# ФАЗО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРИЕМНИКОВ ЗВУКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ ЭЛЕКТРОДИРОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ СВЯЗАННОСТИ

# А. В. КОРЖИК

Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев

#### Получено 12.10.2009

С использованием решения сквозной задачи о приеме звуковых волн пьезокерамическим круговым тонкостенным преобразователем разрезными электродами и раздельным электрическим нагружением рассчитаны фазо-частотные характеристики его модовых составляющих. Фазо-частотные характеристики приведены для различных углов раскрыва электродов.

З використанням розв'язку наскрізної задачі про прийом звукових хвиль п'єзокерамічним круговим тонкостінним перетворювачем з розрізними електродами й роздільним електричним навантаженням розраховані фазо-частотні характеристики його модових складових. Фазо-частотні характеристики наведені для різних кутів розхилу електродів.

The phase-frequency characteristics of the modal components of a thin-walled piezoceramic circular transducer with sectional electrodes and separated electric load have been calculated using the solution of the "through" problem on sound receiving by such device. Mentioned phase-frequency characteristics are presented for various opening angles of the electrodes.

#### введение

Данная работа продолжает тематику исследований частотных характеристик таких многомодовых колебательных систем как цилиндрические пьезокерамические круговые тонкостенные преобразователи, на поверхности которых нанесены электроды с определенным углом раскрыва. Электроды нагружены на произвольные независимые электрические нагрузки. Определение общих амплитудно-частотных зависимостей модовых составляющих таких устройств в рамках традиционных подходов к расчетам приемных пьезокерамических преобразователей было выполнено в работе [1] и конкретизировано в работе [2] для наиболее часто встречающихся типов электродирования поверхностей преобразователей в виде тонкостенных пьезокерамических круговых цилиндрических оболочек.

В силу использования методологии связанных полей в системе "акустическая среда – оболочка – электрическая нагрузка", при решении задачи о приеме звука данным преобразователем сведения об амплитудно-частотных зависимостях форм колебаний [2] следует дополнить фазовыми соотношениями, что даст возможность оценить характер результирующего сигнала на нагрузке соответствующего электрода. При этом цель исследования состоит в определении особенностей фазочастотных распределений для первых пяти форм колебаний электроупругого цилиндрического приемника в зависимости от величины электрода при падении на приемник плоской акустической волны.

Следует отметить, что сведения о фазочастотных характеристиках (ФЧХ) многомодовых систем представлены в публикациях, посвященных обсуждаемой тематике, недостаточно полно. Среди наиболее близких к выбранному направлению исследований следует отметить работы [3– 6] в части эффектов пространственно-частотной фильтрации в системах взаимодействующих рассеивателей, вопросов использования наполнителей и вставок в цилиндрических источниках, а также излучающих систем в виде соосного набора цилиндрических колец, которые электрически запитываются независимо друг от друга.

Изложенное позволяет считать выбранную тематику исследований перспективной, позволяющей детализировать ситуацию приема звука многомодовыми системами в условиях электродирования и нагружения, приближенных к реальным.



Рис. 1. Пьезокерамический преобразователь с двумя парами электродов  $(2\gamma_{os}; 2\gamma'_{os})$  и раздельными электрическими нагрузками  $Z_{11}, Z_{12}$ 

## 1. К ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ

Расчеты ФЧХ проведены на основе постановок и решений задач из области стационарной гидроэлектроупругости (см., например, [7,8]) с привлечением методологии учета способа электродирования поверхности преобразователя, приведенной в работах [2,8]. Постановочная часть и решение задачи в части акустических характеристик детально рассмотрены в статьях [9,10]. Пьезокерамический материал, среда, тип и величина электрических нагрузок, количества членов разложения полей и рядов Фурье, а также угол падения волны  $\alpha$ и геометрические размеры оболочки (радиус  $r_{os}$ и толщина  $h_{os}$  – см. рис. 1) соответствуют заданным и приведены в публикации [2].

При расчетах ФЧХ углы раскрыва электродов  $2|\gamma'_{os}|=2|\gamma_{os}|$  выбирались так:  $2|\gamma'_{os}|=180^{\circ}, 120^{\circ}, 90^{\circ}, 60^{\circ}$ . При этом значения резонансных частот модовых составляющих  $f_{0n}$  (n=0,1,2,3,4) были  $f_{00} \approx 8.2$  кГц,  $f_{01} \approx 11.65$  кГц,  $f_{04} \approx 35.6$  кГц,  $f_{02} \approx 18.8$  кГц,  $f_{03} \approx 27.25$  кГц.

# 2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты расчетов ФЧХ цилиндрического кругового электроупругого приемника для различных видов электродирования приведены на рис. 2.

Исходя из совпадения фаз напряжений и токов в нагрузке  $Z_n$  (для рассмотренной ситуации электрического нагружения  $Z_n = R$ ), будем считать, что полученные расчетные  $\Phi$ ЧХ электрического напряжения аналогичны  $\Phi$ ЧХ токов в нагрузке с точностью до коэффициента 1/R. Амплитудночастотные характеристики (АЧХ) мод предлагается рассматривать по результатам расчетов [2].

Отметим, что все ФЧХ, приведенные для своих форм колебаний, весьма схожи и для каждой из них может быть выделено три области – низкочастотная, резонансная и высокочастотная, определяемые приблизительно так:

- $f/f_{0n} < 0.66$  для первой;
- 0.6 <  $f/f_{0n}$  < 1.66 для второй;
- $f/f_{0n} > 1.6$  для третьей.

Здесь  $f_{0n}$  – частота резонанса *n*-ой моды колебаний рассматриваемой цилиндрической оболочки.

Как видно из графиков, в низкочастотной области наблюдаются относительно малые изменения фазы. Известно, что с уходом частоты в область нижних частот (вдали от резонанса) механический импеданс преобразователя типа оболочки увеличивается и имеет упругий характер [6]. Сопротивление излучения при этом падает. Известно также, что для первой формы колебаний механический импеданс оболочки-преобразователя имеет инерционный характер во всем диапазоне частот [4], а преобладание реактивной компоненты импеданса излучения над активной (в том числе и для высших из рассматриваемых мод) в области низких частот сохраняется. Таким образом, в силу связанности колебаний системы разнородные свойства составляющих полного импеданса преобразователя обуславливают не только частотно-зависимую изменчивость его характера но и разные диапазоны изменения значений фаз в дорезонансных областях. С ростом номера моды нижние границы резонансных областей перемещаются вверх по оси частот, характеризуя своеобразную ширину диапазона "неэффективности" использования мод высших порядков с точки зрения преобладания реактивной составляющей импеданса излучения над активной.

В высокочастотной (третьей) области наблюдается тенденция к совпадению фаз электрических напряжений (токов) для всех n форм колебаний. Очевидно, это поясняется выравниванием фаз колебаний участков поверхности преобразователяоболочки вследствие сближения узловых линий при уменьшении длины волны. При этом общий характер изменения фазы с увеличением частоты связывается с изменением углового распределения по поверхности оболочки полного звукового поля



Рис. 2. Фазо-частотные характеристики модовых составляющих электроупругого преобразователя-оболочки для различных углов раскрыва электрода:  $a - 2|\gamma'_{os}| = 180^\circ; \ 6 - 2|\gamma'_{os}| = 120^\circ; \ B - 2|\gamma'_{os}| = 90^\circ; \ r - 2|\gamma'_{os}| = 60^\circ;$  $- n = 0, \ - - n = 1, \ - \cdot - - n = 2, \ - \cdot - n = 3, \ - \cdot \cdot - n = 4$ 

(как результата суперпозиции полей падающей и рассеянной волн) и ростом собственного механического импеданса преобразователя при изменении его характера с упругого на инерционный.

Заметим также, что для каждой кривой в высокочастотной области отмечается изменение фазы  $\Psi_{0n}$  (n=0,1,2,3,4) более чем на  $-90^{\circ}$  относительно некоторого нулевого значения  $\Psi_{0n}$  для данной моды. Это говорит о том, что для соответствующей частотной области действительная компонента полного механического импеданса преобразователя приобретает отрицательный знак. Схожая ситуация возникает из-за взаимовлияния по акустическому полю цилиндрических преобразователей в виде системы из соосного набора пьезокерамических колец [6]. При этом вектор колебательной скорости переходит в левую полуплоскость комплексной плоскости. Как следствие, при удалении от резонанса *n*-ой моды колебаний в область верхних частот модовые составляющие, начиная с частоты  $f_{0n}$  (n+2)-ой моды, перестают насыщать колебательный процесс энергией. Кроме того, существенное уменьшение ширины резонансной кривой *n*-ой моды на частоте резонанса (n+2)-ой моды [2] сопровождается значительным ослаблением связанности колебаний.

Наиболее интересна вторая (резонансная) область. Она характеризуется сопоставимостью собственных механических сопротивлений преобразователя и сопротивлений излучения для каждой из рассматриваемых мод. При этом интервал изменения фазы  $\Delta \Psi_n$  оказывается наименьшим для нулевой моды –  $\Delta \Psi_0 = 18^{\circ}$  при  $2|\gamma_{os}'| = 180^{\circ}$  и  $\Delta \Psi_0 = 24^{\circ}$  при  $2|\gamma_{os}'| = 60^{\circ}$  (см. рис. 2, а и в). Наибольший диапазон изменения характерен для наивысшей из рассматриваемых мод – четвертой ( $\Delta \Psi_0 = 30^\circ$  для любых  $2|\gamma'_{os}|$ ). Объяснением этому может служить увеличение диапазона изменения реактивной составляющей сопротивления излучения  $\mathbf{Im}(Z_{\mu 3 \pi n})$  при уменьшении диапазона изменения активной составляющей  $\operatorname{\mathbf{Re}}(Z_{\operatorname{изл} n}) \rightarrow \rho c$  при  $kr_{os} > n$ .

Кроме того, ФЧХ в пределах резонансной области характеризуется неоднократным переходом через нулевое (для данной моды) значение фазы  $\Psi_{0n}$ , что говорит о сопутствующем много-кратном изменении характера полного механического сопротивления системы с упругого на инерционный и наоборот. Точки пересечения фазовой кривой с этой условно-средней горизонтальной линией соответствуют резонансным частотам системы "акустическая среда – оболочка – электрическая нагрузка". Частоты  $f_{00}$ ,  $f_{01}$ ,  $f_{02}$ ,  $f_{03}$ ,  $f_{04}$  для мод с n = 0, 1, 2, 3, 4 указаны на рис. 2. Значения нулевых фаз  $\Psi_{0n}$  соответствуют жирным маркерам, нанесенным на соответствующие кривые.

Таким образом, комплекс "акустическая среда – оболочка – электрическая нагрузка" представляет собой систему с некоторой полосой, определяемой для полученных резонансных кривых форм колебаний. Такая полоса отлична от полосы резонансной кривой АЧХ системы с одной степенью свободы в условиях отсутствия связанности. Именно связанность смежных мод обуславливает сложное акусто-механическое поведение приемников в резонансной области для каждой из рассматриваемых мод.

Заметим также, что значения фаз  $\Psi_{0n}$  отличаются друг от друга на 90°. Наиболее показательны в этом отношении рис. 2,  $\delta$  и r. Очевидно, это объясняется представлением падающей плоской волны в виде разложения по цилиндрическим волновым функциям и учетом множителя  $i^n$  (n – номер моды), [11]. При этом исходным значением фазы  $\Psi_{00}$  можно считать  $\Psi_{00} = 270^{\circ}$ , определяемое для резонанса нулевой моды и электрода наибольшей площади, которая соответствует углу раскрыва  $2|\gamma'_{os}| = 180^{\circ}$ . Характерно, что при переходе от одного типоразмера электрода (с углом раскрыва  $2|\gamma_{os}'|)$  к другому фазовые соотношения между модами несколько изменяются. Так, при переходе угла раскрыва электрода через критическое значение (обеспечивающее подавление той или иной моды [1,2], например, n=3при  $2|\gamma'_{os}| = 120^{\circ}$  или n = 4 при  $2|\gamma'_{os}| = 90^{\circ}$ ), амплитудные и фазовые кривые активируются вновь, но со смещением на 180° (см. рис. 2, а, в для моды n=3 и рис. 2, б, r для моды n=4). Объяснением этому, по-видимому, может быть то, что изменение длины дуги окружности, соответствующей электроду заданного раскрыва, вызывает изменение соотношения угловых распределений противофазных и синфазных участков колеблющейся поверхности преобразователя с преобладанием перемещений поверхности определенного знака.

Кроме того, увеличение номера моды приводит к увеличению крутизны фазовой кривой вблизи значения резонанса (см. рис. 2, а и г). Это объясняется более высокой добротностью высших форм колебаний оболочки по сравнению с низшими.

## выводы

- 1. ФЧХ первых пяти модовых составляющих рассмотренной системы "акустическая среда оболочка электрическая нагрузка" в заданном диапазоне частот имеют схожий характер, отличаясь расположением резонансной области на оси частот, величиной интервала изменения фазы и степенью крутизны фазовой кривой в окрестности резонанса соответствующей моды. При этом крутизна фазовой кривой в окрестности резонанса, расположение области *n*-ой моды и увеличение интервала изменения фазы  $\Delta \Psi_n$  в ней связаны с увеличением номера моды и, соответственно, изменением соотношения  $\operatorname{Im}(Z_{изл\,n})$  к  $\operatorname{Re}(Z_{изл\,n})$ .
- 2. Каждая ФЧХ позволяет определить область верхних частот, в которой эффективность рассматриваемой моды утрачивается, а связанность со смежными (*n*+2) модами уменьшается.

- 3. Изменение площади (угла раскрыва) электрода при переходе через "критический" размер, обеспечивающий подавление той или иной моды, приводит к изменению значения фазы Ψ<sub>0n</sub> подавленной и вновь электромеханически активизированной моды на 180°.
- 1. Аронов Б. С. Электромеханические преобразователи из пьезоэлектрической керамики.– Л.: Энергоатомиздат, 1990.– 271 с.
- Коржик А. В. Амплитудно-частотные характеристики некоторых форм колебаний пьезокерамических цилиндрических приемников звука при различных видах электродирования в условиях связанности // Акуст. вісн.– 2009.– 12, N 3.– С. 33–40.
- Лейко А. Г., Шамарин Ю. Е., Ткаченко В. П. Подводные акустические антенны. Методы расчета звуковых полей.– К.: Аванпост прим, 2000.– 320 с.
- Вовк І. В., Олійник В. Н. Випромінювання звуку циліндричною п'єзокерамічною оболочкою з секторіальною жорсткою вставкою // Доп. АН України.– 1993.– N 10.– С. 64–68.

- 5. Гринченко В. Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках.– К.: Наук. думка, 1986.– 240 с.
- 6. Грінченко В. Т., Вовк І. В., Маципура В. Т. Основи акустики.– К.: Наук. думка, 2007.– 640 с.
- Дідковський В. С., Лейко О. Г., Савін В. Г. Електроакустичні п'езокерамічні перетворювачі.– Кіровоград: Імекс-ЛТД, 2006.– 448 с.
- Коржик О. В., Лейко О. Г. Взаємодія плоскої акустичної хвилі з лінійною решіткою електропружних циліндричних перетворювачів // Наук. вісті НТУУ "КПГ".– 2001.– N 4.– С. 106–114.
- Коржик О. В., Лейко О. Г. Формування характеристик напрямленності одиночного приймального електропружнього циліндричного перетворювача з розрізними електродами // Наук. вісті НТУУ "КПП".– 2005.– N 1.– С. 50–55.
- Коржик О. В., Лейко О. Г. Дослідження акустичних характеристик одиночного п'єзокерамічного перетворювача при розв'язанні задачі прийому в наскрізній постановці // Наук. вісті НТУУ "КПІ".– 2002.– N 5.– С. 105–113.
- Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики.– Л.: Судостроение, 1972.– 352 с.