

УДК 539.3

ОСОБЕННОСТИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ ПОРИСТО-УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ, Т. В. СОБОЛЬ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.03.2008

Проанализированы особенности распространения поверхностных волн в пористо-упругом насыщенном жидкостью полупространстве со свободной границей. Показано, что для непроницаемой границы существует поверхностная волна, фазовая скорость которой стремится к скорости медленной продольной волны c_0 . Для проницаемой границы поверхностная волна всегда существует, если скорость поперечной волны c_2 – самая низкая. Кроме того, для узкого диапазона изменения параметров среды поверхностная волна может существовать и при условии, что $c_0 < c_2$. Кинематика поверхностной волны для проницаемой и непроницаемой границ отличается за счет различной степени влияния поровой жидкости на движение частиц в волне.

Проаналізовано особливості поширення поверхневих хвиль у пористо-пружному насиченому рідиною півпросторі з вільною межею. Показано, що для непроникної межі існує поверхнева хвиля, фазова швидкість якої прямує до швидкості повільної поздовжньої хвилі c_0 . Для проникної межі поверхнева хвиля завжди існує, якщо швидкість поперечної хвилі c_2 – найнижча. Крім того, для вузького діапазону зміни параметрів середовища поверхнева хвиля може існувати й за умови, що $c_0 < c_2$. Кінематика поверхневої хвилі для проникної та непроникної меж відрізняється за рахунок різного ступеня впливу порової рідини на рух частинок у хвилі.

The paper deals with analyzing of features of surface wave propagation in a porous-elastic fluid-saturated half-space with a free boundary. In the case of a boundary with closed pores, the existence of the surface wave is shown, which phase velocity approaches the velocity of the slow longitudinal wave c_0 . For the open-pore boundary, the surface wave always exists, if the velocity of shear wave c_2 is the lowest one. Moreover, in the case of $c_0 < c_2$ the surface wave is also possible for the narrow range of parameters of media. The kinematics of the surface wave for the boundaries with open and closed pores differs due to different effect of the pore fluid on particle motion in the wave.

ВВЕДЕНИЕ

Упругие поверхностные волны являются предметом интенсивных исследований, начиная с работы лорда Рэлея (1885 г.), который впервые теоретически показал, что вдоль свободной границы упругого полупространства может распространяться упругая волна с экспоненциально убывающей в поперечном направлении амплитудой (рэлеевская поверхностная волна). Она не переносит энергию вглубь среды и существует за счет взаимодействия на границе продольной и поперечной упругих волн.

Поверхностные волны нашли широкое применение в различных областях. В акустоэлектронике их свойства применяются при производстве фильтров и резонаторов, а в геофизике – для определения физических характеристик среды. В сейсмологии информация о поверхностных волнах используется для оценки силы землетрясений.

Традиционно волна Рэлея изучается в однофазном идеально упругом полупространстве. При этом поверхностная волна в упругом полупространстве существует для любых параметров среды. Ее фазовая скорость определяется из дисперсионного уравнения [1], которое зависит толь-

ко от коэффициента Пуассона среды ν . Для всех его значений, соответствующих реальным средам ($0 \leq \nu \leq 0.5$), это уравнение имеет только один действительный корень, соответствующий поверхностной волне.

Во многих практически важных ситуациях, особенно применительно к задачам сейсмологии, необходимо учитывать неоднородность среды. В настоящее время для описания волновых процессов в двухфазных (пористо-упругих, насыщенных жидкостью) средах широкое распространение получила теория, развитая Био [2]. Она предсказывает существование в пористо-упругой среде трех распространяющихся независимо друг от друга объемных волн – быстрой и медленной продольных и поперечной. На свободной границе пористо-упругого полупространства за счет взаимодействия волн этих типов может быть сформирована поверхностная волна, которая более адекватно, по сравнению с классической рэлеевской, описывает динамические процессы в пористо-упругой среде. Поэтому для сейсмологии и геофизики очень важен анализ ее свойств и условий существования.

На основе теории Био поверхностные волны в пористо-упругом полупространстве изучались в ряде работ. Одной из первых стала статья [3], в ко-

торой показано существование поверхностной волны, образованной взаимодействием на свободной границе пористо-упругого полупространства неоднородной поперечной волны и только одной из продольных волн (медленной или быстрой). В [4] для одного соотношения параметров среды найдена поверхностная волна на свободной границе, сформированная с учетом всех трех волн, которые могут распространяться в пористо-упругой среде. В работе [5] показано, что в случае, когда скорость поперечной волны меньше, чем скорость медленной продольной, на свободной проницаемой границе может распространяться поверхностная волна. В статье [6] для свободной проницаемой границы пористо-упругого полупространства найдена поверхностная волна при условии, что скорость медленной продольной волны является наименьшей (рассматривались среды с малой пористостью). В [7] исследовались поверхностные волны на свободной проницаемой и непроницаемой границе пористо-упругого полупространства с учетом затухания, обусловленного взаимодействием фаз. Показано, что для проницаемой границы существует одна поверхностная волна, а для непроницаемой – две. Заметим, что при этом рассматривались только конкретные пористо-упругие среды, а анализ условий существования поверхностных волн в недиссипативной среде не проводился.

В данной работе изучены поверхностные волны на свободной границе пористо-упругого насыщенного невязкой жидкостью полупространства. Показаны отличия акустических характеристик поверхностной волны в зависимости от поведения жидкости на свободной границе (проницаемая или непроницаемая граница) при изменении механических характеристик упругого слоя.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается пористо-упругое полупространство $-\infty < x < \infty, z \geq 0$ со свободной поверхностью $z=0$. Векторы смещений упругого скелета \mathbf{u} и жидкости \mathbf{v} удовлетворяют уравнению движения для упругой и жидкой фаз с учетом их взаимодействия:

$$\begin{aligned} \mu \Delta \mathbf{u} + (H - \mu) \text{grad div } \mathbf{u} - C \text{grad div } \mathbf{w} = \\ = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2}, \\ C \text{grad div } \mathbf{u} - M \text{grad div } \mathbf{w} = \\ = \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - \frac{\alpha \rho_f}{m} \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} - F \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь m – пористость; $\mathbf{w} = m(\mathbf{u} - \mathbf{v})$; H, C, M – комплексные коэффициенты, определяемые через характеристики среды [8]:

$$\begin{aligned} H &= \frac{(K_s - K_b)^2}{D - K_b} + K_b + \frac{4\mu}{3}, \\ M &= \frac{K_s^2}{D - K_b}, \quad C = \frac{K_s(K_s - K_b)}{D - K_b}, \\ D &= K_s \left[1 + m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

K_s – модуль всестороннего сжатия упругого скелета; ρ_f – плотность жидкости; K_f – модуль всестороннего сжатия жидкости; K_b – модуль всестороннего сжатия пористой среды; μ – модуль сдвига пористой среды; α – извилистость;

$$\rho_{12} = m(1 - \alpha)\rho_f = (1 - m)\rho_s + m\rho_f < 0;$$

ρ – средняя плотность; ρ_s – плотность упругого скелета; ρ_f – плотность жидкости. Кроме того, $F = f(\omega)\rho_f\nu_f/K_{pr}$, где ν_f – кинематическая вязкость; K_{pr} – проницаемость; $f(\omega)$ – частотно-зависимая функция, определяемая характером движения жидкости по порам упругого скелета:

$$\begin{aligned} f &= \frac{kT(k)}{4(1 - 2T(k)/ik)}, \\ k &= a_2 \sqrt{\frac{\omega}{\nu_f}}, \quad T(k) = \frac{\text{ber}'(k) + i \text{bei}'(k)}{\text{ber}(k) + i \text{bei}(k)}; \end{aligned} \quad (3)$$

$\text{ber}(k), \text{bei}(k)$ – действительная и мнимая части функций Кельвина; ω – круговая частота. Структурный параметр a_2 , имеющий размерность длины и зависящий от размера и формы пор, определяется экспериментально. В работе [2] он задан в виде

$$a_2 = \eta \sqrt{\frac{K_{pr}}{m}}, \quad (4)$$

где η – коэффициент, учитывающий геометрию пор. Для песков можно принять $\eta = 3.2$ [9].

Для свободной границы пористо-упругого полупространства возможны два типа граничных условий – свободная поверхность с открытыми порами (проницаемая граница) и свободная поверхность с закрытыми порами (непроницаемая граница). Для проницаемой границы [10]

$$\tau_{zz}^{(s)}(x, 0) = 0, \quad \sigma_{xz}(x, 0) = 0, \quad \sigma(x, 0) = 0, \quad (5)$$

а для непроницаемой –

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(x, 0) = 0, \quad \sigma_{xz}(x, 0) = 0, \\ \sigma_{ij} = \tau_{ij}^{(s)} + \sigma \delta_{ij}, \quad u_z(x, 0) = v_z(x, 0). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь σ_{ij} – тензор напряжений, приложенных к пористо-упругой среде; $\tau_{ij}^{(s)}$ – тензор напряжений, приложенных к упругому скелету; $\sigma = -mp_0$; p_0 – давление в жидкости. В рамках модели Био предполагается, что сдвиговые напряжения связаны только со скелетом, а тензор вязких напряжений в жидкости пренебрежимо мал, т. е. вязкость жидкости присутствует только в силе межфазного взаимодействия. В данном исследовании рассматривается среда без диссипации и вязкость жидкости не учитывается.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Раскладывая векторы смещений для поровой жидкости и скелета на скалярный и векторный потенциалы, получаем волновые уравнения для быстрой и медленной продольных волн, а также поперечной волны. Их решения будем искать в виде плоской поверхностной волны, которая образуется за счет взаимодействия на границе всех трех типов волн и распространяется вдоль свободной поверхности с экспоненциально затухающей вглубь амплитудой [7].

Для проницаемой свободной границы (5) дисперсионное уравнение имеет вид

$$\alpha_2 \xi^2 \left(\frac{k_2^2}{2} (\alpha_0 - \alpha_1) - e_1 (\alpha_0 k_1^2 - \alpha_1 k_0^2) \right) + e_1 \beta^2 (k_1^2 - k_0^2) = 0, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= \xi^2 - \frac{k_2^2}{2}; \quad \alpha_j = \sqrt{\xi^2 - k_j^2}; \quad j = 0, 1; \\ k_{0,1}^2 &= \frac{\omega^2 z_{0,1}}{c^2} = \frac{\omega^2}{c_{0,1}^2}; \quad c^2 = \frac{H}{\rho}; \quad e_1 = \frac{1 - \nu}{1 - 2\nu}; \\ k_2^2 &= \frac{\omega^2 \rho}{\mu} (\Gamma_{11} + \Gamma_{12} M_2 + (1 - M_2) i \Gamma) = \frac{\omega^2}{c_2^2}; \\ M_2 &= \frac{i \Gamma - \Gamma_{12}}{\Gamma_{22} + i \Gamma}; \end{aligned}$$

ξ – волновое число поверхностной волны; $z_{0,1}$ – корни уравнения

$$\begin{aligned} A_1 z^2 - B_1 z + C_1 &= 0, \\ A_1 &= q_{22} q_{11} - q_{12}^2, \quad C_1 = \Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2 + i \Gamma, \quad (8) \\ B_1 &= q_{11} \Gamma_{22} + q_{22} \Gamma_{11} - 2 q_{12} \Gamma_{12} + i \Gamma. \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{H - 2C\phi + M\phi^2}{H}; \quad q_{12} = \frac{C\phi - M\phi^2}{H}; \\ q_{22} &= \frac{M\phi^2}{H}; \quad \rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f; \\ \rho_{11} &= (1 - \phi)\rho_s - \rho_{12}; \quad \rho_{22} = \phi\rho_f - \rho_{12}; \\ \Gamma_{ij} &= \frac{\rho_{ij}}{\rho}; \quad \Gamma = \frac{\phi^2 \rho_f \nu_f}{K_{pr} \rho \omega}. \end{aligned}$$

Для непроницаемой границы (условие (6)) дисперсионное уравнение принимает вид

$$\begin{aligned} \alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \xi^2 (M_1 - M_0) - \\ - \xi^2 (1 - M_2) (\alpha_1 \tau_0 - \alpha_0 \tau_1) + \\ + \beta (\alpha_1 \tau_0 (1 - M_1) - \alpha_0 \tau_1 (1 - M_0)) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} M_{0,1} &= \frac{\Gamma_{11} q_{22} - \Gamma_{12} q_{12} - A_1 z_{0,1} + (q_{22} + q_{12}) i \Gamma}{\Gamma_{22} q_{12} - \Gamma_{12} q_{22} + (q_{22} + q_{12}) i \Gamma}; \\ \tau_{0,1} &= \xi^2 - \frac{H - Cm + M_{0,1} Cm}{2\mu} k_{0,1}^2. \end{aligned}$$

Соотношения (7) и (9) при переходе к чисто упругой среде преобразуются в уравнение Рэля для упругого полупространства [1].

3. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим пористо-упругое полупространство без диссипации, подразумевая, что скелет идеально упругий, а поровое пространство заполнено невязкой сжимаемой жидкостью. Тогда коэффициенты дисперсионных уравнений (7) и (9) – действительные числа, и если эти уравнения имеют действительные корни, то в пористо-упругом полупространстве существует классическая поверхностная волна.

Для проницаемой свободной границы в [5] показано, что если поперечная волна является самой медленной, т. е. $c_2 < c_0$, то существует поверхностная волна с фазовой скоростью, меньшей, чем скорости объемных волн. В то же время, значительный интерес представляет условие существования поверхностной волны для случая, когда скорость медленной продольной волны – наименьшая (такая ситуация довольно часто встречается на практике).

Табл 1. Фазовые скорости объемных волн в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде

ν	$\mu/K_f = 10$		$\mu/K_f = 1$		$\mu/K_f = 0.1$		$\mu/K_f = 0.01$	
	c_1/c_2	c_0/c_2	c_1/c_2	c_0/c_2	c_1/c_2	c_0/c_2	c_1/c_2	c_0/c_2
0.1	1.50	0.39	2.08	0.84	5.57	0.98	17.35	0.99
0.2	1.63	0.40	2.14	0.89	5.59	1.07	17.35	1.08
0.25	1.74	0.41	2.18	0.93	5.60	1.13	17.36	1.15
0.3	1.92	0.42	2.25	0.97	5.61	1.22	17.36	1.24
0.4	3.11	0.44	2.61	1.11	5.69	1.57	17.38	1.63

Табл 2. Скорость поперечной волны в пористо-упругой среде при $K_f = 2350$ МПа

μ/K_f	c_2	материал
10	3503	горная порода
1.0	1107	горная порода
0.1	350.3	мягкий грунт
0.01	110.7	мягкий грунт

В связи с большим, по сравнению с идеально упругой средой, количеством физических параметров и широким диапазоном их изменения, анализ условий существования действительного корня уравнения (7) до настоящего времени не проведен. Более того, с достаточной степенью полноты это можно сделать только численно. В этой ситуации выбор исходных расчетных данных очень важен, поскольку на примерах нескольких конкретных ситуаций необходимо показать как возможность существования поверхностной волны, так и закономерности изменения ее характеристик. В табл. 1 приведены фазовые скорости объемных волн в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде для различных комбинаций ее параметров. При этом считалось, что $m = 0.3$, $\rho_s/\rho_f = 2.65$. Из таблицы видно, что для мягких материалов ($\mu/K_f \leq 0.1$), кроме случая $\nu = 0.1$ (неконсолидированный упругий скелет), скорость медленной продольной волны превышает скорость поперечной – $c_0 > c_2$. Для жестких пористых сред (например, горная порода) имеем $c_0 < c_2$.

В табл. 2 представлены значения скорости поперечной волны для различных соотношений μ/K_f для случая, когда поровой жидкостью является вода ($K_f = 2350$ МПа).

Для свободной проницаемой границы на рис. 1 представлена зависимость фазовых скоростей объемных волн и поверхностной волны от отношения μ/K_f . Поскольку при проведении расчетов параметры поровой жидкости фиксировались, изменение отношения μ/K_f фактически эквивалентно изменению модуля сдвига скелета. Кривая c_0 со-

ответствует медленной продольной, c_1 – быстрой продольной, c_2 – поперечной, c_r – поверхностной волне. Штриховой дана часть кривой c_r , для которой существует “вытекающая” поверхностная волна.

Приведенные графики имеют ряд характерных особенностей. Прежде всего, отметим, что “классическая” поверхностная волна как суперпозиция трех неоднородных волн существует как при $c_2 \leq c_0$, так и для случая $c_2 > c_0$. Однако если $c_2 > c_0$, поверхностная волна существует не для всех соотношений параметров пористо-упругой среды. Видно, что при увеличении μ/K_f наступает момент, когда $c_0 = c_r$. Обозначим соответствующее значение модуля сдвига через μ^* . Для $\mu < \mu^*$ вдоль свободной проницаемой границы пористо-упругого полупространства распространяется “классическая” поверхностная волна. При $\mu \geq \mu^*$ она приобретает характер “вытекающей”, т.е. ее волновое число становится комплексным, волна затухает в направлении распространения и переносит энергию в глубину. Соответствующая фазовая скорость

$$c_{r1} = \mathbf{Re} \frac{\omega}{\xi}$$

меньше скоростей продольной и поперечной волн, но больше скорости медленной продольной волны. Следует отметить, что в данном случае энергия поверхностной волны “перекачивается” в энергию медленной продольной волны, которая становится распространяющейся и переносит энергию от свободной границы в глубину среды. С ростом коэффициента Пуассона увеличивается диапазон модулей сдвига упругого скелета, при которых существует “классическая” поверхностная волна.

Оценить величину фазовой скорости поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве можно, используя приближенное выражение для поверхностной волны в идеально упругой среде [1, 11]:

$$c_{rs} = \frac{0.87 + 1.12\nu}{1. + \nu} c_2. \quad (10)$$

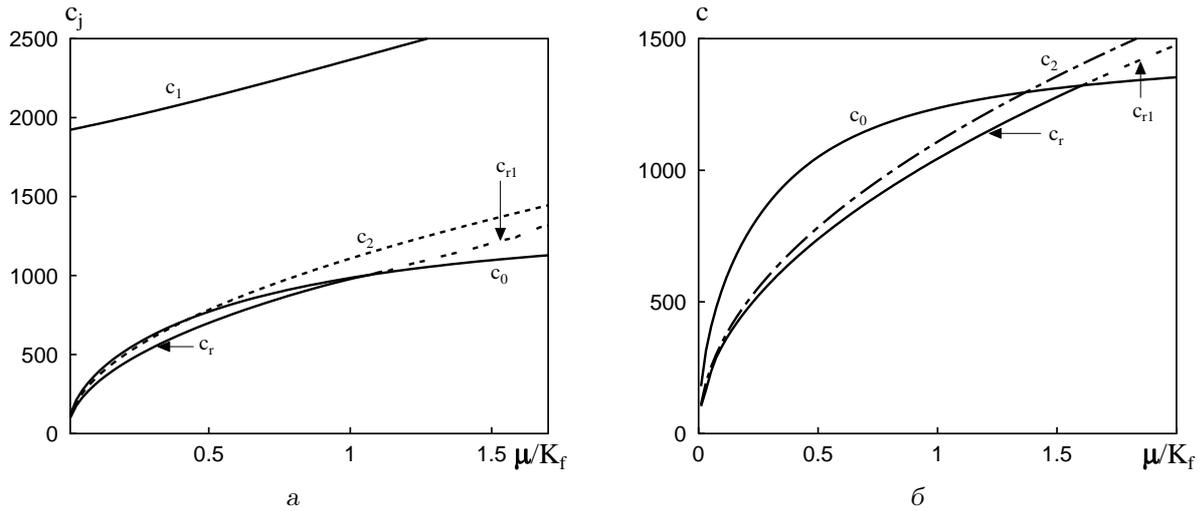


Рис. 1. Зависимость фазовых скоростей объемных и поверхностной волн от отношения μ/K_f (свободная проницаемая граница):
 а - $\nu=0.2$, б - $\nu=0.4$

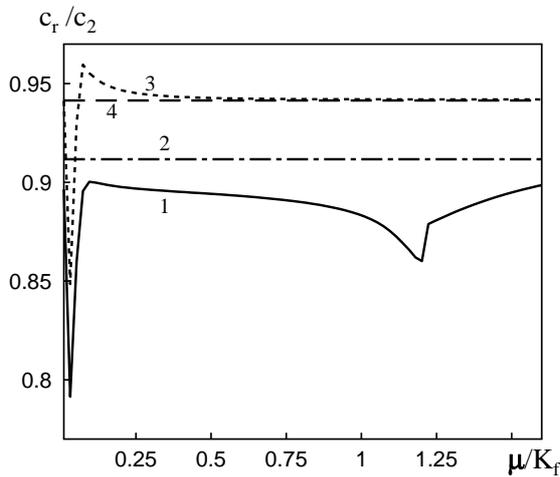


Рис. 2. Зависимость фазовой скорости поверхностной волны от отношения μ/K_f (свободная проницаемая граница):
 1 - c/c_2 при $\nu=0.2$, 2 - c_{rs}/c_2 при $\nu=0.2$,
 3 - c/c_2 при $\nu=0.4$, 4 - c_{rs}/c_2 при $\nu=0.4$

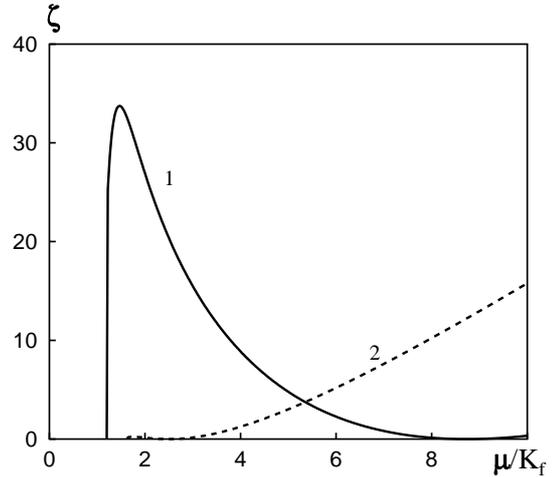


Рис. 3. Зависимость затухания для “вытекающей” волны от отношения μ/K_f (свободная проницаемая граница):
 1 - $\nu=0.2$,
 2 - $\nu=0.4$

На рис. 2 представлены графики зависимости c/c_2 (кривая 1 – для $\nu=0.2$; кривая 3 – для $\nu=0.4$) и c_{rs}/c_2 (кривая 2 – для $\nu=0.2$; кривая 4 – для $\nu=0.4$). Как видно из них, фазовая скорость поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве стремится к скорости c_{rs} при увеличении модуля сдвига скелета. Соотношение (10) с достаточной точностью дает оценку фазовой скорости поверхностной волны в области параметров среды, где она становится “вытекающей”. Для “классической” же поверхностной волны (особенно для

мягких неконсолидированных сред) такая оценка не достаточна.

Затухание вдоль направления распространения для “вытекающей” волны запишем в виде

$$\zeta = \text{Im} \frac{\omega}{\xi}$$

На рис. 3 показана зависимость ζ для “вытекающей” волны от μ/K_f . Кривая 1 соответствует коэффициенту Пуассона $\nu=0.2$, а кривая 2 – $\nu=0.4$. Очевидно, что не только величина, но и харак-

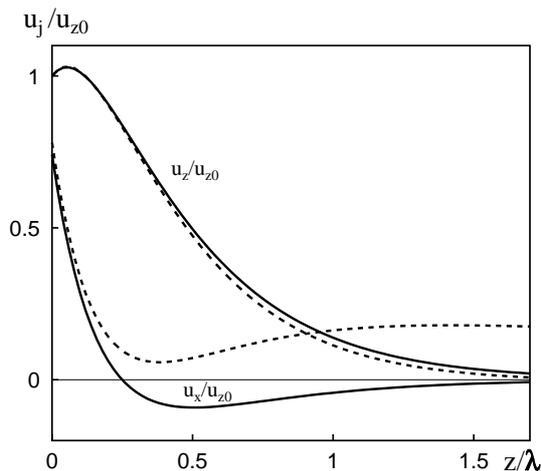


Рис. 4. Зависимость нормированной амплитуды смещений в поверхностной волне от глубины для $\nu=0.2$ (свободная проницаемая граница): сплошные – $\mu/K_f=0.01$, штриховые – $\mu/K_f=1.06$

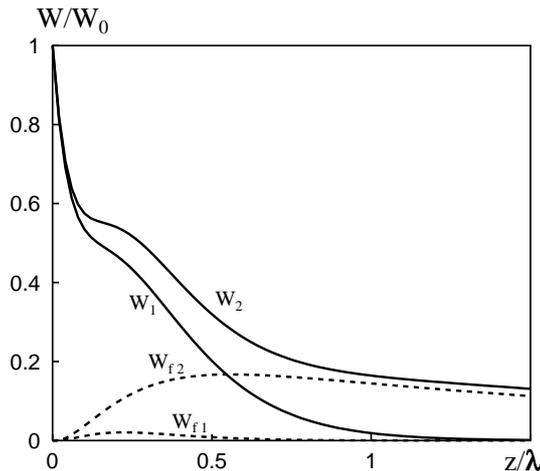


Рис. 5. Распределение по глубине среднего за период потока мощности поверхностной волны (свободная проницаемая граница)

Табл. 3. Отношение компонент смещений в поверхностной волне при $z=0$ для $\mu/K_f=0.01$

ν	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45
u_x/u_z	0.805	0.741	0.672	0.606	0.575

тер затухания существенным образом зависит от значений коэффициента Пуассона и μ . Чем больше затухание, тем большая часть энергии поверхностной волны “перекачивается” в энергию медленной продольной волны и уносится в глубину пористо-упругого полупространства. Отметим, что для бездиссипативной среды c_{r1} и ζ не зависят от частоты, а определяются параметрами среды.

Зная фазовую скорость поверхностной волны, можно определить компоненты смещения по осям x и z , которые описываются следующим выражением для упругого скелета:

$$\begin{aligned}
 u_x &= iA\xi(e^{\alpha_1 z} + \gamma_0 e^{\alpha_0 z} - \alpha_2 \gamma_2 e^{\alpha_2 z}) \times \\
 &\quad \times e^{i(\xi x - \omega t)}, \\
 u_z &= A(\alpha_1 e^{\alpha_1 z} + \gamma_0 \alpha_0 e^{\alpha_0 z} - \gamma_2 \xi^2 e^{\alpha_2 z}) \times \\
 &\quad \times e^{i(\xi x - \omega t)}.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Для проницаемой границы справедливо

$$\begin{aligned}
 \gamma_0 &= -\frac{mC - m^2 M + m^2 M M_1 k_1^2}{mC - m^2 M + m^2 M M_0 k_0^2}, \\
 \gamma_2 &= \frac{\alpha_0 \gamma_0 + \alpha_1}{\beta}.
 \end{aligned}$$

Смещения упругого скелета определены с точностью до произвольной постоянной A . Поскольку компоненты смещения в поверхностной волне сдвинуты по фазе на $\pi/2$, то частицы движутся по эллипсу.

На рис. 4 представлены зависимости нормированных амплитуд смещений в поверхностной волне от глубины z/λ для $\nu=0.2$. Здесь λ – длина поверхностной волны. Сплошные кривые соответствуют $\mu/K_f=0.01$ (когда $c_2 < c_0$). Штриховые – построены для $\mu/K_f=1.06$ (в этом случае $c_2 > c_0$). Как следует из графика, увеличение модуля сдвига упругого скелета слабо влияет на u_z – вертикальная компонента смещения поверхностной волны в пористо-упругом и в упругом полупространствах подобны. В то же время, горизонтальная компонента смещения изменяется при увеличении модуля сдвига скелета и отличается от u_x поверхностной волны в упругом полупространстве. Кроме того, для $\mu/K_f=0.01$ наблюдается смена знака горизонтальной компоненты смещений при $z=0.25\lambda$. Это говорит о том, что на этой глубине происходит изменение направления вращения частиц. Для $\mu/K_f=1.06$ компонента смещения u_x знакопостоянна, т. е. смены направления вращения частиц не происходит.

В табл. 3 приведены отношения компонент смещений поверхностной волны на свободной поверхности $z=0$ при изменении ν для $\mu/K_f=0.01$. Величина u_x/u_z соответствует отношению полуосей эллипса, по которому движутся частицы в поверхностной волне. Как видно из таблицы, с увеличением ν величина u_x/u_z падает. Аналогичная тен-

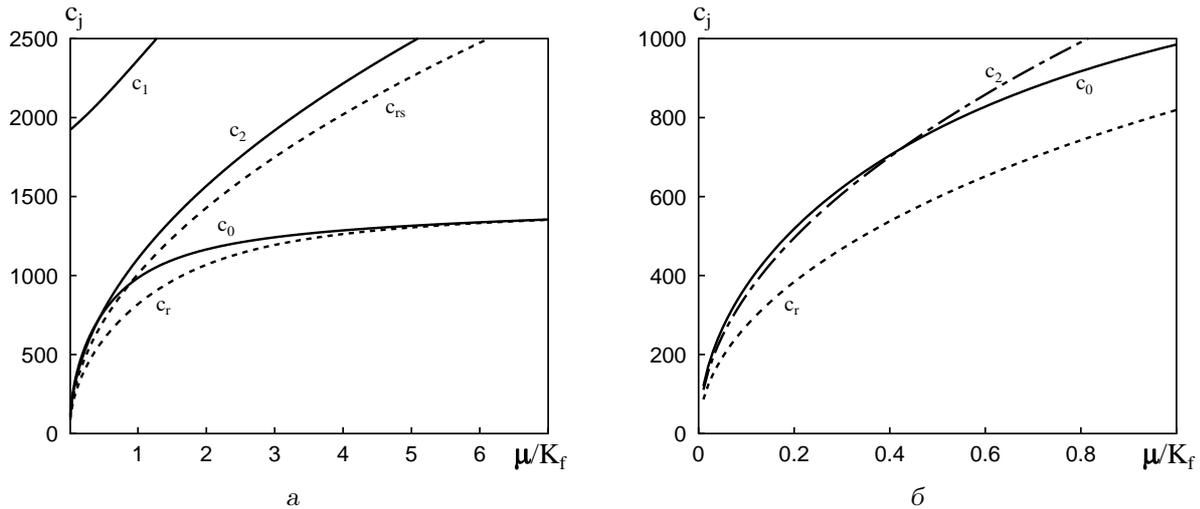


Рис. 6. Зависимость фазовых скоростей объемных и поверхностной волн от отношения μ/K_f (свободная непроницаемая граница):

а – $\nu=0.2$, б – $\nu=0.4$

денция наблюдается и для поверхностной волны в упругом полупространстве [1].

Для анализа энергетических характеристик поверхностной волны рассмотрим средний за период поток мощности в направлении распространения:

$$W_x = -\frac{i\omega}{4}(\tau_{xx}\tilde{u}_x + \tau_{xz}\tilde{u}_z + \sigma\tilde{v}_x - \tilde{\tau}_{xx}u_x - \tilde{\tau}_{xz}u_z - \tilde{\sigma}v_x).$$

Здесь символом \sim обозначены комплексно сопряженные величины. На рис. 5 для $\nu=0.2$ представлено изменение с глубиной среднего за период потока мощности поверхностной волны, нормированного на мощность волны на свободной границе (W_0). Кривые W_1 и W_{f1} построены для $\mu/K_f=0.01$, а кривые W_2 и W_{f2} – для $\mu/K_f=1.06$. Зависимости W_1 и W_2 описывают полный поток мощности, а W_{f1} и W_{f2} – поток, переносимый поровой жидкостью. Как видно из графика, при увеличении модуля сдвига скелета растет доля энергии, сосредоточенной в поровой жидкости. Кроме того, при этом энергия поверхностной волны проникает на все большие глубины. Если для мягких она падает на два порядка в слое 1.1λ , то для жестких материалов – уже в слое 6.7λ .

Рассмотрим непроницаемую свободную границу пористо-упругого полупространства. В отличие от проницаемой границы, в данном случае “классическая” поверхностная волна не вырождается в “вытекающую”. На рис. 6 представлена зависимость фазовых скоростей объемных волн (c_1 , c_2 , c_0) и поверхностной волны (c_r) при изменении μ/K_f для непроницаемой границы. Кривая

c_{rs} соответствует фазовой скорости поверхностной волны Рэлея в эквивалентной однофазной среде, вычисленной по формуле (10). Как видно из графика, для мягких пористо-упругих сред скорость поверхностной волны близка к скорости волны Рэлея. При увеличении модуля сдвига скорость поверхностной волны стремится к скорости медленной продольной волны.

Для жестких материалов ($\mu/K_f > 10$) скорости c_0 и c_r совпадают до пяти значащих цифр. При нахождении действительного корня дисперсионного уравнения (9) достаточную точность и практически одинаковые результаты обеспечили метод Ньютона и метод Мюллера. Заметим, что в работе [7] “классическая” поверхностная волна в случае непроницаемой границы для жестких материалов (когда скорость поверхностной волны практически совпадает со скоростью медленной продольной волны) не была найдена, так как расчет проводился методом половинного деления с недостаточной точностью.

Кинематика поверхностной волны для свободной непроницаемой границы существенно отличается от движения частиц поверхностной волны в пористом скелете для проницаемой границы. В рассматриваемом случае коэффициенты в выражениях для смещения (11) имеют вид

$$\gamma_0 = -\frac{\beta(1-M_1) - \xi^2(1-M_2)\alpha_1}{\beta(1-M_0) - \xi^2(1-M_2)\alpha_0},$$

$$\gamma_2 = \alpha_1 \frac{M_1 - M_0}{\beta(1-M_0) - \xi^2(1-M_2)}.$$

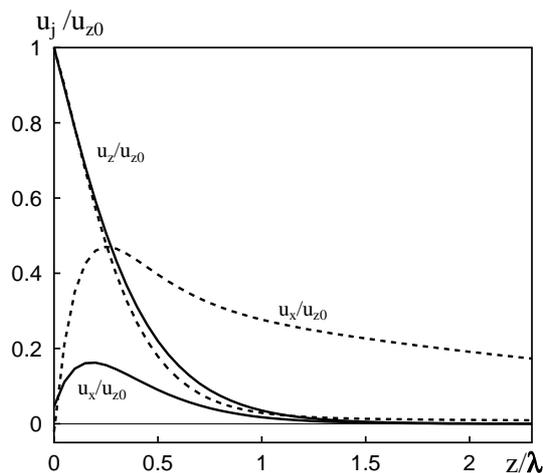


Рис. 7. Зависимость нормированной амплитуды смещений в поверхностной волне от глубины для $\nu=0.2$ (свободная непроницаемая граница): сплошные – $\mu/K_f=0.01$, штриховые – $\mu/K_f=7.02$

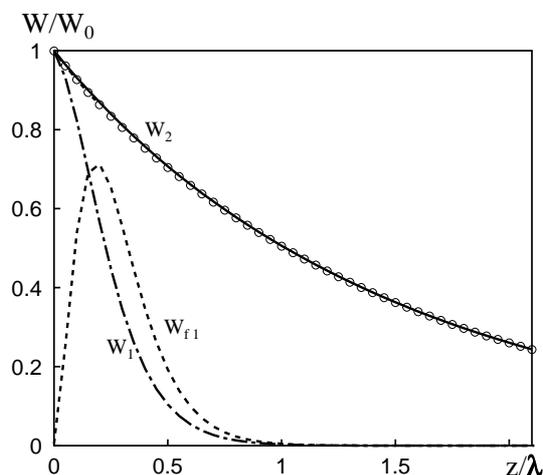


Рис. 8. Распределение по глубине среднего за период потока мощности поверхностной волны (свободная непроницаемая граница)

На рис. 7 представлены зависимости нормированных амплитуд смещений в поверхностной волне от глубины z/λ для $\nu=0.2$. Сплошные кривые соответствуют $\mu/K_f=0.01$, а штриховые – $\mu/K_f=7.02$. В отличие от поверхностной волны в пористо-упругом полупространстве со свободной проницаемой границей или в идеально упругом полупространстве, для рассматриваемого случая нормированная вертикальная компонента смещения u_z/u_{z0} не превышает 1. При вариации модуля сдвига среды вертикальная компонента смещения изменяется слабо. Горизонтальная компонента u_x/u_{z0} для мягких материалов не изменяет знак

и затухает с глубиной так же, как и u_z/u_{z0} . Для жестких материалов u_x/u_{z0} затухает с глубиной намного медленнее, чем вертикальная компонента. Отличия кинематики поверхностной волны для непроницаемой и проницаемой свободной границ обусловлены разницей в поведении поровой жидкости.

На рис. 8 показана зависимость среднего за период потока мощности поверхностной волны при изменении глубины для $\nu=0.2$. Кривая W_1 – это полный поток мощности, а W_{f1} – поток мощности, переносимый поровой жидкостью (обе для $\mu/K_f=0.01$). Значения W_{f1}/W_0 увеличены на два порядка. Кривая W_2 соответствует полному потоку мощности, а маркеры – потоку мощности в поровой жидкости для $\mu/K_f=7.02$. Как следует из графика, для мягких материалов основная доля энергии поверхностной волны сосредоточена в упругом скелете, а для жестких – в поровой жидкости. Это и определяет отличие динамического и кинематического поведения поверхностной волны для мягких и жестких материалов в пористо-упругом полупространстве со свободной непроницаемой границей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В пористо-упругом, насыщенном жидкостью полупространстве со свободной проницаемой или непроницаемой границей существует поверхностная волна, причем при рассмотренных материальных параметрах среды фазовая скорость волны в случае проницаемой границы больше, чем для непроницаемой. В обоих случаях если поровая жидкость и скелет таковы, что скорость поперечной волны – самая низкая, то поверхностную волну образуют три неоднородные волны. Такая поверхностная волна распространяется вдоль свободной границы и затухает в глубину.

Для проницаемой границы в узком диапазоне изменения параметров среды, когда медленная продольная волна имеет наименьшую фазовую скорость, также возможно существование “классической” поверхностной волны. Для жестких материалов поверхностная волна становится “вытекающей”, т. е. затухает в направлении распространения и переносит энергию в глубину. В этом случае энергия поверхностной волны “перекачивается” в медленную объемную продольную волну.

В случае непроницаемой границы поверхностная волна существует как для мягких, так и для жестких материалов. При этом для мягкого скелета фазовая скорость и кинематика поверхностной волны близки к характеристикам поверхно-

стной волны в идеально упругом полупространстве. Энергия поверхностной волны сосредоточена в упругом скелете. Для жестких материалов скорость поверхностной волны стремится к скорости медленной продольной волны и ее энергия сосредоточена в поровой жидкости.

1. *Викторов И. А* Звуковые поверхностные волны в твердых телах.– М.: Наука, 1981.– 288 с.
2. *Biot M. A.* Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid // J. Acoust. Soc. Amer.– 1956.– **28**, N 2.– P. 168–191.
3. *Jones J. P.* Rayleigh waves in a porous, elastic, saturated solid // J. Acoust. Soc. Amer.– 1961.– **33**, N 7.– P. 959–962.
4. *Tajuddin M.* Rayleigh waves in a poroelastic half-space // J. Acoust. Soc. Amer.– 1984.– **75**, N 3.– P. 682–684.
5. *Косачевский Л. Я* О распространении упругих волн в двухкомпонентных средах // ПММ.– 1959.– **23**, N 6.– С. 1115–1123.
6. *Ильясов Х. Х* Распространение неизлучающих волн вдоль свободной поверхности пористой флюидонасыщенной среды // Ж. выч. матем. мат. физ.– 2004.– **44**, N 12.– С. 2268–2275.
7. *Городецкая Н. С.* Волны на границе пористо-упругого полупространства. I. Свободная граница // Акуст. вісн.– 2005.– **8**, N 1-2.– С. 28–41.
8. *Столл Р. Д.* Акустические волны в водонасыщенных осадках // Акустика морских осадков.– М., 1977.– С. 28–46.
9. *Badiey M., Cheng A. H.-D., Mu Y.* From geology to geoacoustics Evaluation of Biot–Stoll sound speed and attenuation for shallow water acoustics // J. Acoust. Soc. Amer.– 1998.– **103**, N 1.– P. 309–320.
10. *Deresiewicz H., Skalak R.* On uniqueness in dynamic poroelasticity // Bull. Seism. Soc. Amer.– 1963.– **53**, N 4.– P. 783–788.
11. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 284 с.