

УДК 534.1

О ПРОЕКТИРОВАНИИ АКУСТИЧЕСКИХ КОНЦЕНТРАТОРОВ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННЕГО РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ

В. Г. АБАКУМОВ, К. А. ТРАПЕЗОН

Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев

Получено 29.01.2007

Разработана методика расчета и рационального проектирования акустических концентраторов перемещений с учетом гистерезисных потерь энергии. На примере двух типов новых концентраторов показана ее эффективность, подтвержденная экспериментальными данными. Предложенная схема расчета без ограничений применима для акустических концентраторов любых типов – как известных, так и вновь разрабатываемых.

Розроблено методику розрахунку й раціонального проектування акустичних концентраторів зміщень з урахуванням гістерезисних втрат енергії. На прикладі двох типів нових концентраторів показано її ефективність, яку підтверджено експериментальними даними. Запропонована схема розрахунку може без обмежень застосовуватися для акустичних концентраторів будь-яких типів – як відомих, так і тих, що розробляються.

A technique is developed for calculating and rational designing the acoustic thickeners of deflections with allowance for hysteretic energy loss. Its efficiency is verified using two examples of new thickeners and proved by the experimental data. The offered calculation scheme is applicable without limitations to any types of the acoustic thickeners, both the known ones and those being under construction.

ВВЕДЕНИЕ

Для повышения эффективности работы ряда высокочастотных колебательных систем необходимо применение в их составе концентраторов акустической энергии, назначением которых является трансформация малых амплитуд на входе, снимаемых с электромеханических преобразователей, в большие амплитуды на рабочем конце системы. При этом главное требование, предъявляемое к концентратору, – обеспечение необходимого усиления без увеличения мощности преобразователя, что, как известно, можно осуществить выбором соответствующего закона изменения площади поперечного сечения $F(x)$ на основе решения задачи о колебаниях стержня. В этом случае из уравнения свободных колебаний

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(EF \frac{\partial U}{\partial x} \right) - \rho F \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

представляя его решение в виде $U(x, t) = X(x) \cos(\omega t)$, определяют функцию $X(x)$ и после удовлетворения граничным условиям вида

$$\frac{dX(0)}{dx} = \frac{dX(l)}{dx} = 0,$$

справедливым для стержня со свободными концами, находят частоты ω и формы $X(x)$ собственных колебаний. При этом отношением $M = X(l)/X(0)$ будет определяться усиление колебаний и эффективность концентратора, имеющего резонансную

длину l и резонансную частоту $f = \omega/2\pi$, изготовленного из материала с модулем упругости E и плотностью ρ .

Однако даже в случае удачного задания $F(x)$ и определения параметра M по такой методике ожидаемое усиление колебаний не может считаться гарантированным из-за неизбежных потерь энергии при резонансных колебаниях концентратора. Здесь и далее речь идет о внутренних потерях в материале концентратора, поскольку внешние причины рассеяния энергии всегда могут быть минимизированы техническими средствами. Следовательно, одной из практически важных задач рационального проектирования концентраторов является обеспечение требования о минимально возможном внутреннем рассеянии энергии. Реализация этого положения повышает коэффициент полезного действия соответствующей колебательной системы и обеспечивает ее стабильную работу на режимах, близких к расчетным. При его нарушении неизбежен существенный нагрев концентратора, приводящий к расстройке резонансных колебаний и резкому падению амплитуд вследствие температурного изменения его геометрических и физико-механических характеристик.

Цель данной статьи состоит в следующем.

1. На основе известных подходов и методов оценки демпфирующих свойств материалов и элементов конструкций необходимо разработать методику проектирования концентраторов с

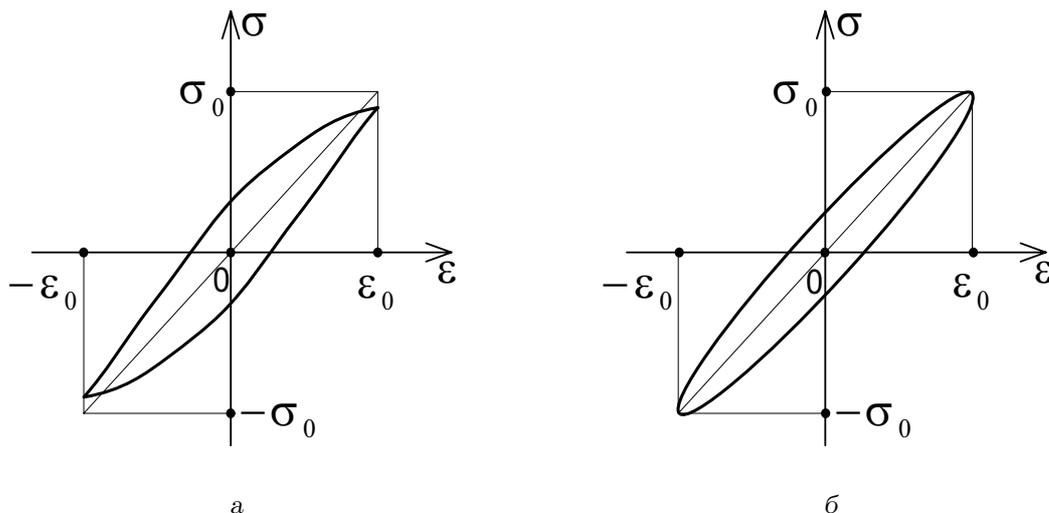


Рис. 1. Форма петли гистерезиса:

а – по гипотезе Давиденкова (2); б – эллиптическая по гипотезе (13)

учетом внутреннего рассеяния энергии механических колебаний.

2. На примере вновь созданных типов концентраторов, описанных в работе [1], провести ее реализацию с количественной оценкой и простейшей экспериментальной проверкой.

1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОНЦЕНТРАТОРА

Современное математическое описание рассеяния энергии в конструкционном материале сводится к некоторым, как правило, нелинейным зависимостям механического напряжения σ от относительной деформации ε , отличных от закона Гука $\sigma = E\varepsilon$. Такие схемы деформирования более точно отображают свойства реальных тел, чем линейный закон Гука для идеального упругого тела. При циклическом деформировании вследствие рассеяния энергии, обусловленного, в частности, упругим несовершенством материала, обнаруживается различие в линиях нагрузки-разгрузки в координатах σ - ε [2], т. е. образуется некоторая петля гистерезиса (рис. 1).

Установление той или иной зависимости $\sigma(\varepsilon)$, описывающей форму замкнутой петли гистерезиса, выражает соответствующую гипотезу рассеяния энергии. При этом площадь петли выражает энергию, которая рассеивается за один цикл деформирования. Широкое распространение получила гипотеза Фойхта [3], которая обеспечивает простой расчет колебаний на основе линейных

уравнений. Однако она предполагает существенную зависимость рассеяния энергии от частоты процесса деформирования, что для большинства конструкционных материалов не подтверждается экспериментально [4]. Подробный обзор и анализ предложенных разными авторами моделей содержится в работах [5,6]. Физически обоснованной является гипотеза Давиденкова [2, 7], согласно которой связь между механическими напряжениями и деформациями имеет вид

$$\sigma = \varepsilon E \pm \frac{E\eta}{n} [2^{n-1}\varepsilon_0^n - (\varepsilon_0 \pm \varepsilon)^n], \quad (2)$$

где η, n – геометрические параметры петли гистерезиса, которые определяются для каждого из материалов экспериментально; ε_0 – амплитудное значение деформации. Интегрируя выражение (2) по контуру петли, легко найти ее площадь, т. е. энергию ΔW_0 , которая будет рассеяна в единице объема материала за цикл деформирования:

$$\begin{aligned} \Delta W_0 &= \int_{-\varepsilon_0}^{\varepsilon_0} (\sigma^+) d\varepsilon + \int_{\varepsilon_0}^{-\varepsilon_0} (\sigma^-) d\varepsilon = \\ &= \eta N E \varepsilon_0^{n+1} = \beta \varepsilon_0^{n+1}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$N = \frac{2^{n+1}(n-1)}{n(n+1)}; \quad \beta = \eta EN.$$

Как видно из уравнения (3), рассеяние энергии по гипотезе Давиденкова зависит только от амплитудных значений деформации ε_0 .

Используя известную зависимость для потенциальной энергии

$$W_0 = \frac{E\varepsilon_0^2}{2}, \quad (4)$$

накапливаемой в единице объема материала при амплитуде деформирования ε_0 , можно найти значение относительного рассеяния энергии в единице однородно напряженного объема материала:

$$\psi_0 = \frac{\Delta W_0}{W_0} = 2\delta = 2N\eta\varepsilon_0^{n-1}. \quad (5)$$

Здесь δ – логарифмический декремент колебаний [2].

Выражения (3)–(5) относятся к описанию свойств материала. Для определения величины рассеиваемой энергии за цикл колебаний концентратора длиной l , площадью $F(x)$ при форме резонансных колебаний $AX(x)$ (A – амплитудный коэффициент) необходимо вычислить интеграл элементарной энергии рассеивания по объему концентратора V . С учетом соотношения (3) и того, что $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_0 = AX'(x)$, получим

$$\begin{aligned} \Delta W &= \int_V \Delta W_0 dV = \beta \int_0^l \varepsilon_0^{n+1} F(x) dx = \\ &= \beta(A)^{n+1} \int_0^l (X'(x))^{n+1} F(x) dx. \end{aligned} \quad (6)$$

Соответственно, потенциальная энергия деформации концентратора (потребляемая энергия за цикл колебаний) вычисляется как интеграл по объему V элементарной энергии, заданной выражением (4), т. е.

$$\begin{aligned} W &= \int_V W_0 dV = \int_0^l \frac{E\varepsilon_0^2}{2} F(x) dx = \\ &= \frac{EA^2}{2} \int_0^l (X'(x))^2 F(x) dx. \end{aligned} \quad (7)$$

Разделив выражение (6) на (7), получим коэффициент относительного рассеяния энергии для всего

концентратора:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{\Delta W}{W} = \\ &= \frac{2\beta(A)^{n+1} \int_0^l (X'(x))^{n+1} F(x) dx}{EA^2 \int_0^l (X'(x))^2 F(x) dx} = \\ &= \frac{2\eta NE(A)^{n-1} \int_0^l (X'(x))^{n+1} F(x) dx}{E \int_0^l (X'(x))^2 F(x) dx}. \end{aligned}$$

2. РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ КОНЦЕНТРАТОРА С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ ЭНЕРГИИ

Соотношения (6), (7) дают возможность качественной оценки эффективности концентраторов по критерию рассеиваемой энергии. Вообще говоря, эта оценка вполне достаточна в случае сравнения концентраторов с близкими значениями коэффициента усиления M . Очевидно, что, исходя из этого критерия, лучшим следует считать тот концентратор, у которого рассеяние энергии будет меньшим при равных амплитудах рабочего конца.

Что касается установления количественной связи между ΔW и амплитудами колебаний, то для этого следует рассмотреть задачу о вынужденных колебаниях стержня с учетом рассеяния энергии под действием распределенной вдоль оси стержня внешней силы вида $p(x) \sin \nu t$. Тогда уравнение колебаний согласно модели (2) запишется в виде [8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(EF(x) \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right) - \\ - \rho F(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} \mp \frac{\partial}{\partial x} (F(x)\Phi) = \\ = p(x) \sin \nu t, \end{aligned} \quad (8)$$

где функция

$$\begin{aligned} \Phi = \pm \frac{E\eta}{n} \left\{ 2^{n-1} \left(\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right)_0^n - \right. \\ \left. - \left[\left(\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right)_0 \pm \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right]^n \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

соответствует нелинейной части выражения (2). где
 При этом введены обозначения

$$\varepsilon = \frac{\partial U(x, t)}{\partial x}; \quad \varepsilon_0 = \left(\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \right)_0.$$

Полагая $U(x, t) = X(x)y(t)$, получаем

$$\frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = X'(x)y(t), \quad \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_0 = X'(x)y_0,$$

где y_0 – максимальное значение амплитуды $y(t)$ при $t=0$. С учетом этого, уравнение (8) примет вид

$$y(EFX')' - \rho FX\ddot{y} \mp \left\{ EFX \frac{\eta}{n} (X')^n y_0^n \left[2^{n-1} - \left(1 \pm \frac{y}{y_0} \right)^n \right] \right\}' = p(x) \sin \nu t. \quad (10)$$

Штрихи и точки обозначают соответственно дифференцирование по x и t . Здесь и далее для упрощения записи выражений будем опускать аргументы функций.

Будем рассматривать колебания в резонансной зоне. Поэтому согласно правила Видлера [9] формы колебаний $X(x)$ полагаем совпадающими с соответствующими формами свободных колебаний, т.е. считаем, что демпфирование не влияет на форму колебаний системы, однако определяет закон убывания некоторого ее масштаба [5]. В соответствии с этим воспользуемся приемом метода Бубнова – Галеркина [10], умножив обе части уравнения (10) на функцию $X(x)$, удовлетворяющую граничным условиям при свободных колебаниях $X'(0) = X'(l) = 0$, и проинтегрируем это выражение по длине в промежутке от 0 до l :

$$yE \int_0^l (FX')' X dx - \ddot{y} \int_0^l \rho FX^2 dx \mp \frac{E\eta}{n} y_0^n \left[2^{n-1} - \left(1 \pm \frac{y}{y_0} \right)^n \right] \times \int_0^l (F(X')^n)' X dx = \sin \nu t \int_0^l p(x) X dx. \quad (11)$$

С учетом того, что $X'(0) = X'(l) = 0$, после интегрирования уравнение (11) можно переписать в виде

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} y \mp \frac{q}{m} \frac{E\eta}{n} (y_0)^n \times \left[2^{n-1} - \left(1 \pm \frac{y}{y_0} \right)^n \right] = \frac{p^*}{m} \sin \nu t, \quad (12)$$

$$\frac{c}{m} = \frac{E}{\rho} \frac{\int_0^l (X')^2 F dx}{\int_0^l X^2 F dx};$$

$$\frac{q}{m} = \frac{1}{\rho} \frac{\int_0^l (X')^{n+1} F dx}{\int_0^l X^2 F dx};$$

$$\frac{p^*}{m} = -\frac{1}{\rho} \frac{\int_0^l p(x) X dx}{\int_0^l X^2 F dx}.$$

Из уравнения (12) видно, что отношение приведенной жесткости

$$c = E \int_0^l F (X')^2 dx$$

к приведенной массе

$$m = \rho \int_0^l F X^2 dx,$$

записанных на основе формул Рэлея, определяет собственную (резонансную) частоту системы. Параметры

$$q = \int_0^l (X')^{n+1} F dx, \quad p^* = - \int_0^l p(x) X dx$$

характеризуют работу диссипативных и внешних сил, соответственно.

Уравнение (12) как результат проведенных преобразований исходного соотношения (8) формально представляет собой уравнение вынужденных колебаний системы с одной степенью свободы, обобщенной координатой которой может служить любая точка стержня, за исключением узлов. Решить это нелинейное уравнение можно асимптотическим методом Крылова – Боголюбова [11], позволяющим получать приближения любого порядка. Такая схема решения подобных задач предложена и последовательно применялась в работах

Г. С. Писаренко [8]. Однако нецелесообразность построения высших приближений для уравнения (12) вытекает, прежде всего, из весьма усредненных значений параметров петли гистерезиса n и η , найденных по экспериментальным зависимостям из более-менее достоверно полученной ее площади [2]. Учитывая многообразие и несопоставимость экспериментальных методик определения демпфирующих свойств материалов, а значит и n , η , следует полагать их заданными в первом приближении. Поэтому при решении уравнения (12) также допустимо ограничиться поиском только первого приближения. Кроме того, учитывая громоздкость выкладок даже для построения первого приближения асимптотическим методом, весьма неудобных для практического использования, решение уравнения целесообразно строить на основе более простого энергетического подхода. Показано, что в резонансной зоне для данного типа задач оба таких решения в первом приближении совпадают [5].

Суть энергетического метода заключается в замене выражения (2) гипотезы Давиденкова иной зависимостью для описания петли гистерезиса, такой, чтобы ее площадь совпала с выражением (3). Чаще всего используется выражение, соответствующее гипотезе Сорокина [12]. Его модификация, учитывающая предложение Давиденкова, имеет вид [13]

$$\sigma = \varepsilon E \pm \beta_1 \varepsilon_0^n \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}}. \quad (13)$$

Выполнив интегрирование выражения (13), аналогично схеме получения результата (3), находим, что

$$\Delta W_0 = \beta_1 \pi \varepsilon_0^{n+1}. \quad (14)$$

Приравняв выражения (3) и (14), получим условие энергетической эквивалентности гипотез (2) и (13) в виде

$$\beta_1 = \frac{\beta}{\pi} = \frac{\eta EN}{\pi} = \frac{\eta E}{\pi} \frac{2^{n+1}(n-1)}{n(n+1)}. \quad (15)$$

Дифференциальное уравнение, эквивалентное уравнению (12), запишется как

$$\ddot{y} + \omega^2 y \mp \frac{q}{m} \beta_1 y_0^n \sqrt{1 - \frac{y^2}{y_0^2}} = \frac{p^*}{m} \sin \nu t, \quad (16)$$

где обозначение $\omega^2 = c/m$ введено, исходя из комментария к уравнению (12), приведенного выше.

Уравнение (16) имеет точное решение

$y = y_0 \sin(\nu t - \gamma)$ в том случае, если

$$y_0 = \frac{p^*}{\sqrt{c^2(1 - \nu^2/\omega^2)^2 + (q\beta_1 y_0^{n-1})^2}}, \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = -\frac{q\beta_1 y_0^{n-1}}{m(\omega^2 - \nu^2)}.$$

Данный критерий проверяется подстановкой этого решения в уравнение (16). При резонансе, когда $\omega = \nu$, получим $\gamma = 3\pi/2$. Поэтому $y = y_0 \cos(\omega t)$, а величина резонансной амплитуды, согласно формулы (17), будет $y_0^n = \pi p^*/(q\beta)$.

Принимая во внимание приведенные выше выражение для q и учитывая формулу (6), получаем

$$y_0 = A \sqrt[n]{\frac{p^{**}}{\Delta W}}, \quad (18)$$

где $p^{**} = -\pi \int_0^l p(x)AX(x)dx$ – работа внешних сил $p(x)$ при колебаниях по форме $AX(x)$.

Соотношением (18) устанавливается искомая связь между резонансной амплитудой y_0 какого-либо сечения стержня, за исключением узлового, рассеянием энергии ΔW в концентраторе и амплитудой резонансных (собственных) колебаний A этого же сечения, определяемой без учета рассеяния энергии.

3. СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОНЦЕНТРАТОРОВ

Из-за неопределенности параметра p^{**} формула (18) может найти непосредственное практическое применение при взаимном сравнении концентраторов, но с соблюдением нижеследующих предпосылок.

Очевидно, что при работе концентратора в системе с преобразователем продольные перемещения торца последнего будут равны перемещениям основания концентратора вследствие их жесткого соединения. При этом силы, действующие со стороны преобразователя, можно свести к сосредоточенной силе $p_0 \sin \omega t$, приложенной к основанию концентратора, т. е. в сечении $x = x_0$. Поэтому можно записать [14]

$$p^{**} = -\pi \int_0^l p(x)AX(x)dx =$$

$$= -\pi \int_0^l p_0 \sigma_1(x - x_0)AX(x)dx =$$

$$= -\pi p_0 AX(x_0) = p_0 X_0, \quad (19)$$

где $\sigma_1(x-x_0)$ – импульсивная функция первого порядка; X_0 – перемещение в месте соединения преобразователя с концентратором. Поскольку в данном случае p^{**} не зависит от конфигурации концентратора, что следует из выражения (19), то амплитуда y_0 может быть увеличена только за счет снижения величины рассеянной энергии ΔW , которая связана с геометрией и материалом концентратора соотношением (6).

При сравнении двух концентраторов, предназначенных для работы в ультразвуковой колебательной системе с данным преобразователем, и имеющих одинаковое усиление, которое рассчитано по линейной теории, из выражения (18) с учетом (19) получим соотношение для количественной оценки резонансных амплитуд:

$$\frac{(y_{01}/A)^{n_1}}{(y_{02}/A)^{n_2}} = \frac{(\Delta W)_2}{(\Delta W)_1}. \quad (20)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к параметрам первого и второго сравниваемых концентраторов.

Для иллюстрации рассмотрим последовательно два разнотипных концентратора, которые были описаны ранее в работе [1]. Для удобства обозначим их как К1 и К2. Поскольку концентраторы выполняются в виде тел вращения, в дальнейшем будем использовать в выкладках вместо площадей $F(x) = \pi D^2(x)/4$ их диаметры $D(x)$. Кроме того, переменную x полагаем отнесенной к длине концентратора l .

Концентратор К1 характеризуется следующим законом изменения диаметра:

$$D(x) = D_0 \frac{x^6 + 5Cx^3 - 5C^2 + C_1x}{x^3 + C}, \quad (21)$$

$$x = 0 \div 1,$$

где D_0, C, C_1 – произвольные постоянные. Форма колебаний и ее производная, удовлетворяющая уравнению (1) и граничным условиям $X'(0) = X'(1) = 0$, в данном случае будут иметь вид

$$X(x) = \frac{-A}{q(x)} \times \{ B[(k^2 p(x) - 3x) \sin(kx) + 3kx^2 \cos(kx)] + \quad (22)$$

$$+ [(k^2 p(x) - 3x) \cos(kx) - 3kx^2 \sin(kx)] \},$$

$$X'(x) = \frac{p(x)A}{q^2(x)} \times \quad (23)$$

$$\times \{ B[a(x) \sin(kx) + kb(x) \cos(kx)] +$$

$$+ [a(x) \cos(kx) - kb(x) \sin(kx)] \},$$

где

$$q(x) = x^6 + 5Cx^3 - 5C^2 + C_1x;$$

$$p(x) = x^3 + C;$$

$$a(x) = k^2(6x^5 + 15Cx^2 + C_1) - 15(x^3 + C);$$

$$b(x) = 15x(x^3 + C) - k^2(x^6 + 5Cx^3 - 5C^2 + C_1x);$$

$$B = (15C - k^2C_1)/5k^3C^2;$$

$$k = 2\pi fl\sqrt{\rho/E};$$

(24)

A – произвольный постоянный коэффициент.

Если при расчете задан параметр

$$\delta = \frac{D(x=1)}{D(x=0)},$$

то отсюда получим, что

$$C_1 = 5C^2(1 - \delta) - 5C(1 + \delta) - 1.$$

Амплитудный коэффициент A легко определяется из условия $X(x=1) = X_0$, где X_0 – численное значение амплитуды перемещений, которая может быть измерена при эксперименте на свободном конце концентратора при $x=1$. Поэтому из выражения (22) следует

$$A = -X_0(1 + 5C + C_1 - 5C^2)/$$

$$/ (B\{[k^2(1 + C) - 3] \sin k + 3k \cos k\} +$$

$$+ [k^2(1 + C) - 3] \cos k - 3k \sin k).$$

Значение коэффициента D_0 определяется из условия $D(x=0) = d$, откуда с учетом зависимости (21) следует $D_0 = -d/(5C)$. Надлежащим выбором постоянной C устанавливается такая конфигурация концентратора, при которой его коэффициент усиления $M = X(1)/X(0)$ соответствовал бы некоторой требуемой величине. Так, при $C = -1.1$ и $\delta = 1/3$ из уравнения частот для данного случая [1] найден первый корень $k = 3.0271661$. Тогда получим $B = -0.664$; $C_1 = 10.367$; $D_0 = 0.1818d$; $A = 0.02X_0$; $M = -29.938 \approx -30$. Задаваясь рабочей частотой f и характеристиками материала E и ρ , по соотношению (24) определяем длину концентратора, а по зависимости (21) строим его профиль при выбранном (из конструктивных соображений) диаметре основания d .

Конфигурация и характерные размеры концентратора рассматриваемого типа, предназначенного для работы на частоте 11 кГц, приведены на

Табл. 1. Значения объема V , а также величин W (Дж), ΔW (Дж), $\Delta W/W$ в зависимости от амплитуды X_0 свободного конца концентратора К1

N	X_0 , мм	Сплав ВТЗ-1*			Сталь 45**		
		$W \times 10^{-2}$	$\Delta W \times 10^{-2}$	$\Delta W/W$	$W \times 10^{-2}$	$\Delta W \times 10^{-2}$	$\Delta W/W$
1	0.05	6.180	0.01877	$3.04 \cdot 10^{-3}$	10.959	0.11895	$1.085 \cdot 10^{-2}$
2	0.0836	17.277	0.05967	$3.45 \cdot 10^{-3}$	30.637	0.48897	$1.596 \cdot 10^{-2}$
3	0.1	24.720	0.0893	$3.61 \cdot 10^{-3}$	43.836	0.8002	$1.825 \cdot 10^{-2}$
4	0.1205	35.890	0.1358	$3.78 \cdot 10^{-3}$	63.650	1.3364	$2.099 \cdot 10^{-2}$
5	0.15	55.620	0.2223	$3.997 \cdot 10^{-3}$	98.630	2.4404	$2.474 \cdot 10^{-2}$
6	0.189	88.302	0.374	$4.23 \cdot 10^{-3}$	156.586	4.6077	$2.94 \cdot 10^{-2}$
7	0.2	98.880	0.42475	$4.29 \cdot 10^{-3}$	175.344	5.383	$3.07 \cdot 10^{-2}$
8	0.25	154.500	0.7017	$4.54 \cdot 10^{-3}$	273.975	9.9437	$3.63 \cdot 10^{-2}$
9	0.273	184.230	0.8554	$4.64 \cdot 10^{-3}$	326.705	12.666	$3.87 \cdot 10^{-2}$
10	0.3	222.480	1.05766	$4.75 \cdot 10^{-3}$	394.524	16.417	$4.16 \cdot 10^{-2}$

* $n=1.25$; $\eta=0.025$; $E_{Ti}=1.14 \cdot 10^5$ МПа; объем $V=138.3$ см³;** $n=1.75$; $\eta=1.6$; $E_{ст}=2.03 \cdot 10^5$ МПа; объем $V=138.9$ см³.

рис. 2, а где $l=220.36$ мм для титанового сплава ВТЗ-1 ($E_{Ti}=1.14 \cdot 10^5$ МПа; $\gamma_{Ti}=\rho g=4.5$ г/см³) и $l=221.4$ мм для стали 45 ($E_{ст}=2.03 \cdot 10^5$ МПа; $\gamma_{ст}=\rho g=7.8$ г/см³) при общем диаметре основания $d=60$ мм.

С учетом установленных параметров энергетические зависимости (6) и (7) примут вид

$$W = \frac{EA^2}{2} \int_0^l (X'(x))^2 F(x) dx = \frac{\pi E}{8l} (0.02X_0)^2 (0.1818d)^2 \int_0^1 (X^{*'} D^*)^2 dx, \quad (25)$$

$$\Delta W = \beta(A)^{n+1} \int_0^l (X'(x))^{n+1} F(x) dx = \frac{\eta EN \pi}{4l^n} (0.02X_0)^{n+1} (0.1818d)^2 \times \int_0^1 (X^{*'} D^*)^2 dx. \quad (26)$$

Здесь D^* и $X^{*'}$ заданы выражениями (21) и (23), но без множителей D_0 и A соответственно. Объем концентратора определяем по формуле

$$V = \frac{\pi l}{4} (0.1818d)^2 \int_0^1 (D^*)^2 dx. \quad (27)$$

Для завершения расчета необходимо располагать параметрами петли гистерезиса по Давиден-

кову (2). Усредненные значения параметров n и η определяют по выражению (5), исходя из экспериментальных данных о декрементах колебаний δ_1 и δ_2 при напряжениях σ_1 и σ_2 соответственно. Воспользуемся сведениями, приведенными в справочном пособии [2]: для сплава ВТЗ-1 (изгиб с частотой 14 Гц) получено $\delta_1=1.68 \cdot 10^{-3}$ при $\sigma_1=80$ МПа и $\delta_2=2.23 \cdot 10^{-3}$ при $\sigma_2=240$ МПа, для стали 45 (изгиб с частотой 10÷100 Гц) – $\delta_1=4 \cdot 10^{-3}$ при $\sigma_1=50$ МПа и $\delta_2=1.33 \cdot 10^{-2}$ при $\sigma_2=250$ МПа. Отсюда находим для сплава ВТЗ-1 и стали 45 соответственно: ($n=1.25$; $\eta=0.025$) и ($n=1.75$; $\eta=1.6$).

После внесения в выражения (25)–(27) найденных параметров и вычисления соответствующих интегралов получим результаты, представленные в табл. 1. Из таблицы видно, что при одних и тех же фиксированных амплитудах X_0 рассеяние энергии в стальном концентраторе существенно больше, чем в титановом. При этом масса концентратора ρV и потребляемая энергия W у стального концентратора больше чем у титанового, соответственно, в $(\rho V)_{ст}/(\rho V)_{Ti}=1.74$ и $(E/l)_{ст}/(E/l)_{Ti}=1.77$ раз.

Кроме того, целесообразно сравнить характеристики концентраторов при их работе на предельных режимах. Предельные амплитуды X_0 устанавливаем, исходя из пределов выносливости σ_{-1} для сплава ВТЗ-1 и стали 45, полученных экспериментально при высокочастотном нагружении. Так, для ВТЗ-1 на базе 10^8 циклов нагружения при частоте 10 кГц получено $\sigma_{-1}=360$ МПа [15], а для стали 45 при тех же условиях – $\sigma_{-1}=280$ МПа [16]. Из распределения де-

формаций $X'(x)$ при $x=0 \div 1$ (они заданы выражением (23)) установлен их максимум при $x=0.838$. Отсюда $(X')_{\max} = 182.363A = (0.02X_0) \cdot 182.363$. Поскольку связь напряжений с деформациями установлена соотношением

$$\sigma = EW'(x) = E\varepsilon = E \frac{dX}{dx^*} \quad (28)$$

(здесь $x^* = xl$ – абсолютная координата), то для опасного сечения $x=0.838$ справедливо

$$\sigma_{\max} = 3.64726X_0 \frac{E}{l}.$$

Отсюда, приравнявая σ_{\max} и предел выносливости, получим предельно допустимые значения $[X_0] = 0.189$ мм для сплава ВТЗ-1 и $[X_0] = 0.0836$ мм для стали 45. Из сравнения по предельно допустимым значениям $[X_0]$ заключаем о том, что максимально допустимая амплитуда для титанового концентратора существенно (в 2.26 раза) превосходит аналогичную характеристику стального. Сравнивая энергетические характеристики при $X_0 = 0.0836$ (см. табл. 1), убеждаемся также в экономичности титанового концентратора: потребляемая им энергия меньше в 1.77 раза, рассеиваемая энергия – в 8.2 раза, а коэффициент рассеивания энергии – в 4.62 раза.

Концентратор К2 характеризуется следующим законом изменения диаметра:

$$D(x) = D_0 \times \frac{x}{\cos cx(a - cx) + (1 + acx) \sin cx}, \quad (29)$$

$$x = \alpha \div \beta.$$

Форма колебаний и ее производная, удовлетворяющие уравнению (1) и граничным условиям $X'(\alpha) = X'(\beta) = 0$ для данного профиля, выражаются в виде

$$X(x) = A[\lambda^2 UZ + U'Z'], \quad (30)$$

$$X'(x) = Ak^2 UZ', \quad (31)$$

где

$$U = (a - cx) \cos cx + (1 + acx) \sin cx;$$

$$U' = c^2 x(a \cos cx + \sin cx);$$

$$Z = \frac{1}{x}[\lambda \alpha \cos \lambda(x - \alpha) + \sin \lambda(x - \alpha)]; \quad (32)$$

$$Z' = \frac{1}{x^2}[\lambda(x - \alpha) \cos \lambda(x - \alpha) - (\lambda^2 \alpha x + 1) \sin \lambda(x - \alpha)];$$

$$\lambda^2 = k^2 + c^2; \quad k = 2\pi fl \sqrt{\rho/E};$$

$\alpha, \beta, a, c, D_0, A$ – произвольные постоянные коэффициенты, причем $\beta - \alpha = 1$.

Если $X(x = \beta) = X_0$, где X_0 – численное значение амплитуды, которая может быть измерена при эксперименте на свободном конце концентратора, то из выражения (30) получим

$$A = \frac{X_0}{\lambda^2 U(\beta)Z(\beta) + U'(\beta)Z'(\beta)}.$$

Если принять, что $D(x = \alpha) = D$, то из зависимости (29) следует

$$D_0 = \frac{d}{\alpha} [\cos c\alpha(a - c\alpha) + (1 + ac\alpha) \sin c\alpha].$$

Выбирая произвольным образом значения постоянных α, a, c , получаем различные конфигурации концентраторов, в частности и те, при которых коэффициент усиления $M = X(\beta)/X(\alpha)$ соответствует некоторой определенной величине. В рассматриваемом случае необходимо обеспечить $M = 30.11 \approx 30$, что достигается при $c = 3.5$; $\alpha = 0.02$; $a = 0.02$; $\lambda = 4.4055$. При найденном λ и принятом c имеем $k = \sqrt{\lambda^2 - c^2} = 2.6755$. В этом случае $A = -0.019X_0$, $D_0 = 1.00816d$.

Конфигурация и характерные размеры концентратора данного типа, рассчитанного на частоту 11 кГц, приведены на рис. 2, б, где, согласно выражений (32), $l = 194.8$ мм для сплава ВТЗ-1 и $l = 195.7$ мм для стали 45 при габаритном $D_{\max} = 60$ мм и присоединительном $d = 20.7$ мм диаметрах.

С учетом установленных параметров соотношения (6) и (7) запишутся в виде

$$W = \frac{\pi E}{8l} (0.019X_0)^2 (1.00816d)^2 \times \times k^4 \int_{0.02}^{1.02} (UZ'D^*)^2 dx, \quad (33)$$

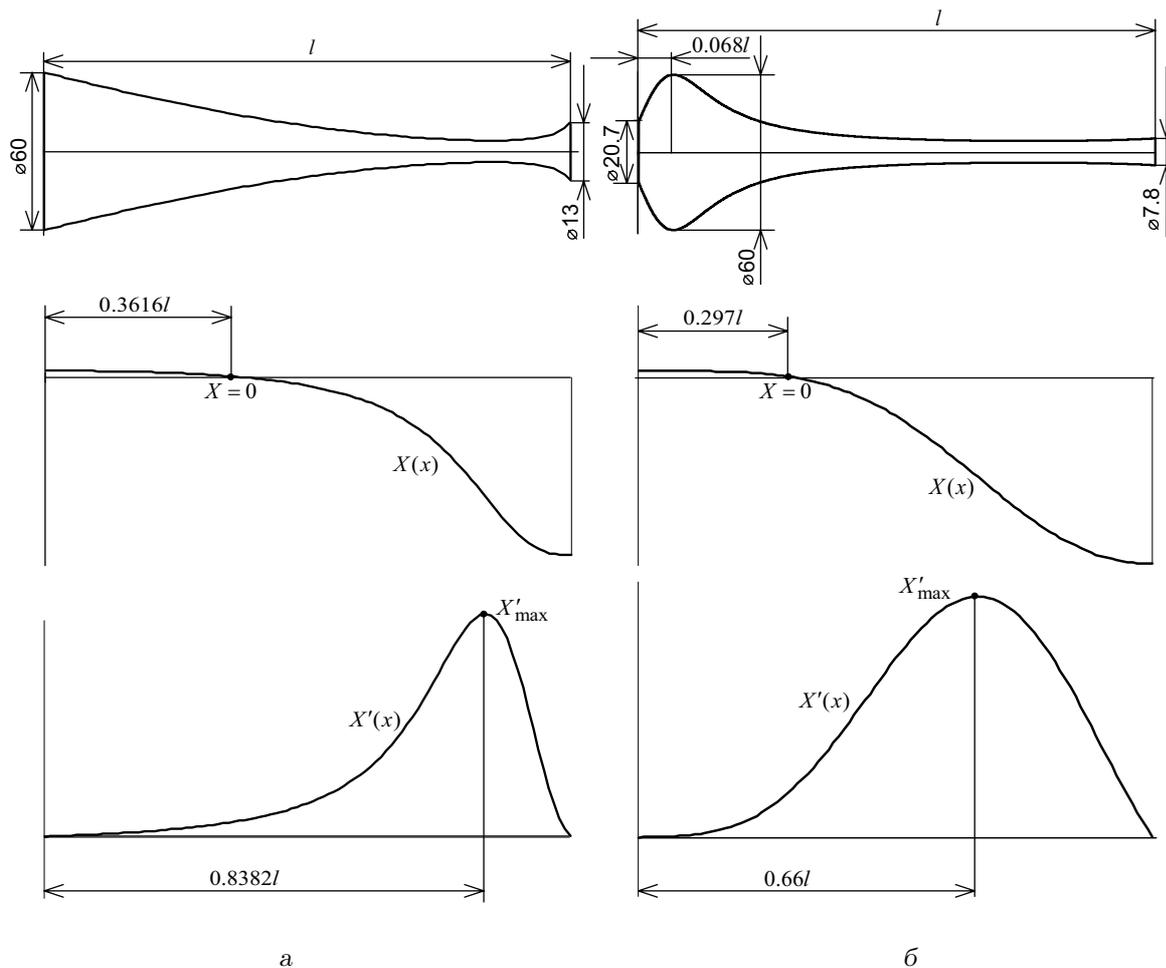


Рис. 2. Конфигурации концентраторов, формы колебаний $X(x)$ и деформации $X'(x)$:
а – К1; б – К2

Табл. 2. Значения объема V , а также величин W (Дж), ΔW (Дж), $\Delta W/W$ в зависимости от амплитуды X_0 свободного конца концентратора К2

N	X_0 , мм	Сплав ВТЗ-1*			Сталь 45**		
		$W \times 10^{-2}$	$\Delta W \times 10^{-2}$	$\Delta W/W$	$W \times 10^{-2}$	$\Delta W \times 10^{-2}$	$\Delta W/W$
1	0.05	4.395	0.013144	$2.99 \cdot 10^{-3}$	7.7925	0.07625	$9.785 \cdot 10^{-3}$
2	0.0836	12.2866	0.041785	$3.4 \cdot 10^{-3}$	21.7846	0.31345	$1.439 \cdot 10^{-2}$
3	0.1	17.580	0.06252	$3.56 \cdot 10^{-3}$	31.17	0.513	$0.01646 \cdot 10^{-2}$
4	0.1205	25.526	0.09512	$3.726 \cdot 10^{-3}$	45.2596	0.8567	$1.893 \cdot 10^{-2}$
5	0.15	39.555	0.15570	$3.936 \cdot 10^{-3}$	70.1325	1.5644	$2.23 \cdot 10^{-2}$
6	0.189	62.798	0.26188	$4.17 \cdot 10^{-3}$	111.342	2.95372	$2.6528 \cdot 10^{-2}$
7	0.2	70.320	0.29742	$4.229 \cdot 10^{-3}$	124.68	3.4509	$2.77 \cdot 10^{-2}$
8	0.25	109.875	0.49139	$4.47 \cdot 10^{-3}$	194.81	6.3743	$3.272 \cdot 10^{-2}$
9	0.273	131.022	0.59900	$4.57 \cdot 10^{-3}$	232.307	8.1198	$3.495 \cdot 10^{-2}$
10	0.3	158.220	0.74060	$4.68 \cdot 10^{-3}$	280.53	10.524	$3.75 \cdot 10^{-2}$

* $n=1.25$; $\eta=0.025$; $E_{Ti}=1.14 \cdot 10^5$ МПа; объем $V=138.3$ см³;

** $n=1.75$; $\eta=1.6$; $E_{ст}=2.03 \cdot 10^5$ МПа; объем $V=138.9$ см³.

$$\Delta W = \frac{\eta N E \pi}{4l^n} (0.019 X_0)^{n+1} (1.00816d)^2 \times \times k^{2(n+1)} \int_{0.02}^{1.02} (-UZ')^{n+1} (D^*)^2 dx, \quad (34)$$

где D^* – выражение (29) без множителя D_0 . Объем концентратора К2 определяется как

$$V = \frac{\pi l}{4} (1.00816d)^2 \int_{0.02}^{1.02} (D^*)^2 dx. \quad (35)$$

После внесения в формулы (33)–(35) всех требуемых параметров и вычисления интегралов получим результаты, приведенные в табл. 2. Сравнение этих данных свидетельствует о существенном превышении (на 2–3 порядка) рассеяния энергии в стальном концентраторе по сравнению с титановым. При этом отношение масс и энергий такое же, как и у концентратора К1.

Так же, как и для концентратора К1, установим предельные амплитуды X_0 для концентратора К2. Из распределения деформаций $X'(x)$ при $x=0.02 \div 1.02$, используя выражение (31), нетрудно определить, что их максимум при $x=0.68$ равен $(X')_{\max} = (0.019 X_0) \cdot 117.471$. Поскольку связь напряжений с деформациями вновь дается соотношением (28), то для опасного сечения $x=0.68$ имеем

$$\sigma_{\max} = 2.23195 \frac{X_0 E}{l}.$$

Приравняв σ_{\max} и предел выносливости на базе 10^8 циклов нагружения, получим предельно допустимые значения $[X_0] = 0.273$ мм для сплава ВТЗ-1 и $[X_0] = 0.1205$ мм для стали 45.

Сравнивая полученные значения, вновь заключаем, что максимально допустимая амплитуда для титанового концентратора существенно (в 2.26 раза) превосходит аналогичную характеристику стального, как и для концентратора К1. Из сравнения энергетических характеристик при $X_0 = 0.1205$ (см. табл. 2) для двух материалов концентратора следует, что потребляемая энергия титанового концентратора меньше в 1.77 раза, рассеиваемая – в 9 раз, коэффициент рассеивания энергии – в 5 раз, т.е. относительные характеристики примерно таковы же, как и для концентратора К1.

Таким образом, взаимное сопоставление концентраторов из титанового сплава и углеродистой стали позволяет в данном случае сделать заключение о нецелесообразности использования стали для изготовления акустических концентраторов.

Выбирая лучший из двух титановых концентраторов, К1 и К2, сразу же приходим к выводу о явном преимуществе К2 по предельной амплитуде перемещений $[X_0]$ (отношение $[X_0]_2/[X_0]_1 = 0.273/0.189 = 1.44$) и весу (отношение $V_1/V_2 = 138.3/78.59 = 1.76$). Как и ранее, сравнение энергетических показателей проводим при одинаковой амплитуде $X_0 = 0.189$ мм, являющейся предельной для худшего из концентраторов, К1. Из табл. 1 и 2 имеем: $W_1 = 88.302 \cdot 10^{-2}$ Дж, $\Delta W_1 = 0.374 \cdot 10^{-2}$ Дж, $(\Delta W/W)_1 = 4.23 \cdot 10^{-3}$; $W_2 = 62.798 \cdot 10^{-2}$ Дж, $\Delta W_2 = 0.26188 \cdot 10^{-2}$ Дж, $(\Delta W/W)_2 = 4.17 \cdot 10^{-3}$. Как видим, при использовании титанового сплава ВТЗ-1 потребляемая К1 энергия выше в 1.406 раза, а рассеиваемая – в 1.43 раза по сравнению с К2. Согласно выражению (20), при $n_1 = n_2 = 1.25$ получим

$$\frac{(y_{01})_{\text{Ti}}}{(y_{02})_{\text{Ti}}} = \sqrt[1.25]{\frac{(\Delta W)_2}{(\Delta W)_1}} = 0.752.$$

Сравнение стальных концентраторов К1 и К2 между собой ($n_1 = n_2 = 1.75$) при $X_0 = 0.0836$ мм дает следующие результаты: $W_1 = 30.637 \cdot 10^{-2}$ Дж, $\Delta W_1 = 0.48897 \cdot 10^{-2}$ Дж, $(\Delta W/W)_1 = 1.596 \cdot 10^{-2}$; $W_2 = 21.7846 \cdot 10^{-2}$ Дж, $\Delta W_2 = 0.31345 \cdot 10^{-2}$ Дж, $(\Delta W/W)_2 = 0.01439$. Отсюда $W_1/W_2 = 1.406$ и $\Delta W_1/\Delta W_2 = 1.55$. Тогда по формуле (20) определим

$$\frac{(y_{01})_{\text{ст}}}{(y_{02})_{\text{ст}}} = \sqrt[1.75]{\frac{(\Delta W)_2}{(\Delta W)_1}} = 0.775.$$

Этот результат позволяет предположить, что отношение резонансных амплитуд концентраторов К1 и К2 мало зависит от типа материала и определяется, главным образом, их геометрией.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проверки установленных теоретических положений и выводов изготовлено два концентратора из титанового сплава ВТЗ-1 (рис. 2), предназначенных для использования в составе магнито-стрикционной установки (рис. 3) с рабочей частотой 11 кГц, которая работает в Институте проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины.

Цель эксперимента – проверить реальное усиление, обеспечиваемое изготовленными концентраторами, и их эффективность при различных режимах нагружения. Установка работает следующим образом. Сигнал требуемой частоты с генератора 9 подается на вход усилителя 8 и от него –

в обмотку магнестрикционного преобразователя 5, в одну из секций которого подается также постоянный ток силой $10 \div 15$ А из источника 7 (для обеспечения постоянного подмагничивания). Частота колебаний контролируется электронным частотомером 10, а выходное напряжение усилителя $U_{\text{вых}}$ – вольтметром 11. При определенном уровне нагрузки (параметр $U_{\text{вых}}$) и резонансной частоте, устанавливаемой с помощью генератора 9, механические колебания преобразователя усиливаются стационарным концентратором 4 и окончательно – сменным исследуемым концентратором 1. Контроль резонансных амплитуд осуществляется с помощью микроскопов 2 или 3. Для повышения надежности и облегчения контроля амплитуд на контрольной поверхности абразивным инструментом создаются точечные метки, которые при сфокусированном освещении наблюдаются в виде ярких светящихся точек. Эти точки при колебаниях превращаются в неподвижные вертикальные линии, длина которых, за вычетом диаметра точки, и будет равна удвоенной амплитуде (размаху) резонансных колебаний системы.

Для проверки усиления исследуемых концентраторов 1 с помощью микроскопов 2 и 3 измерялись “одновременно” амплитуды $y(0)$ и $y(l)$ (рис. 4) в зависимости от $U_{\text{вых}}$. Поскольку амплитуды основания концентратора $y(0)$ на данной установке весьма незначительны (размах колебаний $2y(0)$ порядка $(5 \div 10) \cdot 10^{-3}$ мм), то для их измерения применялся микроскоп типа “Школьный”, обеспечивающий большие увеличения: 120, 300, 600, $1350\times$. Для измерения амплитуд на свободном конце $y(l)$ использовался микроскоп типа МБС-2, диапазон увеличения которого составляет $3.5 \div 88\times$. Заметим, что при проверке концентратора К2 (рис. 2, б) вместо $y(0)$ измерялись амплитуды на выступающей габаритной части диаметром 60 мм (при $x=0.068l$), практически не отличающиеся от $y(0)$, что следует из рассмотрения формы колебаний $X(x)$ (рис. 2, б).

Также отметим, что в данном сравнительном эксперименте в микроскопе 3 использовался объектив $20\times$ и окуляр $15\times$ с ценой деления измерительной шкалы $5.5 \cdot 10^{-3}$ мм, а в микроскопе 2 – объектив $2\times$ и окуляр $8\times$ с ценой деления $4.05 \cdot 10^{-2}$ мм. Из результатов измерений, приведенных в табл. 3, следует, что расчетный коэффициент усиления $M = X(l)/X(0) = 30$ практически совпадает с экспериментальным $y(l)/y(0)$ (их отличие составляет в среднем не более $2 \div 4$ %).

Что касается проверки соотношения (20), то мерой рассеивания энергии может служить напряжение $U_{\text{вых}}$, подводимое к преобразователю, и ве-

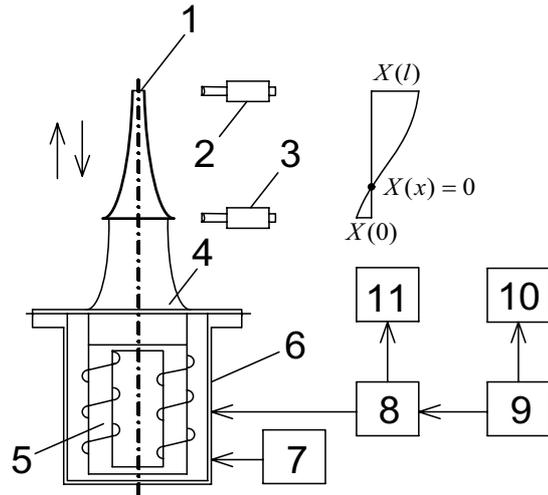


Рис. 3. Схема магнестрикционной установки:
1 – концентратор съемный; 2, 3 – микроскопы; 4 – концентратор стационарный; 5 – магнестрикционный преобразователь; 6 – бак системы охлаждения; 7 – источник подмагничивания; 8 – мощный усилитель; 9 – звуковой генератор; 10 – частотомер; 11 – вольтметр

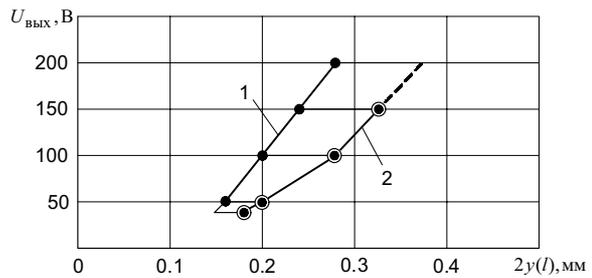


Рис. 4. Экспериментальные зависимости резонансных амплитуд от нагрузки:
1 – К1; 2 – К2

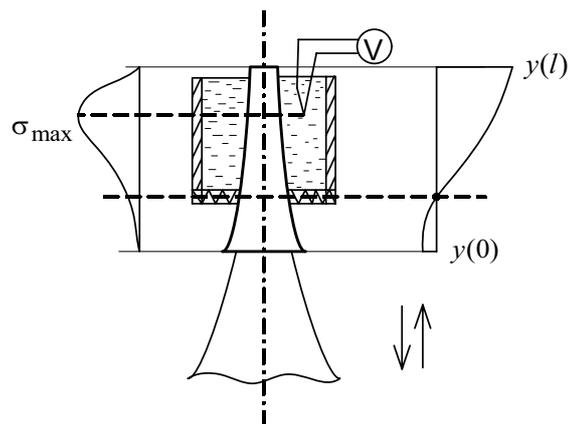


Рис. 5. Экспериментальная установка для определения разогрева концентраторов

Табл 3. Результаты измерения резонансных амплитуд колебаний

N	Тип конц-ра	Резонансная частота, кГц	Размах колебаний, мм		$U_{\text{вых}}$, В	$y(l)/y(0)$
			$2y(0)$	$2y(l)$		
1	K1	10.9	0.0055	0.162	50	29.45
2			0.006875	0.2025	100	29.45
3			0.00825	0.243	150	29.455
4			0.009625	0.2835	200	29.45
1	K2	10.7	0.0066	0.18225	40	27.6
2			0.00715	0.2025	50	28.32
3			0.099	0.2835	100	28.636
4			0.011	0.324	150	29.455

Табл 4. Зависимость резонансных амплитуд на тонком конце концентраторов от нагрузки $U_{\text{вых}}$

$U_{\text{вых}}$	40 В	50 В	100 В	150 В	200 В
y_1 , мм	0.14	0.162	0.2025	0.243	0.2835
y_2 , мм	0.18225	0.2025	0.2835	0.324	0.38
y_1/y_2	0.768	0.8	0.71	0.75	0.746

Табл 5. Зависимость температуры нагрева и рассеяния энергии от амплитуды колебаний

N	Тип конц-ра, частота, кГц, $[y_0]$, мм	$2y_0$, мм	Время работы, мин	Число циклов, N	$U_{\text{вых}}$, В	t в конце эксп-та, °С	Δt , °С	$\Delta W \times 10^{-2}$ Дж	$y_0/[y_0] \times 100$ %
1	K1, 10.9, 0.189	0.2092	17	10^7	170	50	10	0.12	55.3
2		0.2292	13	$8.58 \cdot 10^6$	215	55	12	0.164	60.6
3		0.2591	1.05	$6.93 \cdot 10^5$	220	27	4	0.172	68.5
4		0.1993	17	10^7	230	40	10	0.119	52
5		0.2391	6.27	$4.09 \cdot 10^6$	220	50	5	0.145	63.2
6		0.2192	17	10^7	220	50	11	0.13145	58
1	K2, 10.7, 0.273	0.2292	17.33	$\approx 10^7$	100	27	7	0.0837	41.9
2		0.2441	7.33	$4.73 \cdot 10^6$	100	24	4	0.101	44.7
3		0.2590	2	$1.29 \cdot 10^6$	150	22	1.3	0.12	47.4
4		0.2391	17	10^7	70	30	9	0.10764	43.8
5		0.2690	2.25	$1.45 \cdot 10^6$	100	22	1.5	0.124	49.2
6		0.279	1.417	$9.095 \cdot 10^5$	100	22	1.0	0.1315	51

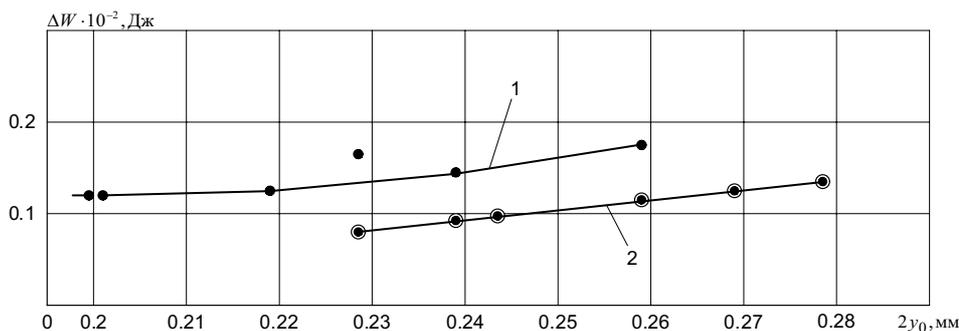


Рис. 6. Экспериментальные значения ΔW в зависимости от размаха амплитуды $2y_0$:
1 – K1; 2 – K2

личиною которого в конечном счете будет определяться эффективность работы концентраторов K1 и K2. На рис. 4 представлены зависимости $U_{\text{вых}} - 2y(l)$ для K1 и K2 с целью проверки выражения (20), построенные по данным табл. 3. Таким образом, снимая с рис. 4 данные об $2y_1$, $2y_2$ при фиксированных уровнях напряжения $U_{\text{вых}}$ и пользуясь табл. 3, можно образовать их отношения, которые представлены в табл. 4. Среднее арифметическое представленных результатов дает $y_1/y_2 = 0.7548$, что мало отличается от полученного расчетного результата $y_1/y_2 = 0.752$.

Сравнение эффективности концентраторов K1 и K2 проведено также в процессе их эксплуатации путем проверки нагрева и стабильности работы при длительном нагружении. Обнаружен более сильный нагрев концентратора K1 по сравнению с K2 при тех же значениях $U_{\text{вых}}$. Причина этого состоит в том, что K2 работает с большим запасом по амплитуде (y_2 более удалены от предельной амплитуды для K2, равной 0.273 мм, чем y_1 – от предельного значения для K1, равного 0.189 мм). Поэтому для K1 $\Delta W_2 - 2y_0$ ближе к предельному значению рассеивания энергии, которое вызывает интенсивный разогрев. Следовательно, критерием эффективности может служить удаление рабочих амплитуд от значений, соответствующих пределу выносливости. Таким образом, рассеяние энергии действительно является важнейшим фактором, определяющим работоспособность концентратора. Количественная оценка разогрева определялась после замера температуры воды, в которую были погружены работающие концентраторы. Измерения проводились перед первым включением устройств и после некоторого фиксированного времени работы в составе ультразвуковой установки. Вода заливалась в специально изготовленную пластиковую емкость объемом 280 мл,

упруго закрепленную на узле колебаний концентратора (рис. 5).

Температура воды измерялась в районе действия максимальных напряжений с помощью термомпары. При этом значения рассеиваемой энергии были вычислены по известной формуле [2, 16], преобразованной к виду

$$\Delta W = \frac{Q}{tf} = \frac{c(\rho V)\Delta T}{N},$$

где Q – количество тепла, выделяемое в концентраторе за время t ; f – частота установившихся резонансных колебаний концентратора; c , ρ – теплоемкость и плотность воды соответственно; V – объем воды в емкости; $\Delta T = \Delta t^\circ\text{C}$ – разность температур воды в начале и конце эксперимента; N – число циклов нагружения. Отметим, что для воды $c\rho = 1 \text{ кал/см}^3 \cdot \text{град} = 0.427 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{мм/см}^3 \cdot \text{град}$. Данные для ΔW приведены в табл. 5. По ним построены экспериментальные зависимости $\Delta W - 2y_0$ (рис. 6), из которых следует, что отношение $\Delta W_2/\Delta W_1$, равное здесь в среднем 1.48, удовлетворительно согласуется с теоретическим 1.428.

Экспериментальные данные для ΔW также нанесены на расчетные зависимости $\Delta W - 2X_0$, построенные по данным табл. 1, 2 (рис. 7). Из этого графика видно, что результаты эксперимента хорошо согласуются с расчетными кривыми, что в целом свидетельствует о достаточной надежности теоретических результатов и подходов, использованных в данном исследовании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана методика расчета акустических концентраторов перемещений с учетом гистерезисных потерь энергии.

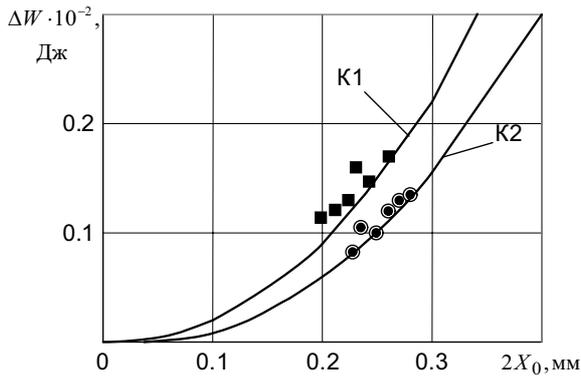


Рис. 7. Расчетные зависимости и экспериментальные результаты для ΔW :
 ■ – K1; ● – K2

2. На примере двух новых типов концентраторов показана эффективность этой методики путем сравнения полученных теоретических расчетных результатов с данными проведенного технического эксперимента. Схема расчета энергетических характеристик концентратора, предложенная в статье, отличается простотой и может быть без ограничений использована для акустических концентраторов любых типов – как известных конструкций, так и вновь разработанных.

1. Трапезон К. А. Метод симметрий при расчете и проектировании акустических концентраторов // Акуст. вісн.– 2006.– 9, N 4.– С. 50–55.
2. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Вибропоглощающие свойства конструкционных

материалов.– К.: Наук. думка, 1971.– 376 с.

3. Рейнер М. Реология.– М.: Наука, 1965.– 224 с.
4. Пановко Я. Г. Состояние и перспективы проблемы учета гистерезиса в прикладной теории колебаний // Тр. науч.-техн. совещ. по изуч. рассеяния энергии при колебаниях упругих тел.– К.: Изд-во АН УССР, 1958.– С. 14–21.
5. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем.– М.: Физматгиз, 1960.– 196 с.
6. Богомолов С. И., Симсон Э. А. Оптимизация механических систем в резонансных режимах.– Х.: Вища школа, 1983.– 151 с.
7. Давиденков Н. Н. О рассеянии энергии при вибрациях // ЖТФ.– 1938.– 8, N 6.– С. 15–21.
8. Писаренко Г. С. Рассеяние энергии при механических колебаниях.– К.: Изд-во АН УССР, 1962.– 436 с.
9. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле.– М.: Физматгиз, 1959.– 440 с.
10. Хронин Д. В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов.– М.: Машиностроение, 1970.– 412 с.
11. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний.– К.: Изд-во АН УССР, 1934.– 142 с.
12. Сорокин Е. С. Замкнутое решение задачи о вынужденных колебаниях стержней с гистерезисом // Исследования по теории сооружений.– 1949.– N 4.– С. 34–38.
13. Пановко Я. Г. Об учете гистерезисных потерь в задачах прикладной теории упругих колебаний // ЖТФ.– 1953.– 23, N 3.– С. 23–29.
14. Бабаков И. М. Теория колебаний.– М.: Дрофа, 2004.– 591 с.
15. Афонин А. И. Исследование выносливости хромистых сталей и никелевых сплавов при высокочастотном растяжении-сжатии в условиях высоких температур / Автореф. дис. канд. техн. наук.– К.: ИПМ АН УССР, 1972.– 22 с.
16. Кузьменко В. А., Шевчук А. Д., Писаренко Г. Г., Троян И. А. и др. Усталостные испытания на высоких частотах нагружения.– К.: Наук. думка, 1979.– 336 с.