

УДК 519.25+534.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕИНВАЗИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В ОГРАНИЧЕННЫХ ОБЪЕКТАХ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ПРИ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДАННЫХ О ФАЗОВЫХ ЗАДЕРЖКАХ

В. В. КРИЖАНОВСКИЙ*, В. В. КРИЖАНОВСКИЙ (мл.)

Институт гидромеханики НАН Украины
ул. Желябова, 8/4, 03680, ГСП, Киев-180, Украина
*E-mail: v_krizh@ukr.net

Получено 10.07.2011

Рассмотрена задача оценивания скорости распространения звука в ограниченных объектах с акустическими неоднородностями, сравнимыми с длиной волны. В качестве информативной характеристики использованы данные о частотной зависимости фазовых задержек сигналов локализованного источника в двух точках приема, координаты которых полагаются известными. На основе линеаризации указанной частотной зависимости разработаны алгоритмы оценивания скорости звука и проведены модельные исследования его эффективности для неоднородной стенки конечной цилиндрической трубы. Проанализированы зависимости ошибок оценивания скорости звука от взаимного расположения источника сигналов, точек приема и границ объекта при разных волновых размерах. Определены рациональные частотные параметры процедур оценивания и схемы расстановки приемников. Для двух вариантов схемы измерений исследовано влияние характерных структур неоднородностей на полученные результаты. Работоспособность предложенных алгоритмов подтверждена экспериментально на примере оценивания скорости звука в паренхиме легких.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: скорость звука, оценивание параметров, функционал максимального правдоподобия, относительная ошибка, паренхима

Розглянуто задачу оцінювання швидкості поширення звуку в обмежених об'єктах з акустичними неоднорідностями, порівнянними з довжиною хвилі. За інформативну характеристику обрані дані про частотну залежність фазових затримок сигналів локалізованого джерела у двох точках прийому, координати яких вважаються відомими. На основі лінеаризації зазначеної частотної залежності розроблені алгоритми оцінювання швидкості звуку й проведено модельні дослідження його ефективності для неоднорідної стінки скінченної циліндричної труби. Проаналізовано залежності похибок оцінювання швидкості звуку від взаємного розташування джерела сигналів, точок прийому і меж об'єкта при різних хвильових розмірах. Визначено раціональні частотні параметри процедур оцінювання й схеми розстановки приймачів. Для двох варіантів схеми вимірювань досліджено вплив характерних структур неоднорідностей на отримані результати. Працездатність запропонованих алгоритмів підтверджено експериментально на прикладі оцінювання швидкості звуку в паренхімі легенів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: швидкість звуку, оцінювання параметрів, функціонал максимальної правдоподібності, відносна похибка, паренхіма

The paper deals with a problem of estimating of sound speed in bounded objects with the acoustic inhomogeneities comparable with the wavelength. The data on frequency dependence of phase delay of the signals received from a localized source in two reception points which coordinates are assumed to be known are used as the informative characteristics. On the basis of linearization of this frequency dependence, the algorithms for estimating of sound speed are developed and model studies of their efficiency are conducted for heterogeneous walls of the finite cylindrical pipe. The estimation errors for sound speed are analyzed depending on relative arrangement of the signal source, reception points and boundaries of the object at different wavelengths. The rational frequency parameters of estimation procedures and schemes of receivers arrangement are determined. For two variants of measurement set-up, the effect of the characteristic irregularities of the structures on the results is investigated. The efficiency of the proposed algorithm is confirmed experimentally on the example of estimating of sound speed in the lung parenchyma.

KEY WORDS: sound speed, estimation of parameters, the functional of the maximum likelihood, the relative error, parenchyma

ВВЕДЕНИЕ

Многолетняя практика неинвазивной диагностики респираторной системы человека основана на анализе звуков дыхания, регистрируемых на поверхности грудной клетки. Эффективность традиционных методов аускультации существенно зависит от квалификации специалистов. Кро-

ме того, сенсорная система человека имеет ограниченные возможности, которые не позволяют проводить специализированную обработку полученной информации. В последнее время в практику медицинской диагностики широко внедряются инновационные технологии, позволяющие существенно расширить арсенал информационного обеспечения в области пульмонологии. В частнос-

ти, важное диагностическое значение имеют данные об изменении акустических параметров легочных тканей. К числу таких параметров относится скорость распространения звука в паренхиме легких. Поэтому ее оценки могут быть использованы для диагностики некоторых респираторных патологий.

Следует учесть, что при разработке практически интересных неинвазивных алгоритмов оценивания скорости звука в легких необходимо учитывать ряд ограничивающих факторов. Во-первых, паренхима расположена внутри объекта сложной конфигурации, что не позволяет дать точное аналитическое описание волновых процессов распространения звука через паренхиму на поверхность грудной клетки. Во-вторых, сама паренхима неоднородна и занимает область неканонической формы. В-третьих, размеры, паренхимы и грудной клетки человека в информативной области частот оказываются сравнимыми с длиной волны, что существенно усложняет структуру поля сигнала.

Все перечисленное не позволяет получить адекватное аналитическое описание пространственно-временного распределения звуков дыхания регистрируемых на поверхности грудной клетки. Вместе с тем, экспериментальные исследования показывают, что можно выделить ряд ситуаций, когда в принимаемых сигналах наблюдается определенная регулярность изменения их информативных характеристик, в частности, фазовых задержек. В этой статье будет рассмотрено, как указанная информация может быть использована для формирования упрощенных процедур оценивания скорости звука в такой среде.

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА

В работе [1] показано, что эффективные оценки скорости звука могут быть получены из соотношения

$$\left\{ \sum_{l=1}^L \sum_k \text{Sp} \left[\frac{\partial \ln \mathbf{K}_l(\omega_k)}{\partial \boldsymbol{\gamma}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\mathbf{K}_l^{-1}(\omega_k) \mathbf{U}_l(\omega_k) \mathbf{U}_l^+(\omega_k) - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\boldsymbol{\gamma}=\hat{\boldsymbol{\gamma}}} = 0, \quad (1)$$

где матрица $\mathbf{K}_l(\omega_k)$ характеризует взаимную спектральную плотность мощности (ВСПМ) полей сигнала и помехи в заданной системе пространственно-разнесенных точек регистрации для всего массива номеров частот k вектора спектральных отсчетов $\mathbf{U}_l(\omega_k)$ на l -ом отрезке вре-

мени; $\boldsymbol{\gamma}$ – вектор оцениваемых параметров. При этом точность оценивания определяется дисперсией, которая находится как

$$\sigma^2(\boldsymbol{\gamma}) = \text{diag}(\mathbf{J}^{-1}). \quad (2)$$

Здесь $\text{diag}(\mathbf{J}^{-1})$ обозначает диагональ дисперсионной матрицы \mathbf{J}^{-1} , обратной к информационной матрице Фишера \mathbf{J} с элементами

$$J_{ij} = \sum_{l=1}^L \sum_k \text{Sp} \left[\frac{\partial \ln \mathbf{K}_l(\omega_k)}{\partial \gamma_i} \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l(\omega_k)}{\partial \gamma_j} \right],$$

где γ_i и γ_j – компоненты вектора оцениваемых параметров $\boldsymbol{\gamma}$.

Фактически соотношение (1) показывает, что задача оценивания имеет смысл, если матрица взаимной спектральной плотности мощности заметно меняется при вариациях оцениваемого параметра. В то же время, из формулы (2) следует, что чем больше эти вариации, тем меньше дисперсия оценки скорости звука. Таким образом, эффективность алгоритма оценивания должна однозначно определяться структурой матрицы взаимной спектральной плотности мощности. Следует отметить, что ее структура зависит как от передаточной функции канала распространения сигнала, так и от типа источника. Согласно [2], эффективность оценивания скорости звука возрастет при использовании когерентных источников сигнала, для которых матрица взаимной спектральной плотности мощности может быть представлена в виде

$$\mathbf{K}_S(\omega, C) = g_S(\omega) \boldsymbol{\Gamma}_S(\omega, C) \boldsymbol{\Gamma}_S^+(\omega, C).$$

В этом выражении $\boldsymbol{\Gamma}_S$ – матрица, определяемая передаточной характеристикой канала распространения сигнала и зависящая от его акустических параметров, в частности, от скорости распространения звука C . Здесь и в дальнейшем для простоты записи будем опускать индекс номера частотного отсчета в тех случаях, когда это не существенно. Тогда вариации матрицы взаимной спектральной плотности мощности по оцениваемому параметру C запишутся как

$$\frac{\partial \ln \mathbf{K}_S(\omega, C)}{\partial C} = \frac{\partial \ln \boldsymbol{\Gamma}_S(\omega, C) \boldsymbol{\Gamma}_S^+(\omega, C)}{\partial C}. \quad (3)$$

Здесь учтено, что спектральная плотности мощности источника сигнала $g_S(\omega)$ не зависит от оцениваемого параметра C . Матрица $\boldsymbol{\Gamma}_S(\omega, C) \boldsymbol{\Gamma}_S^+(\omega, C)$ состоит из элементов $\Gamma_{Sik}(\omega, C) = G_{Si}(\omega, C) G_{Sk}^*(\omega, C)$, где $G_{Si}(\omega, C)$ – функция Грина, описывающая передаточную

функцию канала распространения сигнала от точки излучения с координатами \mathbf{R}_S до точки приема с координатами \mathbf{R}_i .

Для удобства последующего анализа представим функцию Грина как произведение амплитудного и фазового множителей. Тогда элементы матрицы $\Gamma_{Sik}(\omega, C)$ можно записать так:

$$\Gamma_{Sik}(\omega, C) = |G_{Si}(\omega, C)| |G_{Sk}(\omega, C)| \times \exp(j\Phi_{ik}(\omega, C)). \quad (4)$$

Здесь $\Phi_{ik}(\omega, C)$ – функция, характеризующая частотную зависимость разности фаз сигналов в точках приема \mathbf{R}_i и \mathbf{R}_k . Тогда эффективность оценивания скорости звука будет определяться следующими компонентами матрицы взаимной спектральной плотности мощности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln \Gamma_{Sik}(\omega, C)}{\partial C} &= \\ &= \frac{\partial \ln |G_{Si}(\omega, C)| |G_{Sk}(\omega, C)|}{\partial C} + \\ &\quad + j \frac{\partial \Phi_{ik}(\omega, C)}{\partial C}. \end{aligned} \quad (5)$$

В частном случае, когда используется только одна точка приема, второе слагаемое пропадает и эффективность оценивания однозначно определяется только вариациями амплитуды спектральной плотности мощности регистрируемого сигнала. Оценивание скорости звука при одноточечной регистрации было рассмотрено в работе [1]. При двухточечной же регистрации появляется возможность использования более информативной характеристики, содержащейся во втором слагаемом соотношения (5). Она определяется разницей фазовых задержек сигнала в точках приема, которая, как правило, более чувствительна к вариациям скорости звука. Поэтому при разработке алгоритмов оценивания последней с помощью пространственно разнесенных приемников целесообразно использовать именно фазовую задержку.

В общем случае определить аналитическую зависимость фазовых задержек от скорости звука для ограниченных объектов произвольной формы с неоднородной структурой не удастся. Вместе с тем, анализ экспериментальных данных [3] показывает, что фазовые задержки сигналов локализованного в пространстве источника на отдельных участках частотного диапазона в среднем линейно зависят от частоты. Такая закономерность характерна для сигналов сосредоточенного источника в

условиях однородной безграничной среды:

$$\Phi_{0ik}(\omega, C_0) = \frac{\omega(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_S| - |\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_S|)}{C_0}. \quad (6)$$

Здесь $\Phi_{0ik}(\omega, C_0)$ – функция фазовых задержек акустического сигнала в однородной безграничной среде со скоростью звука C_0 . Так как в данном случае скорость звука C_0 – константа, то зависимость фазовых задержек от частоты удовлетворяет линейному закону. Воспользуемся этой аналогией для формирования достаточной статистики оценивания скорости звука в паренхиме легких. Тогда алгоритм оценки скорости звука C_0 представим в виде

$$\hat{C}(\omega, C_0) = \frac{\omega(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_S| - |\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_S|)}{\hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)}, \quad (7)$$

где $\hat{C}(\omega, C_0)$ – оценка скорости звука; $\hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)$ – оценка функции фазовых задержек, получаемая на основе экспериментальных оценок взаимной спектральной плотности мощности. Как видим, в данной ситуации оценка скорости звука зависит от частоты. Кроме этого, для реализации алгоритма необходимо располагать информацией о координатах источника и точек регистрации сигналов, зависящей от конкретной схемы измерений. Например, при измерении скорости звука в тканях легких в качестве источника сигналов можно использовать голосовые звуки или шумы дыхания, формируемые в области гортани. В этой ситуации координаты источника сигналов можно считать известными. В то же время, координаты приемников определяются их расстановкой на поверхности грудной клетки.

При известных координатах корреспондирующих точек (сосредоточенного источника сигналов и приемников) ошибки оценивания скорости звука определяются влиянием на фазовые задержки возмущений, вносимых в структуру поля сигнала границами объекта, неоднородностями его среды, а также помехой. Они будут вызывать отклонение частотной зависимости фазовых задержек от линейного закона, соответствующего случаю однородной безграничной среды. Тогда при заданной геометрии расположения корреспондирующих точек относительную величину ошибок оценивания скорости звука можно определить из соотношения

$$\left| \frac{\Delta C(\omega, C_0)}{C_0} \right| = \left| \frac{\frac{\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)}{\Phi_{0ik}(\omega, C_0)}}{1 - \frac{\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)}{\Phi_{0ik}(\omega, C_0)}} \right|, \quad (8)$$

где $\Delta C(\omega, C_0) = \hat{C}(\omega, C_0) - C_0$ – отклонение оценки скорости звука $\hat{C}(\omega, C_0)$ от истинного значения C_0 ; $\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0) = \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0) - \Phi_{0ik}(\omega, C_0)$ – отклонение оценки функции фазовых задержек $\hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)$ от эталонной зависимости $\Phi_{0ik}(\omega, C_0)$. Из структуры выражения (8) видно, что относительные ошибки оценивания скорости звука пропорциональны относительным вариациям величины фазовых задержек. В частности, если $|\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0) / \Phi_{0ik}(\omega, C_0)| \ll 1$, то получаем полную эквивалентность относительных ошибок оценивания скорости звука и относительных вариаций величины фазовых задержек:

$$\left| \frac{\Delta C(\omega, C_0)}{C_0} \right| = \left| \frac{\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)}{\Phi_{0ik}(\omega, C_0)} \right|. \quad (9)$$

Таким образом, для повышения точности оценивания скорости звука целесообразно снижать величину флуктуаций фазовых задержек. Для этой цели можно использовать линеаризацию их частотных зависимостей.

Рассмотрим два варианта процедуры линеаризации. При использовании первого из них кривая функции фазовых задержек аппроксимируется ломаной линией, состоящей из M прямолинейных отрезков, концы которых совпадают с исходной кривой в заданной системе реперных точек. Для простоты будем полагать, что при этом весь частотный диапазон разделен на интервалы одинаковой ширины с номерами $m=1, \dots, M$, внутри которых частоты имеют свою нумерацию $n=1, \dots, N$. Тогда структура алгоритма оценивания скорости звука на каждом из интервалов может быть представлена как

$$\hat{C}_m(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) = (\omega_{mN} - \omega_{m1}) \times \frac{(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_S| - |\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_S|)}{(\hat{\Phi}_{ik}(\omega_{mN}, C_0) - \hat{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, C_0))}, \quad (10)$$

где ω_{m1} и ω_{mN} – значения частот в реперных точках, определяющих границы m -го интервала частот; $\hat{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, C_0)$ и $\hat{\Phi}_{ik}(\omega_{mN}, C_0)$ – значения оценок фазовых задержек, соответствующие этим частотам.

Второй подход к процедуре линеаризации отличается от первого тем, что для кусочно-линейной аппроксимации кривой фазовых задержек используется метод наименьших квадратов. При этом на каждом m -ом интервале частот решается задача минимизации квадрата величины отклонения соответствующего участка кривой фазовых задержек от m -го отрезка прямой линии $\check{\Phi}_{ik}(\omega_{mn}, C_0) = a_{ikm} + b_{ikm}\omega_{mn}$, аппроксимирующей эту кривую и описываемого коэффициентами

a_{ikm} и b_{ikm} , удовлетворяющими условию

$$\min \sum_{n=1}^N \left(\hat{\Phi}_{ik}(\omega_{mn}, C_0) - a_{ikm} - b_{ikm}\omega_{mn} \right)^2.$$

В этом случае структура алгоритма оценивания скорости звука на m -ом частотном интервале принимает вид

$$\check{C}_m(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) = (\omega_{mN} - \omega_{m1}) \times \frac{(|\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_S| - |\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_S|)}{(\check{\Phi}_{ik}(\omega_{mN}, C_0) - \check{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, C_0))}. \quad (11)$$

Эффективность предложенных алгоритмов можно оценить на основе анализа относительных ошибок измерения скорости звука. При этом в случае использования процедуры линейной аппроксимации кривой фазовых задержек по реперным точкам относительные ошибки оценивания скорости звука определяются следующим соотношением:

$$\left| \frac{\Delta C(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)}{C_0} \right| = |1 - \hat{D}_{ik}^{-1}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)|, \quad (12)$$

где

$$\hat{D}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) = \frac{\Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)}{\Delta \Phi_{0ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)};$$

а вариации фазовых задержек в реперных точках для заданного объекта и эталона имеют вид соответственно

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) &= \hat{\Phi}_{ik}(\omega_{mN}, C_0) - \hat{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, C_0), \\ \Delta \Phi_{0ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) &= \Phi_{0ik}(\omega_{mN}, C_0) - \Phi_{0ik}(\omega_{m1}, C_0). \end{aligned}$$

В случае использования процедуры линейной аппроксимации по методу наименьших квадратов относительные ошибки оценивания скорости звука можно определить из формулы

$$\left| \frac{\Delta C(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)}{C_0} \right| = |1 - \check{D}_{ik}^{-1}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)|, \quad (13)$$

где

$$\check{D}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) = \frac{\Delta \check{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)}{\Delta \Phi_{0ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0)},$$

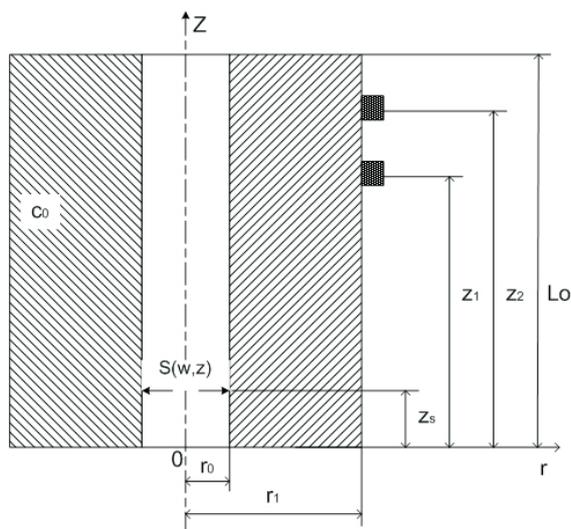


Рис. 1. Модель конечной однородной цилиндрической трубы

а вариации фазовых задержек, вычисленные в пограничных точках m -го интервала частот $[\omega_{m1}, \omega_{mN}]$ на основе данных линейной аппроксимации $\hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)$ исходной кривой фазовых задержек $\hat{\Phi}_{ik}(\omega, C_0)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta \check{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, \omega_{mN}, C_0) = \\ = \check{\Phi}_{ik}(\omega_{mN}, C_0) - \check{\Phi}_{ik}(\omega_{m1}, C_0) \end{aligned}$$

Для оценки эффективности предложенных процедур измерения скорости звука рассмотрим результаты численного моделирования, полученные для нескольких канонических моделей респираторного тракта, отражающих основные особенности рассматриваемой задачи.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА НА ОСНОВЕ КАНОНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОЙ ТРУБЫ

В работе [3] показано, что структура фазовых задержек звуков дыхания, формируемых в области гортани и регистрируемых на поверхности грудной клетки, хорошо согласуется с результатами численного моделирования этой характеристики на основе модели распространения сигналов в стенке цилиндрической трубы. Детальное описание структуры поля сигнала для этого случая приведено в статье [4]. В частности, показано, что на структуру акустического поля существенно влияют как ограниченность волновых размеров трубы, так и неоднородности ее стенок.

Чтобы упростить анализ, рассмотрим вначале случай оценивания скорости звука в конечной цилиндрической трубе с однородными стенками (рис. 1). Положим, что один ее торец акустически мягкий, а второй – акустически жесткий. Кроме того, считаем, что на внутренней стенке трубы вблизи акустически мягкого торца расположен сосредоточенный источник сигнала, а на наружной поверхности вдоль образующей – двухэлементная дискретная приемная антенна.

Конкретизируем основные расчетные параметры рассматриваемой задачи. Пусть длина трубы $L_0 = 0.6$ м, а ее внутренний и наружный радиусы $r_0 = 0.0085$ м и $r_1 = 0.15$ м соответственно. Плотность стенки трубы примем равной $\rho = 250$ кг/м³. Для определения степени влияния волновых размеров трубы на точность оценивания скорости звука рассмотрим результаты, полученные при четырех значениях скорости звука – $C_0 = 20, 35, 50$ и 70 м/с. Заметим, что эти величины определяют диапазон возможных изменений скорости звука в паренхиме легких согласно данным, приведенным в работе [5]. Затухание звука учтем, введя комплексную добавку к скорости звука $C = C_0(1 + j\nu)$, $\nu = 0.2$. Предположим, что сосредоточенный источник сигнала удален от акустически мягкого торца трубы на $Z_s = 0.05$ м. Расчеты проведем для интервала частот (50...1000) Гц, представляющего наибольший интерес с практической точки зрения. При этом полагаем, что в этой полосе присутствует аддитивная добавка в виде белого шума, уровень которого в заданной полосе частот на 50 дБ ниже максимума полезного сигнала. Это соответствует реальным условиям регистрации сигналов дыхания [4].

Оценки скорости звука будем проводить для двух схем расстановки приемников в антенне. В первом случае один приемник антенны имеет фиксированное положение вблизи акустически мягкого торца трубы, а второй может размещаться в одной из заданных вдоль образующей цилиндрической трубы точек приема. При этом база антенны изменяется за счет смещения второго приемника. Во втором случае база двухэлементной антенны остается неизменной, т. е. приемники располагаются на фиксированном расстоянии друг от друга, а ее центр может смещаться вдоль образующей цилиндрической трубы.

Рассмотрим первый вариант схемы расстановки пары приемников вдоль образующей цилиндра. Предположим, что один приемник занимает фиксированное положение на расстоянии $Z_1 = 0.03$ м от акустически мягкого торца трубы, а второй находится в одной из точек с координатами $Z_2 = 0.12$,

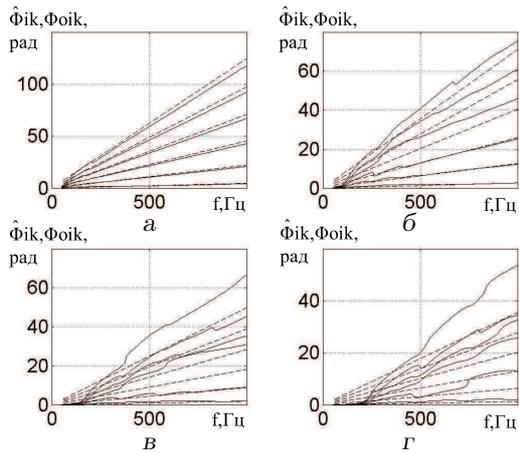


Рис. 2. Сравнение фазовых задержек сигналов при распространении в однородной среде:

сплошные – для цилиндрической трубы;
штриховые – для безграничной среды;
а – $C_0 = 20$ м/с; б – $C_0 = 35$ м/с;
в – $C_0 = 50$ м/с; г – $C_0 = 70$ м/с

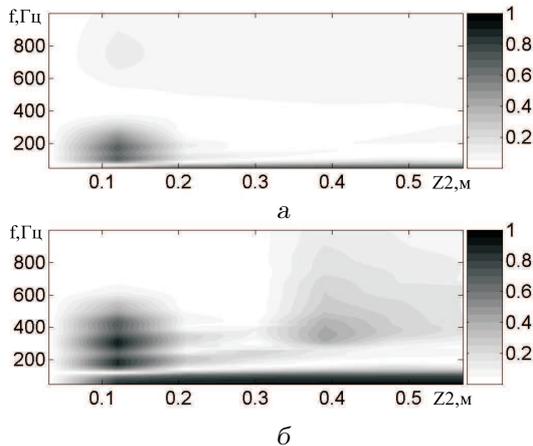


Рис. 3. Рельефы относительных ошибок оценивания скорости звука в однородной цилиндрической трубе:

а – $C_0 = 20$ м/с; б – $C_0 = 35$ м/с

0.21, 0.3, 0.39, 0.48 или 0.57 м. Для начала сравним фазовые задержки сигналов, распространяющихся в стенке однородной цилиндрической трубы и в однородной безграничной среде с идентичными значениями скорости звука и геометрическим положением источника и приемников.

Результаты расчета фазовых задержек для четырех указанных выше скоростей звука C представлены на рис. 2. По осям абсцисс отложены частоты в герцах, а по осям ординат – фазовые задержки в радианах. На каждом из графиков нанесено шесть пар линий, соответствующих выбранным значениям координаты Z_2 расположения второго приемника. Видно, что в однородной безгра-

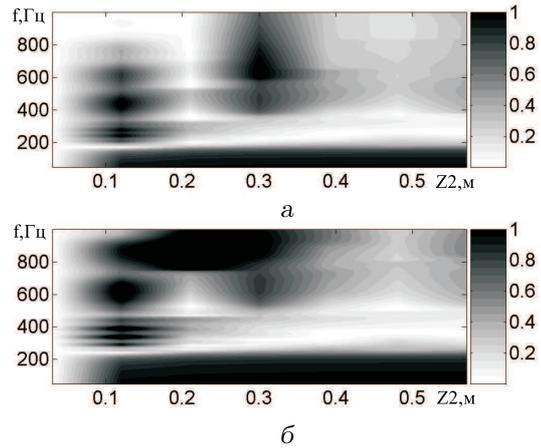


Рис. 4. Рельефы относительных ошибок оценивания скорости звука в однородной цилиндрической трубе:

а – $C_0 = 50$ м/с; б – $C_0 = 70$ м/с

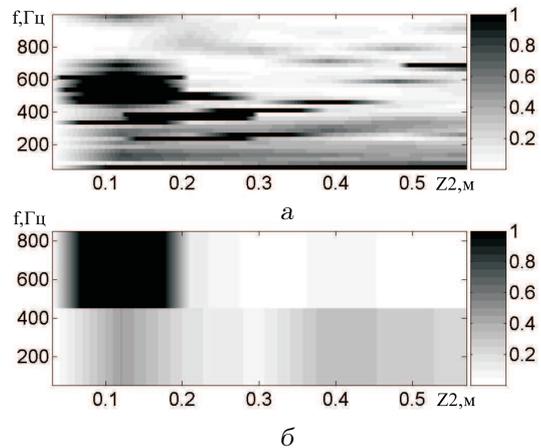


Рис. 5. Рельефы относительных ошибок оценивания скорости звука $C_0 = 35$ м/с в однородной цилиндрической трубе при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек по реперным точкам с шагом:

а – $\Delta f = 25$ Гц; б – $\Delta f = 400$ Гц

ничной среде наблюдается линейный рост величин фазовых задержек по частоте. Аналогичная картина имеет место и для ограниченной однородной цилиндрической трубы с $C = 20$ м/с, за исключением области частот ниже 200 Гц. При увеличении скорости звука различия в структуре фазовых задержек для трубы и безграничной среды возрастают, расширяется область частот, в которой они наблюдаются. Это обусловлено уменьшением волновых размеров трубы и естественным образом приводит к росту ошибок оценивания скорости звука.

Результаты численного анализа эффективности оценивания скорости звука в стенке трубы

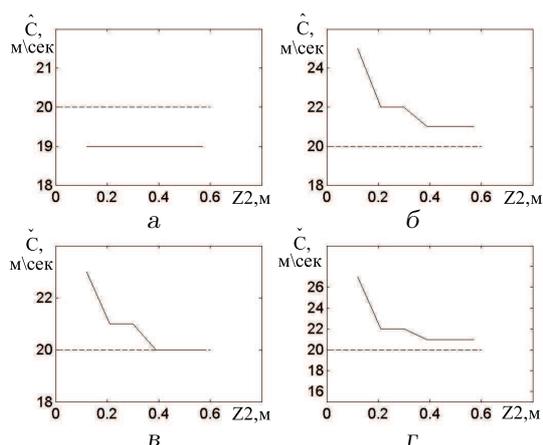


Рис. 6. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 20$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

с использованием базовой достаточной статистики (7) представлены на рис. 3 и 4 в виде рельефов уровней относительных ошибок оценивания, рассчитанных согласно соотношению (8). На графиках по осям абсцисс указаны координаты расположения смещаемого приемника сигналов, а по оси ординат – значения частоты. Уровни относительных ошибок закодированы оттенками серого цвета в соответствии с приведенной справа цветовой шкалой. Анализ представленных зависимостей показывает, что величина относительных ошибок оценивания скорости звука возрастает при ее увеличении, уменьшении частоты, приближении точек регистрации к источнику сигнала или торцам цилиндрической трубы, а также в областях антирезонансов мод сигнала. Заметим, что влияние указанных факторов отмечалось в работе [6] при анализе причин искажения структуры фазовых задержек сигналов, распространяющихся от трахеи до поверхности грудной клетки. Таким образом, рассматриваемая модельная ситуация адекватно отражает характерные черты распространения сигналов в легких.

Как отмечалось выше, для снижения влияния флуктуаций фазовых задержек на точность оценивания скорости звука могут быть использованы алгоритмы (10) и (11), основанные на их кусочно-линейной аппроксимации. Эффективность этой процедуры существенно зависит от рационального выбора шага аппроксимации по частоте. В част-

ности, выбор шага аппроксимации должен обеспечивать исключение областей, где флуктуации фазы существенно искажают линейность изменения фазовых задержек с частотой.

На рис. 5 приведен рельеф относительных ошибок оценивания скорости звука в стенке однородной цилиндрической трубы с $C_0 = 35$ м/с для двух значений шага кусочно-линейной аппроксимации кривых фазовых задержек по частоте – $\Delta f = 25$ и 400 Гц. Как видно из графиков, с увеличением шага кусочно-линейной аппроксимации по частоте наблюдается сглаживание неоднородностей рельефа относительных ошибок оценивания скорости звука, а также снижение их уровня. Аналогичная картина имеет место и для других вариантов задания параметра C_0 в стенке однородной трубы. Поэтому последующий количественный анализ будем проводить при шаге кусочно-линейной аппроксимации по частоте, равном $\Delta f = 400$ Гц.

На рис. 6–9 сплошными линиями представлены оценки скорости звука в цилиндрической трубе, полученные при кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек методом реперных точек (пары графиков а и б) и методом наименьших квадратов (пары графиков в и г). Графики а и в соответствуют интервалу частот (50...450) Гц, а графики б и г – (450...850) Гц. По осям абсцисс отложены координаты смещаемого приемника, а по осям ординат – оценки скорости звука. Штриховой линией на каждом из графиков показано точное значение скорости звука в материале стенки цилиндрической трубы.

Оказалось, что для обоих методов кусочно-линейной аппроксимации точность оценивания скорости звука в целом имеет примерно один и тот же порядок и, как правило, возрастает при использовании более высокочастотного поддиапазона. Вместе с тем, с ростом измеряемой скорости звука и сопутствующим уменьшением волнового размера трубы точность оценивания снижается. Это особенно заметно вблизи источника сигналов и торцов трубы. Для промежуточной области расположения приемников на точность оценивания существенно влияют ошибки процедуры “раскручивания” фазы, поэтому целесообразно модифицировать схему измерений так, чтобы ее исключить. В связи с этим рассмотрим вторую схему измерений, в которой используется пара приемников с фиксированным межэлементным расстоянием $\Delta Z = 0.01$ м, которое удовлетворяет требованию ограничения фазовых задержек между приемниками интервалом главных значений $[-\pi, +\pi]$.

Исследуем зависимость точности оценивания скорости звука в стенке однородной трубы от ко-

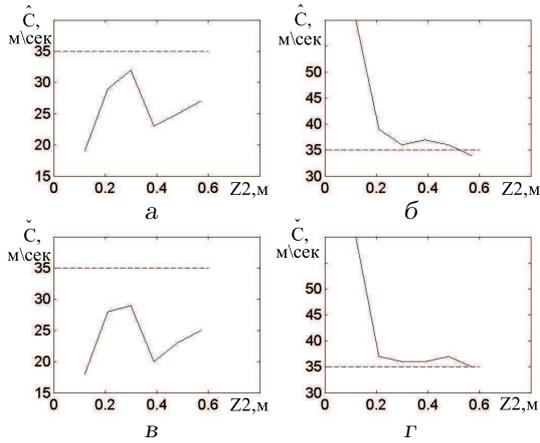


Рис. 7. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

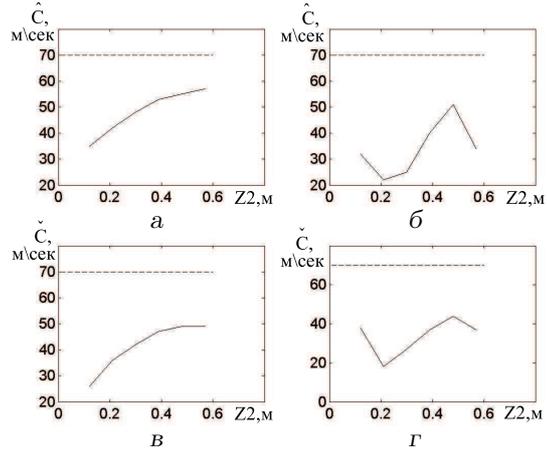


Рис. 9. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 70$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

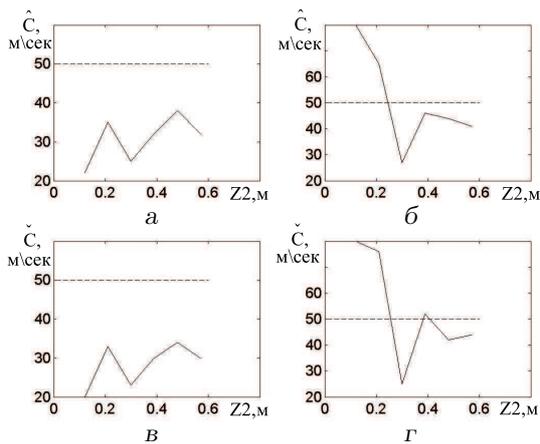


Рис. 8. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 50$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

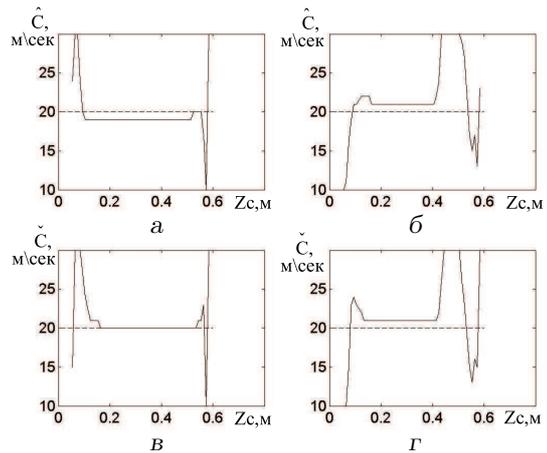


Рис. 10. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 20$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

ординаты центра базы антенны, смещаемой вдоль образующей трубы. Геометрия задачи и акустические параметры те же, что и при анализе предыдущей схемы измерений.

На рис. 10 сплошными кривыми показаны оценки скорости звука в стенке однородной трубы с истинным значением скорости звука $C_0 = 20$ м/с

(штриховые линии). Здесь по осям абсцисс отложены координаты центра базы двухэлементной антенны $Z_c = 0.12, 0.21, 0.3, 0.39, 0.48, 0.57$ м, а по осям ординат – оценки скорости звука. Порядок представления информации на графиках аналогичен рис. 6.

Как видно, оценки скорости звука для обоих ме-

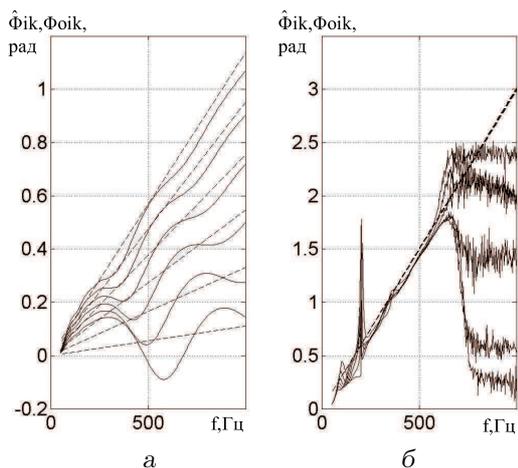


Рис. 11. Сравнение фазовых задержек сигналов между приемниками с фиксированной базой при распространении в однородной среде $C_0 = 20$ м/с при отсутствии границ (штриховые) и в стенке цилиндрической трубы (сплошные):

а – на участке (0.06...0.11) м;
 б – на участке (0.48...0.54) м

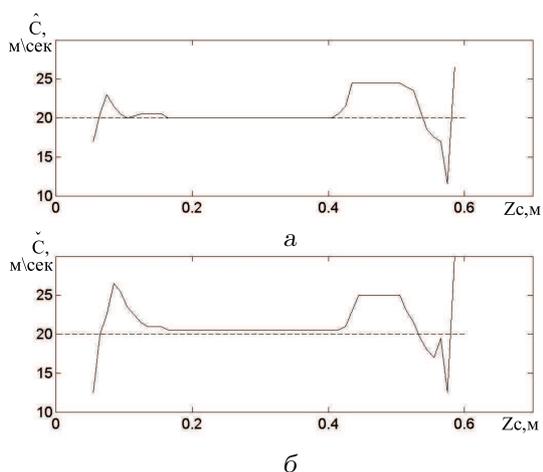


Рис. 12. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 20$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

а – метод реперных точек;
 б – метод наименьших квадратов

тодов кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек имеют примерно одинаковые погрешности. В рассматриваемом случае точность оценивания зависит от трех факторов.

Первый из них связан с флуктуациями фазовых задержек в волновой зоне источника сигналов, характерных для точек приема вблизи источника в первом поддиапазоне частот (50...450) Гц.

Эту особенность иллюстрирует график рис. 11, а, на котором представлена зависимость фазовых задержек от частоты для приемников с координатами центра базы антенны вдоль образующей $Z_c = (0.06 \dots 0.11)$ м.

Второй фактор определяется флуктуациями фазовых задержек, связанными с ростом влияния помехи из-за затухания сигнала при удалении точек приема от источника, см. график рис. 11, б, на котором приведены фазовые задержки для удаленных от источника точек приема с координатами центра базы $Z_c = (0.48 \dots 0.54)$ м. Именно этим определяется рост погрешностей на этом пространственном участке для второго поддиапазона частот. Интересно отметить, что для первой схемы измерений в этом диапазоне дистанций Z_c наблюдалась обратная картина, а именно, точность оценивания повышалась (см. рис. 6). Этот эффект обусловлен тем, что для такой схемы измерений на ближнем к источнику сигнале приемнике затухание не оказывало существенного влияния на уровень отношения сигнал/помеха. Таким образом, в случаях существенного ослабления сигнала на удаленных от источника приемниках целесообразно оценивать скорость звука, используя обе схемы измерений.

Наконец, третий из указанных факторов связан с ростом флуктуаций фазовых задержек при приближении к областям, где наблюдаются скачки фазы из-за антирезонансов мод сигнала. Они наблюдаются на рис. 11, а в области низких частот, соответствующей первому поддиапазону.

Заметим, что погрешности оценивания скорости звука в первом и втором поддиапазонах обусловлены разными причинами. Поэтому величину ошибок можно снизить, проведя усреднение полученных оценок по поддиапазнам на соответствующих дистанциях, как это явствует из рис. 12. Из графиков видно, что для точек приема, расположенных в центральной части трубы, оценки практически совпадают с истинным значением $C_0 = 20$ м/с.

Приведем также результаты оценивания, полученные для других значений скорости звука в стенке однородной трубы. В частности, на рис. 13 представлены оценки скорости звука $C_0 = 35$ м/с по первому и второму поддиапазонам, а на рис. 14 – оценки после усреднения по ним. Интересно, что в этом случае погрешности оценивания несколько возрастают. Причины этого связаны с ростом флуктуаций фазовых задержек из-за уменьшения волновых размеров трубы. Заметим, что более точный результат оценивания можно получить за счет до-

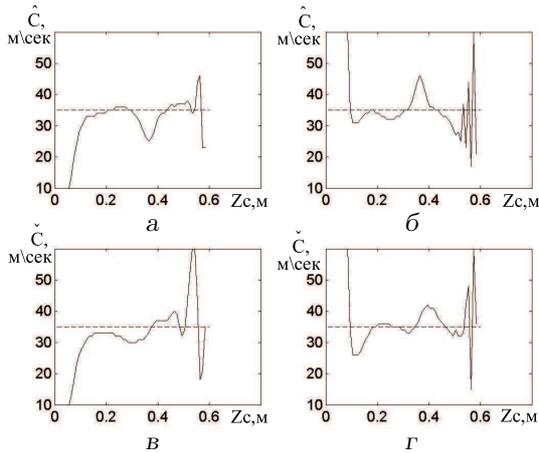


Рис. 13. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

полнительного усреднения оценок по положениям центра базы приемной антенны с исключенными аномальными участками, примыкающими к источнику ($Z_c = (0.05 \dots 0.12)$ м) и торцам трубы ($Z_c = (0.53 \dots 0.59)$ м). Так, после повторного усреднения оценок скорости звука по дистанциям и поддиапазнам получаем для метода линеаризации по реперным точкам оценку $\hat{C}_0 = 34.13$ м/с (относительная ошибка 2.47%), а для метода наименьших квадратов – $\check{C}_0 = 35.02$ м/с (относительная ошибка 0.07%).

На рис. 15 представлены оценки скорости звука $C_0 = 50$ м/с по первому и второму поддиапазнам, а на рис. 16 – оценки после усреднения по поддиапазнам. Как видно, погрешности оценивания продолжают возрастать. Вместе с тем, за счет проведения дополнительного усреднения оценок по дистанции после предварительного цензурирования данных в областях примыкающих к источнику и удаленному торцу трубы для случая линеаризации по реперным точкам получаем $\hat{C}_0 = 53.1$ м/с (относительная ошибка 6.22%) и для метода наименьших квадратов – $\check{C}_0 = 49.3$ м/с (относительная ошибка 1.39%). Так как оценки скорости звука для рассматриваемых алгоритмов практически независимы, можно провести дополнительное усреднение полученных финальных значений между собой. Тогда среднее значение скорости звука по обоим алгоритмам составит 51.2 м/с, а относительная ошибка оценивания – 3.8%.

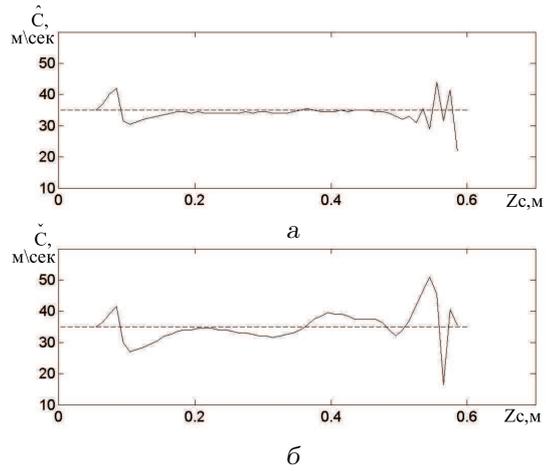


Рис. 14. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек;
 б – метод наименьших квадратов

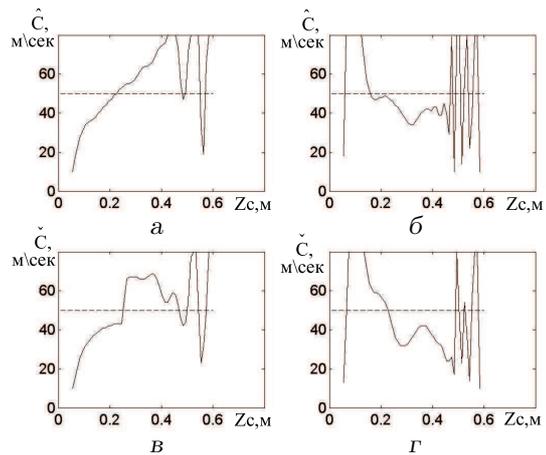


Рис. 15. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 50$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц;

а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
 б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
 в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
 г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

Наконец, на рис. 17 представлены результаты оценивания скорости звука $C_0 = 70$ м/с по первому и второму поддиапазнам, а на рис. 18 – после усреднения по поддиапазнам. В этом случае ошибки становятся достаточно большими из-за существенных флуктуаций фазовых задержек в первом и втором поддиапазнах частот практически

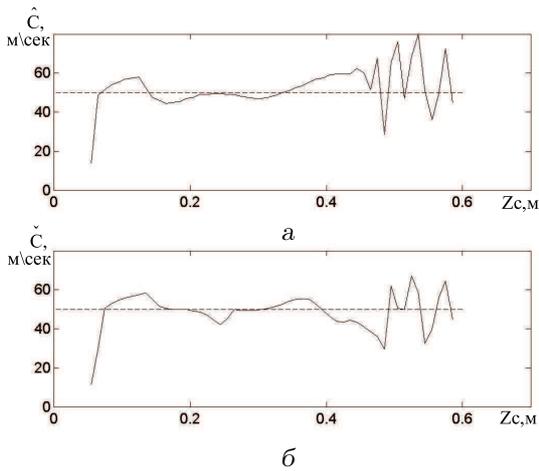


Рис. 16. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 50$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:
а – метод реперных точек;
б – метод наименьших квадратов

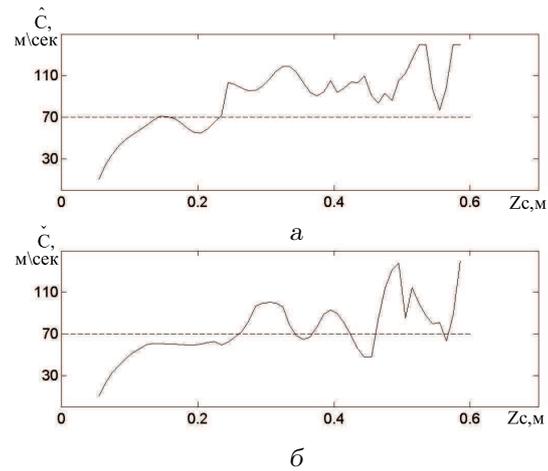


Рис. 18. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 70$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:
а – метод реперных точек
б – метод наименьших квадратов

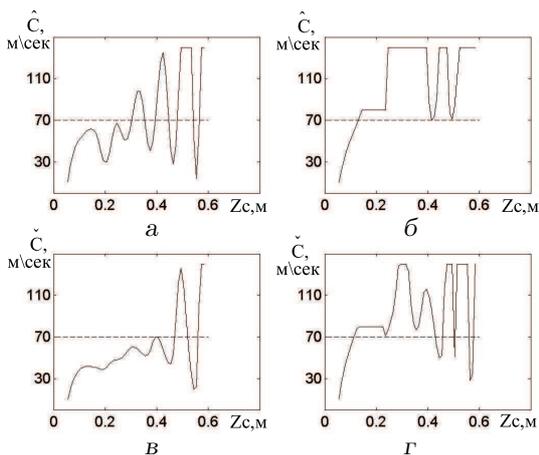


Рис. 17. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в однородной цилиндрической трубе со скоростью звука $C_0 = 70$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:
а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

ки на всех участках расположения точек приема. Это хорошо видно из графиков фазовых задержек для срединных положений центра базы точек приема ($Z_c = (0.3 \dots 0.36)$ м, рис. 19, а) и участка возле дальнего торца трубы ($Z_c = (0.53 \dots 0.59)$ м, рис. 19, б). Все обозначения аналогичны рис. 2.

Тем не менее, расчеты показывают, что даже в

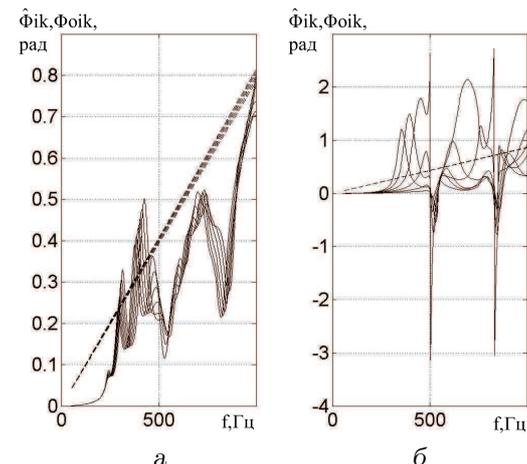


Рис. 19. Сравнение фазовых задержек сигналов между приемниками с фиксированной базой при распространении в однородной среде с $C_0 = 70$ м/с:

сплошные – для цилиндрической трубы;
штриховые – для безграничной среды

а – на участке (0.30...0.36) м;
б – на участке (0.53...0.59) м

этих условиях за счет дополнительного усреднения по дистанциям при исключении аномальных участков, примыкающих к источнику и дальнему торцу трубы, можно снизить относительную погрешность оценивания до (10...15) %. В частности, для метода наименьших квадратов в рассматриваемом случае получаем оценку $\hat{C}_0 = 78.68$ м/с, что соответствует ошибке оценивания порядка 12.4 %.

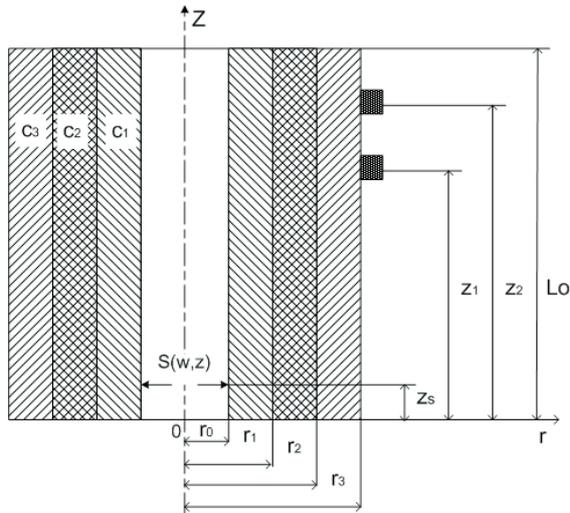


Рис. 20. Модель конечной коаксиально-слоистой трубы

Таким образом, представленные результаты показывают, что предложенные алгоритмы обеспечивают достаточную для практики точность оценивания скорости звука в диапазоне значений, характерных для тканей легких.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА ПРИ НАЛИЧИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Перейдем к анализу возможностей оценки скорости звука для более сложной ситуации, когда в стенке трубы присутствуют неоднородности. Рассмотрим трехслойную коаксиально-однородную трубу (рис. 20). Пусть ее длина $L_0 = 0.6$ м, а радиусы коаксиальных слоев определяются значениями $r_0 = 0.0085$ м, $r_1 = 0.065$ м, $r_2 = 0.125$ м и $r_3 = 0.15$ м соответственно. Исследуем наиболее сложный случай, когда коаксиальная неоднородность по скорости звука сосредоточена в промежуточном слое. Для численного анализа примем следующие значения скорости звука в трехслойной коаксиально-однородной трубе – $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с. Как и при анализе оценок скорости звука в однородном цилиндре, рассмотрим две схемы измерений.

На рис. 21 показаны результаты оценивания скорости звука в первом, (50...450) Гц, и втором, (450...850) Гц, поддиапазонах частот при использовании схемы с фиксированным положением первого приемника в точке $Z_1 = 0.03$ м и рядом фиксированных положений второго приемника, определяемых набором значений координаты $Z_2 = 0.12,$

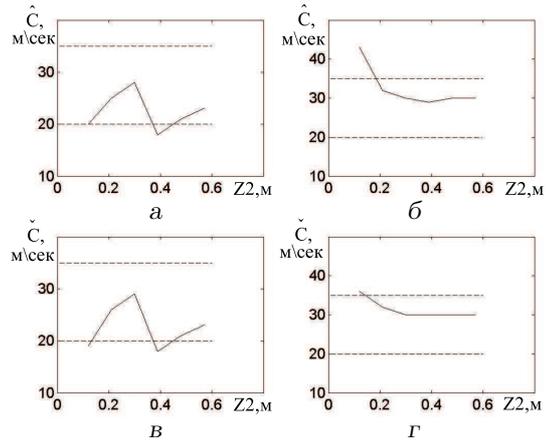


Рис. 21. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в коаксиально-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
- б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
- в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
- г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

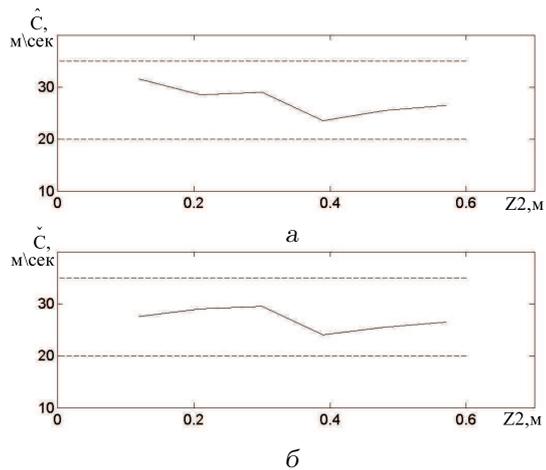


Рис. 22. Усредненные по поддиапазонам оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в коаксиально-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек;
- б – метод наименьших квадратов

0.21, 0.3, 0.39, 0.48, 0.57 м. Штриховыми линиями даны значения скорости звука в коаксиальных слоях стенок трубы. На рис. 22 представлены оценки, полученные после усреднения данных по выделенным частотным поддиапазонам.

Анализ графиков показывает, что наличие коа-

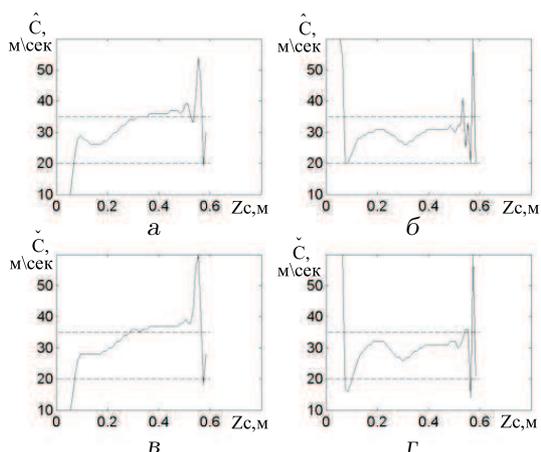


Рис. 23. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в коаксиально-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
- б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
- в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
- г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

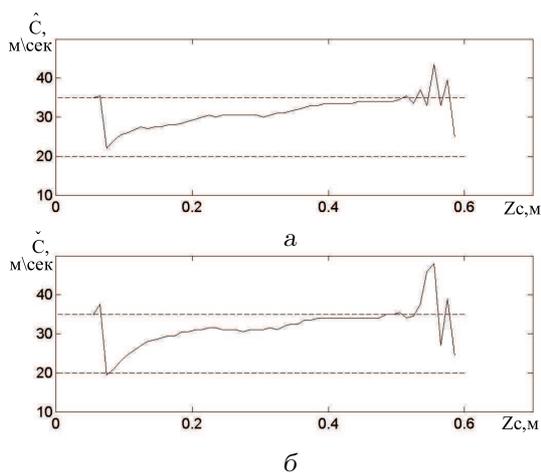


Рис. 24. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в коаксиально-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек;
- б – метод наименьших квадратов

коаксиального слоя неоднородности $C_2 = 35$ м/с приводит к росту флуктуаций оценок скорости звука в первом поддиапазоне частот по сравнению со случаем однородной трубы $C_0 = 20$ м/с (см. рис. 6). В то же время, во втором поддиапазоне при достаточном удалении от источника сигналов оценки скорости звука стабилизируются в окрестно-

сти величины $C = 30$ м/с, лежащей между заданными в коаксиальных слоях стенки трубы значениями скоростей звука $C_{1,2,3}$. После усреднения по поддиапазнам практически для всех заданных дистанций оценки попадают внутрь указанного интервала. Дополнительное усреднение по дистанции позволяет получить оценку скорости звука, соответствующую некоторому промежуточному значению, которое будет зависеть от соотношений скоростей звука в слоях и волновых размеров слоев. В целом полученные данные могут быть использованы для выявления неоднородности и формирования общего представления о ее характеристиках.

Дополнительную информацию дает вторая схема измерений, основанная на использовании пары приемников с фиксированной базой. На рис. 23 представлены результаты оценивания скорости звука в стенке трубы с коаксиальной неоднородностью $C_2 = 35$ м/с для первого, (50...450) Гц, и второго, (450...850) Гц, поддиапазона, а на рис. 24 – оценки, полученные после усреднения по поддиапазнам. Как и ранее, штриховыми линиями даны точные значения скорости звука в коаксиальных слоях.

В этом случае усредненные оценки скорости звука также практически во всем диапазоне дистанций находятся в пределах интервала, ограниченного истинными значениями скорости звука в коаксиальных слоях стенки трубы. Исключение вновь составляют небольшие участки, расположенные вблизи источника сигналов и торцов трубы. Следует отметить, что для данной схемы измерений при удалении точек приема от источника усредненные оценки монотонно возрастают от минимальной до максимальной величины скорости звука в слоях трубы. Это объясняется тем, что по мере удаления точек приема от источника возрастает часть пути, проходимая волнами внутри коаксиального слоя неоднородности повышенной скоростью звука $C_2 = 35$ м/с и ее вклад в общую оценку становится все более весомым. Заметим, что аналогичная гипотеза была использована в работах [6–9] для объяснения особенностей частичного распространения низкочастотных звуков дыхания на поверхность легких через большие дыхательные пути. В целом приведенные результаты показывают, что при наличии коаксиального слоя неоднородности по скорости звука предложенные алгоритмы позволяют получить информацию о некоторой усредненной величине скорости звука, а в ряде случаев также определить диапазон ее возможных изменений.

Дополнительную информацию о характеристи-

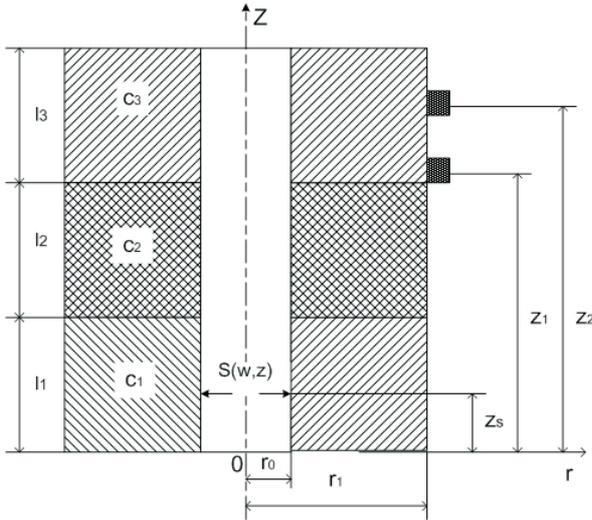


Рис. 25. Модель конечной кусочно-однородной трубы

как коаксиальной неоднородности по скорости звука можно получить тогда, когда неоднородность имеет ограниченную протяженность. Анализ этой ситуации проведем на основе модели трехслойной кусочно-однородной цилиндрической трубы, представленной на рис. 25. Структура поля сигнала для этой модели была рассмотрена в работе [10]

Предположим, что труба имеет общую длину $L_0=0.6$ м и составлена из отрезков длиной $L_1=0.1$ м, $L_2=0.3$ м и $L_3=0.2$ м соответственно. При этом скорость звука на среднем отрезке трубы ($C_2=35$ м/с) превышает скорости звука на смежных отрезках ($C_1=C_3=20$ м/с). Плотность стенок кусков трубы вновь полагем одинаковой – $\rho_i=250$ кг/м³, $i=1, 2, 3$. Затухание звука учтем, введя соответствующие комплексные добавки к скорости звука с коэффициентами $\nu_1=\nu_3=0.2$ и $\nu_2=0.13$. Пусть сосредоточенный источник сигнала расположен на внутренней стенке радиуса $r_0=0.0085$ м на расстоянии $Z_s=0.05$ м от акустически мягкого торца трубы. Приемники будем располагать вдоль образующей цилиндра на наружной стенке трубы радиуса $r_1=0.15$ м.

Рассмотрим первый вариант схемы измерений с фиксированным расположением первого напротив источника ($Z_1=0.05$ м) и следующими вариантами положения второго приемника – $Z_2=0.15, 0.25, 0.3, 0.35, 0.45, 0.55$ м. На рис. 26 приведены данные оценивания скорости звука для этой схемы измерений по поддиапазнам (50...450) Гц и (450...850) Гц, а на рис. 27 – оценки после усреднения по поддиапазнам. Штриховыми линиями

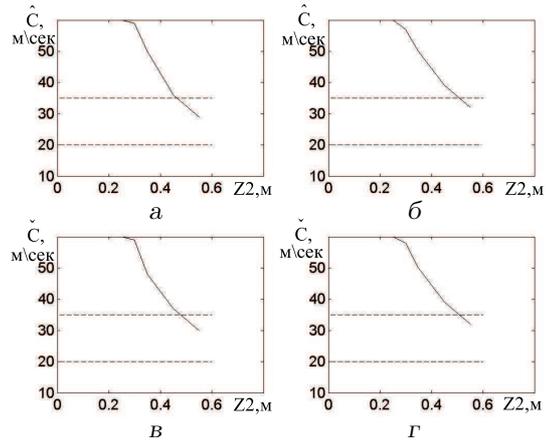


Рис. 26. Оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в кусочно-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1=C_3=20$ м/с и $C_2=35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f=400$ Гц:

- а – метод реперных точек на интервале (50...450) Гц;
- б – метод реперных точек на интервале (450...850) Гц;
- в – метод наименьших квадратов на интервале (50...450) Гц;
- г – метод наименьших квадратов на интервале (450...850) Гц

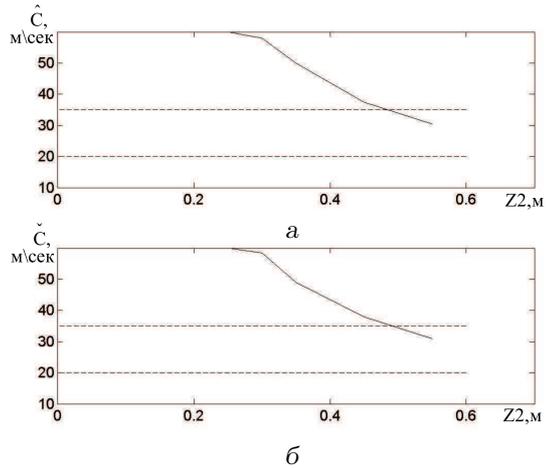


Рис. 27. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с переменной базой в кусочно-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1=C_3=20$ м/с и $C_2=35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f=400$ Гц:

- а – метод реперных точек;
- б – метод наименьших квадратов

обозначены минимальное ($C_1=C_3=20$ м/с) и максимальное ($C_2=35$ м/с) значения скорости звука в отрезках трубы.

Анализ графиков показывает, что эта схема измерений дает завышение оценок скорости звука, которые только при расположении второго при-

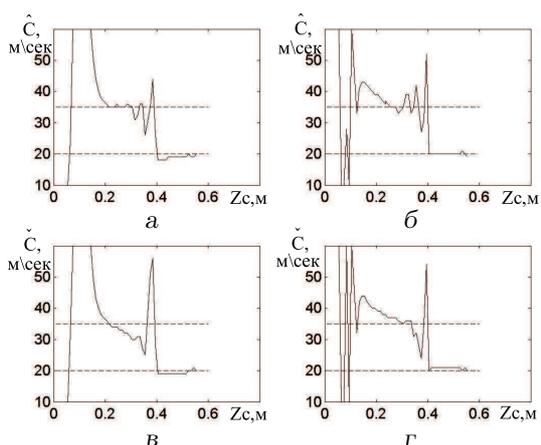


Рис. 28. Оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в кусочно-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек на интервале (50... 450) Гц;
- б – метод реперных точек на интервале (450... 850) Гц;
- в – метод наименьших квадратов на интервале (50... 450) Гц;
- г – метод наименьших квадратов на интервале (450... 850) Гц

емника над третьим отрезком трубы попадают в интервал между минимальным и максимальным значениями скорости звука.

Ранее отмечалось, что при двухточечных измерениях с переменной базой существенную роль играют погрешности, обусловленные процедурой раскручивания фазы. Роль этого фактора возрастает при наличии неоднородностей. Вместе с тем, в нашем случае проявляется еще один фактор, увеличивающий ошибки оценивания скорости звука. Он связан с тем, что в рамках рассматриваемой схемы измерений из-за присутствия кусочной неоднородности возникают ситуации, когда приемники оказываются над слоями с разными значениями скорости звука. Это приводит к появлению дополнительного смещения оценок фазовых задержек между точками приема, а, значит, и к соответствующему смещению оценок скорости звука.

На наш взгляд, более адекватные результаты можно получить согласно второй схеме измерений, когда приемники расположены достаточно близко друг к другу и поэтому практически всегда находятся над слоями с одинаковыми значениями скорости звука. Исключение составляют только небольшие окрестности границ раздела слоев с разными значениями скорости звука.

На рис. 28 и 29 представлены соответствующие результаты оценивания скорости звука. На графиках четко выделяются области вблизи границ

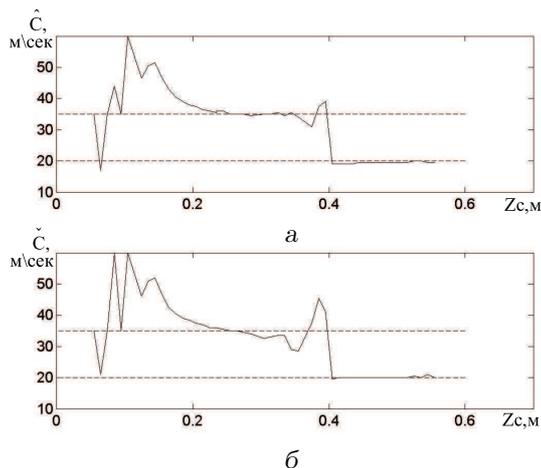


Рис. 29. Усредненные по поддиапазнам оценки скорости звука двумя приемниками с фиксированной базой в кусочно-однородной цилиндрической трубе со скоростью звука в слоях $C_1 = C_3 = 20$ м/с и $C_2 = 35$ м/с при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 400$ Гц:

- а – метод реперных точек;
- б – метод наименьших квадратов

раздела между первым и вторым отрезками трубы ($L_1 = 0.1$ м), а также между вторым и третьим отрезками ($L_1 + L_2 = 0.4$ м), в окрестности которых резко возрастают флуктуации оценок скорости звука. При удалении от них оценки приближаются к истинным значениям скорости звука в соответствующих отрезках трубы. Особенно хорошо это видно при переходе через вторую границу, где оценки после усреднения практически точно совпадают с истинным значением $C_3 = 20$ м/с (см. рис. 29).

Таким образом, при наличии кусочно-слоистых неоднородностей предложенные алгоритмы позволяют оценить не только влияние неоднородности на оценки скорости звука, но также выявить область ее локализации.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В заключение, в качестве иллюстрации рассмотрим пример применения предложенных алгоритмов для оценки скорости звука в верхушке правого легкого. В эксперименте использовались синхронные записи голосовых звуков “И” в двух точках приема. При этом были рассмотрены две схемы расстановки приемников. Для первой из них (рис. 30, а) одна точка приема была расположена на шее, а вторая – на поверхности грудной клетки чуть ниже середины правой ключицы, где распо-

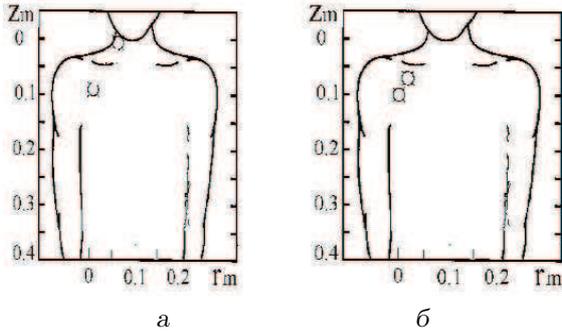


Рис. 30. Расстановка приемников для двух измерений скорости звука в верхушке правого легкого:

а – первый эксперимент;
б – второй эксперимент

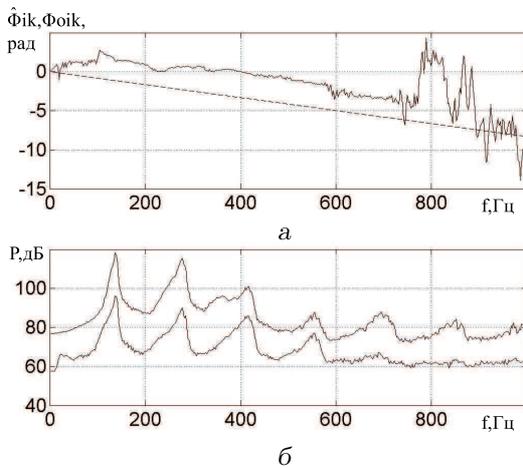


Рис. 31. Характеристики распространения звука “И” для схемы измерений с точками приема на шее и на поверхности грудной клетки ниже правой ключицы:

а – оценки фазовой задержки;
б – оценки оценки спектральной плотности мощности;
сплошные – экспериментальные данные;
штриховая – расчет для однородной среды с $C_0 = 50$ м/с в тех же точках приема

ложена верхушка правого легкого [11].

На рис. 31, а и б соответственно приведены частотные зависимости фазовых задержек сигнала между заданными точками приема и уровней спектральной плотности мощности сигналов, регистрируемых в этих точках (нижний график). Для анализа выбрана рабочая полоса частот от 20 до 1000 Гц. Видно, что структура фазовых задержек существенно меняется в заданной полосе частот. На низких частотах до 150 Гц величина задержки в основном формируется за счет фоновых помех и сигналов сердцебиения. В диапазоне от 150 и до 750 Гц преобладает вклад голосового сигнала (звуки “И”). Наконец, на частоте

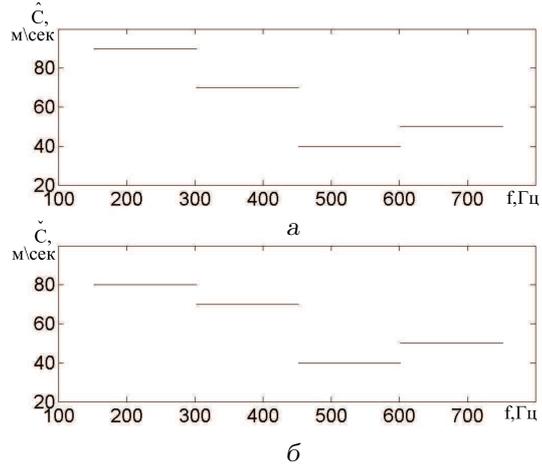


Рис. 32. Оценки скорости распространения звука “И” для схемы измерений с точками приема на шее и на поверхности грудной клетки ниже правой ключицы при использовании кусочно-линейной аппроксимации фазовых задержек с шагом $\Delta f = 150$ Гц:

а – метод выбора реперных точек;
б – метод наименьших квадратов

тах выше 750 Гц фазовые задержки определяются собственными шумами тракта регистрации сигналов. В свою очередь, в информативной области (от 150 до 750 Гц) можно выделить два участка. На частотах (150...400) Гц наблюдаются существенные флуктуации фазовых задержек, связанные с малым волновым расстоянием от приемников до источника сигналов и до верхней границы грудной клетки. В то же время, на интервале (400...750) Гц структура фазовых задержек между точками приема уже хорошо описывается линейной зависимостью. Последняя изображена на графике штриховой линией и соответствует фазовым задержкам в однородной безграничной среде со скоростью звука $C_0 = 50$ м/с при идентичном расположении корреспондирующих точек.

На основе данных о координатах расположения источника и точек приема проведены оценки скорости звука по нескольким поддиапазонам частот, сформированным с шагом $\Delta f = 150$ Гц, который примерно соответствовал периодичности следования максимумов спектральной плотности мощности сигналов звука “И”. Эти результаты приведены на рис. 32. По осям абсцисс отложены частоты, а по осям ординат – оценки скорости звука в соответствующих поддиапазонах. Рис. 32, а получен методом линеаризации фазовых задержек по реперным точкам, а рис. 32, б – при линеаризации с помощью метода наименьших квадратов.

Из анализа графиков видно, что на частотах от 150 до 400 Гц наблюдается заметное смещение оце-

нок скорости звука в сторону завышенных значений, а при переходе в область от 400 до 750 Гц, где структура фазовых задержек стабилизируется, оценки становятся более устойчивыми и концентрируются в окрестности $C = (40 \dots 50)$ м/с.

Заметим, что эти результаты получены при использовании данных о фазовых задержках для антенны с расстоянием между приемниками $\Delta Z = 0.12$ м, сравнимым с длиной волны. Как было показано выше, это требует применения процедуры развертывания фазы, приводящей к росту погрешностей оценивания скорости звука. Кроме того, из-за разнородности тканей вдоль трассы распространения голосового сигнала часть пути он проходит через участки с более высокой скоростью распространения звука, чем в паренхиме легких. Неизбежным следствием этого становится завышение оценок скорости звука.

Исходя из сказанного, дополнительно был проведен анализ для антенны с малым по сравнению с длиной волны межэлементным расстоянием $\Delta Z = 0.01$ м. При этом датчики располагались в правой подключичной ямке в окрестности верхушки правого легкого (схема эксперимента дана на рис. 30, б). В результате для интервала частот от 350 до 600 Гц, где наблюдалась линейная зависимость фазовых задержек от частоты, была получена оценка скорости звука $C = 30$ м/с, которая, по нашему мнению, более адекватно отражает реальную ситуацию.

Таким образом, представленные теоретические и экспериментальные результаты в целом подтверждают работоспособность предложенных алгоритмов оценивания скорости звука и эффективность их использования для неинвазивной диагностики патологий легочных тканей.

ВЫВОДЫ

1. Разработаны алгоритмы неинвазивного оценивания скорости звука в малоразмерных (сравнимых с длиной волны) объектах с неоднородной структурой. Показано, что для реализации алгоритмов достаточно знать координаты расположения локализованного источника сигналов и пары приемников.
2. Проведен численный анализ относительных ошибок оценивания скорости звука для ряда канонических моделей однородной и слоисто-неоднородной цилиндрических труб. Определена наиболее рациональная схема измерений при использовании двухэлементной антенны.
3. Выявлены основные факторы, влияющие на точность оценивания скорости звука для однородной трубы. Определены процедуры дополнительной обработки результатов измерений, обеспечивающие повышение точности оценивания.
4. Показано, что предложенные алгоритмы позволяют диагностировать факт присутствия неоднородности по скорости звука в слоисто-неоднородных моделях трубы, а также могут использоваться для определения характера неоднородности и ее локализации.
5. Проведена экспериментальная апробация эффективности предложенных алгоритмов оценивания скорости звука в верхушке правого легкого. Показано, что полученные оценки скорости звука согласуются с известными данными.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко признательны академику НАН Украины проф. В. Т. Гринченко за постоянное внимание и поддержку данного направления исследований.

1. Крижановский В. В. Статистическая оценка акустических параметров респираторного тракта человека // Акуст. вісн. – 1998. – 1, № 1. – С. 40–51.
2. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Потенциальная эффективность неинвазивного оценивания акустических параметров артефактов тканей респираторного тракта // Акуст. вісн. – 2010. – 13, № 1. – С. 44–62.
3. Крижановский В. В. Модельные исследования спектрально-корреляционных характеристик шумов дыхания в респираторном тракте человека // Акуст. вісн. – 1998. – 1, № 4. – С. 33–46.
4. Гринченко В. Т., Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Модельные оценки потенциальной эффективности обнаружения коаксиальных неоднородностей внутри стенки конечной цилиндрической трубы // Акуст. вісн. – 2004. – 7, № 2. – С. 42–54.
5. Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol. – 1983. – 55. – P. 304–308.
6. Wodicka G. R., Aguirre A., DeFrain P. D., Shannon D. C. Phase Delay of Pulmonary Acoustic Transmission from Trachea to Chest Wall // IEEE Trans. Biomed. eng. – 1992. – 39, № 10. – P. 1053–1058.
7. Kraman S. S. Speed of low-frequency sound through the lungs of normal men // J. Appl. Physiol. – 1983. – 55. – P. 1862–1867.
8. Rice D. A. Sound speed in the upper airways // J. Appl. Physiol. – 1983. – 55. – P. 326–336.

9. Коренбаум В. И., Тагильцев А. А., Куликов Ю. В. Особенности передачи звука голоса человека на стенку грудной клетки // Акуст. ж.– 1998.– 44, № 3.– С. 380–390.
10. Крижановский В. В., Крижановский В. В. (мл.) Звуковое поле в кусочно-однородном цилиндре, возбуждаемое осесимметричной случайной нагрузкой на границе // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 4.– С. 36–50.
11. Губергриц А. Я. Непосредственное исследование больного. Курс физикальной диагностики.– Ижевск: Удмуртия, 1996.– 332 с.