ISSN 1028-7507 Акустичний вiсник. 2005. Том 8, N 4. С. 38 – 45

УДК 534.1:534.232

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ УПРУГИЙ СЛОЙ НА ЖИДКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

В. Т. ГРИНЧЕНКО*, **Г. Л. КОМИССАРОВА****

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

**Институт механики НАН Украины им. С. П. Тимошенко, Киев

Получено 06.11.2005

Исследованы свойства низших нормальных волн в упругом слое на жидком полупространстве. Асимптотический анализ дисперсионного уравнения при больших волновых числах показал, что в этой волноводной структуре существуют две разные поверхностные волны. Первая нормальная волна с увеличением волнового числа формирует волну Стоунли на поверхности контакта упругого слоя и жидкого полупространства. Вторая нормальная волна в пределе формирует волну Рэлея на свободной поверхности слоя. С увеличением волнового числа обе фазовые скорости стремятся к скоростям соответствующих волн для полупространств. Эффекты упруго-жидкостного взаимодействия существенно зависят от механических свойств жидкости и упругого материала. Уменьшение жесткости материала упругого слоя сильно влияет на предельное значение фазовой скорости бегущих волн, не подверженных радиационному демпфированию. В случае податливого материала упругого слоя предельным значением фазовой скорости бегущих волн будет скорость волны сдвига. Для жесткого материала слоя таким предельным значением будет скорость звука в жидкости. Показано, что для податливого слоя в рассматриваемой волноводной системе существуют бегущие волны высоких порядков, фазовая скорость которых с увеличением волнового числа стремится к скорости волны сдвига материала слоя. На конкретных примерах для двух типов материалов упругого слоя (жесткого и податливого) и воды, выбранной в качестве жидкости, показано влияние дисперсии на кинематические характеристики нормальных волн и их фазовые скорости.

Дослiдженi властивостi нижчих нормальних хвиль у пружному шарi на рiдинному пiвпросторi. Асимптотичний аналiз дисперсiйного рiвняння при великих хвильових числах показав, що у хвилеводнiй структурi iснують двi рiзнi поверхневi хвилi. Перша нормальна хвиля зi збiльшенням хвильового числа формує хвилю Стоунлi на поверхнi контакту пружного шару i рiдинного напiвпростору. Друга нормальна хвиля у граничному випадку формує хвилю Релея на вiльнiй поверхнi шару. Зi збiльшенням хвильового числа обидвi фазовi швидкостi наближаються до швидкостей вiдповiдних хвиль для пiвпросторiв. Ефекти пружно-рiдинної взаємодiї суттєво залежать вiд механiчних властивостей рiдини та пружного матерiалу. Зменшення жорсткостi матерiалу пружного шару сильно впливає на граничне значення фазової швидкостi бiжучих хвиль, якi не зазнають впливу радiацiйного демпфiрування. У випадку пiддатливого матерiалу пружного шару граничним значенням фазової швидкостi буде швидкiсть хвилi зсуву. Для жорсткого матерiалу шару таким граничним значенням буде швидкiсть звуку в рiдинi. Показано, що для пiддатливого шару у розглянутiй хвилеводнiй системi iснують бiжучi хвилi високих порядкiв, фазовi швидкостi яких зi збiльшенням хвильового числа наближаються до швидкостi хвилi зсуву матерiалу пружного шару. На конкретних прикладах для двох типiв пружних матерiалiв шару (жорсткого i пiддатливого) та води, вибраної у якостi рiдини, проiлюстровано вплив дисперсiї на кiнематичнi характеристики нормальних хвиль та їхнi фазовi швидкостi.

The properties of the lowest normal waves in an elastic layer on a fluid half-space are investigated. The asymptotic analysis of the dispersion equation at large wave numbers shows the existence of two different surface waves in this waveguide structure. The first normal wave, when the wavenumber (frequency) increases, forms the Stoneley wave on the contact interface between the elastic layer and fluid half-space. The second normal wave in its limit tends to Rayleigh wave on the free surface of the layer. As the frequency increases, both phase velocities tend to the velocities of the corresponding waves for half-spaces. The elastic-fluid interaction effect is strongly dependent on the mechanical properties of the fluid and elastic material. Reduction of material rigidity for elastic layer essentially effects the limiting value of that running waves phase velocities, which are independent of the radiation attenuation. In the case of the compliant material of elastic layer the limiting value of propagating wave phase velocity is that of the shear wave. For rigid material of the layer the corresponding limiting value is sound velocity in fluid. It is shown that in the case of the soft layer's material the running waves of high orders exist in the considered waveguide system, which phase velocities tend with a wavenumber to the velocity of the shear wave for layer material. The effect of dispersion on the kinematical characteristics of the normal waves and their phase velocities is illustrated for two types of elastic materials of the layers (rigid and compliant) and water as the fluid using the particular examples.

ВВЕДЕНИЕ

Наличие гармонических волн, локализованных в окрестности свободной плоской границы упругого изотропного полупространства, впервые показано Рэлеем в 1885 г. [1]. Спустя почти 40 лет Стоунли обнаружил, что вблизи плоской границы контакта двух сред также может происходит локализация волновых движений [2]. В случае жесткого контакта двух упругих сред волна Стоунли существует только при определенных соотношениях между их жесткостными характеристиками [3]. Критерий существования поверхностных волн Стоунли в зависимости от значений скоростей продольных и сдвиговых волн в контактирующих средах получен в работе [4]. В статьях [5, 6] установлено, что область параметров контактирующих сред ρ_1/ρ_2, G_1/G_2, при которых существует волна Стоунли, весьма узка. Здесь ρ_i – плотности, а G_i – модули сдвига материалов полупространств ($i = 1, 2$).

Таким образом, количество пар материалов, вблизи поверхности раздела которых может локализоваться волновое движение, весьма мало [3]. При скользящем контакте класс материалов, допускающих существования волны типа Стоунли, существенно расширяется [7]. Однако и здесь поверхностные волны формируются не при любых соотношениях механических характеристик материалов. Физически скользящий контакт, при котором отсутствуют касательные напряжения на границе раздела, очень схож со случаем контакта упругого полупространства с идеальной жидкостью. Однако в последнем случае поверхностная волна Стоунли существует всегда. Следовательно, способность сопротивляться сдвигу в упругом теле все-таки вносит определенные различия.

Знание свойств волн Рэлея и Стоунли оказывается важным при расшифровке данных сейсморазведки, конструировании приборов в акустоэлектронике. Потребности практики способствовали появлению большого количества работ, посвященных исследованию поверхностных волн в упругих телах. В настоящее время волны типа Рэлея изучены для упругих сред с различными типами анизотропии [8]. Классификация типов поверхностных волн в упругом теле и вблизи поверхности контакта тел с разными упругими свойствами проведена в [9, 10].

Волновые поля в волноводах формируются как суперпозиция довольно сложных по своим свойствам нормальных волн. Некоторые из них при увеличении частоты преобразуются в поверхностные волны, с локализацией движения либо вблизи свободных поверхностей, либо вблизи поверхностей раздела материалов. Этот факт хорошо известен для таких волноводов как упругий слой и сплошной цилиндр, где поверхностные волны формируются на основе низших распространяющихся волн [11 – 13].

В данной статье рассматривается относительно простая волноводная система в виде упругого слоя на жидком полупространстве. Интерес к ее изучению стимулируется тем, что в общем случае деформирование упругого слоя не приводит к возникновению на его поверхностях волн Рэлея в классическом понимании. Общее волновое движение для слоя характеризуется наличием двух нормальных волн, распространяющихся при любой частоте. В высокочастотной области фазовая скорость первой продольной волны стремится к скорости волны Рэлея сверху, а скорость первой изгибной волны – снизу. С увеличением частоты фазовые скорости указанных волн сближаются, но остаются различными. В связи с этим в слое формируются специфические поверхностные волны. Максимальные амплитуды смещений в них наблюдаются последовательно то на одной, то на другой поверхности слоя – происходит процесс обмена энергией между поверхностями. Поэтому возникает интерес к изучению влияния жидкого нагружения на формирование поверхностных волн в такой волноводной структуре.

1. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ НА ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА ДВУХ СРЕД

1.1. Волна Рэлея на поверхности упругого полупространства

Фазовая скорость поверхностной волны Рэлея свободного от напряжений упругого полупространства $C=C_R$ определяется из уравнения [3]

$$\left(2-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2\right)^2-4\alpha^*\beta^*=0,$$
$$\alpha^*=\sqrt{1-\left(\frac{C}{V_D}\right)^2}; \qquad (1)$$
$$\beta^*=\sqrt{1-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2}.$$

Здесь V_D и V_S – скорости волн расширения и сдвига. Учитывая соотношение $V_S/V_D = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$, находим, что фазовая скорость волны Рэлея зависит только от значения коэффициента Пуассона материала полупространства. Уравнение (1) позволяет отыскать единственный вещественный корень $C_R/V_S<1$, описывающий эту поверхностную волну (он принадлежит области, в которой α^* и β^* вещественны). Волна Рэлея является бездисперсионной, характеризуется специфической кинематикой движения частиц по толщине и определенным соотношением продольных и поперечных компонент вектора смещений [3].

1.2. Поверхностная волна на границе упругого и жидкого полупространств

Как отмечалось ранее, вблизи поверхности контакта упругого и жидкого полупространств распространяется поверхностная волна Стоунли. Уравнение для определения ее фазовой скорости при контакте упругого изотропного полупространства с идеальной сжимаемой жидкостью $C=$

C_{St} имеет вид [14]

$$\left[\left(2-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2\right)^2-4\alpha^*\beta^*\right]\chi_0^*+ \\ +\frac{\rho_0}{\rho_1}\alpha^*\left(\frac{C}{V_S}\right)^4=0, \qquad (2)$$

$$\chi_0^*=\sqrt{1-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2\left(\frac{V_S}{C_0}\right)^2}.$$

Здесь C_0 – скорость звука в жидкости; ρ_0 и ρ_1 – плотности жидкого и упругого полупространств соответственно. Из уравнения (2) следует, что значение его корня зависит не только от коэффициента Пуассона, но и от отношений плотностей ρ_0/ρ_1 и скоростей волн V_S/C_0 материалов упругого и жидкого полупространств. Как и для волны Рэлея, фазовая скорость волны Стоунли не зависит от частоты. Уравнение (2) имеет единственный вещественный корень $C_{St}/V_S<1$, лежащий в области параметров, в которой α^*, β^* и χ_0^* вещественны.

При оценке влияния физических параметров составляющих материалов на характеристики волнового поля упруго-жидкостных волноводов следует различать два типа упругих материалов: жесткие и податливые (мягкие). В случае жестких материалов (например, металлов) справедливо $V_S/C_0>1$, $\rho_0/\rho_1\ll 1$. Для податливых материалов $V_S/C_0<1$, а плотности жидкости и упругой среды близки между собой. К податливым материалам относятся мягкие пластмассы, резина, мягкие биологические ткани.

Соотношения между характеристиками жидкости и упругого материала существенно влияют на относительную величину скорости волны Стоунли, а также на распределение энергии возмущений между жидкостью и твердым телом. Проведем оценки фазовых скоростей волны Стоунли для конкретных материалов.

В случае контакта пары сталь – вода ($\nu=0.29$, $\rho_0/\rho_1=0.13$, $V_S/C_0=2.14$) фазовая скорость волны Стоунли будет $C_{St}/V_S=0.46715122$ ($C_{St}/C_0=0.99972$). Корню уравнения $\chi_0^*=0$ соответствует значение $C_\chi/V_S=0.467289$, очень близкое к C_{St}/V_S. Это указывает на то, что в соответствии с уравнением (2) фазовая скорость волны Стоунли существенно отличается от скорости волны Рэлея $C_R/V_S=0.92584297$.

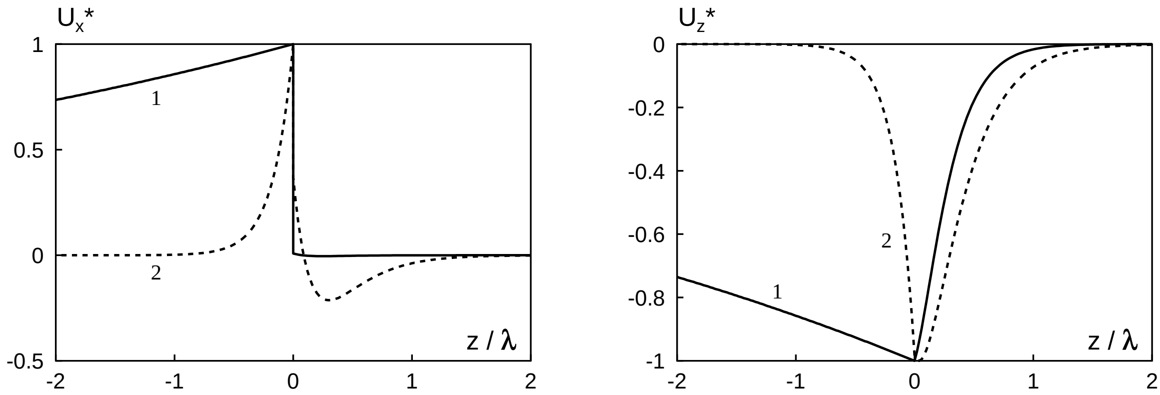
Для пары жесткая резина – вода ($\nu=0.4$, $\rho_0/\rho_1=0.909$, $V_S/C_0=0.3946$) фазовая скорость волны Стоунли будет $C_{St}/V_S=0.81563857$ ($C_{St}/C_0=0.32185$), а $C_\chi/V_S=2.5342$. В этом случае величина χ_0^* достаточно велика и, следовательно, роль второго слагаемого в уравнении (2) незначительна. Следовательно, скорость волны Стоунли близка к скорости волны Рэлея $C_R/V_S=0.94219543$.

Приведенные данные показывают, что при контакте упругого полупространства из жесткого материала с жидкостью фазовая скорость волны Стоунли весьма близка к скорости звука в жидкости и значительно меньше скорости волны Рэлея ($C_{St}/C_R=0.5047$). Если же материал упругого полупространства является податливым, то скорость волны Стоунли будет существенно ниже скорости звука в жидкости и немного меньше скорости волны Рэлея ($C_{St}/C_R=0.85$).

Упруго-жидкостное взаимодействие для жестких и податливых материалов характеризуется существенным различием в распределении потока энергии между жидкой средой и упругим телом. Если в случае жесткого материала основная часть потока энергии сосредоточена в жидкости, то для мягких материалов характерно более равномерное распределение энергии между упругим телом и жидкостью. Это подтверждается данными кинематических характеристик поверхностных волн для двух характерных случаев контакта упругого и жидкого полупространств. На рис. 1 представлены зависимости нормированных амплитуд продольных $V_x^*=V_x/|V_{x\,\max}|$ и поперечных $V_z^*=V_z/|V_{z\,\max}|$ смещений (скоростей) от безразмерной координаты z/λ для случаев жесткого (сталь) и податливого (жесткая резина) упругих полупространств ($z>0$), контактирующих с водой ($z<0$). Здесь λ – длина волны. Сплошные линии соответствуют случаю контакта пары сталь – вода, а штриховые линии – контакту пары жесткая резина – вода. Кроме того, следует отметить существенное отличие соотношений продольных и поперечных смещений для жестких и мягких упругих материалов. Так, в случае контакта сталь – вода $u_{xz}=|U_{x\,\max}|/|U_{z\,\max}|=40.9$, а для пары жесткая резина – вода $u_{xz}=1.04$.

2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВЕКТОРА СМЕЩЕНИЙ И АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ УПРУГОГО СЛОЯ НА ЖИДКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

В рассмотренных выше случаях поверхностные волны были бездисперсионными. Однако, как только в области распространения появляется более чем одна граничная поверхность (или поверхности раздела), образуется волновод, в котором распространяющиеся волны становятся дисперсионными. В таких структурах может формироваться много бегущих мод, и важным становится



а *б*

Рис. 1. Влияние жесткости упругого материала на кинематические характеристики волны Стоунли при контакте упругого и жидкого полупространств (пары: сталь – вода и жесткая резина – вода)

выделение тех из них, которые при определенных условиях обнаруживают свойства, характерные для поверхностных волн.

Рассмотрим структуру волнового поля в системе, образованной упругим изотропным слоем $-h\leq Z\leq h$, контактирующим с полупространством идеальной сжимаемой жидкости $Z<-h$. Компоненты вектора смещений в упругом слое выберем в виде

$$u_j = U_j(z)\exp[i(\zeta x-\omega t)]\ , \qquad j=x,z,$$

$$U_x(z) = i\zeta\left[\left(A_1\sin\alpha z - A_2\frac{\beta}{\zeta^2}\sin\beta z\right)+\right.$$
$$\left.+\left(A_3\cos\alpha z - A_4\frac{\beta}{\zeta^2}\cos\beta z\right)\right],$$

$$U_z(z) = (A_1\alpha\cos\alpha z + A_2\cos\beta z)- \qquad (3)$$
$$-(A_3\alpha\sin\alpha z + A_4\sin\beta z),$$

$$\alpha^2=\gamma_1^2-\zeta^2, \qquad \beta^2=\gamma_2^2-\zeta^2,$$

$$\gamma_1=\frac{\omega h}{V_D}, \qquad \gamma_2=\frac{\omega h}{V_S}, \qquad z=\frac{Z}{h}\,.$$

Потенциал скорости частиц жидкости, удовлетворяющий уравнению Гельмгольца, имеет вид

$$\varphi_0 = D\exp(\chi_0 z)\exp[i(\zeta x-\omega t)],$$
$$\chi_0^2=\zeta^2-\gamma_2^2\left(\frac{V_S}{C_0}\right)^2=\zeta^2\chi_0^{*2}. \qquad (4)$$

В последних двух формулах использованы обозначения, имеющие следующий смысл: ζ – безразмерное волновое число (получено умножением его размерной величины на h); ω – круговая частота; γ_1, γ_2 – безразмерные частоты; $2h$ – толщина слоя; A_1, A_2, A_3, A_4, D – произвольные постоянные. Здесь и далее все линейные величины отнесены к h. Потенциал скорости нормирован к произведению hC_0.

На свободной поверхности слоя ($z=1$) должны выполняться условия равенства нулю нормальных и касательных напряжений. На границе контакта упругого слоя и жидкости ($z=-1$) предполагаются равными нормальные скорости, а также нормальные напряжения и давление в жидкости; при этом касательные напряжения на границе слоя равны нулю:

$$\frac{\sigma_{zz}(x,1,t)}{2\mu}=\frac{\sigma_{xz}(x,1,t)}{2\mu}=0,$$
$$\frac{\partial u_z(x,-1,t)}{\partial t}=-\frac{C_0}{V_S}\,\frac{\partial\varphi_0(x,-1,t)}{\partial z}\,,$$
$$\frac{\sigma_{zz}(x,-1,t)}{2\mu}=-\frac{\rho_0 C_0}{\rho_1 V_S}\,\frac{\partial\varphi_0(x,-1,t)}{\partial t}\,, \qquad (5)$$
$$\frac{\sigma_{xz}(x,-1,t)}{2\mu}=0.$$

Здесь μ – модуль сдвига.

Граничные условия (5) при использовании решений (3) и (4) порождают дисперсионное уравнение. Удовлетворяя условия для касательных напряжений, получаем следующие соотношения между неизвестными величинами:

$$A_1 = -A_2 \frac{2\zeta^2-\gamma_2^2}{2\alpha\zeta^2}\,\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\,,$$
$$A_3 = -A_4 \frac{2\zeta^2-\gamma_2^2}{2\alpha\zeta^2}\,\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\,. \qquad (6)$$

Выполнив оставшиеся граничные условия из равенств (5), с учетом соотношений (6) получим дисперсионное уравнение

$$\Delta_3 = \|a_{ij}\| = 0, \qquad i,j=1,2,3. \qquad (7)$$

Определитель $\|a_{ij}\|$ имеет следующие коэффициенты:

$$a_{11} = \frac{\zeta^2\cos\beta}{4\alpha}\left\{\left[2-\left(\frac{\gamma_2}{\zeta}\right)^2\right]^2 \operatorname{tg}\alpha + \right. \left. +4\frac{\alpha\beta}{\zeta^2}\operatorname{tg}\beta\right\},$$

$$a_{12} = \frac{\zeta^2\sin\beta}{4\alpha}\left\{\left[2-\left(\frac{\gamma_2}{\zeta}\right)^2\right]^2 \operatorname{ctg}\alpha + \right. \left. +4\frac{\alpha\beta}{\zeta^2}\operatorname{ctg}\beta\right\}, \qquad (8)$$

$$a_{13}=0, \qquad a_{21}=a_{11}, \qquad a_{22}=-a_{12},$$

$$a_{23} = -\frac{i}{2}\,\frac{C_0}{V_S}\,\frac{\rho_0}{\rho_1}\,\gamma_2\exp(-\chi_0),$$

$$a_{31} = \frac{\gamma_2^2}{2\zeta^2}\cos\beta, \qquad a_{32} = \frac{\gamma_2^2}{2\zeta^2}\sin\beta,$$

$$a_{33} = i\frac{C_0}{V_S}\,\frac{\chi_0}{\gamma_2}\exp(-\chi_0),$$

Уравнение (7) сводится к выражению

$$\Delta_3 = -2a_{11}\left[a_{12}a_{33} + \right. \left. +\frac{1}{2}a_{23}a_{32}\left(1-\frac{a_{12}}{a_{11}}\,\frac{a_{31}}{a_{32}}\right)\right] = 0. \qquad (9)$$

Вещественные корни уравнения (9) ищем для тех частот и волновых чисел, для которых α и β являются мнимыми величинами. Другие области частот не представляют интереса при поиске локализованных поверхностных волн, поскольку соответствующие им волновые движения связаны с излучением энергии в жидкое полупространство.

Выражения (3) описывают бегущую вдоль оси Ox волну с убывающей по толщине слоя амплитудой при условии, что ее фазовая скорость меньше скорости волны сдвига: $C<V_S$. В этой области частот и волновых чисел уравнение (9) сводится к двум следующим соотношениям:

$$a_{11}^* = \left[2-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2\right]^2 \operatorname{th}\alpha^*\zeta - 4\alpha^*\beta^*\operatorname{th}\beta^*\zeta = 0, \quad (10)$$

$$a_{12}^*\chi_0^* + \frac{1}{2}\,\frac{\rho_0}{\rho_1}\,\alpha^*\left(\frac{C}{V_S}\right)^4\left(1+\frac{a_{12}^*}{a_{11}^*}\right) = 0,$$
$$a_{12}^* = \left[2-\left(\frac{C}{V_S}\right)^2\right]^2 \operatorname{cth}\alpha^*\zeta - 4\alpha^*\beta^*\operatorname{cth}\beta^*\zeta. \qquad (11)$$

Здесь учтено, что $\gamma_2/\zeta = C/V_S$; $\alpha = i\alpha^*\zeta$; $\beta = i\beta^*\zeta$. При $\zeta\to\infty$ формула (10) переходит в уравнение для определения фазовой скорости волны Рэлея (1), а формула (11) – в уравнение для определения скорости волны Стоунли (2). Следовательно, при контакте упругого изотропного слоя с идеальной сжимаемой жидкостью существуют две поверхностные волны: волна Рэлея на свободной поверхности слоя ($z=1$) и волна Стоунли на поверхности контакта слоя с жидкостью ($z=-1$). Упруго-жидкостное взаимодействие устраняет обмен энергией между поверхностями слоя, отмеченный для слоя со свободными поверхностями.

В табл. 1 и 2 приведены дисперсионные характеристики первых двух распространяющихся волн для случаев контакта слоя из стали (жесткий материал) и слоя из жесткой резины (податливый материал) с водой. Из табл. 1 видно, что при контакте стального слоя с водой фазовая скорость первой нормальной волны уже при $\zeta=10$ практически совпадает со скоростью волны Стоунли. Фазовая скорость второй волны становится равной скорости волны Рэлея при $\zeta=20$. Для слоя из жесткой резины фазовые скорости первых двух нормальных волн приближаются к асимптотикам, соответствующим волнам Стоунли и Рэлея, при $\zeta=20$. Следует отметить, что значения фазовых скоростей поверхностных волн Рэлея и Стоунли, полученные из классических уравнений (1), (2) и из формул (10), (11), отличаются весьма незначительно. Так, для $\zeta=5$ различие составляет порядка 0.5 %.

Общий качественный анализ свойств волновых полей в композитной системе упругий слой на жидком полупространстве позволяет сделать важный вывод о принципиальном различии в структуре волновых полей для случаев мягкого и жесткого

Табл 1. Дисперсионные характеристики поверхностных волн для слоя, контактирующего с жидким полупространством (сталь – вода)

волна Стоунли			волна Рэлея		
ζ	$\gamma_2^{(1)}$	C/V_S	ζ	$\gamma_2^{(2)}$	C/V_S
5	2.335769	0.4671519	5	4.574545	0.9149090
10	4.671512	0.4671512	10	9.255569	0.9255569
20	9.343024	0.4671512	20	18.51686	0.92584297
50	23.357561	0.4671512	50	46.292148	0.92584297
100	46.715122	0.4671512	100	92.584297	0.92584297

Табл 2. Дисперсионные характеристики поверхностных волн для слоя, контактирующего с жидким полупространством (жесткая резина – вода)

волна Стоунли			волна Рэлея		
ζ	$\gamma_2^{(1)}$	C/V_S	ζ	$\gamma_2^{(2)}$	C/V_S
5	4.099082	0.81981648	5	4.722171	0.9444342
10	8.156512	0.81565121	10	9.421980	0.9421980
20	16.312771	0.81563857	20	18.843909	0.9421954
30	24.469157	0.81563857	30	28.265863	0.9421954
100	81.563857	0.81563857	100	94.219543	0.9421954

Табл 3. Дисперсионные характеристики бегущих волн высокого порядка для волноводной системы жесткая резина – вода

ζ	$\gamma_{2,1}$	C_1/V_S	$\gamma_{2,2}$	C_2/V_S	$\gamma_{2,3}$	C_3/V_S
40	40.332146	1.0083	40.561679	1.0140	40.871004	1.0218
50	50.110442	1.0022	50.256759	1.0051	50.439019	1.0088
100	100.11948	1.0012	100.20854	1.0021	100.32557	1.0033

материалов слоя. Предельными значениями фазовых скоростей для волн высокого порядка в упругом слоя будет скорость сдвиговых волн. Поскольку для жесткого слоя последняя превышает скорость звука в жидкости, то в системе могут существовать только две волны, бегущие без радиационного затухания. В случае же мягкого слоя предельная скорость существующих в нем нормальных волн оказывается меньшей, чем скорость звука в жидкости. Следовательно, для каждой нормальной волны существует диапазон частот и волновых чисел, в котором ее фазовая скорость будет меньше C_0. В связи с этим, в системе без радиационного демпфирования могут распространяться связанные упруго-жидкостные волны, фазовая скорость которых имеет в пределе скорость сдвиговых волн.

Расчеты показали, что в случае податливого материала слоя в рассматриваемой волноводной системе, помимо волн Стоунли и Рэлея, на высоких частотах действительно существуют бегущие волны, распространяющиеся без радиационного демпфирования. Их фазовые скорости с увеличением волнового числа стремятся сверху к скорости волны сдвига материала слоя. В области частот и волновых чисел, для которых существуют эти бегущие волны, величины α^* и χ_0^* являются вещественными, а β^* – мнимым. В связи с этим, в дисперсионных уравнениях (10) и (11) необходимо заменить гиперболические функции $\mathrm{th}\,\beta^*\zeta$ и $\mathrm{cth}\,\beta^*\zeta$ на соответствующие им тригонометрические функции $\mathrm{tg}\,\beta_1^*\zeta$ и $\mathrm{ctg}\,\beta_1^*\zeta$, где $\beta_1^* = \sqrt{(\gamma_2/\zeta)^2-1}$. При определении корней модифицированных уравнений (10) и (11) возникают вычислительные трудности, обусловленные тем, что тригонометрические функции имеют бесконечные разрывы, причем корни дисперсионных уравнений находятся вблизи точек разрыва. Поэтому соответствующие вычисления следует проводить с малым шагом по ζ (или γ_2). Различать точки разрыва и корни уравнения удается, контролируя точность удовлетворения исходных равенств. Например, для $\zeta = 100$ первой точке разрыва дисперсионного уравнения (11) соответствует $\gamma_2 = 100.1972$. Для этих значений волнового числа $\Delta_3 = 1.58 \cdot 10^{12}$. В то же время, при $\gamma_2 = 100.2085$, являющемся корнем этого уравнения, $\Delta_3 = 3 \cdot 10^{-7}$.

В табл. 3 для заданных значений волновых чисел приведены значения частот и относительных фазовых скоростей первых трех бегущих волн высоких порядков. Представленные данные показывают, что с увеличением волнового числа фазовые скорости этих волн, не излучающих энергию в жидкую среду, стремятся к скорости волны сдвига материала слоя.

3. АНАЛИЗ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Рассмотрим кинематические характеристики первых двух распространяющихся волн для данных из табл. 1 и 2. На последующих графиках представлены распределения нормированных амплитуд продольных (U_x^*) и поперечных (U_z^*) смещений по поперечной координате z для $\zeta = 20$ и 100. Такие значения волнового числа позволяют рассмотреть процесс перехода нормальных волн в поверхностные.

Распределения нормированных амплитуд смещений, соответствующих волне Стоунли, для случая контакта стального слоя с водой показаны на рис. 2, а для контакта слоя из жесткой резины с водой – на рис. 3. Штриховые линии соответствуют значению волнового числа $\zeta = 20$, а сплошные – $\zeta = 100$. Из графиков видно, что жесткость материала упругого слоя оказывает существенное влияние на характер локализации волновых движений вблизи контакта. В случае пары сталь – вода волновое движение сосредоточено в жидкости и медленно убывает с удалением от поверхности контакта ($z = -1$). С ростом волнового числа (частоты) скорость убывания волнового возмущения в жидкости возрастает. Поперечные смещения в слое быстро убывают с удалением от поверхности контакта, а продольные весьма малы по сравнению со смещениями в жидкости даже на самой этой поверхности. Для пары жесткая резина – вода в окрестности поверхности контакта волновое возмущение в равной мере захватывает и жидкость, и упругое тело.

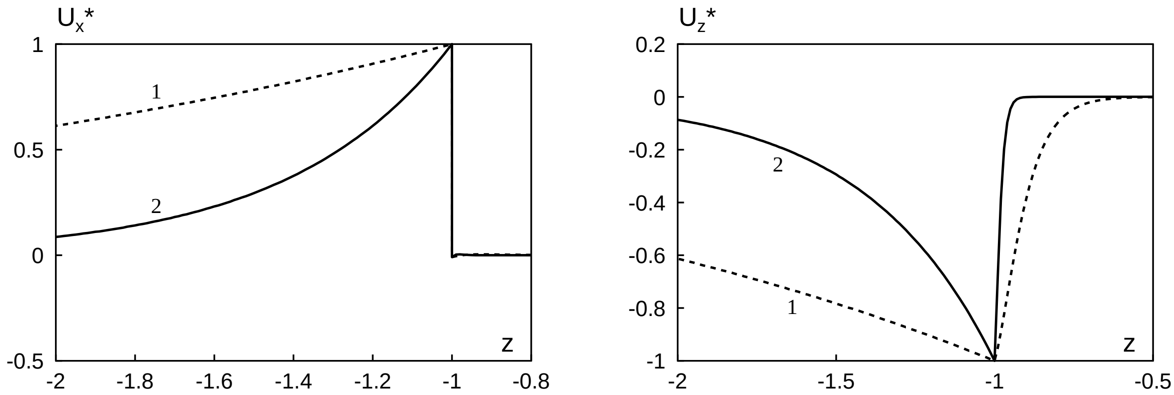
Заметим, что для одинаковых пар материалов отношения продольных и поперечных компонент вектора смещений для волны Стоунли в волноводной структуре упругий слой – жидкое полупространство и системе полупространство – полупространство при $\zeta = 100$ совпадают. Как и следовало ожидать, жесткость материала упругого слоя не оказывает существенного влияния на характер локализации волновых движений в окрестности свободной поверхности слоя, соответствующих волне Рэлея.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены поверхностные волны для случая контакта упругого изотропного слоя и идеальной сжимаемой жидкости. В области больших волновых чисел анализ дисперсионного уравнения позволил выделить два уравнения для определения фазовых скоростей поверхностных волн. Одно из них описывает волну Рэлея на свободной поверхности упругого слоя, а второе – поверхностную волну Стоунли на поверхности контакта упругой и жидкой сред.

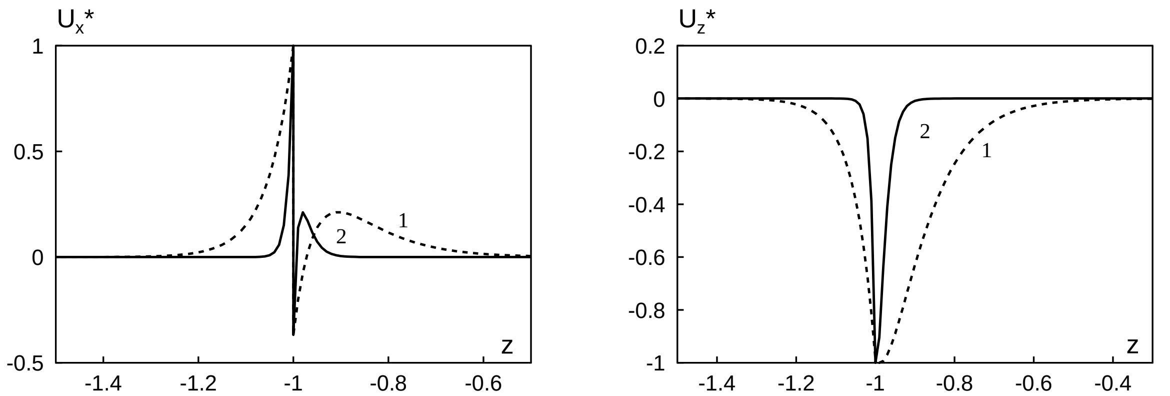
На конкретных примерах проанализировано влияние жесткости упругого материала на характер локализации волновых движений вблизи поверхности контакта жидкого и упругого полупространств, а также упругого слоя и жидкого полупространства. Уменьшение жесткости материала упругого слоя способствует формированию волнового возмущения в окрестности контакта, в равной мере охватывающего упругую и жидкостную составляющие волновода. Упруго-жидкостное взаимодействие существенно изменяет свойства поверхностных волн в упругом слое, которые формируются в общем случае несимметричных волновых движений.

1. *Rayleigh J. W.* On waves propagated along the plane surface of an elastic solid // Proc. Lond. Math. Soc.– 1885/1886.– **17**, N 253.– P. 4–11.
2. *Stoneley R.* The elastic waves at the interface of seperation of two solids // Proc. Roy. Soc. Lond.– 1924.– **A106**, N 732.– P. 416–429.
3. *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 283 с.
4. *Гоголадзе В. Г.* Отражение и переломление упругих волн.Общая теория граничных волн Рэлея // Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР.– 1947.– **125**.– С. 1–43.
5. *Sholte J. G.* The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves // Roy. Astron. Soc. Lond., Month. Not. Geophys. Suppl.– 1947.– **5**, N 3.– P. 120–126.



а *б*

Рис. 2. Кинематические характеристики волны Стоунли для волноводной структуры упругий слой на жидком полупространстве (пара сталь – вода)



а *б*

Рис. 3. Кинематические характеристики волны Стоунли для волноводной структуры упругий слой на жидком полупространстве (пара жесткая резина – вода)

6. *Thurston R. N.* Elastic waves in rods and clad rods // J. Acoust. Soc. Amer.– 1978.– **64**, N 1.– P. 1–37.
7. *Achenbach J. D., Epstein H. I.* Dynamic interaction of a layer and a half-space // Proc. Amer. Soc. Civil Engng, J. Engng Mech.– 1967.– **93**, N 5.– P. 27–42.
8. *Фарнелл Дж.* Свойства упругих поверхностных волн // Физическая акустика: Принципы и методы, том 6.– М.: Мир, 1973.– С. 137–202.
9. *Викторов И. А.* Типы звуковых поверхностных волн в твердых телах // Акуст. ж.– 1979.– **25**, N 1.– С. 1–17.
10. *Überal H.* Surface waves in acoustics // Physical acoustics: Principles and metods, vol. 10.– New York: Academic Press, 1973.– P. 1–60.
11. *Mindlin R. D.* Waves and vibrations in isotropic elastic plates // Structural mechanics.– New York: Pergamon Press, 1960.– P. 199–232.
12. *Onoe M., McNiven H. D., Mindlin R. D.* Dispersion of axially symmetric waves in elastic rods // ASME J. Appl. Mech.– 1962.– **29**.– P. 729–734.
13. *Zemanek J.* An experimental and theoretical investigation of elastic waves propagation in a cylinder // J. Acoust. Soc. Amer.– 1972.– **51**, N 1.– P. 265–283.
14. *Комиссарова Г. Л.* Обобщенные волны Стоунли в составном упруго-жидкостном волноводе // Доповiдi АН УРСР, Сер. А.– 1977.– N 9.– С. 66–73.