

УДК 539.374+539.67

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ВЯЗКОУПРУГОГО СЛОЯ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Г. А. ВОРОПАЕВ, Я. В. ЗАГУМЕННЫЙ

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев**Получено 19.06.2006*

На основе численного решения трехмерной нестационарной задачи о колебаниях изотропного вязкоупругого слоя переменной толщины и конечных размеров в продольном и трансверсальном направлениях определены закономерности динамического поведения слоя при воздействии на его поверхности локальной импульсной нагрузки. Получены амплитудные и энергетические характеристики системы как функции механических параметров покрытия, его толщины, геометрии слоя в плане и места приложения нагрузки. Определены условия максимального поглощения энергии импульса в зависимости от механических и геометрических параметров слоя и времени действия нагрузки. Показана роль геометрии вязкоупругого слоя в плане и его толщины в формировании направленного волнового поля на поверхности.

На основі чисельного розв'язку тривимірної нестационарної задачі про коливання ізотропного в'язкоупругого шару змінної товщини і скінченних розмірів у поздовжньому і трансверсальному напрямках визначені закономірності динамічної поведінки шару під дією на його поверхні локального імпульсного навантаження. Отримані амплітудні та енергетичні характеристики системи як функції механічних параметрів покриття, його товщини, геометрії шару в плані та місця прикладання навантаження. Визначені умови максимального поглинання енергії імпульсу в залежності від механічних та геометричних параметрів шару і тривалості дії навантаження. Показана роль геометрії в'язкоупругого шару в плані та його товщини у формуванні направленої хвильового поля на поверхні.

On the basis of a numerical solution of the three-dimensional non-stationary problem on oscillation of an isotropic viscoelastic layer with varying depth and finite dimensions in the longitudinal and transversal directions, a dynamic behavior of the layer subjected to a local impulse load on its surface has been determined. The amplitude and energy characteristics of the layer are obtained as the functions of the mechanical parameters of the coating, its thickness, geometry of the layer section and load location. The conditions for maximal absorption of the impulse energy are determined, depending on the mechanical and geometric parameters of the layer and duration of the loading. The role of the viscoelastic layer's geometry in a transversal direction and its thickness in forming the directed wave field on the surface has been shown.

ВВЕДЕНИЕ

В качестве одного из возможных методов управления турбулентным пограничным слоем на телах, движущихся в водной или воздушной средах, с целью снижения сопротивления трения может быть рекомендовано их покрытие тонким слоем вязкоупругого материала. Податливая поверхность, способная изменять свою форму и свойства в зависимости от скорости движения тел, локальных градиентов давления и характеристик среды без затрат энергии и вещества во время движения, является основным элементом указанного метода управления [1].

Определение механических и геометрических параметров таких покрытий связано с решением сопряженной задачи для турбулентного потока на деформирующейся поверхности вязкоупругого слоя и самого слоя. При определенных условиях ее можно разделить на две связанные задачи [2], одна из которых описывает турбулентный пограничный слой на поверхности вязкоупругого покрытия. При его моделировании применена модель переноса напряжений Рейнольдса [3]. Мо-

дель [4], учитывающая равенство напряжений на обтекаемой поверхности, а также обмен пульсационной энергией между потоком и вязкоупругим покрытием, позволяет установить зависимости между параметрами потока и характеристиками покрытия, при которых возможно снижение сопротивления трения.

Для определения граничных условий для Рейнольдсовых напряжений и потока пульсационной энергии на поверхности тела решается задача деформирования вязкоупругого слоя под действием пульсационных нормальной и касательной нагрузок. Обычно рассматривается слой постоянной толщины, бесконечный в продольном направлении, что позволяет получить аналитические решения в классе плоских бегущих волн. При этом либо возмущение давления на границе представляется в виде суммы гармоник, либо динамическая задача для вязкоупругого слоя решается для энергонесущей частоты турбулентного пограничного слоя [4]. Однако такая постановка накладывает существенные ограничения не только на геометрию, но и на механические параметры рассматриваемых покрытий. Для того, чтобы выявить влияние пе-

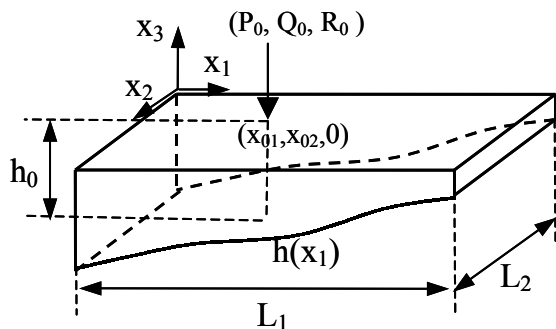


Рис. 1. Схема расчетной области

ременности толщины покрытия, особенностей деформирования поверхности при отражении волн от концов слоя и нерегулярности прикладываемой нагрузки, в работе [5] численно решена плоская задача поведения вязкоупругого слоя произвольной геометрии при воздействии на его поверхность импульсной локальной нагрузки, моделирующей пульсации давления и напряжения трения в турбулентном пограничном слое. Это позволило определить кинематические и динамические характеристики вязкоупругого слоя как функций реального времени, оценить поведение его поверхности при различных законах приложения нагрузки и при любых геометрических и механических параметрах покрытия, а также рассмотреть поведение материалов с большой вязкостью, для которых колебания слоя существенно апериодичны. Однако и такая постановка задачи не позволяет адекватно учитывать локальность, а, следовательно, и энергетику взаимодействия нерегулярных возмущений турбулентного пограничного слоя и деформирующейся поверхности вязкоупругого слоя.

Исходя из этого, в данной статье предлагается подход к определению граничных условий для турбулентного пограничного слоя на податливой поверхности на основании решения трехмерной нестационарной динамической задачи для вязкоупругого слоя переменной толщины и конечной длины в продольном и трансверсальном направлениях, подверженного локальной импульсной нагрузке.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о деформировании вязкоупругого слоя конечных длины и ширины, и переменной толщины под действием локальной импульсной нагрузки $\{P_0, Q_0, R_0\}$, приложенной в произвольной точке $\{x_{01}, x_{02}, 0\}$ на поверхно-

сти слоя (рис. 1). Математическая формулировка включает в себя трехмерные линейризованные уравнения колебаний сплошной среды, записанные в переменных Лагранжа:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = \sigma_{ij,j}, \quad (1)$$

с граничными условиями на верхней поверхности:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_3 x_3} |_{x_3=0} &= -P(x_1, x_2, 0, t), \\ \sigma_{x_1 x_3} |_{x_3=0} &= Q(x_1, x_2, 0, t), \\ \sigma_{x_2 x_3} |_{x_3=0} &= R(x_1, x_2, 0, t), \end{aligned} \quad (2)$$

и условиями жесткого закрепления на нижней и боковых границах. Здесь ξ_i – амплитуды смещения точек слоя относительно своего исходного положения.

Напряжения и деформации связаны интегральными соотношениями [6]

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(\vec{x}, t) &= \lambda(t)\theta(\vec{x}, t)\delta_{ij} + 2\mu(t)\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t) + \\ &+ \int_0^t \left[\theta(\vec{x}, t-s) \frac{d\lambda(s)}{ds} + 2\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t-s) \frac{d\mu(s)}{ds} \right] ds. \end{aligned} \quad (3)$$

Динамический сдвиговый модуль записывается в виде суммы убывающих экспонент:

$$\mu(t) = \mu_0 + \sum_{j=1}^N \mu_j \exp(-t/\tau_j), \quad (4)$$

а модуль $\lambda(t)$ определяется из условия равенства динамического объемного модуля статическому:

$$\lambda(t) = \lambda_0 - \frac{2}{3} \sum_{j=1}^N \mu_j \exp(-t/\tau_j).$$

Преобразуем рассматриваемую область в прямоугольную с помощью замены переменных

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{x_1}{L_1}, & \eta_2 &= \frac{x_2}{L_2}, & \eta_3 &= \frac{x_3}{h(x_1)}, \\ \bar{t} &= \frac{t}{T_0}, & T_0 &= \frac{L_1}{C_\lambda}, \end{aligned}$$

где $h(x_1)$ – переменная толщина покрытия, $C_\lambda = \sqrt{(\lambda(0) + 2\mu(0))/\rho}$ – скорость распространения продольной волны в вязкоупругом теле. Тогда система уравнений, описывающая колебания вязкоупругого слоя переменной толщины, запишется в

виде

$$\begin{aligned}
 & (\tilde{\lambda}_0 + 2\tilde{\mu}_0)D_{11}\xi_1 + \tilde{\mu}_0(D_{22}\xi_1 + D_{33}\xi_1) + \\
 & + (\tilde{\lambda}_0 + \tilde{\mu}_0)(D_{12}\xi_2 + D_{13}\xi_3) - \\
 & - \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{\mu}_j}{\tau_j} \left\{ \int_0^{T_0\bar{t}} \left[\frac{4}{3}D_{11}\xi_1 + D_{22}\xi_1 + D_{33}\xi_1 + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{3}(D_{12}\xi_2 + D_{13}\xi_3) \right]_{T_0(\bar{t}-\bar{s})} \times \right. \\
 & \quad \left. \times e^{-\bar{s}/\tau_j} d\bar{s} \right\} = \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial \bar{t}^2}, \\
 & \tilde{\mu}_0(D_{11}\xi_2 + D_{33}\xi_2) + (\tilde{\lambda}_0 + 2\tilde{\mu}_0)D_{22}\xi_2 + \\
 & + (\tilde{\lambda}_0 + \tilde{\mu}_0)(D_{12}\xi_1 + D_{23}\xi_3) - \\
 & - \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{\mu}_j}{\tau_j} \left\{ \int_0^{T_0\bar{t}} \left[D_{11}\xi_2 + D_{33}\xi_2 + \frac{4}{3}D_{22}\xi_2 + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{3}(D_{12}\xi_1 + D_{23}\xi_3) \right]_{T_0(\bar{t}-\bar{s})} \times \right. \\
 & \quad \left. \times e^{-\bar{s}/\tau_j} d\bar{s} \right\} = \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial \bar{t}^2}, \\
 & \tilde{\mu}_0(D_{11}\xi_3 + D_{22}\xi_3) + (\tilde{\lambda}_0 + 2\tilde{\mu}_0)D_{33}\xi_3 + \\
 & + (\tilde{\lambda}_0 + \tilde{\mu}_0)(D_{13}\xi_1 + D_{23}\xi_2) - \\
 & - \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{\mu}_j}{\tau_j} \left\{ \int_0^{T_0\bar{t}} \left[D_{11}\xi_3 + D_{22}\xi_3 + \frac{4}{3}D_{33}\xi_3 + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{3}(D_{13}\xi_1 + D_{23}\xi_2) \right]_{T_0(\bar{t}-\bar{s})} \times \right. \\
 & \quad \left. \times e^{-\bar{s}/\tau_j} d\bar{s} \right\} = \frac{\partial^2 \xi_3}{\partial \bar{t}^2}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \tilde{\lambda}_0 &= \frac{\lambda_0}{\rho C_\lambda^2}; & \tilde{\mu}_0 &= \frac{\mu_0}{\rho C_\lambda^2}; \\
 \tilde{\mu}_j &= \frac{\mu_j}{\rho C_\lambda^2}, & j &= 1, \dots, N; \\
 h' &= \frac{dh}{dx_1}; & h'' &= \frac{d^2h}{dx_1^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} = \\
 &= \frac{\partial^2}{\partial \eta_1^2} + \eta_3^2 L_1^2 \frac{h'^2}{h^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta_3^2} - \\
 &\quad - 2\eta_3 L_1 \frac{h'}{h} \frac{\partial^2}{\partial \eta_1 \eta_3} + L_1^2 \frac{\eta_3}{h} \left(2\frac{h'}{h} - h'' \right) \frac{\partial}{\partial \eta_3}; \\
 D_{22} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} = \frac{L_1^2}{L_2^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta_2^2}; \\
 D_{33} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} = \frac{L_1^2}{h^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta_3^2}; \\
 D_{12} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{L_1}{L_2} \frac{\partial^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_2} - \frac{h'}{h} \frac{L_1^2}{L_2} \eta_3 \frac{\partial^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_3}; \\
 D_{13} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3} = \\
 &= \frac{L_1}{h} \frac{\partial^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_3} - L_1^2 \frac{h'}{h^2} \left(\frac{\partial}{\partial \eta_3} + \eta_3 \frac{\partial^2}{\partial \eta_3^2} \right); \\
 D_{23} &= L_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} = \frac{L_1^2}{L_2 h} \frac{\partial^2}{\partial \eta_2 \eta_3}.
 \end{aligned}$$

Полученная система интегро-дифференциальных уравнений решалась конечно-разностным методом с использованием неявной пространственно-факторизованной схемы второго порядка точности с центральными разностями по времени и пространственным переменным [7]. В качестве материала вязкоупругих слоев рассматривался полиуретан, вязкие свойства которого приближенно описываются следующей функцией релаксации [6]:

$$\mu(t) = \mu_0 + k_\mu \sum_{j=1}^5 \mu_j \exp\left(-\frac{t}{1.5 \cdot 10^{6-j}}\right),$$

где $\mu_1 = 15.9 \cdot 10^4$, $\mu_2 = 8.6 \cdot 10^4$, $\mu_3 = 7.9 \cdot 10^4$, $\mu_4 = 6.3 \cdot 10^4$, $\mu_5 = 4.9 \cdot 10^4$. Значение вязкости материала варьировалось путем изменения коэффициента k_μ .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Проанализировано динамическое поведение покрытий разной геометрии в плане с различными законами изменения толщины. При этом рассматривались различные значения статического и динамического модулей материала и варьировались точки приложения нагрузки. Так, на рис. 2 представлены результаты расчета нестационарного по-

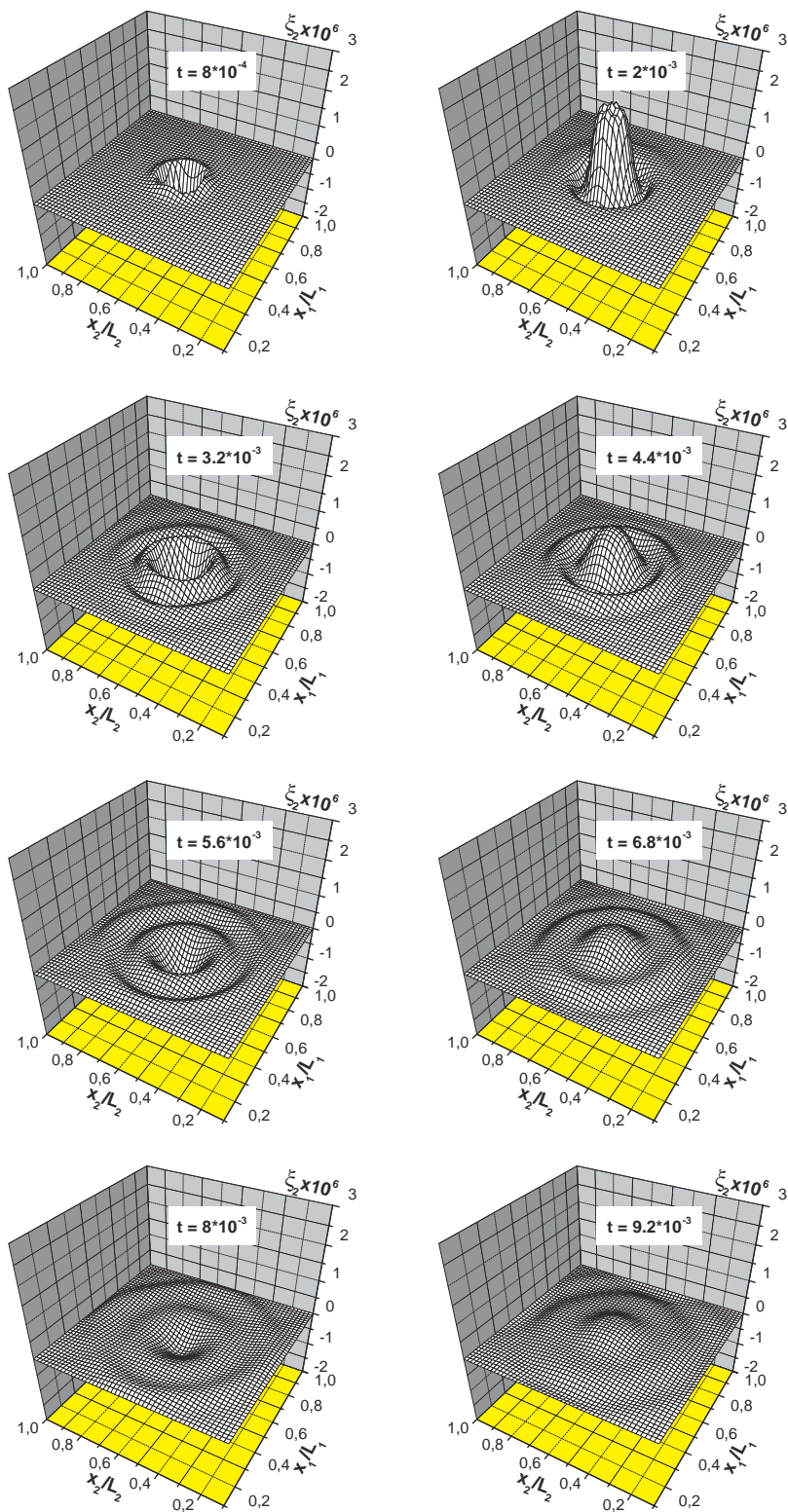


Рис. 2. Вид поверхности вязкоупругого слоя постоянной толщины в различные моменты времени после приложения нагрузки:
 параметры нагрузки – $t_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ с, $P_0 = -1000$ Па, $Q_0 = R_0 = 0$, $(x_{01}, x_{02}) = (L_1/2, L_2/2)$;
 геометрические параметры слоя – $h_0 = 0.02$ м, $L_1 = L_2 = 0.2$ м;
 механические параметры слоя – $\mu_0 = 8 \cdot 10^4$ Па, $\lambda_0 = 9\mu_0$, $k_\mu = 1$

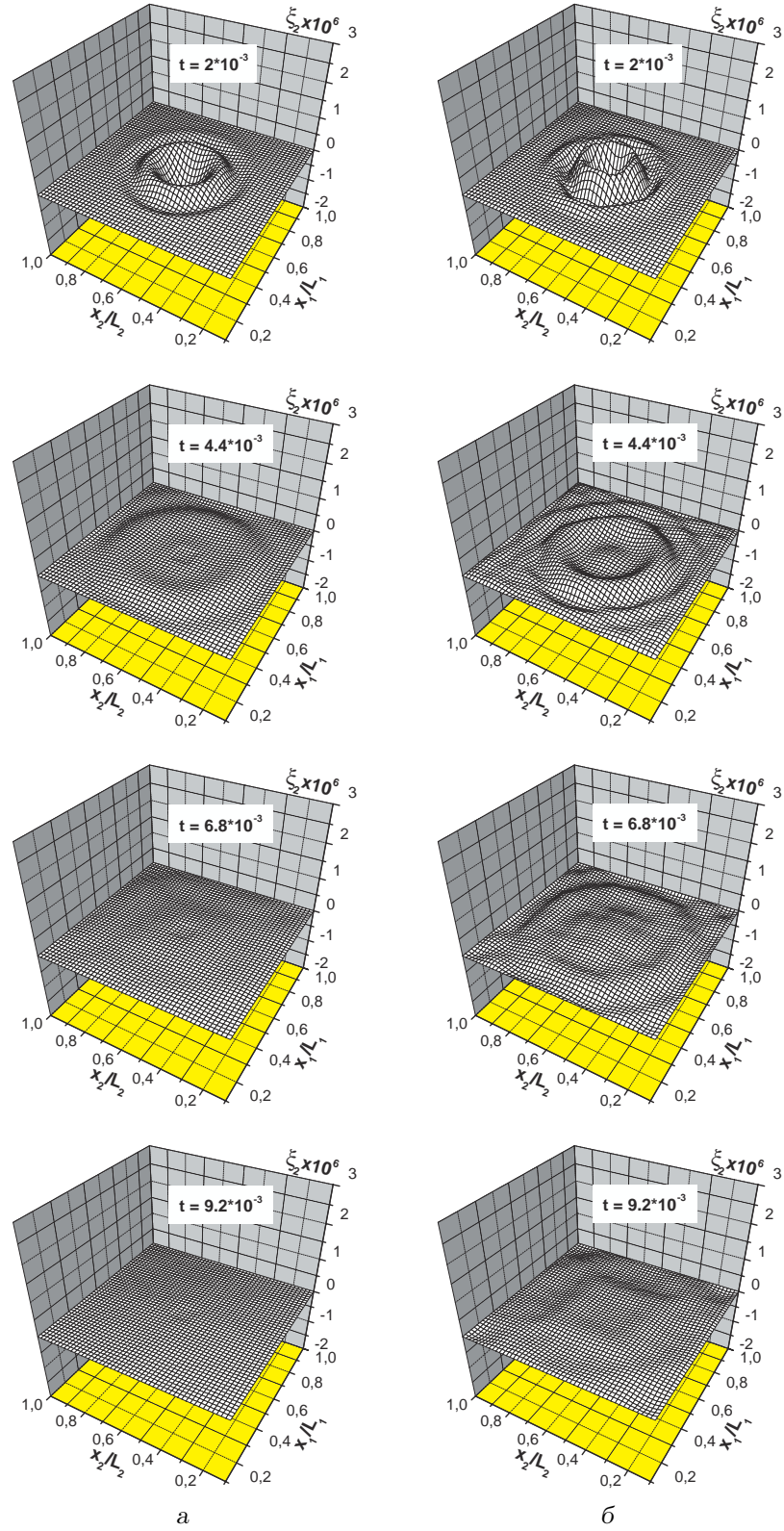


Рис. 3. Вид поверхности вязкоупругого слоя постоянной толщины в различные моменты времени при изменении статического и динамического модулей материала слоя:

а – $\mu_0 = 8 \cdot 10^4$ Па, $k_\mu = 4$; б – $\mu_0 = 3.2 \cdot 10^4$ Па, $k_\mu = 0.25$

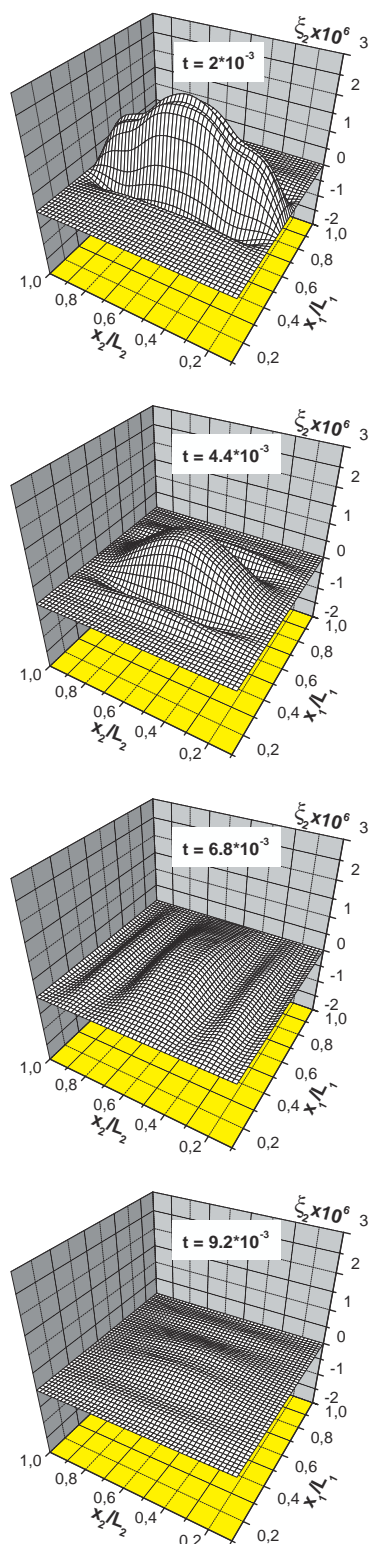


Рис. 4. Вид поверхности вязкоупругого слоя постоянной толщины в различные моменты времени при $L_1/L_2 = 5$

ведения поверхности вязкоупругого слоя постоянной толщины под воздействием нагрузки, прикладываемой мгновенно и действующей на конечном промежутке времени. Естественно, начальный этап формирования волновой поверхности слоя не зависит от геометрии покрытия в плане. Достигнув жестких боковых стенок, поверхностные волны отражаются, меняя фазу, и начинают распространяться в обратном направлении, взаимодействуя с волнами, движущимися от центра слоя. В угловых областях процесс отражения более сложен, так как происходит взаимное влияние поверхностных волн, отраженных от смежных боковых стенок. Это проявляется в различии форм фронтов первичной и отраженной поверхностных волн.

Поведение поверхности слоя в районе приложения нагрузки определяется временем ее приложения, толщиной слоя в точке приложения и скоростью распространения продольной волны в слое. Каждый последующий приход отраженной волны на поверхность генерирует последовательные прогибы и вспучивания, интенсивность которых уменьшается со временем вследствие действия вязкости и перераспределения воспринятой вязкоупругим слоем энергии на большие объемы. Эта переотражающаяся продольная волна нагрузки формирует периодические затухающие колебания поверхности в области первоначального импульса, генерирующие поверхностные волны, которые в случае слоя постоянной толщины распространяются от источника возмущения симметрично во всех направлениях.

На рис. 3, а и б представлено изменение возмущенной поверхности вязкоупругого слоя постоянной толщины во времени под действием импульсной нагрузки при возрастании динамического и статического модулей соответственно. Здесь и далее все параметры, кроме специально указанных в подрисочных подписях, соответствуют рис. 2

С увеличением статического модуля упругости слоя амплитуды поверхностных волн при фиксированной нагрузке уменьшаются. При этом скорость затухания амплитуд остается практически такой же. С увеличением вязкости материала уменьшаются амплитуды колебания поверхности и возрастают скорости их затухания во времени. При этом увеличиваются длины поверхностных волн, как следствие возрастания отношения скорости распространения сдвиговой волны к скорости продольной волны.

Если длина вязкоупругого слоя значительно превосходит его ширину, переотражение от жестких боковых границ поверхностных волн, ориен-

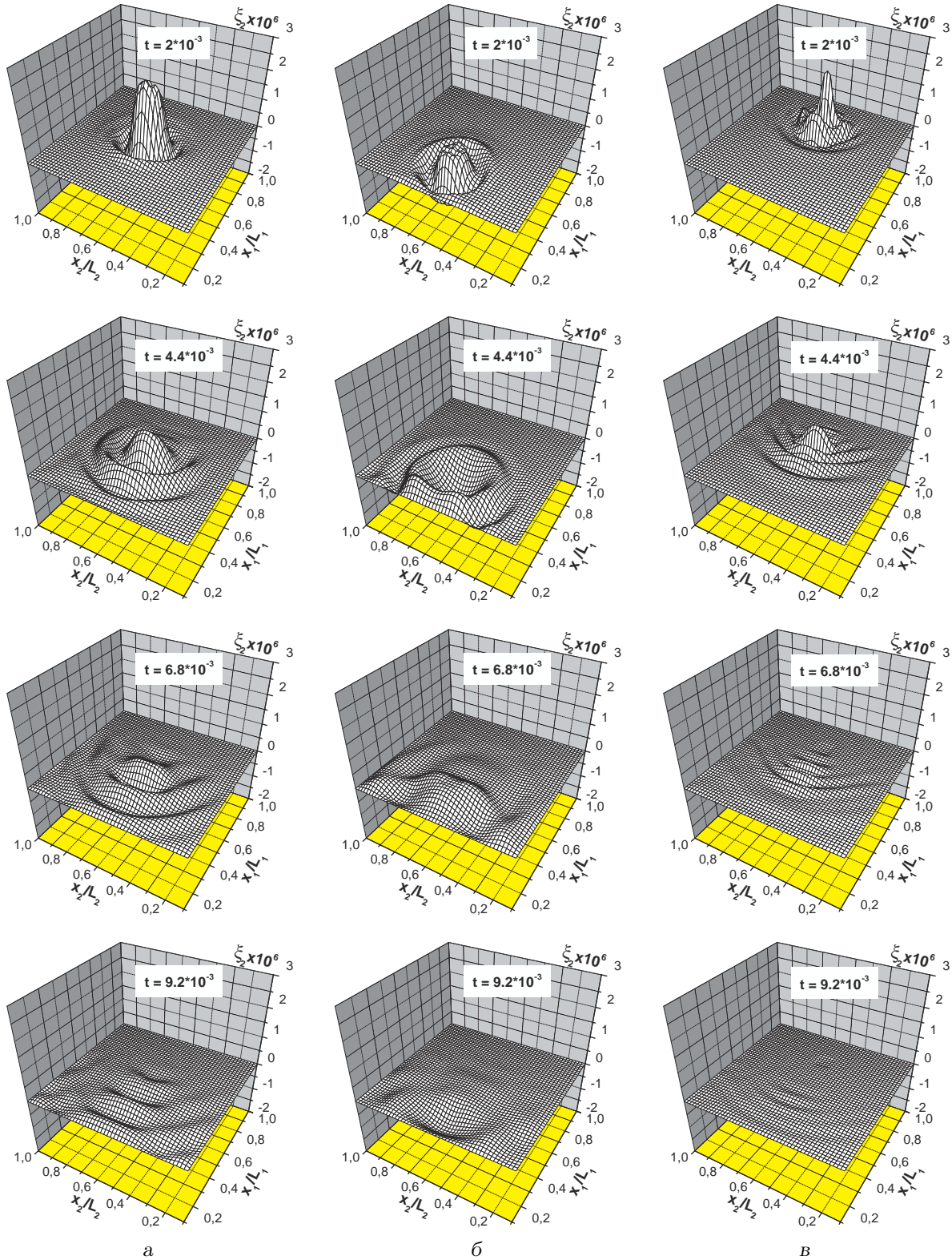


Рис. 5. Вид поверхности вязкоупругого слоя переменной толщины в различные моменты времени при изменении точки приложения нагрузки:
 а - $(x_{01}, x_{02}) = (L_1/2, L_2/2)$, $h(x_{01}) = 0.02$ м; б - $(x_{01}, x_{02}) = (L_1/4, L_2/2)$, $h(x_{01}) = 0.03$ м;
 в - $(x_{01}, x_{02}) = (3L_1/4, L_2/2)$, $h(x_{01}) = 0.01$ м

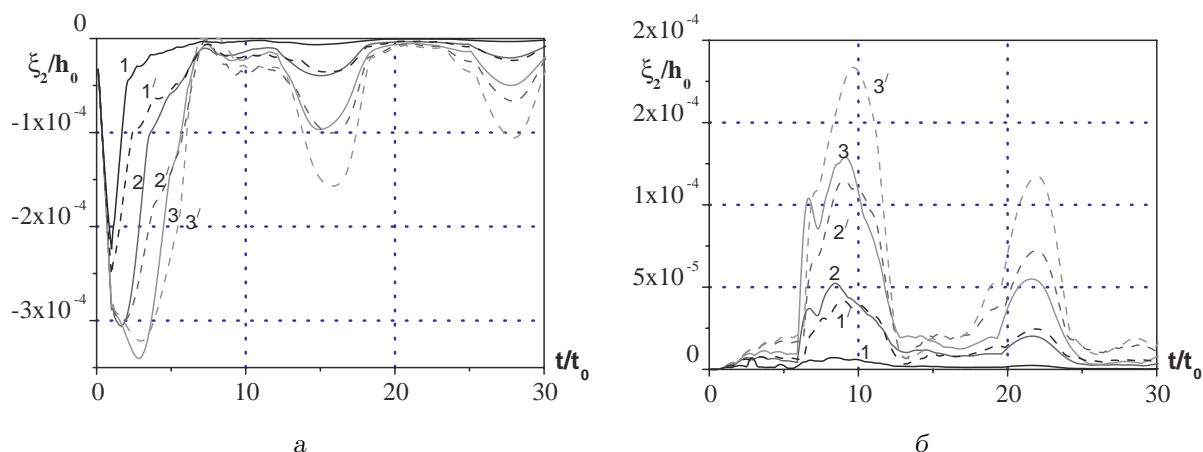


Рис. 6. Величины прогибов (а) и вспучиваний (б) поверхности вязкоупругого слоя для различных размеров площадки нагрузки, отнесенных к площади поверхности слоя:

1 – $4 \cdot 10^{-4}$, 2 – $3.6 \cdot 10^{-3}$, 3 – 10^{-2} , штриховые – соответствующие плоские случаи

тированных в трансверсальном направлении и их взаимодействие с первичными распространяющимися волнами приводит к тому, что на поверхности слоя формируется волновое движение, ориентированное, главным образом, в продольном направлении (рис. 4).

Волновая картина на поверхности слоя переменной толщины (клиновидной формы) существенно зависит от места приложения нагрузки на поверхности (рис. 5). Так, при смещении нагрузки в сторону сужения клина первичное вспучивание поверхности начинает формироваться в более ранние моменты времени и имеет большие амплитуды. Это приводит к значительному увеличению динамической шероховатости поверхности, взаимодействующей с потоком. Последующие вспучивания смещаются все дальше в сторону расширения клина и затухают тем быстрее, чем меньше локальная толщина слоя в месте первоначальной нагрузки. Со временем на поверхности клиновидного слоя формируется несимметричная в направлении изменения толщины волновая картина с преобладающими амплитудами со стороны ее увеличения. Максимальные прогибы и вспучивания, определяющие динамическую шероховатость обтекаемой поверхности, естественно, фиксируются в районе приложения нагрузки и зависят от площади, по которой она прикладывается.

При решении задачи в трехмерной постановке прогибы поверхности вязкоупругого слоя под действием импульсной нагрузки, как правило, не превышают значений прогибов для соответствующей плоской задачи или превышают их незначительно (рис. 6, а). Вспучивания поверхности в трех-

мерном случае будут существенно меньше, однако это различие ослабевает с увеличением размеров площадки нагрузки наряду с повышением вязкости и снижением толщины вязкоупругого слоя (рис. 6, б).

На рис. 7 приведены временные зависимости суммы потенциальной и кинетической энергий вязкоупругого слоя, отнесенной к величине воспринятой энергии, для различных величин площадки нагрузки. По этим графикам можно судить о скорости диссипации энергии внешнего возмущения в покрытии. Так, в трехмерном случае скорость диссипации оказывается выше соответствующего значения для двумерного случая. Здесь также существует тенденция к уменьшению различий при увеличении площадки нагрузки, повышении вязкости и снижении толщины слоя. Вместе с тем, существует нижнее критическое значение величины площадки нагрузки, после которого дальнейшее ее уменьшение не приводит к изменению отношения скоростей диссипации в пространственном и плоском случаях.

На рис. 8 показаны составляющие энергетического баланса возмущенного покрытия в различные моменты времени. Мгновенные значения суммы кинетической, потенциальной и диссипируемой энергий равны энергии, воспринятой вязкоупругим слоем, что является одним из подтверждений правильности численных результатов. Для рассматриваемых механических и геометрических параметров покрытия кинетическая энергия превышает потенциальную на всем интервале нагружения. После прекращения действия нагрузки, когда слой начинает совершать свободные колеба-

ния, распределение кинетической и потенциальной энергии по покрытию и их суммарное значение определяется волновой картиной распространяющихся продольных и сдвиговых волн. До определенного момента мгновенные значения энергетических характеристик практически не коррелируют между собой, что говорит о неустановившемся волновом поле. Позднее максимумы кинетической и потенциальной энергий начинают располагаться в противофазе относительно друг друга. Это говорит о начале установившегося волнового движения в слое с периодическим обменом энергии (его период можно соотнести с периодом толщинного резонанса слоя).

Количество энергии, воспринимаемой вязкоупругим слоем постоянной толщины за время действия нагрузки, обратно пропорционально статическому и динамическому модулям и прямо пропорционально величине нагрузки и времени ее действия. Кроме того, оно не зависит от точки приложения нагрузки. Однако увеличение воспринимаемой энергии с увеличением времени действия нагрузки наблюдается только до определенного значения временного интервала, зависящего от толщины слоя в точке нагружения и объемного модуля материала слоя. Так, с приходом отраженной от жесткой нижней границы продольной волны на поверхность вязкоупругого слоя, т. е. начиная с $t = 2h_0/C_\lambda$, покрытие перестает воспринимать энергию внешнего возмущения в линейном режиме. С этого момента внешнее давление взаимодействует и с отраженной продольной волной на поверхности, в результате чего величина энергии, воспринимаемой покрытием, перестает увеличиваться, а начинает осциллировать с периодом, соответствующим толщинному резонансу, и уменьшающейся амплитудой (последующие отраженные волны всегда имеют меньшую интенсивность, см. рис. 9).

На рис. 10 представлены временные зависимости суммы потенциальной и кинетической энергий для различных величин статического и динамического модулей материала вязкоупругого слоя. Суммарная энергии вязкоупругого слоя, накапливаемая на начальном этапе действия нагрузки, обратно пропорциональна упругому модулю материала, поэтому в разные моменты прекращения действия нагрузки слой накапливает разное количество энергии. Однако, как видно из графиков, через определенное время остаточные величины энергии практически совпадают. Это происходит потому, что величина диссипации зависит не только от k_μ , но и от амплитуд осцилляций поверхности. При одинаковых амплитудах и равных

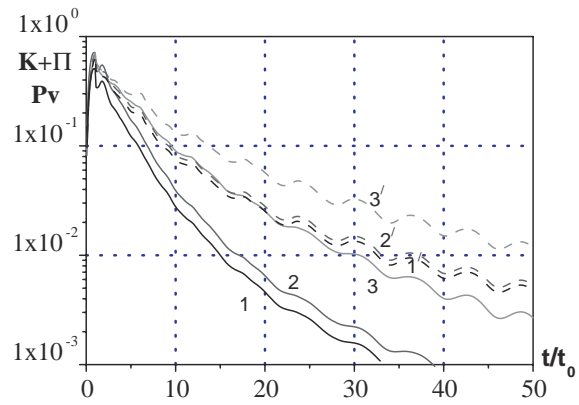


Рис. 7. Сумма потенциальной и кинетической энергий, отнесенная к величине воспринятой энергии. Обозначения кривых соответствуют рис. 6

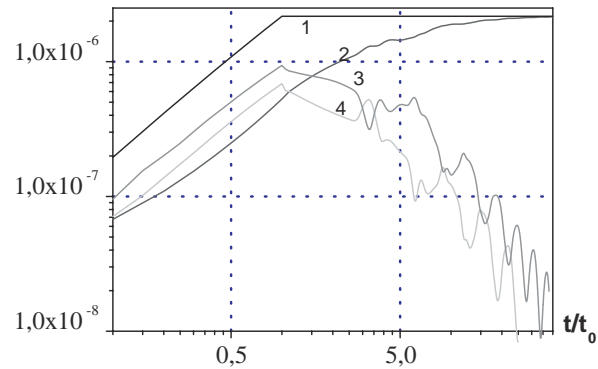


Рис. 8. Составляющие энергетического баланса (параметры слоя и нагрузки соответствуют рис. 2):
 1 – воспринятая энергия, 2 – диссипируемая энергия,
 3 – кинетическая энергия, 4 – потенциальная энергия

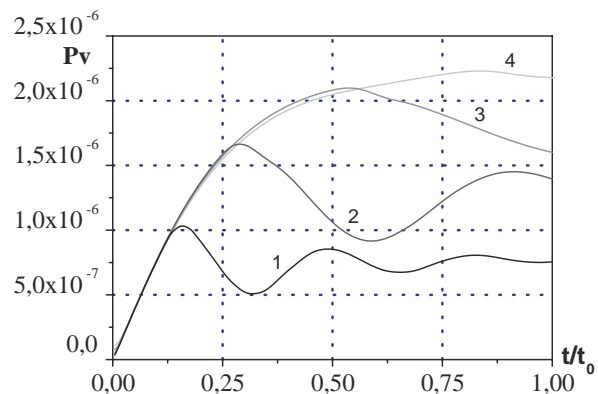


Рис. 9. Величина энергии, воспринятой вязкоупругим слоем переменной толщины при изменении толщины слоя в точке приложения нагрузки:

1 – $h/h_0 = 3/4$, 2 – $h/h_0 = 1/2$, 3 – $h/h_0 = 1/4$,
 4 – слой постоянной толщины h_0

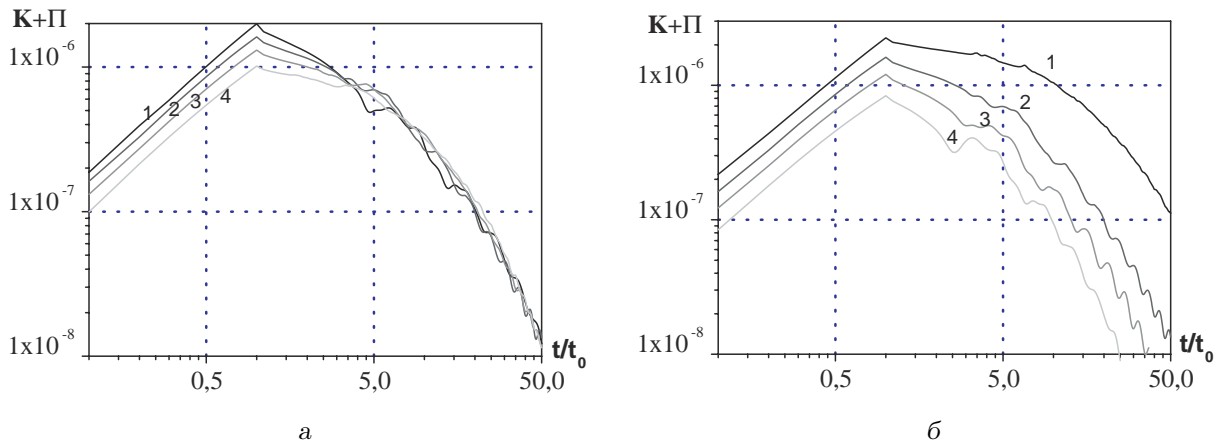


Рис. 10. Суммарная потенциальная и кинетическая энергии:

а – для разных величин статического модуля сдвига, $\mu_0 = 2 \cdot 10^4, 8 \cdot 10^4, 1.6 \cdot 10^5, 3.2 \cdot 10^5$ (кривые 1–4 соответственно);
 б – для разных значений вязкости материала слоя, $k_\mu = 0.25, 1, 2, 4$ (кривые 1–4 соответственно)

значениях вязкости характер изменения энергий во времени в слоях с разными μ_0 совпадает. Скорость диссипации энергии не зависит от статического модуля материала покрытия (см. рис. 10, а). Увеличение только динамической составляющей модуля приводит не только к уменьшению количества накопленной вязкоупругим слоем энергии, но и к соответственному увеличению скорости диссипации энергии в моменты времени после прекращения действия нагрузки (см. рис. 10, б).

ВЫВОДЫ

При взаимодействии турбулентного потока с вязкоупругим покрытием возмущения в потоке деформируют поверхность обтекаемого тела, инициируя образование распространяющихся волн, которые, в свою очередь, изменяют структуру потока. Поэтому важными элементами оценки обратного влияния покрытия на турбулентный поток являются амплитуды колебаний поверхности вязкоупругого слоя, а также закономерности энергетического обмена между потоком и покрытием. Эти характеристики получены при реализации предложенного алгоритма.

Определены следующие закономерности динамического поведения вязкоупругого слоя при воздействии на его поверхность локализованного импульса в зависимости от механических параметров вязкоупругого слоя, его геометрии в плане и толщины, а также места приложения нагрузки:

- скорость поглощения энергии возмущений в

покрытии определяется динамическим модулем материала покрытия;

- при малых значениях вязкости волновое поле на поверхности слоя определяется не только изменением толщины покрытия, но и геометрией слоя в плане;
- учет трехмерности распространяющихся волн позволяет адекватно учитывать энергетическое взаимодействие внешнего возмущения с вязкоупругим слоем и определять скорость поглощения его энергии внутри покрытия.

1. Bushnell D. M., Hefner J. N., Ash R. L. Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers // *Phys. Fluids.* – 20, N 10. – 1977. – P. 31–53.
2. Воропаев Г. А., Бабенко В. В. Турбулентный пограничный слой на эластичной поверхности // *Гидромеханика.* – 1978. – 38. – С. 60–68.
3. Launder B. E., Reece G. I., Rodi W. Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure // *J. Fluid Mech.* – 1975. – 68. – P. 537–566.
4. Воропаев Г. А. Турбулентный пограничный слой на деформирующейся поверхности // *Прикл. гидромех.* – 2005. – 7(79), N 3-4. – С. 35–43.
5. Воропаев Г. А., Загуменный Я. В. Динамические и кинематические характеристики вязкоупругого слоя переменной толщины под действием импульсной нагрузки // *Акуст. вісн.* – 2005. – 8, N 4. – С. 29–38.
6. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. – М.: Мир, 1974. – 338 с.
7. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука, 1967. – 197 с.