

УДК 534.232.082.74

РАСЧЕТ НАКЛАДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ РЕГИСТРАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СТЕРЖНЯХ И ТРУБАХ

О. Н. ПЕТРИЩЕВ

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев

Получено 29.02.2008 ◊ Пересмотрено 09.10.2008

Предложен подход к аналитическому описанию характеристик преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн, позволяющий конструировать математические модели преобразователей, которые содержат в своем составе полный набор геометрических и физико-механических параметров реальных объектов. Эффективность подхода показана на примере накладного преобразователя, у которого приемник переменного магнитного поля состоит из двух плоских многовитковых рамок, расположенных над боковой поверхностью ферромагнитного стержня кругового поперечного сечения.

Запропоновано підхід до аналітичного опису характеристик перетворювачів електромагнітного типу в режимі реєстрації ультразвукових хвиль, який дозволяє конструювати математичні моделі перетворювачів, що містять у своєму складі повний набір геометричних і фізико-механічних параметрів реальних об'єктів. Ефективність підходу показано на прикладі накладного перетворювача, у якого приймач змінного магнітного поля складається з двох плоских багатовиткових рамок, розташованих над бічною поверхнею феромагнітного стержня кругового поперечного перерізу.

The offered approach to analytical describing of characteristics of the electromagnetic transducers in the regime of recording of ultrasonic waves allows the developing of mathematical models of transducers containing the complete set of geometric and physico-mechanic parameters of real objects. The approach effectiveness is demonstrated on the example of the laying-in transducer which receiver of the alternate magnetic field consists of two pancake multivert frames located over the lateral surface of the ferromagnetic rod with circular cross-section.

ВВЕДЕНИЕ

Под ультразвуковым преобразователем электромагнитного типа будем понимать устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, возникающее в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного постоянного магнитного поля. Таким образом, преобразователь электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн – это структура с распределенными параметрами, состоящая из приемника переменного магнитного поля, источника постоянного поля подмагничивания и некоторого объема деформируемого металла. Такие устройства используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1–4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], ультразвуковых первичных преобразователях в системах электрического измерения неэлектрических величин [7], лабораторных установках для экспериментального исследования закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического использования электромагнитного ультразвукового преобразователя естественным образом возникает во-

прос о том, как влияют его геометрические и физико-механические параметры преобразователя на эффективность работы в том или ином диапазоне частот. Не менее актуальна проблема согласования конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо регистрировать с его помощью.

В работе [8] показано, что в присутствии постоянного магнитного поля ультразвуковая гармоническая волна создает на электрическом выходе преобразователя разность электрических потенциалов, амплитудное значение $U_{\text{вых}}$ которой рассчитывается по формуле

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -\frac{i\omega\mu_0}{I^{\text{пр}}} \iiint_V \vec{M}(x_k, \omega) \cdot \vec{H}^{\text{пр}}(x_k) dV. \quad (1)$$

Здесь ω – круговая частота (зависимость от времени $e^{i\omega t}$; $i = \sqrt{-1}$; t – время); $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума; $I^{\text{пр}}$ – сила тока, протекающего по электрическому контуру приемника переменного магнитного поля, который находится в составе преобразователя; $\vec{M}(x_k)$ – амплитудное значение гармонически изменяющегося во времени вектора намагниченности элемента объема dV деформируемого ферромагнетика или

магнитный момент петли вихревого тока в случае металла неферромагнитной группы; $\vec{H}^{\text{нр}}(x_k)$ – вектор напряженности магнитного поля, которое создает в вакууме электрический контур приемника переменного магнитного поля. Интегрирование в формуле (1) выполняется по всему объему V металлического образца.

Очевидно, что первый сомножитель в подынтегральном выражении (1) содержит в себе информацию о типе распространяющихся ультразвуковых волн и о геометрических и физико-механических параметрах металлического образца. Второй сомножитель полностью определяется геометрией электрического контура приемника переменного магнитного поля. Можно утверждать, что выражение (1) имеет смысл произведения амплитудного множителя регистрируемой ультразвуковой волны на комплексную частотную характеристику преобразователя в режиме приема, которая по-сути является его математической моделью. Исследование качественного и количественного содержания этой характеристики позволяет ответить на все вопросы, возникающие в процессе разработки преобразователей – приемников ультразвуковых волн.

Если речь идет о преобразователе, регистрирующем ультразвуковые волны в бесконечных по длине металлических стержнях (трубах) кругового поперечного сечения, то выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega\mu_0 \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \rho \times \vec{M}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \omega) \cdot \vec{F}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) d\rho d\vartheta. \quad (2)$$

Здесь α – наружный радиус поперечного сечения стержня; (ρ, ϑ, z) – цилиндрическая система координат, ось z которой совмещена с осью стержня;

$$\vec{F}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(\rho, \vartheta, z) e^{\pm i\gamma z} dz; \quad (3)$$

γ – волновое число распространяющейся ультразвуковой волны. Векторная функция $\vec{F}(\rho, \vartheta, z)$ описывает распределение магнитного поля в пустом пространстве в окрестности электрического контура приемника переменного магнитного поля и определяется следующим образом: $\vec{H}^{\text{нр}}(\rho, \vartheta, z) = I^{\text{нр}} \vec{F}(\rho, \vartheta, z)$.

Таким образом, построение комплексной частотной характеристики преобразователя электромагнитного типа в режиме приема в металлических стержнях (трубах) предполагает решение двух

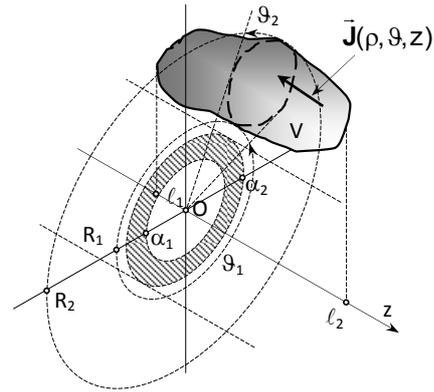


Рис. 1. Расчетная схема для определения компонент $H_\beta^{(\pm)(\rho, \theta, \gamma)}$ Фурье-образа вектора напряженности магнитного поля приемника

основных задач. Первая из них – определение интегральных образов компонент вектора напряженности магнитного поля, созданного электрическим контуром, $F_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$ ($\beta = \rho, \vartheta, z$), заданных соотношением (3). Вторая – определение компонент вектора $\vec{M}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \omega)$ в объеме деформируемого металлического стержня.

В этой статье будут последовательно рассмотрены обе указанные задачи, являющиеся основными при теоретическом исследовании преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн.

1. РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНОГО ОБРАЗА ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, КОТОРОЕ СОЗДАЕТСЯ В ПУСТОТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КОНТУРОМ ПРИЕМНИКА ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В общем случае произвольной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля расчетная схема, используемая при определении Фурье-образа $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$ вектора напряженности магнитного поля в пустоте, выглядит, как показано на рис. 1. Так как конечная цель всех вычислительных процедур заключается в построении математической модели электромагнитного преобразователя, регистрирующего упругие волны в стержнях и трубах, то компонент векторной функции будем определять в цилиндрической системе координат (ρ, ϑ, z) , ось Oz которой совмещена с осью металлического стержня. Контуры поперечного сечения и образующие боковой поверхности трубы показаны на рис. 1 тонкими

штриховыми линиями.

Предположим, что в некотором объеме V (рис. 1), ограниченном координатными поверхностями $R_1 \geq \rho \geq R_2$, $\vartheta_1 \geq \vartheta \geq \vartheta_2$ и $\ell_1 \geq z \geq \ell_2$, существуют сторонние токи, вектор поверхностной плотности которых $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$ – известная по сути постановки задачи функция.

Чтобы получить выражения для расчета величин $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$, введем векторный потенциал $\vec{A}(\rho, \vartheta, z)$ такой, что $\vec{H}(\rho, \vartheta, z) = \text{rot}[\vec{A}(\rho, \vartheta, z)]/\mu_0$. Сообразно определению $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$, введем Фурье-образ $A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$ компонент векторного потенциала:

$$A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} A_\beta(\rho, \vartheta, z) e^{\pm i\gamma z} dz. \quad (4)$$

Полагаем, что магнитное поле сторонних токов удовлетворяет условиям физической реализуемости, т. е. а priori выполняется предельное условие

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n} \right) = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

В этом случае

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n} \right) e^{\pm i\gamma z} dz = (\mp i\gamma)^n A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma). \quad (5)$$

Подставив определение вектора напряженности магнитного поля сторонних токов через векторный потенциал в квазистационарную формулировку уравнений Максвелла, получим векторное дифференциальное уравнение для потенциала $\vec{A}(\rho, \vartheta, z)$:

$$\text{rot rot } \vec{A} = \mu_0 \vec{j}, \quad (6)$$

где \vec{j} – поверхностная плотность тока проводимости в пределах объема V (рис. 1). Векторное дифференциальное уравнение (6) в обязательном порядке дополняется условием

$$\text{div } \vec{A} = 0. \quad (7)$$

После определения компонент векторного потенциала $\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$, удовлетворяющих уравнению (6) и условию (7), искомые величины $H_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$ находим из соотношения $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \text{rot}[\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)]/\mu_0$, где операция дифференцирования по переменной z выполняется по формуле (5). В результате получаем систему дифференциальных уравнений для Фурье-образов компонент векторного потенциала

$\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma)$, общее решение которой для внутренней ($\rho \geq R_1$) области пустого пространства имеет следующий вид:

$$A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\beta}^{(\pm)}(\gamma\rho) \begin{pmatrix} -\sin n\vartheta \\ \cos n\vartheta \end{pmatrix}; \quad (8)$$

$$A_\vartheta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\gamma\rho) \begin{pmatrix} \cos n\vartheta \\ \sin n\vartheta \end{pmatrix},$$

где $\beta = \rho, z$, коэффициенты разложений (8), т. е. величины $A_{n\lambda}^{(\pm)}(\gamma\rho)$ ($\lambda = \rho, \vartheta, z$) определяются следующим образом:

$$A_{n\rho}^{(\pm)}(\gamma\rho) = \frac{1}{2} [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) + \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)],$$

$$A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\gamma\rho) = \frac{1}{2} [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)], \quad (9)$$

$$A_{nz}^{(\pm)}(\gamma\rho) = C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho).$$

В формулах (9) символом $I_\nu(\gamma\rho)$ ($\nu = n, n \pm 1$) обозначена модифицированная функция Бесселя порядка ν . Константы $C_n^{(\pm)}$, $\Phi_n^{(\pm)}$ и $\Psi_n^{(\pm)}$ находятся через компоненты вектора плотности сторонних токов $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$ и имеют вид

$$C_n^{(\pm)} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho j_{nz}^{(\pm)}(\rho) K_n(\gamma\rho) d\rho,$$

$$\begin{cases} \Phi_n^{(\pm)} \\ \Psi_n^{(\pm)} \end{cases} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho \begin{cases} j_{n\rho}^{(\pm)}(\rho) + j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) \\ j_{n\rho}^{(\pm)}(\rho) - j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) \end{cases} \times \begin{cases} K_{n+1}(\gamma\rho) \\ K_{n-1}(\gamma\rho) \end{cases} d\rho, \quad (10)$$

где

$$j_{\begin{cases} n\rho \\ nz \end{cases}}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\begin{cases} \rho \\ z \end{cases}}(\rho, \vartheta, z) \times \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta; \quad (11)$$

$$j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_\vartheta(\rho, \vartheta, z) \times \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta;$$

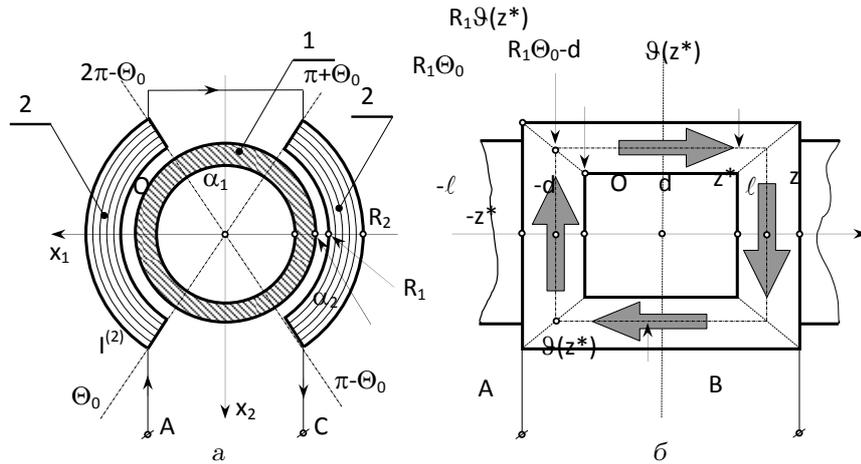


Рис. 2. Расчетная схема накладного ультразвукового преобразователя электромагнитного типа

$$k = \begin{cases} 2 & n = 0, \\ 1 & n \neq 0. \end{cases}$$

Символом $K_\nu(z)$ в соотношениях (10) обозначена функция Макдональда.

По известным компонентам векторного потенциала легко определяются Фурье-образы вектора напряженности магнитного поля, создаваемого в вакууме во внутренней области $\rho \geq R_1$ электрическим контуром произвольной конструкции:

$$H_\rho^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\frac{n}{\gamma\rho} C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho) \pm \frac{i}{2} \left[\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right] \right\} \times \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$H_\vartheta^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \mp \frac{i}{2} \times \left[\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right] - C_n^{(\pm)} \left[I_{n-1}(\gamma\rho) - \frac{n}{\gamma\rho} I_n(\gamma\rho) \right] \right\} \times \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$H_z^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \gamma) = \frac{\gamma}{2\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} [\Phi_n^{(\pm)} + \Psi_n^{(\pm)}] I_n(\gamma\rho) \times \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУРЬЕ-ОБРАЗОВ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, КОТОРОЕ СОЗДАЕТСЯ В ПУСТОТЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КОНТУРОМ ПОЛИСЕКЦИОННОГО НАКЛАДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

На рис. 2 схематически показана конструкция накладного полисекционного преобразователя, который применяется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах. Он состоит из двух плоских катушек (позиция 2 на схеме), которые могут быть включены встречно или согласно. Вообще говоря, количество катушек и тип их соединения могут быть произвольными – это определяется конкретными условиями решаемой технической задачи. Устройство, создающее постоянное поле подмагничивания, на рис. 2 не показано.

Протекающий по плоской катушке накладного преобразователя электрический ток можно представить в виде векторной суммы двух токов – окружного с поверхностной плотностью $j_\vartheta(\rho, \vartheta, z)$, существующего в левой и правой трапециях плоской катушки (рис. 2, б), и аксиального с поверхностной плотностью $j_z(\rho, \vartheta, z)$, существующего в верхней и нижней трапециях. При последовательном включении двух катушек окружная и аксиальная плотности токов изменяются вдоль криволинейной оси полярных

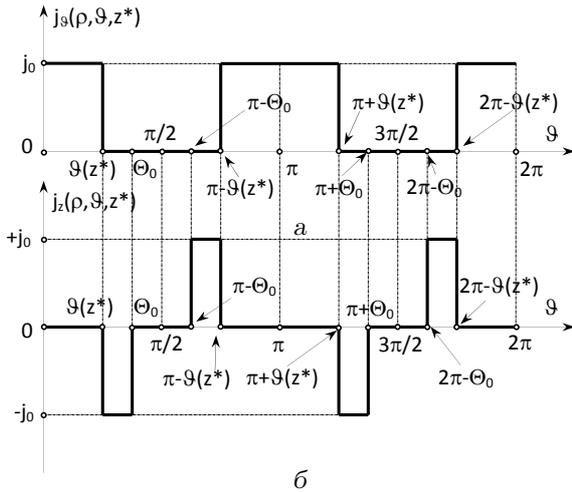


Рис. 3. Характер изменения компонент вектора плотности сторонних токов

углов ϑ так, как это показано на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Эти компоненты вектора плотности тока проводимости можно записать следующим образом: $j_\vartheta(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_\vartheta(\rho) \varphi_\vartheta(\vartheta, z)$ и $j_z(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_z(\rho) \varphi_z(\vartheta, z)$, где $j_0 = I^{np} N / [(R_2 - R_1)(\ell - d)]$ – плотность тока в пакете из N витков плоской катушки. Характер изменения функций $\varphi_\vartheta(\vartheta, z^*)$ и $\varphi_z(\vartheta, z^*)$ показан на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Символами z^* в аргументах этих функций обозначено фиксированное значение аксиальной координаты (см. рис. 2, б). Кроме того,

$$f_\beta(\rho) = \begin{cases} 1 & \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 & \forall \rho \notin [R_1, R_2]. \end{cases}$$

Если в соотношениях (11) принять во внимание только лишь верхние тригонометрические функции и положить при этом $n = 0$, то при сформулированном выше определении сторонних токов очевидно, что

$$j_{0\rho}^{(\pm)}(\rho) = j_{0z}^{(\pm)}(\rho) = 0, \tag{15}$$

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{2j_0}{\pi} f_\vartheta(\rho) \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta(z) e^{\pm i\gamma z} dz,$$

где $\vartheta(z)$ – половина углового размера фрагментов витков плоской катушки, которые ориентированы вдоль криволинейной оси полярных углов ϑ (см. рис. 2, б). Величина $\vartheta(z)$ определяется из элементарных геометрических построений и может быть

описана следующими аналитическими выражениями:

$$\vartheta(z) = \begin{cases} \left(\Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} - \frac{z}{R_1} \right) & \forall z \in [-\ell, -d], \\ -\left(\Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} - \frac{z}{R_1} \right) & \forall z \in [d, \ell]. \end{cases} \tag{16}$$

Знак минус во второй строке учитывает смену направления вектора плотности тока в правой трапеции плоской катушки (рис. 2, б). Подставив соотношение (16) в формулу (15), получим

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \pm i \frac{4j_0}{\gamma} f_\vartheta(\rho) W(\Theta_0, \gamma), \tag{17}$$

где

$$W(\Theta_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left\{ \left(\Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} \right) (\cos \gamma \ell - \cos \gamma d) - \frac{1}{R_1} (\ell \cos \gamma \ell - d \cos \gamma d) + \frac{1}{R_1 \gamma} (\sin \gamma \ell - \sin \gamma d) \right\}.$$

Подставив выражение (17) в формулу для расчета коэффициентов $\Phi_0^{(\pm)}$ и $\Psi_0^{(\pm)}$ ($C_0^{(\pm)} = 0$), получим

$$\Phi_0^{(\pm)} = -\Psi_0^{(\pm)} = \pm i \mu_0 \frac{4I^{(2)} N}{(\ell - d) \gamma^2} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma),$$

где $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ – частотная характеристика плоской катушки накладного преобразователя, причем $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = W(\Theta_0, \gamma) R_K(R_1, R_2, \gamma)$. Функция $R_K(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$ описывает влияние толщины пакета витков катушки накладного преобразователя на эффективность регистрации ультразвуковых волн на данной частоте и определяется комбинацией модифицированных функций Струве $L_\nu(x)$ и функций Макдональда $K_\nu(x)$, т. е.

$$R_K(R_1, R_2, \gamma) = \frac{\pi(Q_1 - Q_2 R_1 / R_2)}{2(1 - R_1 / R_2)},$$

где $Q_m = K_1(\gamma R_m) L_0(\gamma R_m) + K_0(\gamma R_m) L_1(\gamma R_m)$; $m = 1, 2$. Функция $R_K(R_1, R_2, \gamma) = 1$ при $\gamma \rightarrow 0$ и асимптотически устремляется к нулю при $\gamma \rightarrow \infty$. Скорость уменьшения ее значений прямо пропорциональна толщине пакета витков накладного преобразователя. Функция $R_K(R_1, R_2, \gamma)$ имеет физический смысл коэффициента потерь эффективности регистрации из-за усреднения магнитных потоков рассеяния по толщине плоской катушки накладного преобразователя (область $R_1 \geq \rho \geq R_2$).

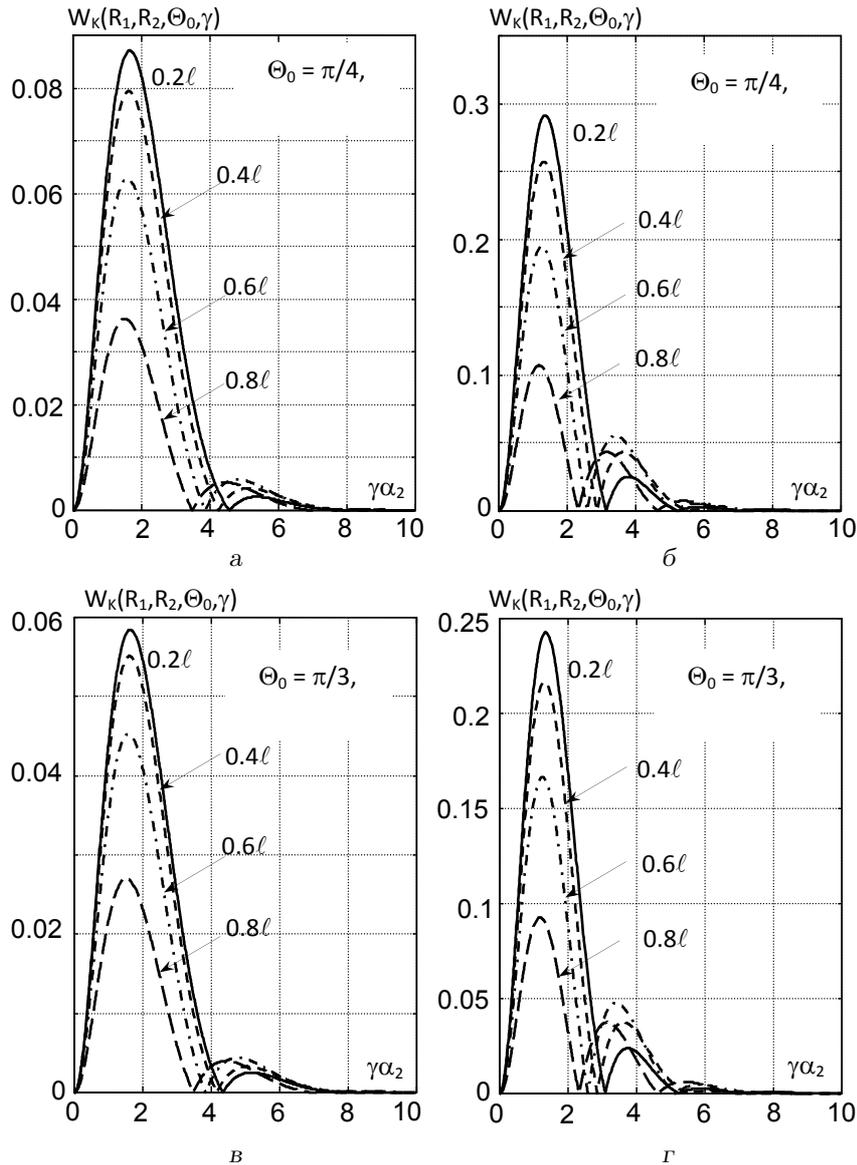


Рис. 4. Частотные характеристики плоской катушки в составе ультразвукового накладного преобразователя

На рис. 4 показаны графики модулей функции $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$, т. е. частотные характеристики плоской катушки в составе накладного ультразвукового преобразователя. Во всех соответствующих расчетах были зафиксированы размеры $R_1 = 1.05\alpha_2$ и $R_2 = 1.1\alpha_2$. Частотные характеристики на рис. 4, а, б построены в предположении, что $\Theta_0 = \pi/4$, причем $\ell = \alpha_2$ (рис. 4, а) и $\ell = 1.5\alpha_2$ (рис. 4, б). Для рис. 4, в, г было принято $\Theta_0 = \pi/3$, $\ell = \alpha_2$ (рис. 4, в) и $\ell = 1.5\alpha_2$ (рис. 4, г). Варьируемым параметром во всех сериях расчетов является величина d – половина размера окна плоской ка-

тушки, последовательно принимающая значения 0.2ℓ , 0.4ℓ , 0.6ℓ и 0.8ℓ . По оси абсцисс отложено безразмерное волновое число $\gamma\alpha_2$.

Характерной особенностью обсуждаемых результатов является то, что при $\gamma \rightarrow 0$ $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ стремится к нулю как ω^2 . Следует подчеркнуть, что частотные характеристики проходных преобразователей при $\gamma \rightarrow 0$ ($\omega \rightarrow 0$) устремляются к своим максимальным значениям.

Равенство $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, 0) = 0$ можно прокомментировать следующим образом. При $\gamma \rightarrow 0$

($\omega \rightarrow 0$) расстояние между областями ферромагнитного стержня с противоположными знаками деформации неограниченно возрастает. Это эквивалентно разнесению на бесконечность магнитных полюсов, которые являются источниками переменного внутреннего магнитного поля. При этом уровни магнитного поля рассеяния устремляются к нулю и в пределе (при $\omega=0$) магнитное поле рассеяния становится равным нулю. Исчезает и радиальная компонента вектора напряженности магнитного поля рассеяния, формирующая переменный магнитный поток, который пронизывает витки плоской катушки накладного преобразователя. Таким образом, при $\omega \rightarrow 0$ поток магнитной индукции через плоскую катушку становится равным нулю и $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, 0) = 0$. С ростом частоты начинает увеличиваться интенсивность магнитного поля рассеяния, и возрастают уровни радиальных компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния. Этому соответствует увеличение потока магнитной индукции через плоскость витков плоской катушки и абсолютных значений функции $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$. Дальнейшее уменьшение длины волны приводит к тому, что в плоскости катушки возникают встречно ориентированные потоки вектора магнитной индукции. При определенных сочетаниях длины волны упругого возмущения и размеров плоской катушки они полностью компенсируют друг друга, тогда $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = 0$. Чем больше размер окна катушки d , тем на более низких частотах наблюдается взаимная компенсация встречных потоков магнитной индукции.

Описанные выше особенности изменения частотной характеристики присущи всем без исключения конструкциям ультразвуковых накладных преобразователей в режиме приема (регистрации) упругих волн.

Завершая построение математической модели ультразвукового накладного преобразователя, подставим найденные коэффициенты $\Phi_0^{(\pm)}$ и $\Psi_0^{(\pm)}$ в формулы (12)–(14) и определим Фурье-трансформанты компонент вектора напряженности осесимметричной составляющей магнитного поля, создаваемого в вакууме двумя последовательно включенными плоскими катушками. Очевидно, что $H_\vartheta^{(\pm)}(\rho, \gamma) = H_z^{(\pm)}(\rho, \gamma) = 0$, а

$$H_\rho^{(\pm)}(\rho, \gamma) = -\frac{4I^{np}N}{(\ell-d)\gamma} \times W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) I_1(\gamma\rho). \quad (18)$$

При этом подстановка выражения (18) в основную

формулу (2) дает следующий результат:

$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\omega \frac{8\pi\mu_0 N}{(\ell-d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) \times \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_\rho^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho. \quad (19)$$

Интегральный множитель в формуле (19) имеет смысл компоненты частотной характеристики накладного преобразователя. Он учитывает влияние размеров поперечного сечения и физико-механических параметров материала трубы или (при $\alpha_1 \rightarrow 0$) стержня на эффективность процесса регистрации ультразвуковых волн в заданном диапазоне частот. Определение функции

$$W_{\text{СТ}}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_\rho^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho \quad (20)$$

становится возможным после вычисления компонент вектора $\vec{M}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \omega)$ в объеме деформируемого металлического стержня, что является второй основной задачей теории электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах.

3. РАСЧЕТ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА $\vec{M}^{(\pm)}(\rho, \vartheta, \omega)$ В ОБЪЕМЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

Для металлов неферромагнитной группы амплитудное значение магнитного момента петли вихревого тока определяется по компонентам вектора смещения материальных частиц: $\vec{M}(x_k, \omega) = [\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k, \omega)]/2$. Здесь $\vec{R}(x_k)$ – радиус кривизны петли вихревого тока; $\vec{j}(x_k, \omega)$ – амплитудное значение вектора поверхностной плотности вихревого тока, возникающего в объеме деформируемого металла в присутствии постоянного магнитного поля. При этом s -ая компонента вектора $\vec{j}(x_k, \omega)$ определяется по формуле $j_s(x_k) = i\omega\mu_0 r_{sk} \varepsilon_{kmn} u_n(x_k, \omega) H_m^0(x_k)$, где r_{sk} – компонента тензора удельной электрической проводимости; ε_{kmn} – компонента тензора Леви–Чивиты, равная плюс единице, когда индексы образуют четную перестановку чисел 1, 2, 3, минус единице при нечетных перестановках, и нулю – при равенстве любых двух из трех индексов; $u_n(x_k, \omega)$ – n -ая компонента вектора смещения материальных частиц; $H_m^0(x_k)$ – компонента вектора напряженности постоянного магнитного поля.

В случае ферромагнетиков ситуация несколько сложнее. Для любого ферромагнетика, вне зависимости от качественного содержания происходящих

в нем поляризаационных процессов, справедливо следующее определение намагниченности [9]:

$$\vec{M}(x_k, \omega) = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}(x_k, \omega) - \vec{H}(x_k, \omega), \quad (21)$$

где $\vec{M}(x_k, \omega)$, $\vec{B}(x_k, \omega)$ и $\vec{H}(x_k, \omega)$ – гармонически изменяющиеся во времени векторы намагниченности, магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Поскольку внешние источники переменного магнитного поля отсутствуют по определению, то вектор $\vec{H}(x_k, \omega)$ следует понимать как вектор напряженности внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за изменения ориентации магнитных доменов в процессе динамического деформирования ферромагнетика.

То, что внутреннее магнитное поле существует в природе, следует из уравнения магнитной поляризации упругой среды с магнитоэлектрическим эффектом – деформируемого намагниченного ферромагнетика. Из уравнений его состояния [10] можно получить следующее соотношение для определения амплитудных значений гармонически изменяющихся во времени компонент вектора $\vec{B}(x_k, \omega)$:

$$B_k(x_k, \omega) = m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k, \omega) + \mu_k^\varepsilon H_k(x_k, \omega). \quad (22)$$

Здесь m_{pkij} – компонента тензора магнитоэлектрических констант (для поликристаллических ферромагнетиков это – изотропный тензор четвертого ранга, т. е.

$$m_{pkij} = m_2 \delta_{pk} \delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pi} \delta_{kj} + \delta_{pj} \delta_{ki}),$$

причем m_1 и m_2 – две экспериментально определяемые константы и δ_{ij} – символ Кронекера); запятая перед индексом обозначает операцию дифференцирования по соответствующей координате; μ_k^ε – компонента тензора магнитной проницаемости ферромагнетика в режиме постоянства деформаций, имеющего второй ранг (индекс Фойгта k подчеркивает то, что его матрица имеет диагональную структуру). Внутреннее магнитное поле с амплитудами $H_k(x_k, \omega)$, возникающее из-за вращения доменов, которым сопровождается деформирование предварительно намагниченного ферромагнетика, дополняет первое слагаемое соотношения (22) таким образом, что вектор $\vec{B}(x_k, \omega)$ удовлетворяет фундаментальному условию отсутствия магнитных зарядов, т. е. $B_{k,k}(x_k, \omega) = 0 \forall x_k \in V$.

Компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля удовлетворяют уравнениям

Максвелла, которые для амплитудных значений составляющих электромагнитного поля в пренебрежении токами смещения могут быть записаны в следующем виде:

$$\varepsilon_{ijk} H_{k,j}(x_k, \omega) = r E_i(x_k, \omega), \quad (23)$$

$$\varepsilon_{mni} E_{i,n}(x_k, \omega) = -i\omega B_m(x_k, \omega).$$

Здесь r – удельная электрическая проводимость (компонента шарового тензора второго ранга); $\vec{E}(x_k, \omega)$ – амплитуда гармонически изменяющегося во времени электрического поля, которое возникает в перемещаемом проводнике электрического тока. Из уравнений Максвелла (23) следует дифференциальное уравнение для компонент вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} H_{k,jn}(x_k, \omega) + i\omega r \mu_m^\varepsilon H_m(x_k, \omega) = \\ = -i\omega r m_{pmij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k, \omega) \quad \forall x_k \in V, \end{aligned} \quad (24)$$

правая часть которого предполагается известной по сути постановки решаемой задачи.

Решения системы уравнений (24) должны удовлетворять определенным условиям на ограничивающей объем V поверхности S_0 , т. е.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk} n_j [H_k(x_k, \omega) - \tilde{H}_k(x_k, \omega)] = 0, \\ n_k [m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k, \omega) + \\ + \mu_k^\varepsilon H_k(x_k, \omega) - \mu_0 \tilde{H}_k(x_k, \omega)] = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\forall x_k \in S_0,$$

где n_j – j -ая компонента вектора единичной нормали к поверхности S_0 в точке с координатами x_k ; $\tilde{H}_k(x_k, \omega)$ – k -ая компонента вектора напряженности магнитного поля рассеяния, которое изменяется во времени по гармоническому закону и удовлетворяет уравнениям Максвелла для пустого пространства. Тогда

$$\begin{aligned} \varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} \tilde{H}_{k,jn}(x_k, \omega) - k_0^2 \tilde{H}_m(x_k, \omega) = 0 \\ \forall x_k \notin V, \end{aligned} \quad (26)$$

где $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \chi_0$; $\chi_0 = 8.8510^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума. Решения уравнения (10) должны удовлетворять условиям физической реализуемости поля, т. е.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \tilde{H}_k(x_k, \omega) = 0,$$

где R – расстояние от поверхности S_0 .

Будем полагать, что в сплошном ферромагнитном стержне ($\alpha_1=0$) распространяется плоская продольная волна. Пространственно развитая амплитуда смещений материальных частиц стержня описывается вектором с единственной компонентой, причем $u_z(z, \omega) = U_z^{(\pm)} e^{\pm i\gamma z}$ ($U_z^{(\pm)}$ – амплитуда смещений материальных частиц стержня во фронте плоской продольной волны; $\gamma = \omega/v_{ст}$; – стержневая скорость). Если материал стержня поляризован (по крайней мере, в области действия накладного преобразователя) постоянным аксиальным магнитным полем H_z^0 , то решение граничной задачи (24) – (26) приводит к следующему результату:

$$M_p^{(\pm)}(\rho) = \frac{m_1 H_z^0 \gamma^2}{\mu_0 \zeta} U_z^{(\pm)} \times \frac{I_1(\zeta \rho)}{\left[I_0(\zeta \alpha_2) + \frac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \frac{I_1(\zeta \alpha_2)}{K_1(\gamma \alpha_2)} K_0(\gamma \alpha_2) \right]}, \quad (27)$$

где $\zeta = \sqrt{\gamma^2 + i\omega r \mu^\varepsilon}$. Подставив выражение (27) в формулу (19), получаем

$$U_{вых}(\omega) = W_z^{(\pm)}(\gamma) U_z^{(\pm)}, \quad (28)$$

где $W_z^{(\pm)}(\gamma) = -(\gamma \alpha_2) U_0 W_{УП}(\gamma)$ – математическая модель (в осесимметричном приближении) накладного преобразователя в режиме регистрации плоской продольной волны; множитель $\gamma \alpha$, прямо пропорциональный круговой частоте ω , подчеркивает индукционный (электромагнитный) способ регистрации упругой волны; $U_0 = 4\pi \alpha m_1 H_z^0 N v_{ст} / (\ell - d)$ – абсолютная чувствительность по напряжению преобразователя к смещениям материальных частиц деформируемого стержня. Она имеет порядок 10^7 В/м при размерах α , ℓ и d порядка единиц миллиметров. Кроме того, $W_{УП}(\gamma) = W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) W_{СТ}(\alpha_2, \gamma)$ – частотная характеристика ультразвукового преобразователя, где составляющая, определяемая процессами в стержне $W_{СТ}(\alpha_2, \gamma)$, для плоской продольной волны задается по формуле (20) следующим образом:

$$W_{СТ}(\alpha_2, \gamma) = \frac{(\gamma/\zeta)}{1 - (\gamma/\zeta)^2} \frac{2I_1(\zeta \alpha_2)}{\zeta \alpha_2} \times \frac{\left[\frac{I_2(\zeta \alpha_2)}{I_1(\zeta \alpha_2)} I_1(\gamma \alpha_2) - \frac{\gamma}{\zeta} I_2(\gamma \alpha_2) \right]}{\left[I_0(\zeta \alpha_2) + \frac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \frac{I_1(\zeta \alpha_2)}{K_1(\gamma \alpha_2)} K_0(\gamma \alpha_2) \right]}.$$

На рис. 5 показаны графики модуля частотной характеристики накладного преобразовате-

ля $W_{УП}(\gamma)$, построенные для магнитоstrictionного феррита с $r=1$ См/м (рис. 5, а) и никеля с $r=14.3$ МСм/м (рис. 5, б) в предположении, что оба материала имеют одинаковую относительную магнитную проницаемость $\mu^\varepsilon/\mu_0=32$. Геометрические параметры накладного преобразователя из двух плоских и последовательно включенных катушек таковы: $\Theta_0 = \pi/3$; $\ell = \alpha$; $\alpha_1 = 1.05\alpha$; $\alpha_2 = 1.1\alpha$; $\alpha = 210^{-3}$ м.

При определении стержневой скорости $v_{ст} = \sqrt{E/\rho_0}$, без которой нельзя вычислить комплексное волновое число ζ , считалось, что никель и феррит имеют одинаковые модули Юнга $E = 2.15 \cdot 10^{11}$ Н/м² и плотности $\rho_0 = 8900$ кг/м³. Конечно, это лишь весьма приблизительно соответствует действительности (принятые значения плотностей являются очень большими для ферритов). Однако такой выбор ρ_0 не имеет особого значения при выполнении данной серии расчетов. Варьируемым параметром семейства кривых на рис. 5 служит величина d – половинный размер квадратного окна плоской катушки, указанный возле каждой кривой. По оси абсцисс отложено безразмерное волновое число $\gamma \alpha$ (или безразмерная частота $\omega \tau_0$, где $\tau_0 = \alpha/v_{ст}$).

Основной результат проведенного анализа заключается в том, что абсолютные значения $W_{УП}(\gamma)$ для ферродиелектриков практически в 50 раз превосходят соответствующие значения для токопроводящего ферромагнетика. Объяснить это можно лишь тем, что в токопроводящих ферромагнетиках заметные уровни намагниченности формируются в узких приповерхностных областях (что-то сродни общеизвестному скин-эффекту). Это явление учитывается функцией $W_{СТ}(\gamma)$, отвечающей за модуль частотной характеристики накладного ультразвукового преобразователя.

Показанные на рис. 5 графики дают представление об эффективности работы преобразователя в широком диапазоне частот при условии, что произведение $\gamma \alpha U_z^{(\pm)}$ остается постоянной величиной.

ВЫВОДЫ

Сформулированы две основные задачи теории электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах. В цилиндрической системе координат выполнено общее решение задачи об определении Фурье образов компонент вектора напряженности магнитного поля, создаваемого в вакууме произвольным пространственным распределением сторонних токов. Рассмотрен частный случай распределения сторонних токов, кото-

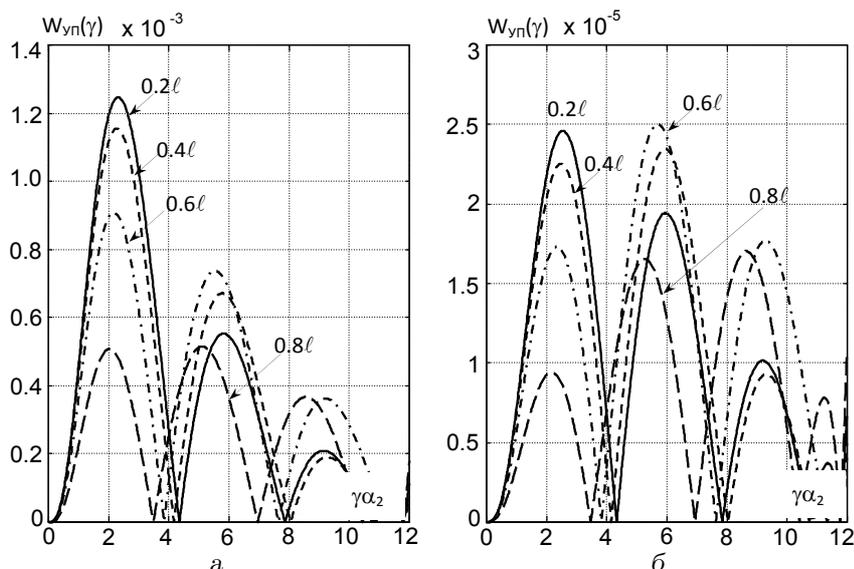


Рис. 5. Зависимость модуля частотной характеристики накладного преобразователя от размеров окна плоской катушки в случае ферродиеэлектрика (а) и токопроводящего ферромагнетика (б)

рое возникает в электрическом контуре приемника переменного магнитного поля накладного преобразователя, и на этой основе получено аналитическое описание влияния геометрических параметров контура на эффективность регистрации ультразвуковых волн. Приведено решение второй основной задачи о внутреннем магнитном поле, возникающем в объеме деформируемого намагниченного ферромагнетика для стержневой недиспергирующей волны в стержне кругового поперечного сечения. Последнее позволяет учесть влияние физико-механических параметров ферромагнетика на спектральный состав сигнала на электрическом выходе ультразвукового преобразователя.

Предложенный метод расчета характеристик преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн позволяет конструировать математические модели, содержащие в своем составе полный набор геометрических и физико-механических параметров реальных объектов.

1. Schlawne F., Graff A., Scheider H. Use of EMATs for inspection of tubes and pipes // NDT.net.– 2003.– 8, N 3 (see <http://www.ndt.net>).
2. Hutchins D. A., Hu J. K., Young R. P., Stoner R.,

Jansen D., Zhang Q. L. Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Amer.– 1989.– 85, N 2.– P. 747–752.

3. Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R. Health monitoring of piping and plate using the magnetostrictive sensor (McS) guided wave technology // NDT.net.– 2004.– 9, N 2 (see <http://www.ndt.net>).
4. Elshafiey I., Udra L. A new eddy current imaging system for enhancement of nondestructive evaluation // NDT.net.– 2004.– 9, N 9 (see <http://www.ndt.net>).
5. Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M. Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Amer.– 1999.– 106, N 2.– P. 660–665.
6. Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M. Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Amer.– 2004.– 115, N 2.– P. 630–636.
7. Петрищев О. Н., Шпинь А. П. Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы.– К.: Изд-во Киев. ун-та, 1989.– 132 с.
8. Петрищев О. Н. Математическое моделирование преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах // Акуст. вісн.– 2005.– 8, N 3.– С. 50–59.
9. Тамм И. Е. Основы теории электричества.– М.: Наука, 1976.– 616 с.
10. Власов К. Б. Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая.– 1957.– 21, N 8.– С. 1140–1148.