963.– 9.– С. 441–448.
9. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Исследование эффективности неинвазивного оценивания скорости звука в ограниченных объектах с неоднородностью при линеаризации данных о фазовых задержках // Акуст. вісн.– 2011.– 14, № 4.– С. 36–50.
10. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Звуковое поле в кусочно-однородном цилиндре, возбуждаемое осесимметричной случайной нагрузкой на границе // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 4.– С. 36–50.
11. Pasterkamp H., Carson C., Dalev D., Oh Y. Digital respirosography. New images of lung sounds // Chest.– 1989.– 96, № 6.– P. 1405–1412.