

ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ПОРИСТО-УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА. II. ГРАНИЦА ПОРИСТО-УПРУГОГО И ЖИДКОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ, Т. В. СОБОЛЬ, Л. П. ЗУБАРЕВА

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.05.2008

Проанализированы особенности распространения поверхностных волн на границе раздела пористо-упругого насыщенного жидкостью полупространства и жидкости. Обнаружено, что в зависимости от механических характеристик контактирующих сред и граничных условий (проницаемая граница или нет) в системе возможно существование действительной поверхностной волны Стоунли, псевдоповерхностной волны Стоунли и псевдоповерхностной волны Рэлея. Изучены кинематические и энергетические характеристики действительной поверхностной волны. Показано, что основная часть энергии, переносимой волной этого типа, сосредоточена в пористо-упругом полупространстве, а именно, в упругом скелете.

Проаналізовано особливості поширення поверхневих хвиль на межі розподілу пористо-пружного насиченого рідиною півпростору й рідини. Виявлено, що в залежності від механічних характеристик середовищ, які контактують, та граничних умов (проникна межа чи ні) в системі можливе існування дійсної поверхневої хвилі Стоунлі, псевдоповерхневої хвилі Стоунлі та псевдоповерхневої хвилі Релея. Вивчені кінематичні й енергетичні характеристики дійсної поверхневої хвилі Стоунлі. Показано, що основну частину енергії, яку переносить хвиля цього типу, зосереджено в пористо-пружному середовищі, а саме, в пружному скелеті.

The surface wave propagation features at the interface of a porous-elastic fluid-saturated half-space and a fluid have been analyzed in the paper. It is found that true surface Stoneley wave, pseudo-Stoneley wave and pseudo-Rayleigh wave may occur in the system, depending on mechanical characteristics of the contacting media and boundary conditions (permeable or impermeable boundary). The kinematic and energy characteristics of the true surface wave have been studied. It is shown that most of energy transferred by the wave of the considered type is concentrated in the porous-elastic half-space, namely, in its elastic skeleton.

ВВЕДЕНИЕ

В природе и технике мы повсеместно встречаемся с различными видами поверхностных волн, которые могут существовать на границах раздела различных сред. Например, они наблюдаются на свободной границе жидкости, на свободной границе упругого полупространства (волна Рэлея), на границе жидкого и упругого полупространств (волна Шолте, ее также называют волной Стоунли или волной Шолте–Стоунли), на границе двух упругих полупространств (волна Стоунли). Общим свойством для этого класса волн является концентрация переносимой ими энергии вблизи границы – внутри слоя с толщиной порядка длины волны.

Поверхностные волны существуют в очень широком частотном диапазоне. В области низких частот (инфразвук) распространяются сейсмические волны, имеющие длину порядка километров. Отметим, что именно такие волны изучались в течение многих десятилетий. Начиная с 1960 годов, благодаря применению встречно-штыревых преобразователей, частотный диапазон регистрации поверхностных волн был увеличен до ультра-

звука, а использование лазеров для их возбуждения и приема привело к дальнейшему увеличению верхней границы исследуемых частот. Наконец, поверхностные волны в области гиперзвука (на частоте порядка 10^{13} Гц) известны как поверхностные фотоны.

В дальнейшем ограничим рассмотрение областью относительно низких частот. В низкочастотном пределе при отсутствии относительного движения поровой жидкости и упругого скелета двухфазную среду можно рассматривать как эквивалентную однофазную с обобщенными коэффициентами в качестве упругих констант [1]. В этом случае поверхностные волны на границе насыщенной пористо-упругой среды и жидкости будут такими же, как и на стыке упругого и жидкого полупространств. Хотя исследования волн, распространяющихся вдоль такой границы, началось достаточно давно [2], они интенсивно развиваются и в настоящее время [3]. Известно, что на границе идеальной жидкости и идеального упругого полупространства существует поверхностная волна Стоунли, распространяющаяся вдоль границы и затухающая в обоих полупространствах при удалении от границы. Волне Стоунли соответству-

ет действительный корень дисперсионного уравнения, а сама она является бездисперсионной. При контакте бездиссипативных сред эта волна не переносит энергию в глубину жидкого и упругого полупространств.

Кроме поверхностной волны Стоунли, на границе раздела жидкого и упругого полупространств существует псевдоповерхностная волна Рэлея, называемая также вытекающей поверхностной волной (leaky surface wave). Псевдоповерхностная волна Рэлея соответствует комплексному корню дисперсионного уравнения в бездиссипативной среде. Она распространяется со скоростью, несколько большей, чем скорость волны Рэлея в соответствующем упругом полупространстве со свободной границей, и амплитудой, затухающей в направлении распространения. Псевдоповерхностная волна образована за счет взаимодействия неоднородных продольной и поперечной волн в упругом полупространстве, амплитуды которых экспоненциально убывают как в направлении распространения, так и в глубину, а также неоднородной волны в жидкости, амплитуда которой экспоненциально нарастает при удалении от границы и убывает в направлении распространения. Феномен существования волны с нарастающей амплитудой широко дискутировался в 1960-ые годы, начиная с работ Викторова [4], в которых детально изучались псевдоповерхностные волны на границах типа “упругое – жидкое полупространства” и “упругое полупространство – жидкий слой”. Было установлено, что нарастание амплитуды неоднородной волны в жидкости обусловлено непрерывным переизлучением энергии из упругого полупространства в жидкость. Псевдоповерхностные волны являются промежуточными между поверхностными и объемными волнами и могут существовать только в определенной, конечной, области вблизи источника, распадаясь дальше на объемные волны.

Теоретическому изучению псевдоповерхностной волны Рэлея на границе жидкого и упругого полупространств посвящено большое количество работ, например [3, 5]. При этом рассматривались как среды, у которых фазовая скорость волны в жидкости – наименьшая ($c_f < c_s < c_p$), так и среды для которых выполняется условие $c_s < c_f < c_p$. Здесь c_f – скорость звука в жидком полупространстве; c_p и c_s – скорости продольной и поперечной волн в упругом полупространстве соответственно. Для любых соотношений параметров контактирующих сред всегда существуют как волна Стоунли, так и псевдоповерхностная волна Рэлея. Экспериментальные данные об их распространении на границе жидкого и упругого полупространств можно най-

ти в работах [5, 6].

При увеличении частоты пористо-упругую, насыщенную жидкостью среду уже нельзя рассматривать как эквивалентную однофазную среду и необходимо учитывать ее двухфазность. В настоящее время для описания волновых процессов в двухфазных (пористо-упругих насыщенных жидкостью) средах наибольшее распространение получила теория, развитая Био [7]. В ее рамках в пористо-упругой среде существует три распространяющиеся независимо друг от друга объемные волны: быстрая и медленная продольные и поперечная. На границе пористо-упругого полупространства и жидкости поверхностные волны формируются за счет взаимодействия трех волн в пористо-упругой среде и одной волны в жидкости.

Поверхностные волны на границе раздела пористо-упругой и жидкой сред изучались экспериментально и теоретически в ряде работ. Так, в статье [8] для высокочастотного диапазона, где можно пренебречь затуханием объемных волн, показано, что, в зависимости от соотношения механических характеристик жидкой и пористо-упругой сред, а так же от условий сопряжения, здесь могут существовать одна, две или три поверхностные волны. При этом считалось, что поровая жидкость имеет такие же характеристики, что и жидкое полупространство. При нахождении поверхностных волн, кроме условий излучения, накладывалось ограничение, что действительная часть постоянной распространения намного превосходит мнимую ($2\pi \text{Im } \xi / \text{Re } \xi \ll 1$), т. е. затухание за цикл колебаний мало. В обсуждаемом случае порождаются:

- 1) действительная (true) поверхностная волна, распространяющаяся без затухания со скоростью, меньшей, чем скорости всех объемных волн;
- 2) волна псевдо-Стоунли, скорость которой больше, чем скорость самой медленной объемной волны, но меньше скоростей остальных волн;
- 3) псевдорэлеевская волна, скорость которой больше скорости звука в жидком полупространстве (она может существовать или не существовать, в зависимости от соотношения параметров жидкости и пористо-упругого полупространств).

Анализ поверхностных и псевдоповерхностных волн на границе раздела жидкости и пористо-упругого полупространства для высоких частот,

когда затуханием, обусловленным сдвиговой вязкостью поровой жидкости, можно пренебречь, проведен в работах [9–12, 22]. В статье [13] экспериментально найдены две или три поверхностные волны для случая, когда скорость сдвиговых волн больше, чем скорость медленной продольной волны в пористо-упругой среде (рассматривался случай открытых на границе пор). Полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими результатами [8]. Поверхностные волны (в области высоких частот) изучались также на границе раздела пористо-упругого полупространства, насыщенного воздухом, и воздуха. В статье [14] предсказана и экспериментально найдена поверхностная волна рэлеевского типа на границе раздела пористо-упругой среды и воздуха. Заметим, что во всех цитируемых исследованиях контактирующие среды рассматривались как идеальные, а затухание не учитывалось. Это приближение, справедливое в области высоких частот, в низкочастотном диапазоне становится неправомерным.

Данная работа посвящена изучению распространения поверхностных и псевдоповерхностных волн на границе пористо-упругого и жидкого полупространств. Показано существование действительной поверхностной волны и псевдоповерхностных волн на проницаемой и непроницаемой границе для различных соотношений характеристик контактирующих сред. Проанализированы энергетические и кинематические характеристики поверхностной волны.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть пористо-упругая насыщенная жидкостью среда занимает полупространство $-\infty < x < \infty$, $z \leq 0$, граничащее с жидкостью $-\infty < x < \infty$, $z > 0$. Пористо-упругое полупространство описывается в рамках модели Био [7]. Векторы перемещений упругого скелета \mathbf{u} и жидкости \mathbf{v} удовлетворяют уравнению движения для упругой и жидкой фаз с учетом их взаимодействия:

$$\begin{aligned} \mu \Delta \mathbf{u} + (H - \mu) \text{grad div } \mathbf{u} - C \text{grad div } \mathbf{w} = \\ = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} C \text{grad div } \mathbf{u} - M \text{grad div } \mathbf{w} = \\ = \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \frac{\alpha \rho_f}{m} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} - F \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Здесь m – пористость; $\mathbf{w} = m(\mathbf{u} - \mathbf{v})$, H , C , M – коэффициенты, определяемые через характери-

сти среды [15]:

$$\begin{aligned} H &= \frac{(K_s - K_b)^2}{D - K_b} + K_b + \frac{4\mu}{3}, \\ M &= \frac{K_s^2}{D - K_b}, \quad C = \frac{K_s(K_s - K_b)}{D - K_b}, \\ D &= K_s \left[1 + m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

K_s – модуль всестороннего сжатия упругого скелета; K_f – модуль всестороннего сжатия поровой жидкости; K_b – модуль всестороннего сжатия пористой среды; μ – модуль сдвига пористой среды; α – извилистость. Средняя плотность ρ связана с плотностями упругого скелета ρ_s и жидкости ρ_f соотношением

$$\rho = (1 - m)\rho_s + m\rho_f.$$

Диссипативное слагаемое в уравнении (1) имеет структуру $F = f(\omega)\rho_f\nu_f/K_{pr}$, где ν_f – кинематическая вязкость поровой жидкости; K_{pr} – проницаемость; $f(\omega)$ – частотно-зависимая функция, определяемая характером движения жидкости по порам упругого скелета:

$$\begin{aligned} f &= \frac{kZ(k)}{4(1 - 2Z(k)/ik)}, \\ k &= a_2 \sqrt{\frac{\omega}{\nu_f}}, \quad Z(k) = \frac{\text{ber}'(k) + i \text{bei}'(k)}{\text{ber}(k) + i \text{bei}(k)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Функции $\text{ber}(k)$, $\text{bei}(k)$ представляют собой действительную и мнимую части функций Кельвина; ω – круговая частота, a_2 – структурный коэффициент. Параметр a_2 имеет размерность длины, зависит от размера и формы пор. Его величина определяется экспериментально. В работе [7] a_2 задан в виде

$$a_2 = \eta \sqrt{\frac{K_{pr}}{m}}, \quad (4)$$

где η – коэффициент, учитывающий геометрию пор. Согласно последним экспериментам, проведенным на ансамбле сфер, $\eta = 3.2$ [16].

Компоненты тензора напряжений в пористо-упругой среде имеют вид [7]

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= 2\mu e_{ij} + \\ &+ [(H - 2\mu - Cm)e - (C - mM)\zeta] \delta_{ij}, \\ \sigma^f &= m(Ce - M\zeta), \tau_{ij} = \sigma_{ij}^s + \sigma^f, \\ \zeta &= \text{div } \mathbf{w}, \quad e = \text{div } \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь e_{ij} – тензор деформаций; τ_{ij} – тензор напряжений, приложенных к пористо-упругой среде; σ_{ij}^s – тензор напряжений, приложенных к упругому скелету; $\sigma^f = -mp_0$; p_0 – давление жидкости в порах упругого скелета; δ_{ij} – символ Кронекера; m – пористость; $\mathbf{w} = m(\mathbf{u} - \mathbf{v})$.

Жидкое полупространство описывается в рамках модели идеальной сжимаемой жидкости. В этом случае волновое поле представимо волновым уравнением относительно скалярного потенциала:

$$\Delta \phi_f^1 = \frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 \phi_f^1}{\partial t^2}, \quad (6)$$

где $c_f = \sqrt{K_f^1 / \rho_f^1}$ – скорость звука в жидкости (здесь и далее индекс (1) соответствует жидкому полупространству); K_f^1 – модуль всестороннего сжатия жидкости в верхнем полупространстве; ρ_f^1 – плотность жидкости верхнего полупространства. Вектор перемещения и давление в жидком полупространстве выражаются через скалярный потенциал:

$$\mathbf{u}^1 = \text{grad} \phi_f^1, \quad p_f^1 = -K_f^1 \Delta \phi_f^1. \quad (7)$$

На границе пористо-упругого полупространства и жидкости выполняются условия [8, 17]:

- 1) непрерывность нормальных компонент полного напряжения

$$\tau_{zz}(x, 0) = \sigma_{zz}^s(x, 0) + \sigma^f = -p_f^1; \quad (8)$$

- 2) отсутствие касательных напряжений

$$\sigma_{xz}^{(s)}(x, 0) = 0; \quad (9)$$

- 3) непрерывность потока жидкости через границу

$$(1 - m)u_z(x, 0) + mv_z(x, 0) = u_z^1; \quad (10)$$

- 4) пропорциональность между скачком давления и относительной скоростью в пористой среде

$$p_0 - p_f^1 = Tm(v_z - u_z). \quad (11)$$

Параметр T в последнем соотношении характеризует граничную поверхность пористой среды. При ограниченном обмене жидкостью между жидким полупространством и пористо-упругой средой $T > 0$. В случае беспрепятственного обмена жидкостью ($T = 0$ – поры на границе открыты) уравнение (11) вырождается в

$$p_0 - p_f^1 = 0 \quad (12)$$

Если же поры закрыты ($T = \infty$), оно изменяется так:

$$u_z(x, 0) = v_z(x, 0). \quad (13)$$

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

В пористо-упругой среде раскладывая векторы смещений для поровой жидкости и скелета на скалярный и векторный потенциалы, находим волновые уравнения для быстрой и медленной продольных волн и поперечной волны. В жидком полупространстве волновое уравнение имеет вид (6). Все решения будем искать в виде плоской поверхностной волны, которая образуется за счет взаимодействия на границе трех типов волн в пористо-упругой среде и одной волны в жидкости. Она распространяется вдоль свободной поверхности и экспоненциально затухает в пористо-упругое и жидкое полупространства. Такая волна описывается потенциалами

$$\begin{aligned} \phi_j &= A_j e^{i(\xi x - \omega t)} e^{\alpha_j z}, \\ \psi &= B e^{i(\xi x - \omega t)} e^{\alpha_2 z}, \\ \phi_f^1 &= D e^{i(\xi x - \omega t)} e^{-\alpha_f z}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\alpha_l = \sqrt{\xi^2 - k_l^2}, \quad j = 0, 1, \quad l = 0, 1, 2, f.$$

Здесь ξ – волновое число поверхностной волны;

$$\begin{aligned} k_f^2 &= \frac{\omega^2}{c_f^2}; \quad k_{0,1}^2 = \frac{\omega^2 z_{0,1}}{c^2} = \frac{\omega^2}{c_{0,1}^2}; \quad c^2 = \frac{H}{\rho}; \\ k_2^2 &= \frac{\omega^2 \rho}{\mu} (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} M_2 + (1 - M_2) i \Gamma) = \frac{\omega^2}{c_2^2}. \end{aligned}$$

Величины $z_{0,1}$ – корни квадратного уравнения

$$A_1 z^2 - B_1 z + C_1 = 0 \quad (15)$$

с коэффициентами

$$A_1 = q_{22} q_{11} - q_{12}^2, \quad C_1 = \Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2 + i \Gamma,$$

$$B_1 = q_{11} \Gamma_{22} + q_{22} \Gamma_{11} - 2q_{12} \Gamma_{12} + i \Gamma,$$

где введены обозначения

$$q_{11} = \frac{H - 2Cm + Mm^2}{H}; \quad q_{22} = \frac{Mm^2}{H};$$

$$q_{12} = \frac{Cm - Mm^2}{H}; \quad c^2 = \frac{H}{\rho};$$

$$\rho_{11} = (1 - m)\rho_s - \rho_{12}; \quad \rho_{22} = m\rho_f - \rho_{12};$$

$$\Gamma_{ij} = \frac{\rho_{ij}}{\rho}; \quad \Gamma = \frac{m^2 \rho_f \nu_f}{K_{pr} \rho \omega}.$$

В безграничной пористо-упругой среде распространяются три типа волн: быстрая продольная с

фазовой скоростью c_1 , медленная продольная со скоростью c_0 и поперечная со скоростью c_2 . Фазовая скорость медленной продольной волны всегда меньше, чем для быстрой продольной, а скорость поперечной волны – меньше скорости быстрой продольной волны.

Выполняя граничные условия (12) для случая открытых пор, получим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} & \alpha_f [\beta(\tau_0 r_1 - \tau_1 r_0) + \xi^2 \alpha_2 (\alpha_0 r_1 - \alpha_1 r_0)] + \\ & + \frac{\omega^2 \rho_f^1}{2\mu} [\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \xi^2 (M_1 - M_0) m^2 + \\ & + \xi^2 (1 - m m_2) \times \\ & \quad \times (\alpha_1 (r_0 + m \tau_0) - \alpha_0 (r_1 + m \tau_1)) + \\ & + \beta (\alpha_1 (1 - m m_1) (r_0 + m \tau_0) - \\ & \quad - \alpha_0 (1 - m m_0) (r_1 + m \tau_1))] = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражение в скобках первого слагаемого совпадает с дисперсионным уравнением для пористо-упругого полупространства со свободной проникаемой границей [18].

Выполнение граничных условий (13) для случая закрытых пор, приводит к дисперсионному уравнению

$$\begin{aligned} & [\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \xi^2 (M_0 - M_1) + \\ & + \xi^2 m_2 (\alpha_1 \tau_0 - \alpha_0 \tau_1) + \\ & + \beta (\alpha_1 \tau_0 m_1 - \alpha_0 \tau_1 m_0)] \alpha_f - \\ & - \frac{\omega^2 \rho_f^1}{2\mu} \frac{k_2^2}{2} \alpha_0 \alpha_1 (M_0 - M_1) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$\begin{aligned} M_{0,1} &= \frac{\Gamma_{11} q_{22} - \Gamma_{12} q_{12} - A_1 z_{0,1} + (q_{22} + q_{12}) i \Gamma}{\Gamma_{22} q_{12} - \Gamma_{12} q_{22} + (q_{22} + q_{12}) i \Gamma}; \\ \tau_{0,1} &= \xi^2 - \frac{H - C m + M_{0,1} C m}{2\mu} k_{0,1}^2; \\ r_{0,1} &= \frac{C m - m^2 M + m^2 M M_{0,1}}{2\mu} k_{0,1}^2; \\ m_{0,1,2} &= 1 - M_{0,1,2}. \end{aligned}$$

Выражение в квадратных скобках уравнения (17) совпадает с дисперсионным уравнением для пористо-упругого полупространства с непроницаемой свободной границей [18].

3. ПОВЕРХНОСТНАЯ ВОЛНА В СРЕДЕ БЕЗ ЗАТУХАНИЯ

Пусть идеальная жидкость контактирует с пористо-упругой средой, поровое пространство которой заполнено невязкой жидкостью. Диссипацией в упругом скелете также пренебрегаем. Тогда коэффициенты дисперсионных уравнений (16) и (17) действительны. Если эти уравнения имеют действительные корни, то существует поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы и затухающая вглубь жидкого и пористо-упругого полупространств. Отметим, что в области высоких частот, когда толщина пограничного слоя ($\sqrt{2\nu_f/\omega}$) много меньше диаметра пор, указанная ситуация имеет место не только для идеализированной среды, но и для пористо-упругого полупространства, насыщенного вязкой жидкостью [8].

Далее, пусть характеристики жидкостей, заполняющих верхнее полупространство и поры насыщенной двухфазной среды, совпадают. Анализируя влияние параметров среды на свойства поверхностных волн, будем изменять модуль сдвига и пористость, а так же параметры жидкости. При этом модуль сдвига упругого скелета варьируем непрерывным образом при нескольких фиксированных значениях пористости. Будем рассматривать поверхностные волны для двух типов поровой жидкости:

- 1) воды с характеристиками [19] $\rho_f = 1000 \text{ кг/м}^3$, $K_f = 2.25 \cdot 10^9 \text{ Па}$;
- 2) газа с характеристиками [20] $\rho_f = 2 \text{ кг/м}^3$, $K_f = 2.4 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

Параметры пористо-упругой среды выбраны такими [21]: $\rho_s = 2480 \text{ кг/м}^3$, $K_s = 4.99 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, $\nu = 0.2$, $K_{pr} = 10^{-10} \text{ м}^2$, $\alpha = 1.25$. Для примера заметим, что при пористости $m = 0.3$, и модуле сдвига $\mu = 2.25 \cdot 10^7 \text{ Па}$ материал с такими характеристиками соответствует песку.

Рассмотрим пористо-упругое полупространство, насыщенное водой. Определим изменение фазовой скорости поверхностной волны при изменении модуля сдвига упругого скелета. В области параметров среды, для которых существует действительный корень дисперсионного уравнения (16) для проникаемой границы и соответственно (17) для непроницаемой, вдоль оси x распространяется действительная бездисперсионная поверхностная волна, затухающая вдоль оси z , которая образована взаимодействием на границе четырех неоднородных объемных волн. Хорошо известно, что и для проникаемой, и для непроницаемой границы такая

поверхностная волна существует не для всех параметров среды. Это подтверждено как теоретическими расчетами с использованием теории Био [8] или теории смесей [10–12, 22], так и экспериментально [13].

В отличие от случая контакта двух упругих полупространств, при контакте пористо-упругого полупространства и жидкости не разработаны критерии, позволяющие определить существование поверхностной волны без нахождения действительного корня дисперсионного уравнения. Одна из причин этого связана тем, что для пористо-упругой среды количество параметров, которые ее описывают, значительно больше, чем для упругой. Напомним, что на границе раздела идеально упругого полупространства и жидкости волна Стоунли существует всегда. В то же время, на границе раздела двух упругих полупространств поверхностная волна как при жестком, так и при гладком контакте существует не для всех соотношений упругих характеристик контактирующих сред [23]. При этом возможность существования поверхностной волны может быть предсказана в зависимости от отношений плотностей, модулей сдвига и коэффициентов Пуассона контактирующих сред [24, 25].

Кроме действительного корня дисперсионного уравнения, существуют комплексно-сопряженные корни, соответствующие псевдоповерхностным волнам с комплексным волновым числом ξ . При физическом анализе рассматриваются только те комплексные корни, которые удовлетворяют ряду условий. Прежде всего, для псевдоповерхностной волны справедливо $\text{Re } \xi > 0$ и $\text{Im } \xi > 0$. Такая волна распространяется вдоль оси x с фазовой скоростью $c = \omega / \text{Re } \xi$ и затухает вдоль нее с коэффициентом затухания $\text{Im } \xi$. Теперь величины α_j ($j = 0, 1, 2, f$) – комплексные числа. Из соотношений (14) следует, что для псевдоповерхностных волн выполняются условия $\text{Re } \alpha_j \text{Im } \alpha_j > 0$.

Возможны следующие типы псевдоповерхностных волн. Если фазовая скорость поверхностной волны больше фазовой скорости медленной продольной волны, но меньше фазовых скоростей поперечной и быстрой продольной волн в пористо-упругом полупространстве и звуковой волны в жидком полупространстве, то получаем псевдоповерхностную волну Стоунли. Эта волна – вытекающая. Чтобы лучше понять ее структуру, приведем выражение для перемещений упругого скелета:

$$\begin{aligned} u_x &= i\xi [A_0 e^{\alpha_0 z} + A_1 e^{\alpha_1 z}] - \alpha_2 B e^{\alpha_2 z}, \\ u_z &= \alpha_0 A_0 e^{\alpha_0 z} + \alpha_1 A_1 e^{\alpha_1 z} + i\xi B e^{\alpha_2 z}. \end{aligned} \quad (18)$$

Коэффициенты A_0, A_1, B связаны между собой через граничные условия (12) для проницаемой границы или (13) для непроницаемой.

Для вытекающей волны Стоунли слагаемые в выражениях для перемещения упругого скелета (18), соответствующие быстрой продольной ($e^{\alpha_1 z}$, $\text{Re } \alpha_1 > 0$) и поперечной ($e^{\alpha_2 z}$, $\text{Re } \alpha_2 > 0$) волнам, будут экспоненциально затухать вглубь среды ($z \leq 0$), а слагаемое, соответствующее медленной продольной волне – увеличиваться ($e^{\alpha_0 z}$, $\text{Re } \alpha_0 < 0$, $\text{Im } \alpha_0 < 0$). В жидком полупространстве поверхностная волна будет экспоненциально убывать вдоль оси z ($e^{-\alpha_f z}$, $\text{Re } \alpha_f > 0$, $\text{Im } \alpha_f > 0$, $z > 0$). Нарастание амплитуды поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве при удалении от границы раздела за счет увеличения амплитуды медленной продольной волны обусловлено непрерывным переизлучением энергии, которую переносят компоненты поверхностной волны, соответствующие быстрой продольной и поперечной волне в пористо-упругом полупространстве, и волне в жидкости, в энергию, которую переносит медленная продольная волна. В пористо-упругом полупространстве образуется вытекающая неоднородная волна, отходящая от границы. Для псевдоповерхностной волны Стоунли решению дисперсионных уравнений для проницаемой и непроницаемой границы соответствуют те ветви радикалов, для которых $\text{Re } \alpha_1 > 0$, $\text{Re } \alpha_2 > 0$, $\text{Re } \alpha_f > 0$, $\text{Re } \alpha_0 < 0$. Отметим, что при нахождении корней дисперсионных уравнений (12) и (13) использовалось условие $\text{Im } \xi \ll \text{Re } \xi$ – комплексное волновое число для псевдоповерхностной волны близко к вещественному значению и волна затухает слабо.

Вторым типом псевдоповерхностной волны на границе раздела пористо упругого полупространства и жидкости является волна Рэлея. Фазовая скорость псевдоповерхностной волны Рэлея превышает как скорость медленной продольной волны в пористо-упругом полупространстве, так и скорость волны в жидком полупространстве. Для вытекающей волны Рэлея слагаемые в выражениях для перемещения упругого скелета и поровой жидкости, соответствующие быстрой продольной ($e^{\alpha_1 z}$, $\text{Re } \alpha_1 > 0$) и поперечной ($e^{\alpha_2 z}$, $\text{Re } \alpha_2 > 0$) волнам, будут экспоненциально затухать вглубь среды, а слагаемое, соответствующее медленной продольной волне, – увеличиваться вглубь пористо-упругой среды ($e^{\alpha_0 z}$, $\text{Im } \alpha_0 < 0$, $\text{Re } \alpha_0 < 0$). В жидком полупространстве эта волна экспоненциально растет вдоль оси z ($e^{-\alpha_f z}$, $\text{Im } \alpha_f < 0$, $\text{Re } \alpha_f < 0$). Для вытекающей волны Рэлея характерно нарастание амплитуд волны в жидком полупространстве и медленной продоль-

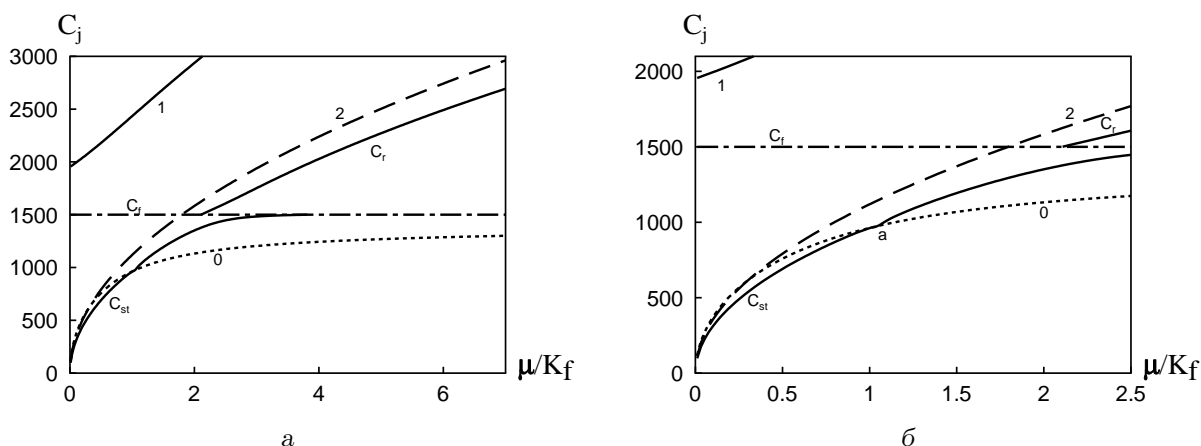


Рис. 1. Зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн от нормированного модуля сдвига упругого скелета для проницаемой границы при $m=0.3$ (обе жидкости – вода), график б дан в увеличенном масштабе:

0 – медленная продольная волна; 1 – быстрая продольная волна; 2 – поперечная волна;
 C_f – волна в жидкости; C_{st} – волна Стоунли; C_r – волна Рэлея

ной волны в пористо-упругом полупространстве. Как уже отмечалось, подобные эффекты обуславливаются переизлучением энергии из одного типа волн в другие. В псевдоповерхностной волне Рэлея как в жидкое, так и в упругое полупространство от границы уходит неоднородная волна, а решению дисперсионных уравнений (12) и (13) соответствуют те ветви радикалов, для которых $\text{Re } \alpha_1 > 0$, $\text{Re } \alpha_2 > 0$, $\text{Re } \alpha_f < 0$, $\text{Re } \alpha_0 < 0$. Кроме того, здесь также выполняется условие $\text{Im } \xi \ll \text{Re } \xi$.

В рамках этого исследования дисперсионные уравнения были решены численно, причем знаки перед радикалами α_j ($j = 0, 1, 2, f$) выбирались в зависимости от соотношения фазовой скорости поверхностной волны и скоростей объемных волн.

На рис. 1 представлены зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн при изменении модуля сдвига упругого скелета (в зависимости от μ/K_f^1) для проницаемой границы ($T=0$, $m=0.3$). Здесь и далее кривая 0 соответствует медленной продольной волне в пористо-упругом полупространстве, 1 – быстрой продольной, 2 – поперечной, а C_f – скорости звука в жидком полупространстве. Кривая C_{st} описывает поверхностную волну Стоунли. В точке *a* (см. рис. 1, б) действительная поверхностная волна Стоунли исчезает и появляется псевдоповерхностная волна Стоунли. Кривая C_r соответствует псевдоповерхностной волне Рэлея. Как видно из графиков, действительная волна Стоунли, соответствующая действительному корню дисперсионного уравнения (12), существует в диапазоне параметров $\mu/K_f^1 \leq 1.05$. При $\mu/K_f^1 > 1.05$ для рассматриваемых сред появляется псевдоповерх-

стная волна Стоунли, которая также существует не для всех возможных отношений μ/K_f^1 , исчезая при $\mu/K_f^1 > 3.81$. Псевдоповерхностная волна Рэлея появляется при $\mu/K_f^1 \geq 2.11$. В диапазоне $2.11 < \mu/K_f^1 < 3.81$ на границе раздела пористо-упругой среды и жидкости распространяются две псевдоповерхностные волны – Стоунли и Рэлея. Для $\mu/K_f^1 > 3.81$ существует только псевдоповерхностная волна Рэлея.

При контакте пористо-упругой среды с жидкостью необходимо сравнивать упругие коэффициенты пористой и жидкой сред. Исходя из этого, исследуем диапазон изменения отношения μ/K_f^1 для реальных пористо-упругих водонасыщенных сред. Как правило, для насыщенного водой песка $\mu/K_f^1 < 1$, однако, согласно данным ряда работ, оно может достигать единицы или незначительно превышать ее. Например, по [16, 26] $\mu/K_f = 2.61 \cdot 10^7 / 2.25 \cdot 10^9 = 1.2 \cdot 10^{-2}$, в то время, как по [27] $\mu/K_f = 3.23 \cdot 10^9 / 2.25 \cdot 10^9 = 1.4$. Для горных пород рассматриваемое отношение имеет порядок 10. Например, по [28] $\mu/K_f^1 = 2.0 \cdot 10^{10} / 2.3 \cdot 10^9 = 8.7$.

В работах Николаевского [29] введен критерий степени уплотнения или сцементированности пористо-упругой среды, задаваемый отношением $K_b/K_s \equiv \epsilon$. Если $\epsilon \ll 1$, то среда считается мягкой. Для горных пород $\epsilon \sim 0.5$ – они относятся к жестким средам. Поскольку коэффициент объемного сжатия пористо-упругой среды K_b связан с модулем сдвига соотношением

$$K_b = \mu \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)},$$

а коэффициенты объемного сжатия скелета и поровой жидкости в расчетах были постоянными, то изменение модуля сдвига μ эквивалентно изменению степени цементированности пористо-упругой среды. Отношение $\mu/K_f^1 \leq 1$ для выбранных материальных параметров соответствует $\epsilon \sim 0.06$ (мягкая среда), а $\mu/K_f^1 \sim 10 - \epsilon \sim 0.6$ (жесткая среда).

Таким образом, на проницаемой границе раздела жидкости и водонасыщенной пористо-упругой среды могут существовать как действительная поверхностная, так и псевдоповерхностные волны (одна или две). Действительная поверхностная волна наблюдается для мягких пористо-упругих сред, а псевдоповерхностная волна Рэлея – для жестких. Отметим, что псевдоповерхностные волны Стоунли и Рэлея могут существовать одновременно для достаточно большого диапазона изменения отношения упругих констант – $2.1 \leq \mu/K_f^1 \leq 3.8$. При этом скорость псевдоповерхностной волны Рэлея больше, чем для волны Стоунли. Напомним, что на границе раздела идеально упругой среды и жидкости действительная поверхностная волна Стоунли присутствует при любых соотношениях параметров сред и является более медленной, волна Рэлея на свободной границе [23].

Известно, что характеристики волны Стоунли существенно зависят от коэффициента проницаемости пористо-упругой среды K_{pr} [30]. Следует отметить, что указанный параметр связан с пористостью среды m , причем эта связь определяется размерами зерен упругого скелета. Таким образом, K_{pr} можно рассматривать как функцию пористости [31]. Поскольку на волновые процессы в бездиссипативной пористо-упругой среде (без учета силы межфазного взаимодействия, обусловленной сдвиговой вязкостью поровой жидкости) проницаемость не влияет, проследим за эффектом изменения пористости.

На рис. 2 представлена зависимость фазовых скоростей объемных и поверхностных волн в зависимости от μ/K_f^1 для проницаемой границы ($T=0$) при пористости $m=0.41$. Такая среда соответствует размеру зерен упругого скелета $d=58.2 \cdot 10^{-6}$ м [32]. Сравнивая рис. 1 и 2, отметим, что изменение пористости приводит к увеличению фазовой скорости действительной поверхностной и псевдоповерхностных волн. Кроме того, диапазон значений μ/K_f^1 , для которых существует псевдоповерхностная волна Стоунли, при увеличении пористости сужается ($1.07 \leq \mu/K_f^1 \leq 2.74$ при $m = 0.41$). Что же касается псевдоповерхностной волны Рэлея, она теперь появляется при меньших величинах модуля сдвига – $\mu/K_f^1 \geq 1.87$. Тем не

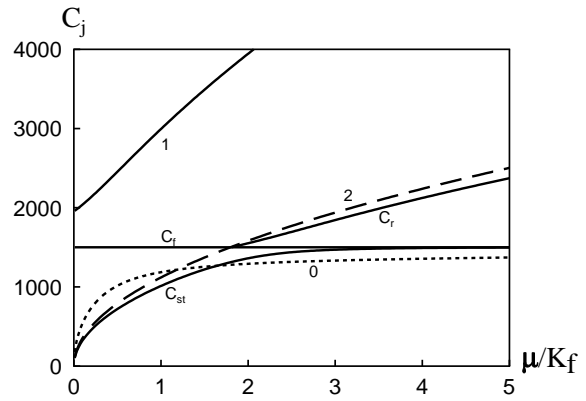


Рис. 2. Зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн от нормированного модуля сдвига упругого скелета для проницаемой границы при $m=0.41$ (обе жидкости – вода)

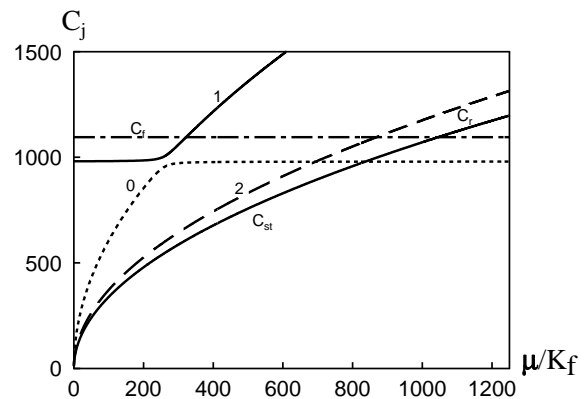


Рис. 3. Зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн от нормированного модуля сдвига упругого скелета для проницаемой границы при $m=0.3$ (обе жидкости – газ)

менее, качественный характер зависимостей фазовых скоростей объемных и поверхностных волн при изменении пористости сохраняется.

Проанализируем влияние поровой жидкости на характеристики поверхностных волн, введя в рассмотрение пористо-упругое полупространство, насыщенное газом с параметрами $\rho_f=2$ кг/м³, $K_f=2.4 \cdot 10^6$ Па. Свойства упругого скелета считаем теми же, что выше, а пористость среды $m=0.3$. Верхнее полупространство заполнено тем же газом, что и поры. На рис. 3 приведены зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн при изменении μ/K_f^1 . В данном случае не существует таких комбинаций упругих характеристик, при которых распространялись бы одновременно две псевдоповерхностные волны (Стоун-

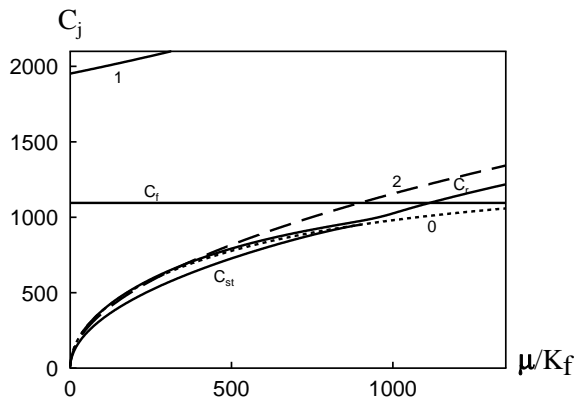


Рис. 4. Зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн от нормированного модуля сдвига упругого скелета для проницаемой границы при $m=0.3$ (поровая жидкость – вода, сверху – газ)

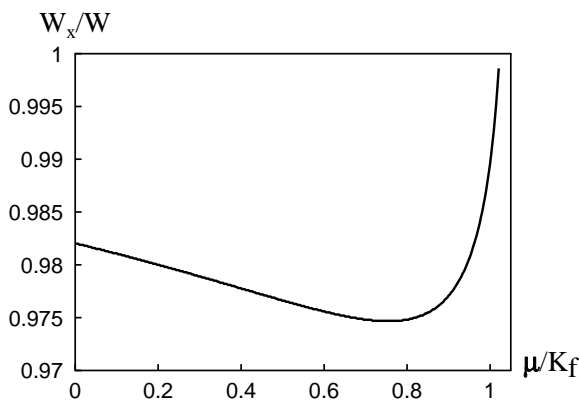


Рис. 5. Проницаемая граница: средний за период поток мощности через поперечное сечение $x=\text{const}$ в упругом скелете при $m=0.3$ (обе жидкости – вода)

ли и Рэлея). При изменении модуля сдвига пористой среды действительная волна Стоунли преобразуется в псевдоповерхностную волну Стоунли, которая, в свою очередь, преобразуется в псевдоповерхностную волну Рэлея.

Рассмотрим случай контактного взаимодействия пористо-упругой среды, насыщенной водой, при условии, что верхнее полупространство – газ (рис. 4). На границе раздела таких сред наблюдается действительная поверхностная волна Стоунли, одновременно с которой может присутствовать псевдоповерхностная волна Стоунли (в диапазоне $35.51 \leq \mu/K_f^1 \leq 90.22$). Псевдоповерхностная волна Стоунли преобразуется в псевдоповерхностную волну Рэлея для $\mu/K_f^1 \geq 90.22$. Псевдоповерхностные волны Рэлея и Стоунли одновременно не существуют.

Таким образом, на проницаемой границе пористо-упругого полупространства и жидкости могут существовать действительная волна Стоунли, псевдоповерхностная волна Стоунли и псевдоповерхностная волна Рэлея. При этом, в зависимости от механических характеристик пористо-упругой среды и жидкого полупространства возможны ситуации когда одновременно наблюдаются обе псевдоповерхностные волны (в частности, на это указывалось в работе [8]). При определенных соотношениях параметров контактирующих сред есть только одна псевдоповерхностная волна. И, наконец, на границе пористо-упругого полупространства, насыщенного водой, и газообразного полупространства одновременно могут распространяться действительная и псевдоповерхностная волны Стоунли.

Распространение поверхностной волны вдоль границы раздела двух сред связано с направленным переносом энергии. Для энергетического анализа поверхностной волны рассмотрим компоненты среднего за период потока мощности. В пористо-упругом полупространстве

$$P_x = -\frac{i\omega}{4} (\sigma_{xx}^s u_x^* - \sigma_{xx}^{s*} u_x + \sigma_{xz}^s u_z^* - \sigma_{xz}^{s*} u_z + \sigma^f v_x^* - \sigma^{f*} v_x), \quad (19)$$

$$P_z = -\frac{i\omega}{4} (\sigma_{zz}^s u_z^* - \sigma_{zz}^{s*} u_z + \sigma_{xz}^s u_x^* - \sigma_{xz}^{s*} u_x + \sigma^f v_z^* - \sigma^{f*} v_z).$$

В жидком полупространстве

$$P_x^1 = \frac{i\omega}{4} (p^1 u_x^{1*} - p^{1*} u_x^1),$$

$$P_z^1 = \frac{i\omega}{4} (p^1 u_z^{1*} - p^{1*} u_z^1), \quad (20)$$

$$u_x^1 = i\xi D e^{-\alpha_3 z} \exp(i\xi x - \omega t),$$

$$u_z^1 = -\alpha_3 D e^{-\alpha_3 z} \exp(i\xi x - \omega t).$$

Здесь * означает комплексное сопряжение.

Для действительной поверхностной волны, соответствующей действительному корню дисперсионного уравнения, средний за период поток энергии вдоль оси z (и P_z , и P_z^1) равен нулю, а энергия переносится только вдоль границы раздела, экспоненциально затухая в глубину каждого из полупространств. Для анализа распределения общего потока энергии поверхностной волны между

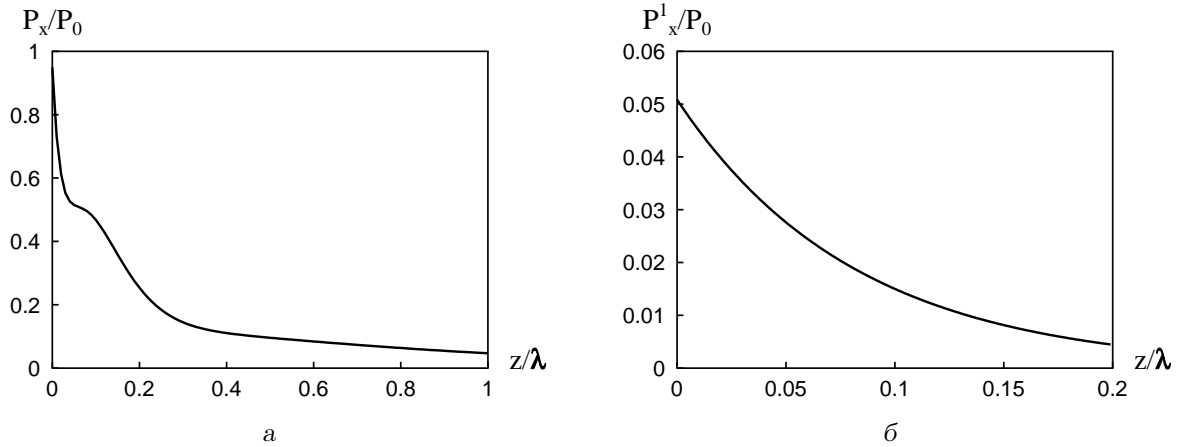


Рис. 6. Проницаемая граница: изменение нормированного потока мощности по глубине при $\mu/K_f^1=1$:
 а – пористо-упругое полупространство; б – жидкое полупространство

пористо-упругим и жидким полупространствами, проинтегрируем P_x и P_x^1 по координате z и оценим средний за период поток мощности через поперечное сечение $x = \text{const}$ для ряда конкретных сред.

На рис. 5 представлена величина среднего за период потока мощности через поперечное сечение $x = \text{const}$ в упругом скелете при изменении μ/K_f^1 для случая контакта насыщенного водой пористо-упругого полупространства и воды. Здесь $W_x = \int_{-\infty}^0 P_x dz$ – поток мощности в пористо-упругой среде, а W – общий поток мощности действительной поверхностной волны. Как видно из графика, более 97 % энергии волны переносится в пористо-упругой среде. При этом с увеличением модуля сдвига скелета энергия, сосредоточенная в пористо-упругой среде, вначале уменьшается, достигая минимума при $\mu/K_f^1=0.76$, а потом увеличивается. Для μ/K_f^1 , близких к значениям, при которых действительная поверхностная волна преобразуется в псевдоповерхностную, практически вся энергия этой волны сосредоточена в пористой среде. Отметим, что при существовании границ контакта “насыщенная газом пористо-упругая среда – газ” и “насыщенная водой пористо-упругая среда – газ” энергия поверхностной волны также практически полностью сосредоточена в пористо-упругой среде.

То, что большая часть энергии поверхностной волны Стоунли (> 80 %) может быть сосредоточена в упругой среде, отмечался в статье [33], в которой рассматривались волновые свойства упругого полого цилиндра из жесткой резины, погруженного в воду. В случае контакта жесткой резины и воды $c_s < c_p < c_f$, однако при этом отношение импедансов по поперечной волне в упругой среде

существенно меньше единицы [$\rho c_s / (\rho_f c_f) = 0.43$], а по продольной – несколько превышает ее [$\rho c_p / (\rho_f c_f) = 1.06$]. В силу этого разделять среды на более мягкие и более жесткие только по отношению импедансов, как это принято в акустике, достаточно сложно. В [33] классификация материалов проводилась по отношению скоростей поперечной волны в упругом теле к звуковой волне в жидкости. По такому критерию жесткая резина является более мягкой средой, чем вода. Именно в более мягкой среде сосредотачивается основная часть энергии волны Стоунли.

Для пористо-упругих насыщенных жидкостью сред, в которых существуют три объемные волны, критерий, описывающий согласованность пористой среды с жидкостью, ввести еще сложнее. Тем не менее, удастся провести сравнение объемных скоростей волн в пористо-упругой среде и в жидкости. При рассмотрении контакта пористо-упругого полупространства и жидкости в диапазоне параметров среды, для которых существует действительная волна Стоунли, справедливо $c_s < c_f^1$, $c_0 < c_f^1$, но $c_1 > c_f^1$. Как уже отмечалось, при таком соотношении фазовых скоростей основная часть энергии поверхностной волны Стоунли сосредоточена в упругом скелете.

Чтобы проанализировать степень проникновения энергии поверхностной волны вглубь среды, рассмотрим зависимость P_x/P_0 и P_x^1/P_0 от z/λ , где $\lambda = 2\pi c/\omega$; $c = \sqrt{H/\rho}$; P_0 – поток мощности поверхностной волны вдоль направления распространения на границе раздела. На рис. 6 представлена такая зависимость при $\mu/K_f^1=1$ (график а соответствует нормированному потоку мощности

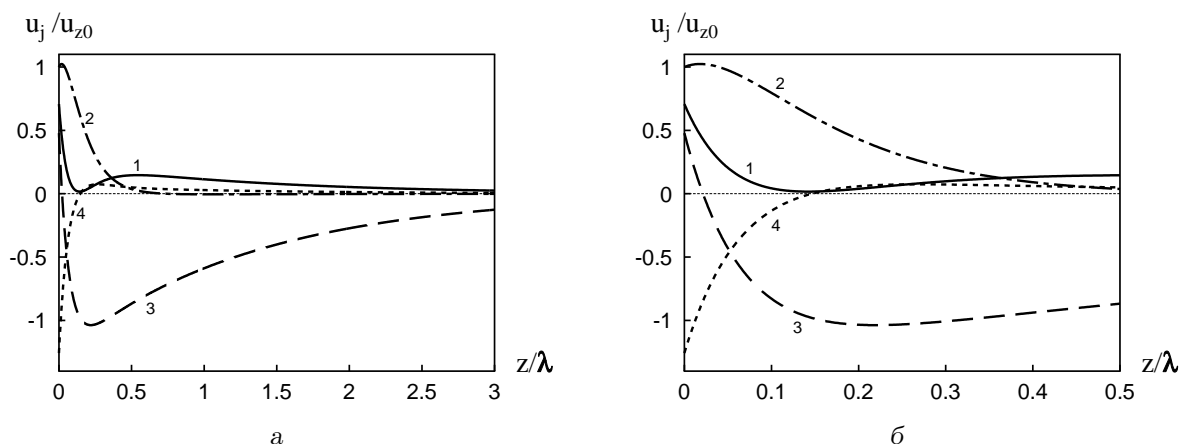


Рис. 7. Проницаемая граница: изменение по глубине нормированных амплитуд горизонтальных и вертикальных перемещений для упругого скелета и поровой жидкости при $\mu/K_f^1=1$ (график б дан в увеличенном масштабе):

1 – $u_x/u_z(0)$; 2 – $u_z/u_z(0)$; 3 – $v_x/u_z(0)$; 4 – $v_z/u_z(0)$

в пористо-упругом, а б – в жидком полупространстве). Очевидно, что для жидкого полупространства практически вся энергия поверхностной волны сосредоточена в слое 0.2λ , а для пористо-упругого полупространства около 90 % энергии – в слое порядка λ . Отметим, что для принятых параметров среды $\lambda=0.4\lambda_{st}$. Таким образом, в пористо-упругое полупространство энергия проникает значительно глубже, чем в жидкое, но она практически полностью сосредоточена в слое меньшем, чем длина поверхностной волны.

Для анализа кинематических характеристик поверхностной волны рассмотрим изменение с глубиной компонент векторов перемещения для случая пористо-упругого полупространства, насыщенного водой (верхнее полупространство – вода). На рис. 7 показано изменение по глубине нормированных амплитуд горизонтальных и вертикальных перемещений для упругого скелета (кривые 1 и 2 – $u_x/u_z(0)$ и $u_z/u_z(0)$ соответственно) и поровой жидкости (кривые 3 и 4 – $v_x/u_z(0)$ и $v_z/u_z(0)$) при $\mu/K_f^1=1$. Прежде всего, отметим, что на границе раздела перемещения в поровой жидкости значительно превышают перемещения в упругом скелете. Вертикальная компонента перемещений поровой жидкости v_z затухает с глубиной значительно медленнее, чем u_z для упругого скелета. Кроме того, v_z изменяет знак, в то время как u_z знакопостоянна. В упругом скелете распределение перемещения по глубине в волне Стоунли подобно картине для волны Рэлея на свободной проницаемой границе пористо-упругого полупространства, насыщенно-

го жидкостью [18]. При $\mu/K_f^1=1$ не наблюдается смены знака u_x с увеличением глубины, а на глубине $z/\lambda=0.363$ амплитуды вертикальной и горизонтальной составляющих перемещения упругого скелета одинаковы, т.е. здесь частицы в волне Стоунли движутся по кругу. Для горизонтальной компоненты перемещения упругого скелета u_x характерно существование максимума при $z/\lambda=0.56$. К глубине $z/\lambda=5$ ($z/\lambda_{st}=1.8$) амплитуды компонент перемещения спадают до значений $u_z/u_z(0)=4\cdot 10^{-4}$, $u_x/u_z(0)=7\cdot 10^{-3}$, $v_z/u_z(0)=2\cdot 10^{-3}$, $v_x/u_z(0)=4\cdot 10^{-2}$.

При уменьшении модуля сдвига упругого скелета ситуация меняется. На рис. 8 представлены зависимости нормированных амплитуд перемещения в поверхностной волне Стоунли от глубины для отношения $\mu/K_f^1=0.76$. Изменение μ слабо сказывается на характере поведения u_z . В то же время, горизонтальная компонента перемещения упругого скелета u_x ведет себя совсем иначе – при $z/\lambda=0.085$ наблюдается смена знака, что говорит об изменении направления движения частиц упругого скелета в поверхностной волне. Кроме того, отсутствует локальный максимум по глубине для величины u_x и не наблюдается равенства амплитуд u_x и u_z . Аналогичные изменения картины распределения перемещений упругого скелета с глубиной при изменении μ отмечались в [18] для поверхностной волны на свободной проницаемой границе пористо-упругого полупространства. Перемещения поровой жидкости имеют меньшие амплитуды и быстрее затухают с глубиной. Для v_z наблюдается смена знака.

Для анализа влияния типа граничных условий на поверхностные волны в рассматриваемой системе перейдем к постановке с непроницаемой границей. На рис. 9 представлена зависимость фазовых скоростей объемных и поверхностных волн при изменении модуля сдвига упругого скелета для этого случая ($T \rightarrow \infty$). Верхнее полупространство заполняет вода, она же является поровой жидкостью. Сравнивая рис. 1 и 9, прежде всего отметим, что для непроницаемой границы, в отличие от проницаемой, действительная волна Стоунли существует для всех значений μ/K_f . При этом в области существования действительной волны Стоунли на проницаемой границе ее скорость больше, чем на непроницаемой. Аналогичные особенности характерны и для волны Рэлея на свободной границе пористо-упругого полупространства – на проницаемой границе скорость поверхностной волны больше и она существует в ограниченном диапазоне изменения параметров среды.

Для непроницаемой границы псевдоповерхностная волна Стоунли появляется при определенных значениях μ/K_f^1 и при дальнейшем росте модуля сдвига скелета стремится к скорости звуковой волны в верхнем жидком полупространстве, оставаясь меньше C_f . Напомним, что для проницаемой границы псевдоповерхностная волна Стоунли существует в ограниченном сверху и снизу диапазоне изменения μ/K_f^1 . Скорость псевдоповерхностной волны Стоунли для непроницаемой границы оказывается выше, чем для проницаемой. Для случая контакта водонасыщенной пористо-упругой среды и воды с непроницаемой границей псевдоповерхностная и действительная волны Стоунли могут распространяться одновременно. При наличии проницаемой границы псевдоповерхностная и действительная волны Стоунли могут существовать одновременно лишь для пористо-упругого полупространства, насыщенного водой и контактирующего с газом (см. рис. 4).

Для непроницаемой границы псевдоповерхностная волна Рэлея появляется при значительно больших отношениях $\mu/K_f^1 \geq 3.5$, чем для проницаемой ($\mu/K_f^1 \geq 2.1$). Скорость псевдоповерхностной волны Рэлея на непроницаемой границе выше, чем на проницаемой.

Мы не будем рассматривать влияние изменения параметров скелета, поровой жидкости или свойств верхнего полупространства на поведение поверхностной и псевдоповерхностных волн на непроницаемой границе. Остановимся на изучении энергетических и кинематических характеристик

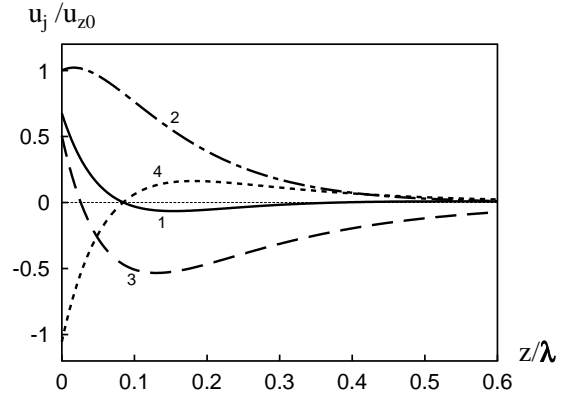


Рис. 8. Проницаемая граница: изменение по глубине нормированных амплитуд горизонтальных и вертикальных перемещений для упругого скелета и поровой жидкости при $\mu/K_f^1 = 0.76$ (обозначения – на рис. 7)

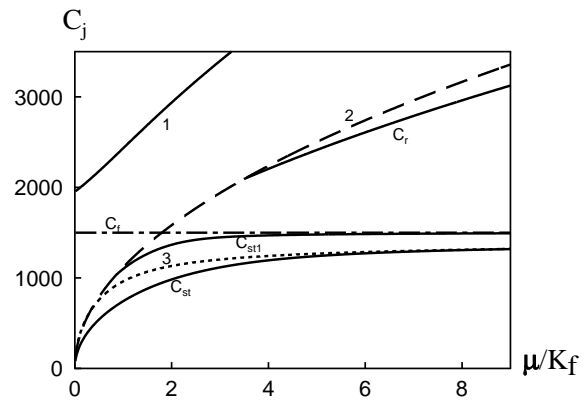


Рис. 9. Зависимости фазовых скоростей объемных и поверхностных волн от нормированного модуля сдвига упругого скелета для непроницаемой границы при $m=0.3$ (обе жидкости – вода)

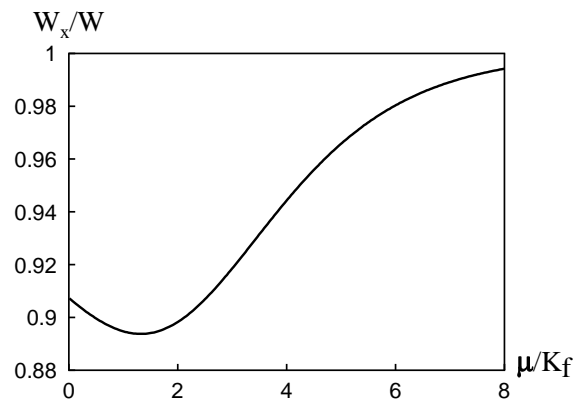


Рис. 10. Непроницаемая граница: средний за период поток мощности через поперечное сечение $x = \text{const}$ в упругом скелете при $m=0.3$

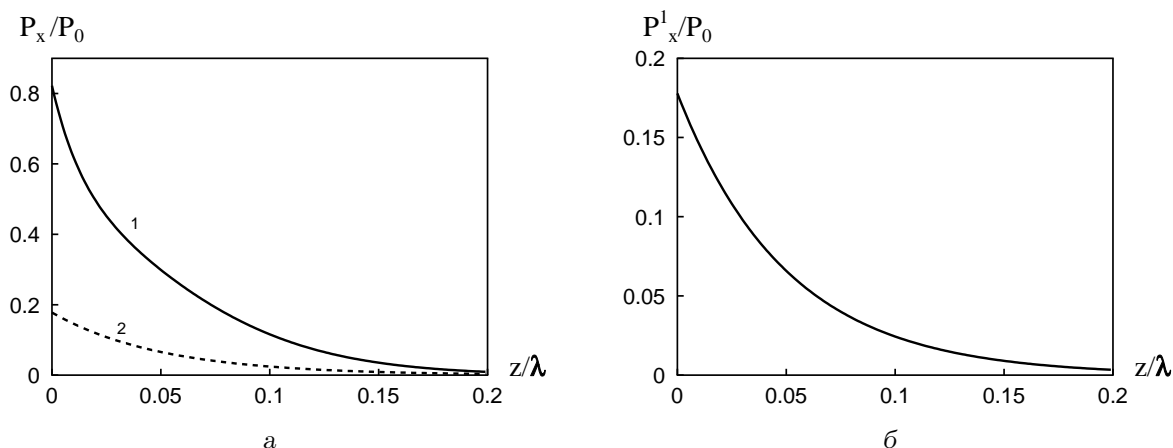


Рис. 11. Непроницаемая граница: изменение нормированного потока мощности по глубине при $\mu/K_f^1=0.75$: а – пористо-упругое полупространство; б – жидкое полупространство

действительной поверхностной волны на непроницаемой границе пористо-упругого полупространства, насыщенного водой, когда верхнее полупространство – также вода.

На рис. 10 представлен средний за период поток мощности через поперечное сечение $x = \text{const}$ в упругом скелете при изменении μ/K_f^1 . Как и ранее, здесь W_x – поток мощности в пористо-упругой среде, а W – общий поток мощности действительной поверхностной волны. По аналогии с проницаемой границей (см. рис. 5) основная часть энергии действительной поверхностной волны Стоунли сосредоточена в упругом скелете пористо-упругого полупространства, однако для непроницаемой границы в пористо-упругой среде процентное содержание энергии поверхностной волны оказывается несколько меньшим. Как и для проницаемой границы, при увеличении μ/K_f^1 доля энергии, сосредоточенной в пористо-упругой среде, вначале уменьшается, достигая минимума в 89.4 % при $\mu/K_f^1 = 1.35$, после чего вновь возрастает.

На рис. 11 представлена зависимость среднего за период потока мощности поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве (P_x/P_0) вдоль направления распространения при изменении z/λ для $\mu/K_f^1 = 0.75$. Кривая 1 соответствует пористо-упругому, а кривая 2 – жидкому полупространству. Видно, что, в отличие от проницаемой границы, здесь поверхностная волна проникает в пористо-упругое и жидкое полупространства на сопоставимые глубины.

Данные, представленные на рис. 12, описывают кинематические характеристики действительной поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве с непроницаемой границей. Обозна-

чения на графике те же, что и на рис. 7 (для проницаемой границы). Сравнивая изменение с глубиной перемещений упругого скелета и поровой жидкости для разных типов границы, отметим, что для непроницаемой границы проникновение поверхностной волны в пористо-упругое полупространство значительно меньше, чем для проницаемой. Кроме того, для непроницаемой границы вертикальная компонента перемещения упругого скелета u_z не имеет максимума, превышающего перемещение на границе и монотонно падает в глубину полупространства. Вертикальная компонента перемещения поровой жидкости на границе имеет то же направление, что и в упругом скелете, в то время как для проницаемой границы $u_z(0)$ и $v_z(0)$ имеют разные знаки. Для обоих типов границы горизонтальная компонента перемещения упругого скелета $u_x/u_z(0)$ меняет знак. Для поровой жидкости при увеличении z/λ обе компоненты перемещения знакопостоянны.

Таким образом, смена типа условий на границе пористо-упругого полупространства и жидкости существенно сказывается на акустических характеристиках поверхностной волны. Изменяется кинематика движения частиц в поверхностной волне, а также степень проникновения энергии вглубь контактирующих сред.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вдоль границы пористо-упругого насыщенного жидкостью полупространства и жидкости при отсутствии диссипации могут распространяться действительная поверхностная волна Стоунли (с фазовой скоростью, меньшей, чем скорости объем-

ных волн в обеих средах); псевдоповерхностная волна Стоунли (со скоростью, большей, чем скорость медленной продольной волны, но меньшей, чем скорости поперечной и быстрой продольной волны в пористо-упругом полупространстве, а также большей, чем скорость волны в жидкости); псевдоповерхностная волна Рэлея (ее скорость больше, чем скорость медленной продольной волны в пористо-упругом полупространстве и скорости в жидкости, но меньше, чем скорость поперечной и быстрой продольной волн).

В зависимости от физических характеристик контактирующих сред и граничных условий (проницаемая или непроницаемая граница), возможны ситуации, когда присутствуют все три волны, две или только одна из них. Действительная поверхностная волна существует не для всех возможных соотношений контактирующих сред. Псевдоповерхностные волны Стоунли и Рэлея наблюдаются для ограниченного набора соотношений контактирующих материалов.

Тип граничных условий оказывает серьезное влияние на кинематические и энергетические характеристики поверхностной волны. При прочих равных условиях, для проницаемой границы поверхностная волна проникает в пористо-упругую среду глубже, чем для непроницаемой.

Энергия действительной поверхностной волны Стоунли для рассмотренных параметров контактирующих сред сосредоточена в пористо-упругом полупространстве.

Полученные результаты согласуются с результатами других авторов и с предельными случаями. В частности, на границе насыщенного водой пористо-упругого полупространства и газа характеристики поверхностных волн близки к характеристикам поверхностной волны Рэлея на свободной границе пористо-упругого полупространства.

1. Динамика сплошных сред в расчетах гидротехнических сооружений // Под ред. В. М. Ляхтера, Ю. С. Яковлева. – М.: Энергия, 1976. – 392 с.
2. Stoneley R. The elastic wave at the interface of separation of two solids // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1924. – 106, N 734. – P. 416–429.
3. Zhu J., Porovics J. S. Leaky Rayleigh and Scholte waves at the fluid-solid interface subjected to transient point loading // J. Acoust. Soc. Amer. – 2004. – 116, N 4, Pt. 1. – C. 2101–2110.
4. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. – М.: Наука, 1981. – 287 с.
5. Glorieux C., van de Rostyne K., Nelson K., et al. On the character of acoustic waves at the interface between hard and soft solid and liquids // J. Acoust. Soc. Amer. – 2001. – 110, N 3, Pt. 1. – C. 1299–1306.

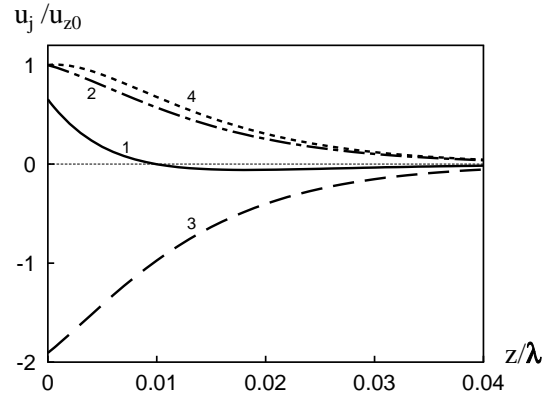


Рис. 12. Непроницаемая граница: изменение по глубине нормированных амплитуд горизонтальных и вертикальных перемещений для упругого скелета и поровой жидкости при $\mu/K_1^2 = 0.75$ (обозначения – на рис. 7)

6. Padilla F., de Billy M., Quentin G. Theoretical and experimental studies of surface waves on solid-fluid interface when the value of the fluid sound velocity is located between the shear and the longitudinal ones in the solid // J. Acoust. Soc. Amer. – 1999. – 106, N 2. – C. 666–673.
7. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid // J. Acoust. Soc. Amer. – 1956. – 28, N 2. – P. 168–191.
8. Feng S., Johnson D. L. High-frequency acoustic properties of a fluid / porous solid interface. I. New surface mode // J. Acoust. Soc. Amer. – 1983. – 74, N 3. – C. 906–914.
9. Feng S., Johnson D. L. High-frequency acoustic properties of a fluid / porous solid interface. II. The 2D reflection Green's function // J. Acoust. Soc. Amer. – 1983. – 74, N 3. – C. 915–924.
10. Эдельман И. Я. Волны на границах пористых сред // Докл. РАН. – 2001. – 379, N 2. – С. 200–204.
11. Edelman I., Wilmanski K. Asymptotic analysis of surface waves at vacuum / porous medium and liquid / porous medium interfaces // Cont. Mech. Thermodyn. – 2002. – 14 N 1. – C. 25–44.
12. Wilmanski K. Propagation of sound and surface waves in porous materials // WIAS-Preprint. – 2001. – N 684. – С. 1–12.
13. Mayer M. J., Nagy P. B., Adler L., Bonner B. P., Streit R. Excitation of surface waves of different modes at fluid-porous solid interface // J. Acoust. Soc. Amer. – 1986. – 79, N 2. – C. 249–252.
14. Allard J. F., Jansens G., Vermeir G., Lauriks W. Frame-borne surface waves in air-saturated porous media // J. Acoust. Soc. Amer. – 2002. – 111, N 2. – C. 690–696.
15. Столл П. Д. Акустические волны в водонасыщенных осадках // Акустика морских осадков. – М. – 1977. – С. 28–46.
16. Badiey M., Cheng A. H.-D., Mu Y. From geology to geoaoustics Evaluation of Biot–Stoll sound speed and attenuation for shallow water acoustics // J. Acoust. Soc. Amer. – 1998. – 103, N 1. – P. 309–320.

17. *Deresiewicz H., Skalak R.* On uniqueness in dynamic poroelasticity // *Bull. Seism. Soc. Amer.*– 1963.– **53**, N 4.– P. 783–788.
18. *Городецкая Н. С., Соболев Т. В.* Особенности поверхностных волн на свободной границе пористо-упругого полупространства // *Акуст. вісн.*– 2008.– **11**, N 1.– С. 3–11.
19. *Chotiros N. P., Yelton D. J., Stern M.* An acoustic model of a laminar sand bed // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1999.– **106**, N 4, Pt.1.– С. 1681–1693.
20. *Михайлов Д. Н.* Различие продольных волн Френкеля–Био в водонасыщенной и газонасыщенной пористых средах // *Изв. РАН. МЖГ.*– 2006.– N 1.– С. 121–130.
21. *Kaczmarek M., Kochanski J., Kubik J.* Ultrasonic waves in saturated porous materials. Discussion of modeling and experimental results // *J. Theor. Appl. Mech.*– 1998.– **36**, N 3.– С. 597–618.
22. *Albert B.* Modelling of surface waves in poroelastic saturated materials by means of a two component continuum – Lecture notes // *WIAS-Preprint.*– 2004.– N 952.– С. 1–44.
23. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 284 с.
24. *Thurston R. N.* Elastic waves in rods and clad rods // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1978.– **64**, N 1.– С. 1–37.
25. *Pilant W. L.* Complex roots of the Stoneley-wave equation // *Bull. Seism. Soc. Amer.*– 1972.– **62**, N 1.– С. 285–299.
26. *Williams K. L.* An effective density fluid model for acoustic propagation in semidens derived from Biot theory // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 2001.– **110**, N 5, Pt. 1.– С. 2276–2281.
27. *Jonton L. D., Plona T. J., Kojima H.* Probing porous media with first and second sound. II. Acoustic properties of water-saturated porous media // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1994.– **76**, N 1.– С. 115–125.
28. *Yamamoto T.* Acoustic propagation in the ocean with a poro-elastic bottom // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1983.– **73**, N 5.– С. 1587–1596.
29. *Николаевский В. Н., Басниев К. С, Горбунов А. Т., Зотов Г. А.* Механика насыщенных пористых сред.– М.: Недра, 1970.– 339 с.
30. *Norris A. N.* Stoneley-wave attenuation and dispersion in permeable formation // *Geophysics.*– 1989.– **54**, N 3.– С. 330–341.
31. *Ogushwitz P. R.* Applicability of the Biot theory. I. Low-porosity materials // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1985.– **77**, N 2.– P. 429–440.
32. *Lee K., Humphrey V. F., Kim B.-N., Yoon S. W.* Frequency dependencies of phase velocity and attenuation coefficient in a water-saturated sandy sediment from 0.3 to 1.0 MHz // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 2007.– **121**, N 5.– P. 2553–2558.
33. *Гринченко В. Т., Комиссарова Г. Л.* Поверхностные волны в системе упругий слой на жидком основании // *Акуст. вісн.*– 2005.– **8**, N 4.– С. 38–45.