

УДК 534.213:534.232.74

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ ПРИЕМА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛАХ

О. Н. ПЕТРИЦЕВ

Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев

Получено 02.06.2005

Предложен новый подход к построению математических моделей электромагнитных ультразвуковых преобразователей в режиме приема упругих колебаний в ферромагнитных металлах. Продуктивность и практическая значимость этого подхода показана на примере построения математической модели накладного преобразователя, используемого в устройствах неразрушающего контроля металлических пластин.

Запропоновано новий підхід до побудови математичних моделей електромагнітних ультразвукових перетворювачів у режимі прийому пружних коливань у ферромагнітних металах. Продуктивність і практичну значимість цього підходу показано на прикладі побудови математичної моделі накладного перетворювача, який використовується у пристроях неруйнівного контролю металевих пластин.

A new approach is proposed for developing mathematical models of electromagnetic ultrasonic transducers in a mode of receiving the elastic vibrations in ferromagnetic metals. The efficiency and practical importance of this approach are shown on the example of developing a mathematical model of the imposed transducer used in the devices for non-destructive control of metallic plates.

ВВЕДЕНИЕ

Под ультразвуковым преобразователем электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, возникающее в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменного во времени магнитного поля. Эти преобразователи используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1–4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], ультразвуковых магнитострикционных волноводных линиях задержки [7], экспериментальных лабораторных установках для исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического применения ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа естественным образом возникает вопрос о том, как влияют геометрические и физико-механические параметры преобразователя на эффективность его работы в том или ином диапазоне частот. Не менее актуальной является проблема согласования конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо регистрировать с его помощью. Как ни странно, более чем полувековая практика технического использования таких устройств причудливо со-

четается с практически полным отсутствием работ, в которых эти вопросы ставились и получали какое-либо содержательное разрешение. Методология математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн дана в статьях С. Н. Шубаева и Ю. М. Шкарлета [8–10]. В этих работах осуществлен расчет электромагнитного поля рассеяния, которое возникает в ближайшей окрестности деформируемого металла, поляризованного постоянным магнитным полем. Затем рассматривалось взаимодействие этого поля с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа. Методика расчета, предложенная С. Н. Шкарлетом и Ю. М. Шубаевым, не содержала в себе признаков универсального подхода и по этой причине не получила дальнейшего развития. Последующие работы В. А. Комарова (см. монографию [11]) также не внесли ясности в этот вопрос. Публикации [12–14], помещенные в малодоступных изданиях, остались незамеченными и не оказали никакого влияния на формирование теоретических основ расчета и проектирования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа. Свообразным доказательством отсутствия практически значимой теории ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа является статья В. Я. Грошева [15] в журнале “Дефе-

ктоскопия”, в котором систематически обсуждаются те или иные аспекты этой теории.

Таким образом, можно констатировать, что в настоящее время отсутствует универсальная и адекватная реальным устройствам и происходящим в них процессам методика построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема (регистрации) ультразвуковых волн в ферромагнитных пластинах и стержнях. Термином “математическая модель” в настоящем изложении определяется совокупность аналитических выражений, связывающая компоненты вектора смещения материальных частиц в объеме деформируемого металла, т. е. входное воздействие на преобразователь, с разностью электрических потенциалов на его электрическом выходе.

Цель данной статьи состоит в изложении методики построения таких математических моделей.

1. ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ РЕГИСТРАЦИИ УПРУГИХ ВОЛН В НАМАГНИЧЕННЫХ МЕТАЛЛАХ

Предположим, что в некотором объеме металла V существует напряженно-деформированное состояние, изменяющееся во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$. Все без исключения параметры и характеристики этого состояния определяются вектором смещения материальных частиц $\vec{u}(x_k, t) = \vec{u}(x_k)e^{i\omega t}$. Будем считать, что пространственно развитая амплитуда $\vec{u}(x_k)$ гармонически изменяющегося во времени векторного поля $\vec{u}(x_k, t)$ известна по определению. Пусть в объеме V с помощью внешних устройств сформировано постоянное во времени магнитное поле с напряженностью $\vec{H}^0(x_k)$. Если деформируемый металл является ферромагнетиком, то его деформирование сопровождается изменением его намагниченности, т. е. на фоне постоянной намагниченности появляется переменная составляющая $\vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$. Изменение намагниченности сопровождается перестройкой магнитного поля, которое существует в окружающем ферромагнитный металл пространстве. Переменное магнитное поле пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля, являющийся основным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, и на выходных клеммах этого контура возникает разность электрических потенциалов.

Таким образом, в режиме приема ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнети-

ке, поляризованном постоянным магнитным полем $\vec{H}^0(x_k)$, реализуется следующая цепочка преобразований:

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\text{вых}}(\omega)e^{i\omega t}. \quad (1)$$

Здесь символами Φ и $U_{\text{вых}}(\omega)$ обозначены амплитудные значения потока магнитной индукции через электрический контур преобразователя электромагнитного типа и разности электрических потенциалов на его выходе.

Если деформируемый металл не является ферромагнетиком, то реализуется несколько иная цепочка преобразований:

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{j}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\text{вых}}(\omega)e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Здесь $\vec{j}(x_k)$ – амплитудное значение вектора поверхностной плотности конвективного тока [16], причем $j_k(x_k) = i\omega r\mu_0\varepsilon_{kmn}u_n(x_k)H_m^0(x_k)$, где r – компонент шарового тензора удельной электрической проводимости. Переменный электрический ток с плотностью $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$ порождает переменное магнитное поле, которое выходит за пределы деформируемого металла и пронизывает электрический контур приемника магнитного поля, входящего в состав преобразователя электромагнитного типа. Переменный магнитный поток $\Phi(t)$ индуцирует разность электрических потенциалов

$$U_{\text{вых}}(t) = -\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t}.$$

Вначале обратимся к металлам неферромагнитной группы.

Для того, чтобы формализовать преобразование $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t}$ в алгоритме (2) и получить адекватную физическому процессу математическую модель, рассмотрим токовую петлю (рис. 1), образованную трубкой конвективного тока $\vec{j}(x_k)$. Трубка образует замкнутый контур K с центром в точке O . Площадь поперечного сечения трубки составляет $d\Xi = dK dl$. В классическом курсе теории электричества [17] показано, что магнитный момент токового слоя, образованного совокупностью токовых трубок, занимающих площадку S , определяется следующим образом:

$$d\vec{L}_{\text{сл}} = \frac{1}{2}dl \int_S (\vec{R} \times \vec{j})dKdR.$$

Здесь $\vec{L}_{\text{сл}}$ – вектор магнитного момента токового слоя; dl – толщина токового слоя; \vec{R} – радиус-вектор с началом в центре токов (радиус кривизны токовой трубки).

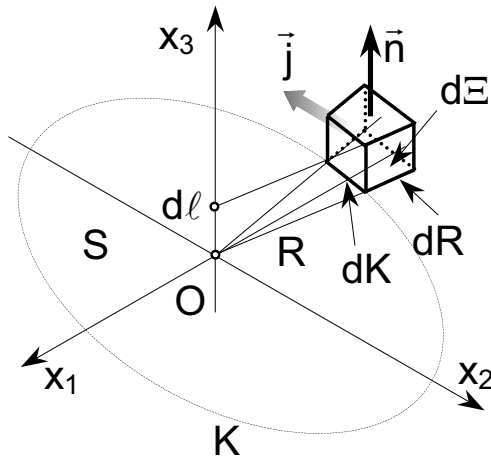


Рис. 1. К формулировке теоремы о наведенном магнитном потоке для неферромагнитных металлов

Этот же магнитный момент $d\vec{L}_{\text{сл}}$ можно определить другим способом. Заменим токовый слой эквивалентным электрическим контуром, конфигурация которого в точности повторяет форму исходного контура K и охватывает ту же площадку S . По контуру протекает эквивалентный электрический ток dI_3 такой величины, что магнитный момент эквивалентного контура

$$d\vec{L}_3 = dI_3 \int_S d\vec{S}$$

в точности равен магнитному моменту токового слоя. Величина эквивалентного тока dI_3 определяется элементарно:

$$\begin{aligned} d\vec{L}_3 - d\vec{L}_{\text{сл}} &= \\ &= \int_S \left[dI_3 \vec{n} - \frac{1}{2} (\vec{R} \times \vec{j}) dl \right] dK dR = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где \vec{n} – единичная нормаль к поверхности dS . Для выполнения равенства (3) необходимо и достаточно положить, что

$$\vec{n} dI_3 = \frac{1}{2} (\vec{R} \times \vec{j}) dl.$$

Умножая левую и правую части последнего соотношения на единичный вектор \vec{n} , приходим к выводу, что

$$dI_3 = \frac{1}{2} (\vec{R} \times \vec{j}) \cdot d\vec{l}.$$

После определения эквивалентного тока dI_3 расчетная схема деформируемого объема металла может быть представлена в виде совокупности электрических контуров с токами dI_3 . Таким образом, задача расчета магнитного потока через электрический контур преобразователя электромагнитного типа сводится к аналитическому описанию магнитного взаимодействия эквивалентных электрических контуров с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля. При этом считаем, что вся система контуров расположена в вакууме.

Обозначим через $d\Phi$ поток магнитной индукции через электрический контур приемника переменного магнитного поля, создаваемый электрическим контуром с эквивалентным током dI_3 . Следуя принципам технической электродинамики, запишем

$$d\Phi = dI_3 L_M,$$

где L_M – коэффициент взаимной индуктивности между рассматриваемым эквивалентным контуром и электрическим контуром приемника переменного магнитного поля. Взаимная индуктивность L_M может быть определена из следующих соображений. Магнитный поток Φ , который создает в вакууме электрический контур приемника переменного магнитного поля через площадку S , ограниченную контуром с эквивалентным током dI_3 , определяется формулой

$$\Phi = I^{(2)} L_M.$$

Здесь $I^{(2)}$ – электрический ток в контуре приемника переменного магнитного поля. Очевидно, что

$$\Phi = \mu_0 \int_S \vec{H}^{(2)}(x_k) \cdot d\vec{S},$$

где $\vec{H}^{(2)}(x_k)$ – вектор напряженности магнитного поля, которое создает в вакууме электрический контур приемника переменного магнитного поля. Из этого следует, что

$$L_M = \frac{\mu_0}{I^{(2)}} \int_S \vec{H}^{(2)}(x_k) \cdot d\vec{S}.$$

Таким образом, искомый элементарный поток $d\Phi$, создаваемый единичным контуром с элементарным током dI_3 , определяется следующим выражением:

$$d\Phi = \frac{\mu_0}{2I^{(2)}} [\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k, t)] d\vec{l} \int_S \vec{H}(x_k) \cdot d\vec{S}.$$

Суммируя вклады от всех токовых слоев, которые существуют в объеме V деформируемого металла, получаем

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0}{2I^{(2)}} \iiint_V [\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k, t)] \cdot \vec{H}(x_k) dV. \quad (4)$$

Для гармонически изменяющегося во времени конвективного тока $\vec{j}(x_k, t) = \vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$ амплитудное значение разности электрических потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ на выходе приемника переменного магнитного поля в соответствии с законом Фарадея определяется как

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega \frac{\mu_0}{2I^{(2)}} \times \iiint_V [\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k, t)] \cdot \vec{H}(x_k) dV. \quad (5)$$

Соотношение (4) будем называть теоремой о наведенном магнитном потоке. Выражение (5) представляет собой математическую модель процесса регистрации упругих колебаний в неферромагнитных металлах с помощью ультразвукового преобразователя электромагнитного типа.

Построим соответствующие аналитические выражения для металлов ферромагнитной группы.

Для любого ферромагнетика, вне зависимости от качественного содержания происходящих в нем поляризационных процессов, справедливо [17] определение

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H}. \quad (6)$$

Здесь $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость вакуума; \vec{B} – вектор магнитной индукции. Применительно к обсуждаемой ситуации, в определении (6) должны фигурировать векторы, изменяющиеся во времени по гармоническому закону, т.е. $\vec{B}(x_k, t) = \vec{B}(x_k)e^{i\omega t}$ и $\vec{H}(x_k, t) = \vec{H}(x_k)e^{i\omega t}$. Если источники переменного магнитного поля отсутствуют, то вектор $\vec{H}(x_k, t)$ в формуле (6) приобретает смысл вектора напряженности внутреннего магнитного поля.

Из уравнений состояния деформируемого ферромагнетика [18] можно получить следующее соотношение для определения амплитудных значений гармонически изменяющихся во времени компонентов вектора $\vec{B}(x_k)$:

$$B_k = m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^\varepsilon H_k(x_k). \quad (7)$$

Здесь m_{pkij} – компонента тензора магнитоэлектрических констант, для поликристаллических

ферромагнетиков это компонента изотропного тензора четвертого ранга:

$$m_{pkij} = m_2 \delta_{pk} \delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pi} \delta_{kj} + \delta_{pj} \delta_{ki});$$

m_1 и m_2 – две экспериментально определяемые константы; δ_{ij} – символ Кронекера; запятая между индексами обозначает операцию дифференцирования выражения, которое стоит до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой; μ_k^ε – компонента тензора магнитной проницаемости ферромагнетика в режиме постоянства деформаций, имеющего второй ранг (индекс Фойгта k подчеркивает, что его матрица имеет диагональную структуру). Внутреннее магнитное поле с амплитудами $H_k(x_k)$ возникает из-за вращения доменов, которым сопровождается деформирование предварительно намагниченного ферромагнетика, и дополняет первое слагаемое соотношения (7) таким образом, что вектор $\vec{B}(x_k)$ удовлетворяет фундаментальному (в рамках классической электродинамики) условию отсутствия магнитных зарядов: $B_{k,k}(x_k) = 0 \quad \forall x_k \in V$.

Компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, которые для амплитудных значений составляющих электромагнитного поля в пренебрежении токами смещения могут быть записаны в следующем виде:

$$\varepsilon_{ijk} H_{k,j}(x_k) = r E_i(x_k), \quad (8)$$

$$\varepsilon_{mni} E_{i,n}(x_k) = -i\omega B_m(x_k).$$

Здесь ε_{ijk} – компонента тензора Леви – Чивиты, равная плюс единице или минус единице при четной или нечетной перестановке индексов i, j, k (чисел 1, 2, 3) соответственно, и нулю, когда любые два из трех индексов равны между собой; r – удельная электрическая проводимость (компонента шарового тензора второго ранга); $\vec{E}(x_k)$ – амплитуда гармонически изменяющегося во времени электрического поля, возникающего в перемещаемом проводнике электрического тока. Из уравнений Максвелла (8) следует дифференциальное уравнение для компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля:

$$\varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} H_{k,jn}(x_k) + i\omega r \mu_m^\varepsilon H_m(x_k) = -i\omega r m_{pmij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) \quad (9)$$

$$\forall x_k \in V,$$

правая часть которого предполагается известной по сути постановки решаемой задачи.

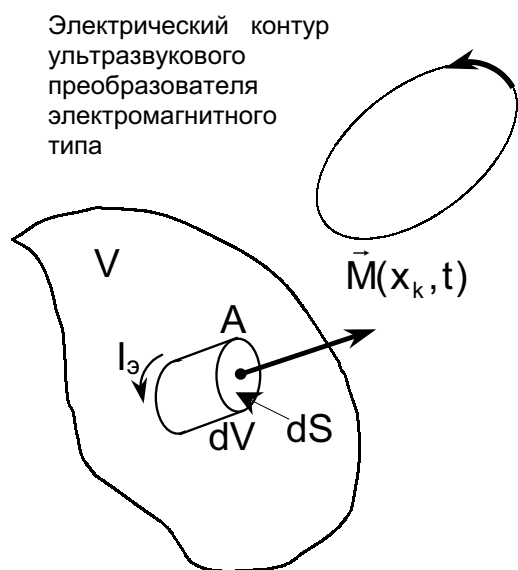


Рис. 2. К расчету наведенного магнитного потока деформируемым предварительно поляризованным ферромагнетиком

Решение уравнения (9) (строго говоря – системы уравнений) должны удовлетворять определенным условиям на ограничивающей объем V поверхности S :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ijk} n_j [H_k(x_k) - \tilde{H}_k(x_k)] &= 0, \\ n_k [m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \\ &+ \mu_k^\varepsilon H_k(x_k) - \mu_0 \tilde{H}_k(x_k)] = 0 \\ \forall x_k \in S. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь n_j – j -ая компонента вектора единичной нормали к поверхности S в точке с координатами x_k ; $\tilde{H}_k(x_k)$ – k -ая компонента вектора напряженности магнитного поля рассеяния, изменяющегося во времени по гармоническому закону и удовлетворяющего уравнениям Максвелла для пустого пространства. Из этих уравнений следует, что

$$\varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} \tilde{H}_{k,jn}(x_k) - k_0^2 \tilde{H}_m(x_k) = 0 \quad \forall x_k \notin V, \quad (11)$$

где $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \chi_0$; $\chi_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума. Решения уравнения (11) должны удовлетворять условиям физической реализуемости поля:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \tilde{H}_k(x_k) = 0,$$

где R – расстояние от поверхности S .

Предположим, что решения граничной задачи (10), (11) найдены и компоненты вектора напряженности переменного магнитного поля определены. Фактически, это означает, что выполнено формальное описание преобразования $\vec{u}(x_k) e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k) e^{i\omega t}$.

Для того, чтобы продвинуться еще на один шаг в цепочке преобразований (1), т. е. формализовать преобразование $\vec{M}(x_k) e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t}$, зафиксируем внутри объема деформируемого ферромагнетика точку A с координатами x_k (рис. 2). Предположим, что в данный момент времени t вектор $\vec{M}(x_k, t)$ был ориентирован так, как это показано на рис. 2. В окрестности точки A выделим бесконечно малый цилиндр с объемом dV , который имеет своим основанием круговую площадку dS , перпендикулярную вектору $\vec{M}(x_k, t)$, и образующую dl , параллельную в данный момент времени вектору намагниченности. Магнитный момент $d\vec{L}$ малого объема dV определяется как $d\vec{L} = \vec{M}(x_k, t) dV$ [17].

Этот же магнитный момент $d\vec{L}$ можно определить и другим способом. Известно (см., например, [17, § 55]), что по внешнему проявлению магнитных поля, созданные намагниченным телом и электрическим контуром, по виткам которого протекает электрический ток, не отличаются друг от друга, т. е. являются эквивалентными. Поэтому, заменив намагниченный объем dV круговым током I_0 таким, что величина $d\vec{L} = I_0 d\vec{S}$ остается неизменной, можно утверждать, что его воздействие током I_0 на электрический контур приемника переменного магнитного поля в составе ультразвукового преобразователя будет таким же, что и воздействие реально существующего намагниченного объема dV . Приравнявая друг к другу магнитные моменты эквивалентного контура и намагниченного объема, находим величину эквивалентного тока $I_0 = \vec{M}(x_k, t) \cdot d\vec{l}$. Заменив намагниченный объем dV эквивалентным контуром, мы, по существу, сформировали расчетную схему деформируемого ферромагнетика в задаче определения магнитного потока $\Phi e^{i\omega t}$. Последняя сводится к описанию магнитного взаимодействия двух расположенных в вакууме электрических контуров. Поток Φ , пронизывающий электрический контур приемника переменного магнитного поля, состоит из элементарных составляющих $d\Phi$, каждая из которых создана тем или иным элементарным намагниченным объемом dV или эквивалентными бесконечно малыми контурами с токами I_0 , расположенными в тех же точках пространства, что и реально существующие намагниченные объемы dV .

Элементарная составляющая $d\Phi$ при взаимодействии двух электрических контуров определяется как $d\Phi = I_3 dL_M$, где dL_M – взаимная индуктивность между электрическим контуром приемника переменного магнитного поля и малым эквивалентным контуром с током I_3 . В соответствии с принципом взаимности, величину dL_M можно найти как поток через площадку $d\vec{S}$ вектора магнитной индукции магнитного поля, которое создается электрическим контуром приемника переменного магнитного поля при прохождении по нему единичного электрического тока. Таким образом,

$$dL_M = \frac{\mu_0}{I^{(2)}} \vec{H}^{(2)}(x_k) \cdot d\vec{S},$$

где $\vec{H}^{(2)}(x_k)$ – вектор напряженности магнитного поля, создаваемого в вакууме в точке с координатами x_k электрическим контуром с единичным током приемника переменного магнитного поля ультразвукового преобразователя (множитель $1/I^{(2)}$). Зная величину dL_M и значение эквивалентного тока I_3 , можно определить элементарный поток

$$\begin{aligned} d\Phi &= \frac{1}{I^{(2)}} \vec{M}(x_k, t) \cdot d\vec{l} \mu_0 \vec{H}^{(2)}(x_k) \cdot d\vec{S} = \\ &= \frac{\mu_0}{I^{(2)}} \vec{M}(x_k, t) \cdot \vec{H}^{(2)}(x_k) dV. \end{aligned}$$

Суммируя вклады в поток магнитной индукции от всех элементарных объемов dV , получаем выражение для расчета потока магнитной индукции магнитного поля рассеяния через электрический контур приемника переменного магнитного поля

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0}{I^{(2)}} \iiint_V \vec{M}(x_k, t) \cdot \vec{H}^{(2)}(x_k) dV, \quad (12)$$

где интегрирование ведется по всему объему деформируемого металла, в пределах которого существует постоянное поле подмагничивания. Там, где постоянное поле подмагничивания отсутствует, деформирование металла не сопровождается изменением его намагниченности. Необходимо отметить, что формула (12) без доказательства была приведена в заметке Дж. Малинсона [19], опубликованной почти сорок лет назад в разделе кратких сообщений в “Американском журнале прикладной физики”.

Амплитудное значение разности потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ на электрическом выходе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа – приемника упругих колебаний – в режиме холостого хода

определяется в соответствии с законом электромагнитной индукции следующим образом:

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -\frac{i\omega\mu_0}{I^{(2)}} \iiint_V \vec{M}(x_k, t) \cdot \vec{H}^{(2)}(x_k) dV. \quad (13)$$

Соотношение (12) является вариантом теоремы о наведенном магнитном потоке деформируемым объемом предварительно поляризованного ферромагнетика. Выражение (13) имеет смысл математической модели процесса регистрации упругих колебаний в металлах ферромагнитной группы.

Применение той или иной версии теоремы о наведенном магнитном потоке существенным образом упрощает процедуру решения задачи о взаимодействии магнитных полей рассеяния, возникающих при деформировании металлов в присутствии постоянного магнитного поля, с электрическим контуром преобразователя и обеспечивает эффективное построение рациональных математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах.

В порядке доказательства этого тезиса рассмотрим модельный пример, который можно считать типовым для устройств неразрушающего контроля металлов.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАТУШЕЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В РЕЖИМЕ ПРИЕМА ПЛОСКИХ ВОЛН В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛАСТИНАХ

Рассмотрим типичную для неразрушающего контроля листового проката ситуацию, когда в металлическом листе (рис. 3, а, позиция 2), ограниченном сверху поверхностью $x_3 = 0$, распространяется в сторону увеличения координаты x_2 плоская волна. Иначе говоря, в ближайшей окрестности координатной оси Ox_1 действует достаточно протяженный вдоль нее (по сравнению с длиной пробега ультразвуковой волны) источник внешних сил, обеспечивающий смещения материальных частиц металлического листа $u_k(x_3)e^{-i\gamma x_2}$ ($k = 2, 3$). На расстоянии R_0 от начала координат O расположена катушка 1, являющаяся приемником переменного магнитного поля, которое возникает в результате деформирования металлического листа в присутствии постоянного магнитного поля. Источник постоянного магнитного поля на рисунке не показан.

Применительно к рассматриваемой ситуации, выражение (13), определяющее разность потенциалов на клеммах катушки, необходимо записать

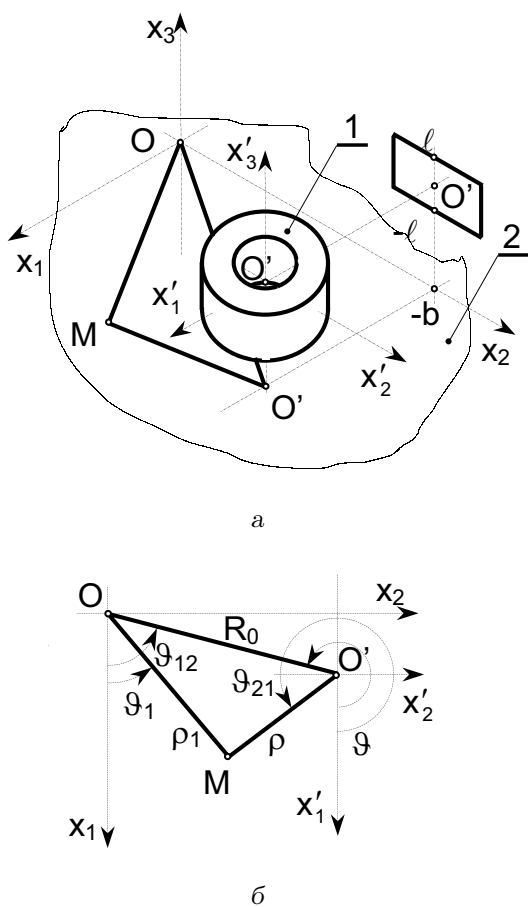


Рис. 3. Электрический контур приемника переменного магнитного поля ультразвукового преобразователя электромагнитного типа (а) и расчетная схема для переразложения по цилиндрическим функциям системы координат с центром в точке O' (б)

следующим образом:

$$U_{\text{вых}}(\omega) = \frac{i\omega\mu_0}{I^{(2)}} \int_{-d}^{-b} dz \times \int_0^\infty \rho [iM_2(x_3)H_\rho^{(2)}(\rho, z)\Xi_1(\rho, R_0) - M_3(x_3)H_z^{(2)}(\rho, z)\Xi_2(\rho, R_0)] d\rho, \quad (14)$$

Здесь $x_3 = z + b$; d – толщина металлического листа; функции $\Xi_k(\rho, R_0)$ ($k = 1, 2$) определяются в результате вычисления интегралов

$$\Xi_1(\rho, R_0) = \int_0^{2\pi} \sin \theta \operatorname{Im} (e^{i\gamma\rho_1 \sin \theta_1}) d\theta, \quad (15)$$

$$\Xi_2(\rho, R_0) = \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} (e^{i\gamma\rho_1 \sin \theta_1}) d\theta. \quad (16)$$

Так как известны [20] представления

$$\operatorname{Re} (e^{i\gamma\rho_1 \sin \theta_1}) = J_0(\gamma\rho_1) + 2 \sum_{k=1}^\infty J_{2k}(\gamma\rho_1) \cos(2k\theta_1),$$

$$\operatorname{Im} (e^{i\gamma\rho_1 \sin \theta_1}) = 2 \sum_{k=1}^\infty J_{2k+1}(\gamma\rho_1) \cos[(2k+1)\theta_1],$$

$$J_n(\gamma\rho_1)e^{in\theta_1} = \sum_{l=-\infty}^\infty J_{n-l}(\gamma R_0)J_l(\gamma\rho)e^{i[(n-l)\theta_{12}+l\theta]},$$

то интегралы (15) и (16) можно определить следующим образом:

$$\Xi_1(\rho, R_0) = 2\pi J_0(\gamma R_0)J_1(\gamma\rho), \quad (17)$$

$$\Xi_2(\rho, R_0) = 2\pi J_0(\gamma R_0)J_0(\gamma\rho).$$

Здесь R_0 – расстояние между точками O и O' (рис. 3, б); ρ – текущее значение радиальной координаты в цилиндрической системе координат, связанной с центром катушки.

Подстановка соотношений (17) в формулу (14) для расчета амплитудного значения разности электрических потенциалов дает

$$U_{\text{вых}}(\omega) = 2\pi \frac{i\omega\mu_0}{I^{(2)}} J_0(\gamma R_0) \times \int_{-d}^{-b} [iM_2(x_3)R_\rho(z) - M_3(x_3)R_z(z)] dz, \quad (18)$$

где

$$R_\rho(z) = \int_0^\infty \rho H_\rho^{(2)}(\rho, z) J_1(\gamma\rho) d\rho, \quad (19)$$

$$R_z(z) = \int_0^\infty \rho H_z^{(2)}(\rho, z) J_0(\gamma\rho) d\rho. \quad (20)$$

Так как кольцевая катушка 1 создает осесимметричное магнитное поле, то для его математического описания в системе координат, связанной с центром O' , удобно ввести векторный потенциал $\vec{A} = \{0; A_\theta(\rho, z); 0\}$ такой, что

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}^{(2)} = \operatorname{rot} \vec{A}.$$

При этом компоненты вектора напряженности магнитного поля будут

$$H_\rho(\rho, z) = -\frac{1}{\mu_0} A_{\theta,z}(\rho, z),$$

$$H_z(\rho, z) = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{1}{\rho} A_\theta(\rho, z) + A_{\theta,\rho}(\rho, z) \right].$$

Подставляя в соотношения (19)–(20) компоненты вектора напряженности магнитного поля катушки $H_\rho(\rho, z)$ и $H_z(\rho, z)$, получаем

$$R_\rho(z) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial F_\theta(z)}{\partial z},$$

$$R_z(z) = \frac{\gamma F_\theta(z)}{\mu_0},$$

где

$$F_\theta(z) = \int_0^\infty \rho A_\theta(\rho, z) J_1(\gamma\rho) d\rho. \quad (22)$$

Естественно, при этом предполагается, что

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} A_\theta(\rho, z) = 0 \quad \text{и} \quad A_\theta(0, z) = 0.$$

Для того, чтобы определить функцию $F_\theta(z)$, необходимо обратиться к уравнениям Максвелла, из которых следует

$$-A_{\theta,zz} - A_{\theta,\rho\rho} - \frac{1}{\rho} A_{\theta,\rho} + \frac{1}{\rho^2} A_\theta = R_\theta(\rho, z), \quad (23)$$

где

$$R_\theta(\rho, z) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I^{(2)} N}{2\ell(R_2 - R_1)} & \forall (\rho, z) \in [R_1, R_2], [-\ell, \ell], \\ 0 & \forall (\rho, z) \notin [R_1, R_2], [-\ell, \ell]. \end{cases}$$

Символами R_1 и R_2 обозначены радиусы поперечного сечения катушки $x'_3 = \text{const}$; N – число витков. Применив к уравнению (23) интегральное преобразование (22), придем к уравнению для функции $F_\theta(z)$:

$$-\frac{\partial^2 F_\theta(z)}{\partial z^2} + \gamma^2 F_\theta(z) = \Phi(z), \quad (24)$$

в котором

$$\Phi(z) = \frac{\mu_0 I^{(2)} N}{2\ell\gamma} R(\gamma) f(z);$$

$$R(\gamma) = \frac{\pi}{2(R_2 - R_1)} \times$$

$$\times \{ R_2 [J_1(\gamma R_2) \mathbf{H}_0(\gamma R_2) - J_0(\gamma R_2) \mathbf{H}_1(\gamma R_2)] -$$

$$- R_1 [J_1(\gamma R_1) \mathbf{H}_0(\gamma R_1) - J_0(\gamma R_1) \mathbf{H}_1(\gamma R_1)] \};$$

$J_\nu(x)$ и $\mathbf{H}_\nu(x)$ – функции Бесселя и Струве порядка ν соответственно;

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \forall z \in [-\ell, \ell], \\ 0 & \forall z \notin [-\ell, \ell]. \end{cases}$$

Решение уравнения (24) имеет вид

$$F_\theta(z) = A(z)e^{-\gamma z} + [B(z) - B(\ell)]e^{\gamma z}, \quad (25)$$

где

$$A(z) = \frac{\mu_0 I^{(2)} N}{2\ell\gamma^2} \int_{-\ell}^z e^{\gamma\xi} d\xi;$$

$$B(z) = -\frac{\mu_0 I^{(2)} N}{2\ell\gamma^2} \int_{-\ell}^z e^{-\gamma\xi} d\xi. \quad (26)$$

Общее решение (25) с варьируемыми постоянными, определенными выражениями (26), удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению (24) и условиям физической реализуемости источника магнитного поля, т. е. выполняются предельные условия

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} F_\theta(z) = 0.$$

При $z < -\ell$ (см. рис. 3) интегральный образ окружного компонента векторного потенциала задается следующим выражением:

$$F_\theta(z) = \frac{\mu_0 I^{(2)} N}{\gamma^2} R(\gamma) \frac{\text{sh}(\gamma\ell)}{\gamma\ell} e^{\gamma z}. \quad (27)$$

Подставляя определение функции $F_\theta(z)$ (27) в соотношения (21), а полученный результат – в формулу для расчета амплитудного значения разности электрических потенциалов (18), получаем

$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\omega W_K^*(\ell, R, \gamma) \Phi(\gamma) J_0(\gamma R_0). \quad (28)$$

Здесь

$$W_K^*(\ell, R, \gamma) = R(\gamma) \frac{\text{sh} \gamma\ell}{\gamma\ell} e^{-\gamma b} -$$

частотная характеристика приемника переменного магнитного поля; $\Phi(\gamma)$ – пронизывающий поперечное сечение катушки поток магнитного поля:

$$\Phi(\gamma) = 2\pi \frac{\mu_0 N}{\gamma} \int_{-(d+b)}^0 [M_2(x_3) - M_3(x_3)] e^{\gamma x_3} dx_3;$$

d – толщина металлического листа. Конкретный вид и свойства функции $\Phi(\gamma)$ определяются типом регистрируемых волн и материальными константами металла. Функция $J_0(\gamma R_0)$ имеет смысл

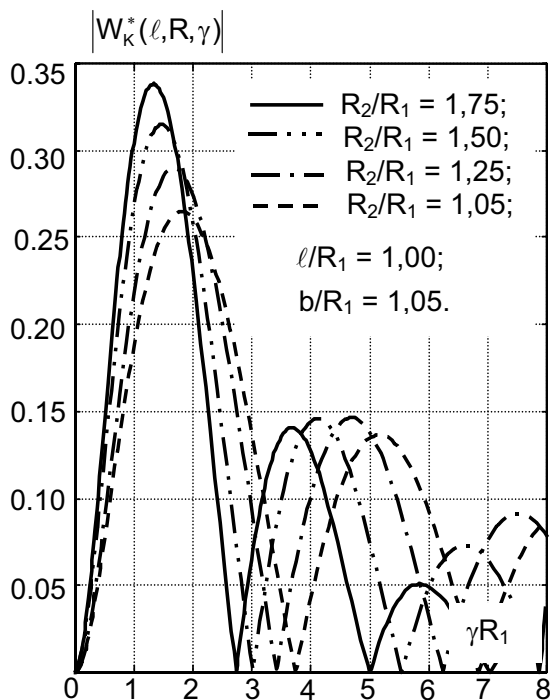


Рис. 4. Частотная характеристика ультразвукового преобразователя в форме катушки в режиме приема плоских волн в металлическом слое

фазовой функции. Так как рассматривается плоскопараллельное волновое поле и возможен параллельный перенос оси Ox_2 , то расстояние R_0 отсчитывается вдоль направления распространения плоской волны, т. е. вдоль Ox_2 .

На рис. 4 показаны результаты расчета частотной характеристики катушки в режиме приема плоских ультразвуковых волн в металлических листах. При этом принято, что $b = 1.05R_1$ и $l = R_1$. Изменяющимся параметром данной серии вычислений считалось отношение R_2/R_1 . По оси абсцисс откладывались значения безразмерной частоты γR_1 , а по оси ординат – значения модуля функции $W_K^*(l, R, \gamma)$.

Когда $\omega \rightarrow 0$ ($\gamma \rightarrow \infty$), поток магнитного поля рассеяния отсутствует и $W_K^*(l, R, \gamma) = 0$. В области малых значений ω функция $W_K^*(l, R, \gamma)$ пропорциональна ω^2 . По мере увеличения частоты длина ультразвуковой волны уменьшается и начинает возрастать интенсивность потока магнитного поля рассеяния. Абсолютные значения функции $W_K^*(l, R, \gamma)$ возрастают и достигают максимума в окрестности частоты, на которой длина ультразвуковой волны примерно вдвое превосходит внутренний диаметр катушки. При дальней-

шем росте частоты и соответствующем ему уменьшении длины волны через поперечное сечение катушки, перпендикулярное оси Oz , начинают проходить встречно ориентированные потоки. При этом результирующий поток через сечение катушки $z = 0$ начинает падать, что соответствует уменьшению значений $W_K^*(l, R, \gamma)$. На некоторых частотах величины встречно ориентированных потоков сравниваются, и суммарный поток через витки катушки становится равным нулю. При достижении функцией $W_K^*(l, R, \gamma)$ нулевой отметки вновь наблюдаются возрастание и последующее убывание ее абсолютных значений. При умеренных отношениях $R_2/R_1 \sim 1.25$ первые нули функции $W_K^*(l, R, \gamma)$ можно приближенно определить из равенства $\gamma R_1 \approx m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен физически обоснованный логически непротиворечивый замкнутый подход к построению математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме приема упругих колебаний в ферромагнитных и неферромагнитных металлах. Содержательность и практическая значимость моделей, получаемых в результате применения предлагаемого подхода, проиллюстрирована на примере расчета частотной характеристики накладного (по терминологии, принятой в технике неразрушающего контроля металлов) преобразователя в режиме приема плоских ультразвуковых волн общего вида. Показано, что модели, построенные по предлагаемой методике, естественным образом включают все многообразие геометрических параметров приемника переменного магнитного поля (являющегося важнейшим элементом любого ультразвукового преобразователя электромагнитного типа), а также материальных констант металла и учитывают особенности волноводного распространения упругих колебаний. Полученные аналитические выражения могут быть использованы в процессе проектирования ультразвуковых устройств неразрушающего контроля металлов.

1. Schlawne F., Graff A., Scheider H. Use of EMATs for inspection of tubes and pipes // NDT.net.– 2003.– 8, N 3 (see <http://www.ndt.net>).
2. Hutchins D. A., Hu J. K., Young R. P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q. L. Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Amer.– 1989.– 85, N 2.– P. 747–752.
3. Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R. Health monitoring of piping and plate using the magnetostrictive

- sensor (McS) guided wave technology // NDT.net.– 2004.– 9, N 2 (see <http://www.ndt.net>).
4. Elshafiey I., Udra L. A new eddy current imaging system for enhancement of nondestructive evaluation // NDT.net.– 2004.– 9, N 9 (see <http://www.ndt.net>).
 5. Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M. Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Amer.– 1999.– 106, N 2.– P. 660–665.
 6. Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M. Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Amer.– 2004.– 115, N 2.– P. 630–636.
 7. Петрищев О. Н., Шпинь А. П. Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы.– К.: Изд-во Киев. ун-та, 1989.– 132 с.
 8. Шубаев С. Н., Шкарлет Ю. М. Общие закономерности электромагнитного метода приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия.– 1972.– N 5.– С. 63–72.
 9. Шубаев С. Н., Шкарлет Ю. М. Электромагнитные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия.– 1972.– N 6.– С. 62–68.
 10. Шубаев С. Н., Шкарлет Ю. М. Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия.– 1973.– N 1.– С. 81–89.
 11. Комаров В. А. Квазистационарное электромагнитно-акустическое преобразование в металлах (основы теории и применение при неразрушающих исследованиях).– Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986.– 235 с.
 12. Петрищев О. Н. Системный подход к исследованию передаточных характеристик ультразвуковых магнитострикционных трактов // Акуст. ультразвук. техн.– 1984.– 19.– С. 64–70.
 13. Петрищев О. Н., Спасокукоцкий Л. О. Исследование передаточных характеристик электроакустических преобразователей в режиме регистрации крутильных волн в полых магнитострикционных цилиндрах // Акуст. ультразвук. техн.– 1988.– 23.– С. 100–111.
 14. Петрищев О. Н., Шпинь А. П. Регистрация неосесимметричных (изгибных) волн в магнитострикционных цилиндрах // Вестн. Киев. политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника.– 1990.– 14.– С. 35–42.
 15. Грошев В. Я. Анализ влияния конструктивных параметров на чувствительность электромагнитно-акустических преобразователей // Дефектоскопия.– N 4.– 1998.– С. 32–40.
 16. Бардзокас Д. И., Кудрявцев Б. А., Сенник Н. А. Распространение волн в электромагнитоупругих средах.– М.: Едиториал УРСС, 2003.– 336 с.
 17. Тамм И. Е. Основы теории электричества.– М.: Наука, 1976.– 616 с.
 18. Власов К. Б. Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая.– 1957.– 21, N 8.– С. 1140–1148.
 19. Mallinson J. Magnetometer coils and reciprocity // J. Appl. Phys.– 1966.– 37, N 6.– P. 2514–2515.
 20. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены.– М.: Наука, 1974.– 296 с.