ISSN 1028-7507 Акустичний вісник. 2008. Том 11, N 4. С. 24 – 30

УДК 539.374

АКТИВНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛОГОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НЕЕ НЕИЗВЕСТНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Т. В. КАРНАУХОВА

Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев

Получено 28.09.2008

При помощи нового подхода рассматривается задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний ортотропной вязкоупругой композитной цилиндрической панели с шарнирно опертыми торцами. Механическая нагрузка считается неизвестной и находится по экспериментальным показаниям сенсора. Задача решается методом Бубнова – Галеркина. Получена формула для разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для демпфирования резонансных колебаний панели. Исследовано влияние размеров сенсоров и актуаторов, диссипативных свойств материалов и температуры на эффективность активного демпфирования вынужденных резонансных колебаний цилиндрической панели.

За допомогою нового підходу розглянуто задачу про активне демпфірування вимушених резонансних коливань ортотропної в'язкопружної композитної циліндричної панелі з шарнірно обпертими торцями. Механічне навантаження вважається невідомим і знаходиться за експериментальними показниками сенсора. Задача розв'язується методом Бубнова – Гальоркіна. Одержано формулу для різниці потенціалів, яку потрібно підвести до актуатора для демпфірування резонансних коливань панелі. Досліджено вплив розмірів сенсорів та актуаторів, дисипативних властивостей матеріалів і температури на ефективність активного демпфірування вимушених резонансних коливань циліндричної панелі.

The problem on active damping of the forced resonant vibrations of the orthotropic viscoelastic composite cylindrical panel with simply supported edges is considered by new approach. The mechanical load is supposed to be unknown and is found after the experimental sensor's data. The problem is solved by the Bubnov – Galerkin method. The formula for a voltage to be applied to the actuator for compensating of the resonance panel vibrations has been obtained. The effect of the dimensions of sensors and actuators, dissipative properties of materials and the temperature on the effectiveness of active damping of forced resonant vibrations of the cylindrical panel have been studied.

ВВЕДЕНИЕ

Неупругие композитные тонкие цилиндрические панели находят широкое применение во многих областях современной науки и техники: в космической технике, авиа-, автомобиле-, судо-, машиностроении, радиоэлектронике и т. п. Очень часто на них действуют нестационарные и гармонические во времени механические нагрузки. Особенно опасны резонансные колебания, когда частота гармонической во времени силы совпадает с собственной частотой колебаний элемента. В связи с этим возникает задача демпфирования вынужденных резонансных колебаний таких панелей. Для этого широко используются пассивные методы, когда в структуру элемента включаются неупругие компоненты с высокими гистерезисными потерями. По этим вопросам опубликовано большое количество работ, принадлежащих отечественным и зарубежным ученым. Их обзор можно найти в монографиях [1, 2].

В последние годы для указанной цели начали применяться активные методы, базирующиеся на включении пьезоэлектрических компонент в структуру пассивного (без пьезоэффекта) тонкостенного элемента из металлического, полимерного или композитного материала [3 – 5]. Одни из них выполняют функции сенсоров, дающих информацию о механическом состоянии тела, а другие – так называемых актуаторов. Существуют два основных подхода к активному демпфированию колебаний. При использовании первого из них для демпфирования применяются пьезоэлектрические включения, выполняющие функции актуатора. При этом основная задача состоит в расчете той разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для компенсации резонансной составляющей внешней механической нагрузки. Если величина нагрузки известна, то соответствующим выбором разности потенциалов можно полностью задемпфировать определенную (например, первую) моду, амплитуда колебаний на которой станет равна нулю. При использовании второго подхода, кроме актуаторов, применяются еще и пьезоэлектрические сенсоры, а к актуаторам подводится разность потенциалов, пропорциональная показателям сенсора – току или первой производной по времени от разности потенциалов, снимаемой с сенсоров. Коэффициент пропорциональности носит название коэффициента обратной связи. Это позволяет изменять диссипативные характеристики пластины, в результате чего уменьшается амплитуда ее колебаний. При использовании описанного метода уровень резонансных колебаний можно существенно снизить за счет соответствующего выбора коэффициента обратной связи. Заметим, что при применении обоих методов необходимо знать внешнюю нагрузку.

В этой статье рассматривается задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний ортотропных вязкоупругих цилиндрических панелей с помощью нового подхода в случае, когда внешняя нагрузка неизвестна. Его суть состоит в том, что по показаниям сенсора (заряду или разности потенциалов) восстанавливается внешняя механическая нагрузка. После этого используется описанная выше методика, когда к актуатору подводится разность потенциалов, рассчитанная по экспериментальным показаниям сенсора.

В дальнейшем предложенный подход будем называть третьим. В его рамках подводимая к актуатору разность потенциалов для компенсации соответствующей моды колебаний рассчитывается по экспериментальным показателям сенсора – току или разности потенциалов в зависимости от типа электрических граничных условий. В результате подавляются колебания на определенной моде. Это является принципиальным отличием от второго подхода, при использовании которого имеет место лишь уменьшение амплитуды вынужденных резонансных колебаний за счет увеличения коэффициента затухания.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим цилиндрическую панель размером $(a\times b)$, на которую действует давление $p(x,y)e^{i\omega t}$, изменяющееся во времени по гармоническому закону с частотой, близкой к резонансной. Колебания панели описываются на основе гипотез Кирхгофа – Лява, дополненных адекватными им гипотезами относительно распределения электрических полевых величин [6 – 9]. Пассивные слои могут быть металлическими, полимерными либо композитными. Будем считать их ортотропными. Пьезоактивные слои считаются трансверсально-изотропными и поляризованными по толщине пластины. Если между слоями электроды отсутствуют, то на границе их раздела имеет место идеальный механический и электрический контакт. Диссипативные свойства материалов пассивных и пьезоактивных слоев учитываются на основе концепции комплексных характеристик [10]. Основные соотношения теории оболочек с распределенными сенсорами и актуаторами представлены в работах [3, 5, 10]. Приведем те из них, которые используются в дальнейшем.

Ограничимся случаем трехслойной цилиндрической панели, средний слой толщиной h_0 которой изготовлен из пассивного ортотропного вязкоупругого материала, а два внешних (одинаковой толщины h_1) – из пьезоэлектрических трансверсально-изотропных вязкоупругих материалов с противоположными направлениями поляризации. Общая толщина панели составляет $h=h_0+2h_1$. Тогда комплексные определяющие уравнения для усилий и моментов будут иметь следующий вид [10]:

$$\begin{aligned}
&N_1 = C_{11}\varepsilon_1 + C_{12}\varepsilon_2,\\
&N_2 = C_{12}\varepsilon_1 + C_{22}\varepsilon_2,\\
&M_1 = D_{11}\kappa_1 + D_{12}\kappa_2 + M_0,\\
&M_2 = D_{12}\kappa_1 + D_{22}\kappa_2 + \tilde{M}_0,\\
&S = C_{66}\varepsilon_{12},\\
&H = D_{66}\kappa_{12}.
\end{aligned}\qquad(1)$$

Величина $\tilde{M}_0=M_0e^{i\omega t}$ играет основную роль при демпфировании резонансных колебаний. Именно за счет соответствующего выбора этой величины и компенсируется механическая нагрузка при использовании первого из указанных выше методов.

В монографии [10] приведены выражения для жесткостных характеристик уравнений состояния (1) для слоистых пьезоэлектрических тонкостенных элементов произвольной структуры. Например, если пьезоактивные слои трехслойной пьезопанели имеют одинаковую толщину и одинаковые свойства, за исключением того, что они имеют противоположную поляризацию $\overset{2}{d}_{31}=-\overset{1}{d}_{31}$, справедливы следующие выражения для комплексных электромеханических характеристик в определяющих уравнениях (1).

В присутствии внутренних электродов, к которым подведены разности потенциалов

$V_1 = -V_2 = V_0/2$:

$$C_{ij} = h_0 \overset{0}{B}_{ij} + 2h_1 \overset{1}{B}_{ij},$$

$$D_{ij} = \frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{ij} + \frac{2}{3}\left\{ \overset{1}{B}_{ij} + (1+\overset{1}{\nu})\overset{1}{B}_{11}\frac{k_p^2}{2(1-k_p^2)} \times \left[1 - \frac{3}{4h_1}\frac{\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2}{\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3}\right]\right\} \times \left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right], \qquad (2)$$

$$M_0 = \frac{1}{2}\overset{1}{\gamma}_{31}(h_1+h_0)V_0.$$

В отсутствии внутренних электродов:

$$C_{ij} = h_0 \overset{0}{B}_{ij} + 2h_1 \left(\overset{1}{B}_{ij} + \frac{1+\overset{1}{\nu}}{2}\overset{1}{B}_{11}\frac{\overset{1}{k}{}_p^2}{1-\overset{1}{k}{}_p^2}\right),$$

$$D_{ij} = \frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{ij} + \frac{2}{3}\left\{ \overset{1}{B}_{ij} + (1+\overset{1}{\nu})\overset{1}{B}_{11}\frac{k_p^2}{2(1-k_p^2)} \times \left[1 - \frac{3}{4h_1}\frac{\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2}{\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3}\right]\right\} \times \left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]\frac{2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0\overset{1}{\gamma}_{33}+2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}, \qquad (3)$$

$$M_0 = \frac{\overset{0}{\gamma}_{31}h_1(h_0+h_1)\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0\overset{1}{\gamma}_{33}+2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}V_0.$$

Здесь для пассивного ортотропного материала

$$\overset{0}{B}_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}, \qquad \overset{0}{B}_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2},$$

$$\overset{0}{B}_{12} = \nu_1\overset{0}{B}_{11} = \nu_2\overset{0}{B}_{22}, \qquad \overset{0}{B}_{66} = G_{12}.$$

Для пьезоэлектрического трансверсально-изотропного материала

$$\overset{k}{B}_{11} = \overset{k}{B}_{22} = \left(1-\overset{k}{\nu}{}^2\right)/\overset{k}{S}_{11},$$

$$\overset{k}{B}_{12} = \overset{k}{\nu}\,\overset{k}{B}_{11}, \qquad \overset{k}{B}_{66} = \left(1-\overset{k}{\nu}\right)\overset{k}{B}_{11}/2,$$

$$\overset{k}{\gamma}_{33} = \overset{k}{\varepsilon}{}^T_{33}\left(1-\overset{k}{k}{}_p^2\right), \qquad \overset{k}{\gamma}_{31} = \overset{k}{d}_{31}/\left[\overset{k}{S}{}^E_{11}\left(1-\overset{k}{\nu}{}^2\right)\right],$$

$$\overset{k}{k}{}_p^2 = 2\overset{k}{d}{}_{31}^2/\left[\overset{k}{\varepsilon}{}^T_{33}\,\overset{k}{S}{}^E_{11}\left(1-\overset{k}{\nu}\right)\right],$$

$$\overset{1}{d}_{31} = -\overset{2}{d}_{31} > 0, \qquad \overset{k}{\nu} = -S^E_{12}/\overset{k}{S}{}^E_{11}.$$

Уравнения вынужденных колебаний пологой цилиндрической панели в декартовой системе координат имеют вид [6, 7, 10]

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = 0,$$
$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + \frac{1}{R}N_2 + p(x,y) + \tilde{\rho}\omega^2 w = 0. \qquad (4)$$

Здесь $\tilde{\rho}$ – приведенная плотность.

Кинематические соотношения в этих координатах будут следующими:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{R}w, \quad \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$
$$\kappa_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{12} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \qquad (5)$$

Для пологой цилиндрической панели уравнение совместности деформаций запишутся как

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \qquad (6)$$

Функция усилий

$$N_1 = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad N_2 = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad S = -h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \qquad (7)$$

делает первые два уравнения (4) тождественно равными нулю.

Из уравнений состояния (1) получим

$$\varepsilon_x = A_{11}N_1 - A_{12}N_2,$$
$$\varepsilon_y = -A_{12}N_1 + A_{22}N_2, \qquad (8)$$
$$\varepsilon_{xy} = A_{66}S.$$

Здесь $A_{11} = C_{22}/\Delta$, $A_{22} = C_{11}/\Delta$, $A_{66} = 1/C_{66}$, $\Delta = C_{11}C_{22} - C_{12}^2$.

Подставив в уравнения (8) соотношения (7), а результат – в уравнения совместности деформаций (6), получим первое разрешающее уравнение

$$h\left[A_{11}\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4}+(-2A_{12}+A_{66})\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^2\partial y^2}+\right.\\ \left.+A_{22}\frac{\partial^4\Phi}{\partial y^4}\right]=-\frac{1}{R}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\,. \qquad (9)$$

Использовав третье уравнение движения (4), уравнения состояния (1) и соотношения (7), придем ко второму разрешающему уравнению

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\\ +D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}-\frac{h}{R}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\tilde{\rho}\omega^2 w-q(x,y)=0, \qquad (10)$$

где

$$q=p+\Delta M_0, \qquad \Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\,. \qquad (11)$$

Таким образом, комплексная разрешающая система уравнений для пологой композитной цилиндрической панели имеет такой вид:

$$h\left[A_{11}\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4}+(-2A_{12}+A_{66})\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^2\partial y^2}+\right.\\ \left.+A_{22}\frac{\partial^4\Phi}{\partial y^4}\right]+\frac{1}{R}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0, \qquad (12)$$

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\\ +D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}-\frac{h}{R}\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\tilde{\rho}\omega^2 w-q(x,y)=0. \qquad (13)$$

К ней добавим граничные условия, отвечающие случаю шарнирного опирания торцов панели:

$$w=0, \quad M_x=0, \quad \Phi=0, \quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=0 \quad (x=0,a);\\ w=0, \quad M_y=0, \quad \Phi=0, \quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}=0 \quad (y=0,b). \qquad (14)$$

Уравнения (12) – (14) дают возможность исследовать активное демпфирование цилиндрической панели при действии на нее неизвестной механической нагрузки. Задача состоит в расчете той разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для компенсации механической нагрузки. В связи с тем, что нагрузка считается неизвестной, ее надо восстановить по экспериментальным показаниям сенсора.

2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для шарнирного опирания торцов решение задачи о вынужденных резонансных колебаниях цилиндрической панели по некоторой моде при действии на нее гармонических механической и электрической нагрузок будем искать в виде

$$w=w_{mn}\sin k_m x\sin p_n y,\\ \Phi=\Phi_{mn}\sin k_m x\sin p_n y,\\ k_m=m\pi/a, \qquad p_n=n\pi/b. \qquad (15)$$

Резонансные составляющие механической и электрической нагрузки ищем как

$$p_0=q_{mn}\sin k_m x\sin p_n y,\\ M_0=M_{mn} sin k_m x\sin p_n y. \qquad (16)$$

Пусть центр актуатора размещен в точке (ξ,η), а его размеры равны (c,d). Тогда

$$M_{mn}=\frac{16M_0\phi(\xi,\eta,c,d)}{abk_m p_n}\,,\\ \phi(\xi,\eta,c,d)=\sin k_m\xi\sin p_n\eta\sin\frac{k_n c}{2}\sin\frac{p_n d}{2}\,. \qquad (17)$$

Для определения величин w_{mn}, Φ_{mn} можно использовать вариационные методы или метод Бубнова – Галеркина. В соответствии с последним подставим выражения (15), (16) в уравнения (12), (13), а полученный результат умножим на функцию формы и проинтегрируем по площади оболочки:

$$w_{mn}=\frac{\Delta_{1mn}}{\Delta_{2mn}}\,, \qquad \Phi_{mn}=\frac{k_m^2}{hR\Delta_{mn}}w_{mn}. \qquad (18)$$

Здесь

$$\Delta_{1mn}=p_{mn}-(k_m^2+p_n^2)M_{mn},\\ \Delta_{2mn}=D_{11}k_m^4+2(D_{12}+2D_{66})k_m^2p_n^2+\\ +D_{22}p_n^4+\frac{k_m^4}{R^2\Delta_{mn}}-\tilde{\rho}\omega^2,\\ \Delta_{mn}=A_{22}k_m^4+(-2A_{12}+A_{66})k_m^2p_n^2+A_{11}p_n^4. \qquad (19)$$

Реализуя предлагаемый подход к демпфированию колебаний при неизвестной механической нагрузке, необходимо иметь выражения для показаний сенсора при действии на панель только механической нагрузки. Для коротко замкнутых электродов величина заряда на сенсоре определяется выражением

$$Q = -\gamma_{31}(h_0 + h_1) \iint\limits_{(S_1)} (\kappa_1 + \kappa_2) dx dy. \qquad (20)$$

Для разомкнутых электродов разность потенциалов находится по формуле

$$V_S = \frac{h_1 Q}{S_1 \gamma_{33}}\,. \qquad (21)$$

Для определения показаний при колебаниях на некоторой моде (m, n) подставим (15) в выражения (20), (21) и вычислим интегралы по площади сенсора. Для простоты будем считать, что пьезоэлектрические включения выполняют одновременно функции сенсора и актуатора. Тогда после соответствующих вычислений получим следующее выражение для показаний сенсора при колебаниях цилиндрической панели по моде (m, n):

$$Q_{mn} = -4\gamma_{31}(h_0 + h_1)\frac{\phi(\xi, \eta, c, d)}{k_m p_n} w_{mn}\,. \qquad (22)$$

Разность потенциалов сенсора при механических колебаниях на определенной моде определяется по формуле

$$V_{Smn} = \frac{h_1 Q_{mn}}{S_1 \gamma_{33}}\,. \qquad (23)$$

Решение задачи о резонансных механических колебаниях панели на моде (m, n) имеет следующий вид:

$$w_{mn} = \frac{p_{mn}}{\Delta_{2mn}}\,. \qquad (24)$$

Собственная частота резонансных колебаний определяется из выражения

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{1}{\tilde{\rho}}\left[D'_{11}k_m^4 + 2(D'_{12} + 2D'_{66})k_m^2 p_n^2 + \ldots \right.} \ldots$$
$$\ldots \overline{\left. + D'_{22}p_n^4 + \frac{k_m^4 \Delta'_{mn}}{R^2(\Delta'^2_{mn} + \Delta''^2_{mn})}\right]}. \qquad (25)$$

При резонансных колебаниях считается, что частота механической и электрической нагрузки близка к частоте ω_{mn}, в окрестности которой и совершаются колебания панели. Подставив соотношение (24) в формулы (22) и (23), найдем связь между показаниями сенсора и нагрузкой:

$$p_{mn} = -\frac{Q_{mn}\Delta_{2mn}}{4\gamma_{31}(h_0 + h_1)\varphi(\xi, \eta, c, d)}\,,$$
$$p_{mn} = -\frac{S_1 \gamma_{33} V_{Smn} \Delta_{2mn}}{4\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1)\varphi(\xi, \eta, c, d)}\,. \qquad (26)$$

Полученные выражения дают возможность реализовать предлагаемый нами третий подход.

3. АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

Из формул (18), (19) видно, что для компенсации внешней механической нагрузки к актуатору необходимо подвести разность потенциалов, определяемую соотношением

$$V_A = \frac{ab}{16 f_1}\frac{k_m p_n p_{mn}}{(k_m^2 + p_n^2)}\frac{1}{\phi(\xi, \eta, c, d)}\,. \qquad (27)$$

Здесь, согласно уравнениям (2), (3),

$$f_1 = \frac{1}{2}\overset{1}{\gamma}_{31}(h_1 + h_0) \quad \text{либо} \quad f_1 = \frac{\overset{0}{\gamma}_{31} h_1 (h_0 + h_1) \overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0 \overset{1}{\gamma}_{33} + 2h_1 \overset{0}{\gamma}_{33}}$$

в зависимости от размещения электродов.

При выполнении соотношения (27) амплитуда изгибных колебаний на рассматриваемой моде будет равна нулю. При этом второе из соотношений (18) дает $\Phi_{mn} = 0$.

Соотношение (27) остается справедливым в случае зависимости свойств материала от температуры (например, температуры диссипативного разогрева) и даже при учете физической нелинейности материалов. Из него следует, что если свойства активного материала не зависят от температуры или амплитудных значений деформаций, то необходимая для компенсации основной моды колебаний разность потенциалов не зависит от свойств пассивного материала, так что в таком случае на нее не влияет ни температура, ни физическая нелинейность. Этот очень важный вывод позволяет рассчитывать указанную разность потенциалов по простейшей линейной теории вязкоупругости. Если же свойства пьезоматериала зависят от температуры или амплитуд деформаций, то из формулы (27) видно, что разность потенциалов может существенно измениться в зависимости от чувствительности (например, γ_{31}) к изменению температуры или амплитуде колебаний.

Основные недостатки основанного на формуле (27) подхода состоят в том, что свободные колебания не демпфируются и необходимо знать внешнюю механическую нагрузку. Первый недостаток устраняется за счет диссипативных (вязкоупругих) свойств материалов. Для устранения второго используем третий подход, основанный на соотношениях (26), (27).

Подставим найденную из выражений (25), (26) нагрузку в формулу (27) для потенциала актуатора, компенсирующую данную нагрузку. В результате получим следующие выражения:

$$V_A = \\ = -\frac{ab}{64 f_1} \frac{(k_m p_n)^2 \Delta_{2mn} Q_{mn}}{\gamma_{31}(h_0+h_1)(k_m^2+p_n^2)\phi(\xi,\eta,c,d)} = \\ = -\frac{ab}{64 f_1} \frac{(k_m p_n)^2 \Delta_{2mn} V_{Smn} \gamma_{33} S_1}{\gamma_{31} h_1 (h_0+h_1)(k_m^2+p_n^2)\phi(\xi,\eta,c,d)} . \quad (28)$$

Как видно, при использовании предлагаемого подхода к актуатору подводится разность потенциалов, определяемая из экспериментальных показаний сенсора по формулам (28). При таком подходе необходимо лишь знать форму колебаний, электромеханические свойства материалов пластины и ее размеры.

Эффективность активного демпфирования вынужденных резонансных колебаний панели зависит от эффективности работы сенсоров и актуаторов. При заданной величине нагрузки эффективнее работает тот актуатор, к которому необходимо подвести меньшую разность потенциалов для компенсации заданной нагрузки. Считается, что при заданной механической нагрузке более эффективен тот сенсор, у которого показатели больше. Как видно из формул (22), (23), (27), эффективность пьезовключений зависит от их размещения и размеров, которые в свою очередь зависят от моды колебаний. Оценка влияния этих факторов сводится к анализу функции $\phi(\xi,\eta,c,d)$ на экстремум. Для прямоугольной пластины он проведен в работе [10], в которой представлены результаты о влиянии расположения пьезовключений и их размеров на эффективность работы сенсоров и актуаторов для различных мод колебаний пластины. Так как функции $\phi(\xi,\eta,c,d)$ для панели и пластины одинаковы, то результаты [10] остаются справедливыми и для цилиндрической панели.

Обычно наибольшую опасность для работоспособности конструкций представляют колебания на наименьшей частоте. Для ее определения необходимо исследовать выражение на минимум под корнем в формуле (25). При этом можно показать, что для пологой цилиндрической панели в широком диапазоне геометрических параметров и жесткостных характеристик минимальной частоте отвечают значения $m=n=1$. Для этого случая эффективность работы пьезовключений будет самой высокой при полном покрытии панели сенсорами и актуаторами.

Из выражений (22) – (25) видно, что при отсутствии вязкости в материале показания сенсоров стремятся к бесконечности при приближении к резонансной частоте. Тогда малые ошибки в определении механических свойств материалов должны приводить к большим ошибкам в показаниях сенсора. Поэтому обязательным условием активного демпфирования вынужденных резонансных колебаний панели с помощью предлагаемого подхода является наличие гистерезисных потерь в материалах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний ортотропных вязкоупругих цилиндрических панелей с помощью пьезоэлектрических включений для случая, когда внешняя механическая нагрузка неизвестна. Для решения задачи использован метод Бубнова – Галеркина. Получены формулы для восстановления механической нагрузки по известным показаниям сенсора – заряду либо разности потенциалов. После определения нагрузки для демпфирования колебаний к актуатору подводится разность потенциалов, которая компенсирует действие внешней нагрузки. При этом амплитуда колебаний по соответствующей моде становится равной нулю. В формулу для разности потенциалов входят экспериментальные показания сенсора. Исследовано влияние размещения сенсоров и актуаторов, их размеров, вязкости и температуры на эффективность работы и на эффективность активного демпфирования с их помощью. Из полученных формул видно, что обязательным условием эффективного демпфирования вынужденных резонансных колебаний по предлагаемому методу является наличие вязкости в материале пассивного слоя. При ее отсутствии показания сенсора на резонансе при приближении к резонансной частоте стремятся к бесконечности. При малой вязкости материала управление колебаниями становится очень чувствительным к ошибкам измерений.

1. *Матвеев В. В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел.– К.: Наук. думка, 1985.– 264 с.
2. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний.– М.: Мир, 1988.– 448 с.
3. *Gabbert U., Tzou H. S.* Smart structures and structronic systems.– Dordrecht: Kluver Academic Pub., 2001.– 384 p.
4. *Tani J., Takagi T., Qiu J.* Intelligent material systems. Applications of functional materials // Appl. Mech. Rev.– 1998.– **51**, N 8.– P. 505–521.
5. *Tzou H. S., Bergman L. A.* Dynamics and control of distributed systems.– Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998.– 400 p.

6. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин.– М.: Наука, 1967.– 266 с.

7. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Том. 5. Электроупругость.– К.: Наук. думка, 1989.– 290 с.

8. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Том. 4. Электротермовязкоупругость.– К.: Наук. думка, 1988.– 320 с.

9. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Вынужденные гармонические колебания и диссипативный разогрев вязкоупругих тонкостенных элементов // Успехи механики / Под ред. А. Н. Гузя. Том 1.– К.: АСК, 2005.– С. 107–130.

10. *Карнаухов В. Г., Михайленко В. В.* Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении.– Житомир: ЖТТУ, 2005.– 428 с.