

УДК 534.3

МОДЕЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ КООКСИАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ВНУТРИ СТЕНКИ КОНЕЧНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

В. Т. ГРИНЧЕНКО, В. В. КРИЖАНОВСКИЙ, В. В. КРИЖАНОВСКИЙ (мл.)

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 14.07.03

Проведена оценка эффективности обнаружения коаксиального неоднородного слоя внутри стенки конечной цилиндрической трубы по акустическому полю, возбужденному некогерентным осесимметричным источником на внутренней поверхности трубы и зарегистрированному пьезодатчиками на ее наружной боковой стенке. Информативными параметрами неоднородности являются толщина и плотность слоя, а также скорость распространения акустических колебаний и их затухание в нем. Записана структура поля колебательной скорости, регистрируемого на наружной боковой стенке слоистой трубы. Сформулирована статистическая задача обнаружения сигнала от слоя неоднородности на фоне некоррелированной помехи. В качестве информативной статистической характеристики использовалась взаимная спектральная плотность мощности акустического поля в заданной системе пространственно разнесенных точек приема на поверхности трубы. Оценка эффективности обнаружения производилась по критерию Неймана – Пирсона. Представлены зависимости эффективности обнаружения неоднородного слоя от его толщины и акустических параметров. Рассмотрено влияние пространственной протяженности источника, числа точек приема, их расстановки и полосы частот сигнала на эффективность обнаружения неоднородного слоя. Исследованная модельная ситуация отражает некоторые характерные особенности формирования и распространения акустических сигналов в респираторном тракте человека с патологическими изменениями тканей легких.

Проведено оцінку ефективності виявлення коаксіального неоднорідного шару всередині стінки скінченної циліндричної труби за акустичним полем, збудженим некогерентним осесиметричним джерелом на внутрішній поверхні труби і зареєстрованим п'єзосенсорами на її зовнішній бічній стінці. Інформативними параметрами неоднорідності є товщина і густина шару, а також швидкість поширення акустичних коливань і їхнє затування у ньому. Записано структуру поля коливальної швидкості, зареєстрованого на зовнішній бічній стінці шаруватої труби. Сформульовано статистичну задачу виявлення сигналу від шару-неоднорідності на тлі некорельованої завади. За інформативну статистичну характеристику правила взаємна спектральна щільність потужності акустичного поля у заданій системі просторово рознесених точок прийому на поверхні труби. Оцінка ефективності виявлення провадилася за критерієм Неймана – Пірсона. Представлено залежності ефективності виявлення неоднорідного шару від його товщини й акустичних параметрів. Розглянуто вплив просторової довжини джерела, числа точок прийому, їхнього розміщення і смуги частот сигналу на ефективність виявлення неоднорідного шару. Досліджена модельна ситуація, відображає деякі характерні риси формування й поширення акустичних сигналів у респираторному тракті людини з патологічними змінами тканин легень.

The detection efficiency for coaxial inhomogeneous layer inside the wall of the finite cylindrical pipe after the acoustic field excited by the incoherent axisymmetric source on pipe's internal surface and registered by piezosensors on its external lateral wall is estimated. The informative parameters of inhomogeneity are the layer thickness and the density, as well as propagation speed for acoustic oscillations and their attenuation. The structure of the vibrational velocity field registered on the external lateral wall of layered pipe is given. The statistical problem on detection of the signal from the layer-inhomogeneity against a background of uncorrelated interference is formulated. The cross-spectral power density of the acoustic field in the set of spaced reception points on the pipe surface was used as the informative statistical characteristics. The detection efficiency was estimated after the Neumann – Pearson criterion. The dependencies of the non-uniform layer detection efficiency on its thickness and acoustic parameters are presented. The influence of the source spatial extent, the number of the reception points, their arrangement and signal frequency band on the efficiency of the non-uniform layer detection is considered. The investigated model situation reflects some typical features of the acoustic signal formation and propagation in the respiratory tract of a patient with pathological changes of the lung tissue.

ВВЕДЕНИЕ

Обнаружение неоднородностей внутри материального объекта по акустическому полю, возбуждаемому в нем некоторым источником и регистрируемому на наружной поверхности, – важная составляющая задачи акустической диагностики. В частности, достаточно много работ посвящено методам ультразвуковой диагностики в медицине (см. обзор [1]). Однако из-за сильного затухания ультразвуковых волн в биологических тканях не

удается обнаружить глубоко расположенные слабоконтрастные неоднородности (например, в паренхиме легких). Поэтому важно исследовать потенциальную возможность обнаружения таких неоднородностей на более низких, звуковых, частотах. Основная проблема, возникающая в этом случае, заключается в том, что размеры реальных биологических объектов становятся сравнимыми с длинами распространяющихся в них акустических волн, что существенно усложняет анализ структуры поля. Получить точное решение данной зада-

чи для конечных объектов произвольной формы не удается. Вместе с тем, для оценки потенциальных возможностей обнаружения неоднородностей в низкочастотном диапазоне можно воспользоваться некоторой канонической моделью. В частности, удобно провести такой анализ для модели конечной трубы с коаксиальной слоистостью стенок. Заметим, что представление респираторного тракта конечномерной трубой рассматривалось в работах [2, 3], а коаксиальная модель слоистости – в [4]. В данной статье задача обнаружения коаксиальных неоднородностей внутри стенки конечной трубы решается на основе статистического подхода. Указанная модель полезна для оценки эффективности выявления патологических изменений тканей легких, которые представляются коаксиальным слоем неоднородности. Считается, что звуковые колебания в этом случае возникают либо за счет пульсаций давления, генерируемых потоком воздуха в больших дыхательных путях, либо за счет колебаний голосовых связок. Таким образом, моделируемая процедура обнаружения неоднородностей является неинвазивной, что выгодно отличает ее от методов ультразвуковой и рентгенографической диагностики. В качестве информативных параметров неоднородного слоя в работе приняты его толщина и плотность, а также скорость распространения продольных (акустических) волн и их затухание в нем. Для упрощения анализа поле поперечных колебаний в силу его относительной малости в работе не учитывается. Заметим, что предложенный подход позволяет на канонических моделях исследовать эффективность обнаружения неоднородностей для ряда других практически интересных ситуаций.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Пусть на поверхности обследуемого объекта в точках R_p , $p=1, \dots, M$ расположено M приемников акустических сигналов $u(t_i, R_p)$, регистрируемых в дискретные моменты времени t_i , $i=1, \dots, N$. На практике регистрируемое поле $u(t, R_p)$ помимо полезного сигнала $s(t, R_p)$ содержит случайную помеху $n(t, R_p)$.

Предположим, что полезные сигналы генерируются источником с заданными статистическими характеристиками и поступают на поверхность после прохождения сквозь среду, заполняющую объект. Таким образом, они должны содержать информацию о неоднородностях, встречающихся на пути распространения. Тогда статистическая задача обнаружения неоднородностей сводится к про-

верке двух статистических гипотез:

- 1) гипотеза H_0 соответствует ситуации, когда полезный сигнал $s(t, R_p) = s_0(t, R_p)$, т. е. формируется средой без неоднородностей;
- 2) гипотеза H_∞ справедлива если $s(t, R_p) = s_\infty(t, R_p)$, т. е. сигнал сформирован в среде с неоднородностями.

Как известно [5], оптимальный алгоритм решения этой задачи может быть найден из отношения правдоподобия

$$\Lambda(u) = \frac{W(u/H_\infty)}{W(u/H_0)}, \quad (1)$$

где $W(u/H_\infty)$ и $W(u/H_0)$ – условные плотности вероятности наблюдаемых полей при соответствующих гипотезах. Будем полагать, что поля сигнала и помехи удовлетворяют гауссовскому закону распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и заданными функциями корреляции по времени и пространству.

С целью упрощения структуры отношения правдоподобия (1) целесообразно провести преобразование Фурье по времени для входных сигналов и воспользоваться некоррелированностью спектральных отсчетов разных частот. Для этого в каждой точке приема R_p разобьем последовательность выборок входных отсчетов $u(t_i, R_p)$ на L одинаковых квазистационарных сегментов, длительность которых превышает интервал корреляции помехи по времени.

Выполняя дискретное преобразование Фурье каждой l -ой подпоследовательности, получаем

$$U_l(\omega_k, R_p) = \frac{1}{N_L} \sum_{i=lN_L+1}^{(l+1)N_L} u(t_i, R_p) \times \exp(-j\omega_k i \Delta t), \quad (2)$$

где $N_L = N/L$ – размерность преобразования; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$. Тогда логарифм отношения правдоподобия (1) можно представить в виде

$$\ln \Lambda(u) = L \sum_k \text{Sp} \{ [\mathbf{K}_0^{-1}(\omega_k) - \mathbf{K}_\infty^{-1}(\omega_k)] \times \times \widehat{\mathbf{K}}(\omega_k) - \ln(\mathbf{K}_\infty(\omega_k) \mathbf{K}_0^{-1}(\omega_k)) \}, \quad (3)$$

где Sp – символ следа матрицы;

$$\widehat{\mathbf{K}}(\omega_k) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L U_l(\omega_k) U_l^+(\omega_k)$$

представляет собой оценку выборочной функции взаимной спектральной плотности мощности поля сигнала на заданной частоте ω_k для заданной системы точек приема; $\mathbf{K}_0^{-1}(\omega_k)$ и $\mathbf{K}_\infty^{-1}(\omega_k)$ – матрицы, обратные матрицам $\mathbf{K}_0(\omega_k) = \mathbf{K}_N(\omega_k) + \mathbf{K}_{S0}(\omega_k)$ и $\mathbf{K}_\infty(\omega_k) = \mathbf{K}_N(\omega_k) + \mathbf{K}_{S\infty}(\omega_k)$, которые представляют собой взаимные спектральные плотности мощности полей сигнала и помехи, на соответствующих частотах ω_k . Их элементы задаются следующими соотношениями:

$$K_N(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = g_n(\omega_k) R_N(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i), \quad (4)$$

$$K_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = \iint_{\Omega} G_0(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}) \times K_q(\omega_k; \mathbf{r}, \mathbf{r}') G_0^*(\omega_k; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (5)$$

$$K_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = \iint_{\Omega} G_\infty(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}) \times K_q(\omega_k; \mathbf{r}, \mathbf{r}') G_\infty^*(\omega_k; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (6)$$

$$K_q(\omega_k; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = g_s(\omega_k) \langle q(\omega_k, \mathbf{r}) q^*(\omega_k, \mathbf{r}') \rangle,$$

Здесь $g_s(\omega_k)$ и $g_n(\omega_k)$ обозначают функции спектральной плотности мощности (СПМ) источника сигнала и помехи соответственно; угловые скобки – символ статистического усреднения; $G_0(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r})$ и $G_\infty(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r})$ – функции Грина для невозмущенной среды и среды с неоднородностями соответственно; $q(\omega_k, \mathbf{r})$ – функция возбуждения источника полезного сигнала, расположенного в некоторой области пространства Ω . Для принятия решения в пользу той или иной гипотезы $\{H_0, H_\infty\}$ надо вычислить статистику (3) и сравнить ее с некоторым порогом Π . Для реализации этой процедуры целесообразно воспользоваться критерием Неймана – Пирсона [6]. В соответствии с этим критерием порог Π определяется на основе заданной вероятности ложной тревоги F_0 , которая характеризует вероятность принятия гипотезы H_∞ (есть неоднородности), тогда как верна гипотеза H_0 (неоднородностей нет). При этом эффективность представленного алгоритма обработки оценивается величиной вероятности правильного обнаружения D_∞ , т. е. вероятностью принятия гипотезы H_∞ , когда она справедлива и принятый сигнал сформирован в среде с неоднородностями. Для вычисления вероятностей F_0 и D_∞ необходимо определить распределение вероятностей статистики (3). В силу центральной предельной теоремы теории вероятностей [7] распределение указанной статистики можно считать гауссовским. Тогда

вероятность правильного обнаружения определяется известным соотношением [8]:

$$D_\infty = 1 - \Phi\left(\frac{\Pi - \mu_\infty}{\sigma_\infty}\right), \quad (7)$$

где Φ – интеграл вероятности,

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-0.5} \int_{-\infty}^x \exp(-0.5z^2) dz;$$

$$\Pi = \mu_0 + \sigma_0 \Phi^{-1}(1 - F_0), \quad (8)$$

$\Phi^{-1}(x)$ – функция, обратная интегралу вероятности; $\{\mu_0, \sigma_0\}$ и $\{\mu_\infty, \sigma_\infty\}$ – числовые характеристики статистики (3) для гипотез H_0 и H_∞ соответственно, определяемые формулами

$$\mu_0 = \langle \ln \Lambda(u) / H_0 \rangle,$$

$$\sigma_0^2 = \langle (\ln \Lambda(u) - \mu_0)^2 / H_0 \rangle,$$

$$\mu_\infty = \langle \ln \Lambda(u) / H_\infty \rangle,$$

$$\sigma_\infty^2 = \langle (\ln \Lambda(u) - \mu_\infty)^2 / H_\infty \rangle.$$

Подставив выражение (8) для вычисления порога в соотношение (7), получим следующую зависимость вероятности правильного обнаружения от определенных выше числовых характеристик:

$$D_\infty = \Phi\left(\frac{\Delta\mu}{\sigma_\infty} - \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} \Phi^{-1}(1 - F_0)\right). \quad (9)$$

Здесь $\Delta\mu = \mu_\infty - \mu_0$ – приращение математического ожидания статистики (3), которое определяется воздействием неоднородностей на поле сигнала и имеет вид

$$\Delta\mu = L \sum_k \text{Sp}\{\mathbf{B}[\mathbf{K}_\infty(\omega_k) - \mathbf{K}_0(\omega_k)]\}, \quad (10)$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{K}_0^{-1}(\omega_k) - \mathbf{K}_\infty^{-1}(\omega_k)$.

Вероятность правильного обнаружения также зависит от флуктуаций значений статистики (3), определяемых величинами дисперсий

$$\sigma_0^2 = L \sum_k \text{Sp}\{[\mathbf{B}\mathbf{K}_0(\omega_k)]^2\},$$

$$\sigma_\infty^2 = L \sum_k \text{Sp}\{[\mathbf{B}\mathbf{K}_\infty(\omega_k)]^2\}.$$

Ввиду сложности общего рассмотрения, анализ компонент выражения (9) проведем для двух характерных частных случаев. Сначала исследуем

ситуацию, когда поле сигнала на приемниках антенны некогерентно по пространству, т. е. согласно формулам (5), (6):

$$K_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = P_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p) \delta_{pi}, \quad (11)$$

$$K_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = P_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p) \delta_{pi}, \quad (12)$$

а затем другую крайнюю ситуацию – случай полной пространственной когерентности этого поля:

$$K_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = g_s(\omega_k) \times \times \Gamma_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p) \Gamma_{S0}^*(\omega_k; \mathbf{r}_i), \quad (13)$$

$$K_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = g_s(\omega_k) \times \times \Gamma_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p) \Gamma_{S\infty}^*(\omega_k; \mathbf{r}_i), \quad (14)$$

где

$$\Gamma_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p) = \int_{\Omega} G_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}) q(\omega_k, \mathbf{r}) d\mathbf{r};$$

$$\Gamma_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p) = \int_{\Omega} G_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}) q(\omega_k, \mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

В обеих ситуациях предполагается, что поле помехи на приемниках некогерентно и однородно по пространству

$$K_N(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_i) = g_n(\omega_k) \delta_{pi}. \quad (15)$$

Кроме этого, будем полагать однородность по пространству СПМ поля сигнала, регистрируемого приемниками. Это верно в случае однородности по пространству СПМ источников сигнала и помехи, а также при достаточном удалении точек приема от торцов трубы. Тогда для СПМ поля сигнала в точках приема справедливы соотношения

$$P_{S0}(\omega_k; \mathbf{r}_p) = g_s(\omega_k) \bar{P}_{S0}(\omega_k), \quad (16)$$

$$P_{S\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p) = g_s(\omega_k) \bar{P}_{S\infty}(\omega_k). \quad (17)$$

При этом структура компонент выражения (9) может быть представлена в виде

$$\frac{\Delta\mu}{\sigma_{\infty}} = C \frac{V}{V_{\infty}}, \quad \frac{\sigma_0}{\sigma_{\infty}} = \frac{V_0}{V_{\infty}}, \quad (18)$$

где

$$V = \sum_k \mu^2(\omega_k) \frac{\Delta P_S^2(\omega_k)}{\bar{P}_0(\omega_k) \bar{P}_{\infty}(\omega_k)};$$

$$V_{\infty} = \sqrt{\sum_k \mu^2(\omega_k) \frac{\Delta P_S^2(\omega_k)}{\bar{P}_0^2(\omega_k)}};$$

$$V_0 = \sqrt{\sum_k \mu^2(\omega_k) \frac{\Delta P_S^2(\omega_k)}{\bar{P}_{\infty}^2(\omega_k)}},$$

а $C = \sqrt{LM}$ при отсутствии пространственной когерентности и $C = M\sqrt{L}$ при полной пространственной когерентности поля сигнала на приемниках. Здесь введены обозначения

$$\mu(\omega_k) = \frac{g_s(\omega_k)}{g_n(\omega_k)};$$

$$\Delta P_S(\omega_k) = \bar{P}_{S\infty}(\omega_k) - \bar{P}_{S0}(\omega_k);$$

$$\bar{P}_{\infty}(\omega_k) = 1 + a\mu(\omega_k) \bar{P}_{S\infty}(\omega_k);$$

$$\bar{P}_0(\omega_k) = 1 + a\mu(\omega_k) \bar{P}_{S0}(\omega_k).$$

В случае отсутствия пространственной когерентности поля сигнала на приемниках $a=1$, а при полной пространственной когерентности $a=M$.

Из структуры представленных соотношений для компонент выражения (9) видно, что эффективность обнаружения неоднородностей должна возрастать при увеличении времени наблюдения L , количества точек приема M , числа накапливаемых спектральных отсчетов K и соотношения уровней СПМ источников полезного сигнала и помехи, характеризуемого параметром $\mu(\omega_k)$. Кроме этого, эффективность обнаружения зависит от нормированных абсолютных значений $\Delta P_S(\omega_k)$ (разности СПМ полезных сигналов): $\bar{P}_{S\infty}(\omega_k)$ – при наличии и $\bar{P}_{S0}(\omega_k)$ – при отсутствии неоднородностей среды. Анализ соотношений (5), (6) показывает, что эта разность будет определяться отклонениями структуры функции Грина для среды с неоднородностью $G_{\infty}(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r})$ от функции Грина для невозмущенной среды $G_0(\omega_k; \mathbf{r}_p, \mathbf{r})$. Степень этих отклонений должна зависеть от акустических параметров неоднородностей и их размера. Чтобы провести количественный анализ влияния указанных параметров на эффективность обнаружения неоднородностей необходимо определить структуру функции Грина акустического поля для рассматриваемой модели конечной трубы с коаксиальной слоистостью. В связи с этим перейдем к выводу аналитического выражения функции Грина. При этом для упрощения выкладок достаточно рассмотреть модель трехслойной трубы.

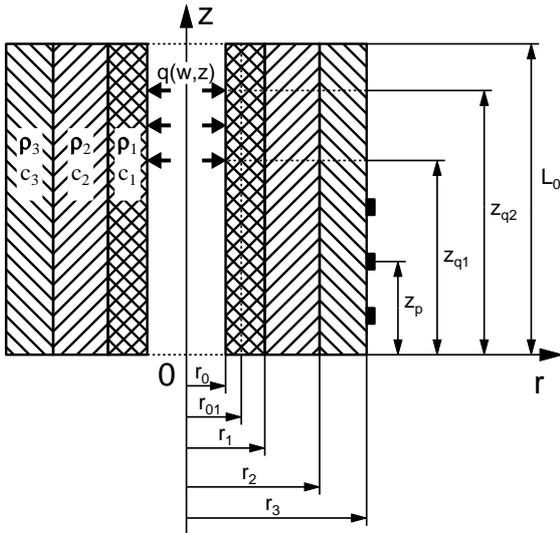


Рис. 1. Модель конечной коаксиально-слоистой трубы

2. СТРУКТУРА И АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ГРИНА АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КОНЕЧНОЙ КОАКСИАЛЬНО-СЛОИСТОЙ ТРУБЕ

Рассмотрим вертикально расположенную трубу длиной L_0 (рис. 1) со стенкой, ограниченной внутренним r_0 и наружным r_3 радиусами. Границы нижнего торца трубы и наружной стенки будем полагать абсолютно мягкими, а границу верхнего торца трубы – абсолютно жесткой. Предположим, что внутри стенки имеются три коаксиальных слоя с отличающимися акустическими параметрами: плотностью ρ_i и скоростью распространения звука $c_i = c_{0i}(1 + j\nu_i)$ (коэффициенты ν_i учитывают затухание волн в слоях с номерами $i = 1, 2, 3$). Геометрическое расположение слоев определяется радиусами r_1 и r_2 ($r_0 < r_1 < r_2 < r_3$). Предположим, что на внутренней стенке трубы на участке с координатами $z \in [z_{q1}, z_{q2}]$ действует осесимметричное случайное поле пульсаций давления $q(\omega, z)$, а на наружной стенке вдоль образующей расположены приемники акустических сигналов, прошедших сквозь стенку трубы. Для обозначения акустических полей в соответствующих слоях введем потенциалы скоростей $\phi_i(\omega, r, z)$, $i = 1, 2, 3$, удовлетворяющие уравнениям Гельмгольца:

$$\Delta \phi_i(\omega, r, z) + k_i^2 \phi_i(\omega, r, z) = 0, \tag{19}$$

$$k_i = \omega/c_i, \quad i = 1, 2, 3$$

и граничным условиям

$$\phi_i(\omega, r, z) |_{z=0} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \tag{20}$$

$$\frac{\partial \phi_i(\omega, r, z)}{\partial z} \Big|_{z=L_0} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \tag{21}$$

$$-j\omega \rho_1 \phi_1(\omega, r, z) |_{r=r_0} = q(\omega, z), \tag{22}$$

$$[\rho_i \phi_i(\omega, r, z) - \rho_{i+1} \phi_{i+1}(\omega, r, z)] |_{r=r_i} = 0, \tag{23}$$

$$i = 1, 2,$$

$$\left[\frac{\partial \phi_i(\omega, r, z)}{\partial r} - \frac{\partial \phi_{i+1}(\omega, r, z)}{\partial r} \right] |_{r=r_i} = 0, \tag{24}$$

$$i = 1, 2,$$

$$\phi_3(\omega, r, z) |_{r=r_3} = 0. \tag{25}$$

С учетом записанных граничных условий потенциалы $\phi_i(\omega, z)$, $i = 1, 2, 3$ можно представить в виде

$$\phi_i(\omega, r, z) = \sum_m [A_{im}(\omega) \hat{J}_0(k_{im}r) - B_{im}(\omega) \hat{N}_0(k_{im}r)] \sin(\alpha_m z), \tag{26}$$

где

$$k_{im} = \sqrt{k_i^2 - \alpha_m^2}, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$\alpha_m = \frac{(2m - 1)\pi}{2L_0};$$

$$\hat{J}_0(k_{im}r) = \begin{cases} J_0(k_{im}r) & \text{при } k_i \geq \alpha_m, \\ I_0(k_{im}r) & \text{при } k_i < \alpha_m; \end{cases}$$

$$\hat{N}_0(k_{im}r) = \begin{cases} N_0(k_{im}r) & \text{при } k_i \geq \alpha_m, \\ K_0(k_{im}r) & \text{при } k_i < \alpha_m; \end{cases}$$

J_0, N_0 – функции Бесселя и Неймана; I_0 и K_0 – модифицированные функции Бесселя и Макдональда соответственно. Неизвестные коэффициенты $A_{im}(\omega)$ и $B_{im}(\omega)$ определяются из системы граничных условий (20) – (25), которая после подстановки принятых выражений для потенциалов скорости (26) и ряда очевидных преобразований приводится для каждой m -ой моды к матричному виду:

$$\mathbf{S}^{(m)} \mathbf{A}^{(m)} = \mathbf{D}^{(m)}. \tag{27}$$

Здесь $\mathbf{A}^{(m)}$ – вектор неизвестных, включающий для каждой m -ой моды компоненты $[A_{1m}, B_{1m}, A_{2m}, B_{2m}, A_{3m}, B_{3m}]$; $\mathbf{D}^{(m)}$ – вектор правых частей системы с элементами D_{im} , $i = 1, \dots, 6$:

$$D_{1m} = \frac{2jQ_m(\omega)}{\omega_m \rho_1 L_0},$$

$$D_{im} = 0, \quad i = 2, \dots, 6.$$

Выражение $Q_m(\omega)$ определяется как

$$Q_m(\omega) = \int_{z_{q1}}^{z_{q2}} q(\omega, z) \sin(\alpha_m z) dz.$$

Наконец, $\mathbf{S}^{(m)}$ – матрица системы с элементами $s_{ij}^{(m)}$, $i, j = 1, \dots, 6$ следующего вида:

$$\begin{aligned} s_{11}^{(m)} &= \widehat{J}_0(k_{1m}r_0), & s_{12}^{(m)} &= -\widehat{N}_0(k_{1m}r_0), \\ s_{21}^{(m)} &= \widehat{J}_0(k_{1m}r_1), & s_{22}^{(m)} &= -\widehat{N}_0(k_{1m}r_1), \\ s_{23}^{(m)} &= -\frac{\rho_2}{\rho_1} \widehat{J}_0(k_{2m}r_1), & s_{24}^{(m)} &= \frac{\rho_2}{\rho_1} \widehat{N}_0(k_{2m}r_1), \\ s_{33}^{(m)} &= \widehat{J}_0(k_{2m}r_2), & s_{34}^{(m)} &= -\widehat{N}_0(k_{2m}r_2), \\ s_{35}^{(m)} &= -\frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{J}_0(k_{3m}r_2), & s_{36}^{(m)} &= \frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{N}_0(k_{3m}r_2), \\ s_{41}^{(m)} &= \widehat{J}_1(k_{1m}r_1), & s_{42}^{(m)} &= -\widehat{N}_1(k_{1m}r_1), \\ s_{43}^{(m)} &= -\frac{k_{2m}}{k_{1m}} \widehat{J}_1(k_{2m}r_1), & s_{44}^{(m)} &= \frac{k_{2m}}{k_{1m}} \widehat{N}_1(k_{2m}r_1), \\ s_{53}^{(m)} &= \widehat{J}_1(k_{2m}r_2), & s_{54}^{(m)} &= -\widehat{N}_1(k_{2m}r_2), \\ s_{55}^{(m)} &= -\frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{J}_1(k_{3m}r_2), & s_{56}^{(m)} &= \frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{N}_1(k_{3m}r_2), \\ s_{65}^{(m)} &= \widehat{J}_0(k_{3m}r_3), & s_{66}^{(m)} &= -\widehat{N}_0(k_{3m}r_3). \end{aligned}$$

Остальные элементы матрицы системы $s_{ij}^{(m)} = 0$.

В дальнейшем при проведении количественных оценок будем использовать выражение для поля радиальной компоненты колебательной скорости $v_3(\omega, z)$ на наружной поверхности трубы, которое с учетом формулы (26) и известного соотношения

$$v_3(\omega, z) = v_3(\omega, r_3, z) = \left. \frac{\partial \phi_3(\omega, r, z)}{\partial r} \right|_{r=r_3} \quad (28)$$

принимает вид

$$\begin{aligned} v_3(\omega, z) &= - \sum_m k_{3m} [A_{3m}(\omega) \widehat{J}_1(k_{3m}r_3) - \\ &- B_{3m}(\omega) \widehat{N}_1(k_{3m}r_3)] \sin(\alpha_m z). \end{aligned} \quad (29)$$

Подставив сюда значения неизвестных коэффициентов $A_{3m}(\omega)$ и $B_{3m}(\omega)$, найденных из системы уравнений (27) и выполнив ряд несложных, но громоздких преобразований, получим для поля колебательной скорости на поверхности трубы выражение

$$v_3(\omega, z) = \int_{z_{q1}}^{z_{q2}} G(\omega; r_3, z/r_0, z') q(\omega, z') dz', \quad (30)$$

в котором фигурирует функция Грина

$$\begin{aligned} G(\omega; r_3, z/r_0, z') &= \frac{16j}{\pi^3 \omega_0 r_1 r_2 r_3 \rho_2} \times \\ &\times \sum_m \frac{\sin(\alpha_m z) \sin(\alpha_m z')}{k_{1m} k_{2m} Z'_{1m}(r_0, r_1) C_{2m}(r_1, r_3)} \times \\ &\times \frac{1}{1 - \frac{\rho_1 k_{2m} Z_{1m}(r_0, r_1) C_{1m}(r_1, r_3)}{\rho_2 k_{1m} Z'_{1m}(r_0, r_1) C_{2m}(r_1, r_3)}}, \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned} Z_{1m}(r_0, r_1) &= \widehat{J}_0(k_{1m}r_0) \widehat{N}_0(k_{1m}r_1) - \\ &- \widehat{N}_0(k_{1m}r_0) \widehat{J}_0(k_{1m}r_1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z'_{1m}(r_0, r_1) &= \widehat{J}_0(k_{1m}r_0) \widehat{N}_1(k_{1m}r_1) - \\ &- \widehat{N}_0(k_{1m}r_0) \widehat{J}_1(k_{1m}r_1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{1m}(r_1, r_3) &= \widehat{J}_1(k_{2m}r_1) \widehat{J}_0(k_{3m}r_3) S_{1m}(r_3) + \\ &+ \widehat{N}_1(k_{2m}r_1) \widehat{N}_0(k_{3m}r_3) S_{2m}(r_3) + \\ &+ \widehat{J}_1(k_{2m}r_1) \widehat{N}_0(k_{3m}r_3) S_{3m}(r_3) + \\ &+ \widehat{N}_1(k_{2m}r_1) \widehat{J}_0(k_{3m}r_3) S_{4m}(r_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{2m}(r_1, r_3) &= \widehat{J}_0(k_{2m}r_1) \widehat{J}_0(k_{3m}r_3) S_{1m}(r_3) + \\ &+ \widehat{N}_0(k_{2m}r_1) \widehat{N}_0(k_{3m}r_3) S_{2m}(r_3) + \\ &+ \widehat{J}_0(k_{2m}r_1) \widehat{N}_0(k_{3m}r_3) S_{3m}(r_3) + \\ &+ \widehat{N}_0(k_{2m}r_1) \widehat{J}_0(k_{3m}r_3) S_{4m}(r_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{1m}(r_2) &= \frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{N}_0(k_{2m}r_2) \widehat{N}_1(k_{3m}r_2) - \\ &- \frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{N}_1(k_{2m}r_2) \widehat{N}_0(k_{3m}r_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{2m}(r_2) &= \frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{J}_0(k_{2m}r_2) \widehat{J}_1(k_{3m}r_2) - \\ &- \frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{J}_1(k_{2m}r_2) \widehat{J}_0(k_{3m}r_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{3m}(r_2) &= \frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{N}_1(k_{2m}r_2) \widehat{J}_0(k_{3m}r_2) - \\ &- \frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{N}_0(k_{2m}r_2) \widehat{J}_1(k_{3m}r_2); \end{aligned}$$

$$S_{4m}(r_2) = \frac{\rho_3}{\rho_2} \widehat{J}_1(k_{2m}r_2) \widehat{N}_0(k_{3m}r_2) - \frac{k_{3m}}{k_{2m}} \widehat{J}_0(k_{2m}r_2) \widehat{N}_1(k_{3m}r_2).$$

Анализ структуры функции Грина показывает, что неоднородность изменяет резонансные свойства трубы, определяемые знаменателем. В частности, при отсутствии неоднородностей $S_{1m}(r_2) = 0$ и $S_{2m}(r_2) = 0$. Тогда после группировки остальных членов знаменатель существенно упрощается и функция Грина приводится к известному виду [9]:

$$G(\omega; r_3, z/r_0, z') = \frac{4j}{\pi\omega_0\rho r_3} \times \sum_m \frac{\sin(\alpha_m z) \sin(\alpha_m z')}{Z_m(r_0, r_3)}, \tag{32}$$

где

$$Z_m(r_0, r_3) = \widehat{J}_0(k_m r_0) \widehat{N}_0(k_m r_3) - \widehat{N}_0(k_m r_0) \widehat{J}_0(k_m r_3).$$

Здесь учтено, что для однородного цилиндра $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ и $k_{1m} = k_{2m} = k_{3m} = k_m$. Таким образом, появление неоднородностей должно изменять СПМ сигналов в точках приема. Кроме этого, будут изменяться пространственное распределение СПМ и пространственная когерентность сигналов. Перейдем к количественным оценкам влияния этих факторов на эффективность обнаружения неоднородностей.

3. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ КОАКСИАЛЬНОГО СЛОЯ НЕОДНОРОДНОСТИ В СТЕНКЕ ТРУБЫ

Рассмотрим наименее благоприятный случай, когда неоднородный слой максимально удален от поверхности трубы и расположен между коаксиальными цилиндрическими поверхностями с радиусами $r_0 < r_1$. Будем полагать, что его акустические параметры ρ_1 и c_1 могут отличаться от параметров среднего слоя ρ_2 и c_2 на величину заданной неоднородности ($\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$ или $\Delta c = c_2 - c_1$). Дополнительно предположим, что граничная поверхность радиуса r_1 , разделяющая первый и второй слой, может перемещаться. Это позволяет исследовать зависимость эффективности обнаружения от толщины первого неоднородного слоя Δr . В качестве невозмущенного эталонного состояния примем некоторое фиксированное положение этой границы $r_1 = r_{10}$.

Тогда варьируемая толщина неоднородного слоя будет определяться соотношением $\Delta r = r_1 - r_{10}$. Наконец, характеристики третьего слоя r_2, r_3, ρ_3, c_3 , определяющие его толщину, положение и акустические свойства, будем считать неизменными. Для определенности зададим геометрические и акустические характеристики расчетной модели, исходя из ранее принятой модельной ситуации, связанной с выявлением патологических изменений в тканях легких. С этой точки зрения первый слой будет представлять зону формирования неоднородности (в данном случае он соответствует пораженной части паренхимы легких), а второй – части паренхимы, оставшейся без патологических изменений. Третий слой характеризует костно-мышечный скелет, обтянутый кожей на грудной клетке. С учетом этого определим следующие параметры рассматриваемой акустической модели трубы: длина $L_0 = 0.6$ м; радиусы стенок и слоев $r_0 = 0.0085$ м, $r_{10} = 0.025$ м, $r_2 = 0.13$ м, $r_3 = 0.15$ м; акустические характеристики слоев $\rho_1 = 250$ кг/м³, $c_{10} = 35$ м/с, $\rho_2 = 250$ кг/м³, $c_{20} = 30$ м/с, $\rho_3 = 2000$ кг/м³, $c_{30} = 2500$ м/с, $\nu_i = 0.3, i = 1, 2, 3$. Эффективность пространственной обработки будем оценивать для линейной антенны из $M = 7$ приемников, расположенных вдоль образующей наружной поверхности трубы. Параметр числа циклов накопления по времени L не изменяет структуру корреляционных матриц. Его влияние сводится к масштабным изменениям первого слагаемого в выражении (9), так что в дальнейшем анализе этот параметр не учитывается.

Предположим, что источники сигнала и помехи некоррелированы по пространству и имеют постоянный уровень СПМ, т. е. $g_s(\omega) = g_{s0}, g_n(\omega) = g_{n0}$. Тогда целесообразно пронормировать все корреляционные матрицы, входящие в формулу (9) на уровень СПМ помехи g_{n0} . Это позволяет выделить в каждой матрице параметр $\mu_0 = g_{s0}/g_{n0}$, характеризующий отношение сигнал/помеха на источнике. На практике удобнее использовать величину отношения сигнал/помеха в точке приема, и от частоты, то при проведении сравнительных оценок использовалась величина отношения сигнал/помеха $\gamma = \mu_0 K_{S0 \max}$. Здесь $K_{S0 \max}$ – максимальный уровень диагональных элементов корреляционной матрицы (5), характеризующих СПМ сигнала на поверхности эталонной трубы, определенный по всему массиву частот и точек приема. Как результат, корреляционные матрицы, входящие в формулу (9), преобразованы к следующему

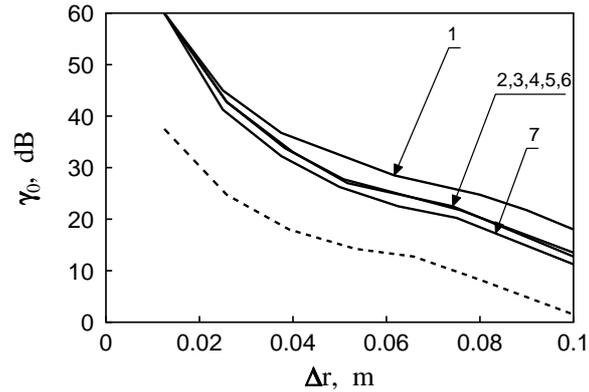
окончательному виду:

$$\begin{aligned} K_0(\omega_k) &= I + \gamma \frac{K_{S0}(\omega_k)}{K_{S0 \max}}, \\ K_\infty(\omega_k) &= I + \gamma \frac{K_{S\infty}(\omega_k)}{K_{S0 \max}}. \end{aligned} \quad (33)$$

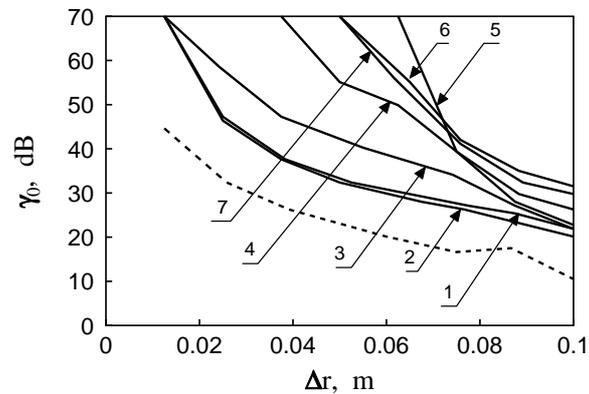
Фигурирующий здесь параметр γ однозначно связан с вероятностью правильного обнаружения неоднородностей D_∞ (9). На практике принято проводить сравнительный анализ по величине так называемого порогового отношения сигнал/помеха, обеспечивающего вероятность правильного обнаружения не ниже заданной. В связи с этим при расчетах была принята нижняя граница вероятности правильного обнаружения $D_\infty^0 = 0.9$. Для этого значения вероятности D_∞^0 и вероятности ложной тревоги $F_0 = 0.01$ вычислялись пороговые значения величины отношения сигнал/помеха γ_0 , которые использовались при сравнении эффективности обнаружения неоднородностей.

Перейдем к анализу результатов моделирования. Вначале рассмотрим влияние толщины неоднородного слоя Δr на эффективность его обнаружения. При этом исследуем случай наличия неоднородности по скорости звука $\Delta c = 5$ м/с. Попутно выясним, как влияют на эффективность обнаружения пространственное расположение точек приема на поверхности трубы и их количество.

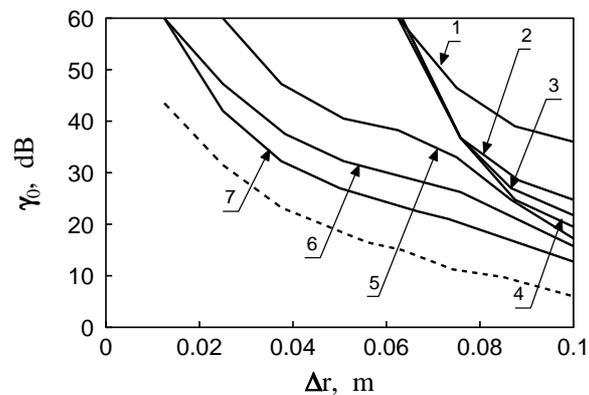
На рис. 2 представлена серия графиков, характеризующих зависимость пороговых отношений сигнал/помеха от толщины неоднородного слоя при использовании одиночных приемников с координатами $z_p = 0.03 + (p-1)\Delta z$, $p = 1, \dots, M$, $\Delta z = 0.09$ м и антенны из $M = 7$ элементов, в которой оптимизируется совместная пространственно-частотная обработка сигналов этих приемников. Расчеты выполнены для полосы частот в интервале $50 \div 1000$ Гц и трех вариантов границ расположения источников: распределенный источник $z_{q1} = 0$ м, $z_{q2} = 0.6$ м (рис. 2, а); источник, сосредоточенный у мягкого торца трубы $z_{q1} = 0$ м, $z_{q2} = 0.1$ м (рис. 2, б) и источник, сосредоточенный у жесткого торца трубы $z_{q1} = 0.5$ м, $z_{q2} = 0.6$ м (рис. 2, в). На графиках по оси абсцисс отложена толщина слоя Δr , а по оси ординат – пороговое отношение сигнал/помеха γ_0 в дБ. Анализ графиков показывает, что при уменьшении толщины слоя неоднородностей возрастают пороговые отношения сигнал/помеха γ_0 . Использование антенны позволяет снизить требования к величине этой характеристики. В частности, выигрыш за счет частотно-пространственной обработки на антенне может достигать нескольких десятков дБ и



а



б



в

Рис. 2. Зависимость эффективности обнаружения неоднородного слоя ($\Delta c = 5$ м/с) от его толщины Δr :

- штриховая – антенна из $M = 7$ приемников;
- сплошные – одиночные приемники с их порядковыми номерами в антенне;
- а – распределенный источник $z_{q1} = 0$ м, $z_{q2} = 0.6$ м;
- б – сосредоточенный у мягкого торца трубы источник $z_{q1} = 0$ м, $z_{q2} = 0.1$ м;
- в – сосредоточенный у жесткого торца трубы источник $z_{q1} = 0.5$ м, $z_{q2} = 0.6$ м

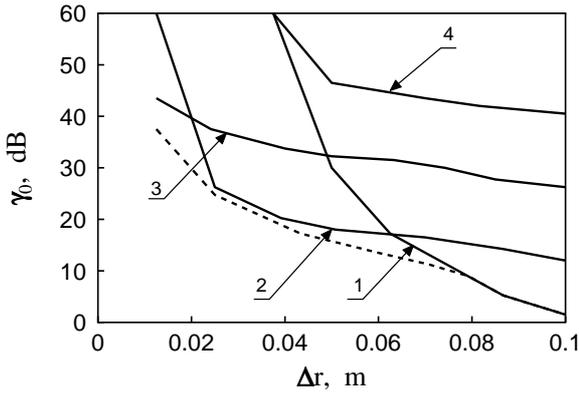


Рис. 3. Зависимость эффективности обнаружения антенной из $M=7$ приемников неоднородного слоя ($\Delta c=5$ м/с) от его толщины Δr при действии распределенного источника:

штриховая – обработка во всей полосе частот $50 \div 1000$ Гц;
 сплошные – отдельные поддиапазоны (обозначены номерами);
 1 – $50 \div 250$ Гц; 2 – $250 \div 500$ Гц;
 3 – $500 \div 750$ Гц; 4 – $750 \div 1000$ Гц

имеет тенденцию к возрастанию при обнаружении малоразмерных неоднородностей. Его величина существенно зависит от взаимного расположения одиночных приемников и источника сигналов. Использование одиночных приемников наиболее эффективно при их размещении на той части трубы, в пределах которой сосредоточен источник. Вместе с тем анализ показывает, что, даже в этом случае, эффективность одиночных приемников снижается при их приближении к торцу трубы с абсолютно мягкой границей. Отметим также, что эффективность антенны возрастает при наличии распределенного источника. Если же источник сосредоточен вблизи торца трубы, то эффективность антенны снижается, так как в этом случае часть приемников попадает в область слабых уровней полезного сигнала. Особенно это заметно, если источник сосредоточен у торца с абсолютно мягкой границей.

Рис. 3 характеризует зависимость эффективности обнаружения неоднородностей от полосы частот при использовании антенны из $M=7$ элементов с координатами $z_p=0.03+(p-1)\Delta z$, $p=1, \dots, M$, $\Delta z=0.09$ м. На графике представлены зависимости пороговых отношений сигнал/помеха от толщины слоя неоднородностей для разных диапазонов частот. Расчеты выполнены для распределенного источника $z_{q1}=0$ м, $z_{q2}=0.6$ м. Как видно из рисунка, наблюдается выраженная зависимость эффективности обнаружения неоднородностей определенного размера от диапазона используемых частот. Таким образом,

существует принципиальная возможность оптимизировать частотный диапазон антенны для обнаружения неоднородностей заданного размера. В частности, использование четвертого частотного поддиапазона ($750 \div 1000$ Гц) для заданных размеров неоднородностей неэффективно, так как здесь полезные сигналы сильно ослаблены вследствие затухания. Первый поддиапазон частот целесообразно применять для обнаружения крупных неоднородностей (порядка $7 \div 10$ см), второй обеспечивает эффективное обнаружение неоднородностей среднего размера (около $2 \div 7$ см) и, наконец, третий можно использовать для обнаружения неоднородностей менее 2 см. При этом переход к более высоким частотам потребует повышения мощности источника сигнала g_{s0} , увеличения длительности интервала обработки L или увеличения числа приемников M . Влияние на эффективность обнаружения количества приемников M в антенне фиксированной длины отображено на рис. 4 для случая действия распределенного источника $z_{q1}=0$ м, $z_{q2}=0.6$ м.

На рис. 4, а рассмотрена длинная антенна из $M=7$ элементов с координатами $z_p=0.03+(p-1)\Delta z$, $p=1, \dots, M$, $\Delta z=0.09$ м, а также субантенны из $M=2, 3$ и 4 элементов, получающиеся путем исключения из базовой антенны ряда приемников таким образом, чтобы сохранялась общая длина антенны, а межэлементное расстояние между оставшимися приемниками было одинаковым. Аналогичные результаты представлены на рис. 4, б для короткой антенны из $M=7$ элементов с координатами $z_p=0.39+(p-1)\Delta z$, $p=1, \dots, M$, $\Delta z=0.03$ м и ее субантенн из $M=2, 3$ и 4 элементов, формируемых по тому же принципу из базовой антенны. Расчеты выполнены для полного диапазона частот $50 \div 1000$ Гц.

Анализ графиков показывает, что с увеличением количества приемников эффективность обнаружения монотонно возрастает. Вместе с тем, величина приращения эффективности снижается по мере роста количества приемников и уменьшения длины антенны. Это связано с ростом пространственной когерентности поля сигнала на приемниках. При этом добавление новых приемников практически не дает новой информации о неоднородностях. Особенно это заметно в низкочастотных поддиапазонах. Отсюда следует, что при фиксированной длине антенны для каждого поддиапазона можно определить рациональные значения межэлементных расстояний Δz , а значит и число приемных элементов M , обеспечивающее практически максимальную возможную (потенци-

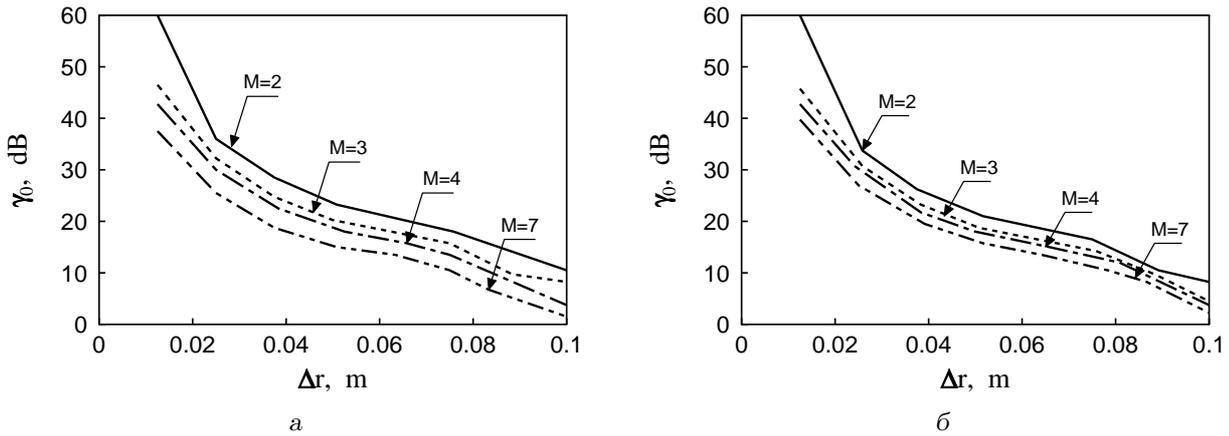


Рис. 4. Зависимость эффективности обнаружения антеннами с разным количеством элементов M неоднородного слоя ($\Delta c = 5$ м/с) от его толщины Δr при действии распределенного источника:
 а – при фиксированной общей длине антенны 0.54 м; б – при фиксированной общей длине антенны 0.18 м

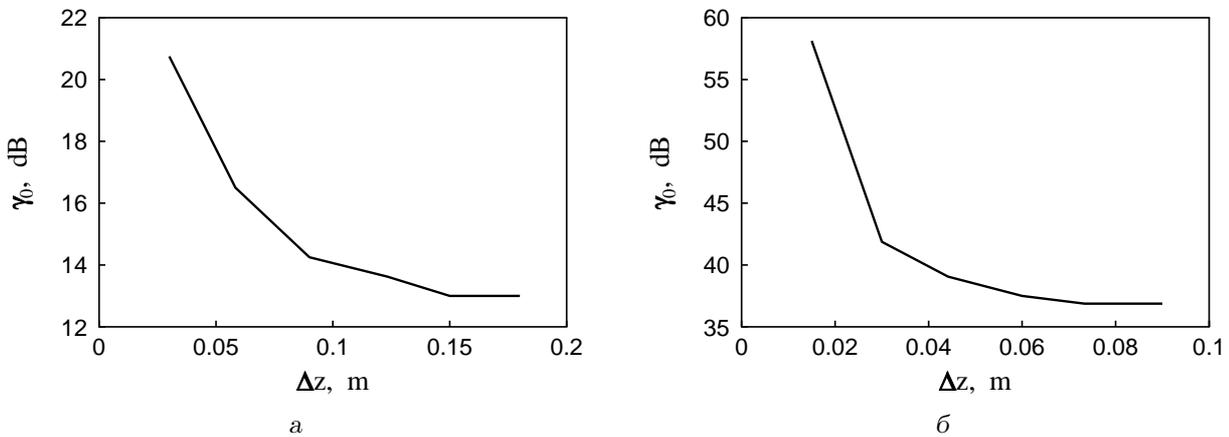


Рис. 5. Зависимость от межэлементного расстояния Δz антенны из $M=2$ приемников эффективности обнаружения неоднородного слоя ($\Delta c = 5$ м/с) при действии распределенного источника:
 а – в поддиапазоне частот $50 \div 250$ Гц при толщине неоднородного слоя $\Delta r = 0.0875$ м;
 б – в поддиапазоне частот $250 \div 500$ Гц при толщине неоднородного слоя $\Delta r = 0.025$ м

альную) эффективность обнаружения. Для иллюстрации на рис. 5 представлены графики зависимости эффективности обнаружения неоднородностей от межэлементного расстояния Δz для двухэлементной антенны $M=2$, один из приемников которой имел фиксированное положение $z_1 = 0.57$ м. По оси абсцисс отложена величина межэлементного расстояния $\Delta z = z_1 - z_2$, а по оси ординат – величина отношения сигнал/помеха γ_0 в дБ. Рис. 5, а соответствует случаю обнаружения неоднородного слоя толщиной $\Delta r = 0.0875$ м в первом поддиапазоне $50 \div 250$ Гц, а рис. 5, б – неоднородного слоя толщиной $\Delta r = 0.025$ м во втором поддиапазоне $250 \div 500$ Гц. Анализ графиков пока-

зывает, что приемники в антенне рационально размещать на расстоянии порядка длины волны на верхней частоте соответствующего поддиапазона частот. Это означает, что для более высокочастотных поддиапазонов можно брать антенны с большим количеством элементов, компенсирующие потери эффективности из-за роста затухания полезных сигналов в этих поддиапазонах.

В целом при действии распределенного источника сигналов целесообразно использовать антенны максимально допустимых размеров. Для иллюстрации на рис. 6 сопоставлена эффективность обнаружения неоднородностей тремя антеннами из $M=7$ элементов. Здесь по оси абсцисс

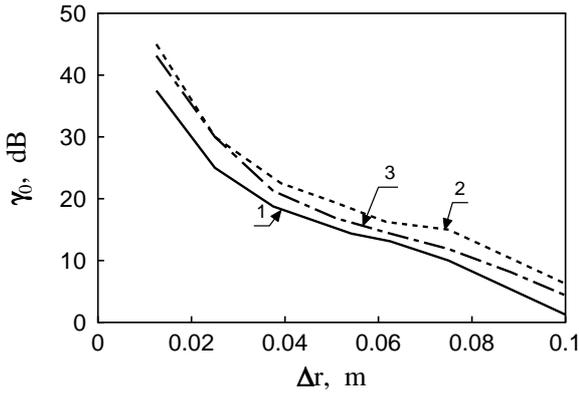


Рис. 6. Зависимость эффективности обнаружения антенной из $M=7$ приемников неоднородного слоя ($\Delta c=5$ м/с) от его толщины Δr при действии распределенного источника (обработка в полосе частот $50 \div 1000$ Гц):

сплошная – длинная антенна с расстоянием $\Delta z=0.09$ м;
 штриховая – короткая антенна с $\Delta z=0.015$ м,
 смещенная к мягкому торцу трубы;
 штрих-пунктирная – короткая антенна с $\Delta z=0.015$ м,
 смещенная к жесткому торцу трубы

отложена толщина слоя Δr , а по оси ординат – пороговое отношение сигнал/помеха γ_0 в дБ. Расчеты выполнены для полного диапазона частот $50 \div 1000$ Гц. Из графика видно, что наибольшую эффективность имеет антенна максимальной длины, а среди двух других более эффективна вторая, смещенная к торцу трубы с абсолютно жесткой границей.

Следующая группа графиков показывает, как зависит эффективность обнаружения от степени неоднородности по скорости звука $\Delta c=c_2-c_1$ (рис. 7, а) и плотности $\Delta \rho=\rho_2-\rho_1$ (рис. 7, б) при тех же вариациях толщины неоднородного слоя Δr . Расчеты выполнены для распределенного источника и длинной антенны с $z_p=0.03+(p-1)\Delta z$, $p=1, \dots, M$, $\Delta z=0.09$ м при обработке сигналов в полном диапазоне частот $50 \div 1000$ Гц. На рис. 7, а представлены зависимости пороговых отношений сигнал/помеха γ_0 от толщины неоднородного слоя Δr для трех значений параметра неоднородности по скорости звука: кривая 1 соответствует $\Delta c=30$ м/с, кривая 2 – $\Delta c=15$ м/с, кривая 3 – $\Delta c=5$ м/с. Аналогичные зависимости представлены на рис. 7, б для случая, когда слой имеет одновременно неоднородность по скорости звука ($\Delta c=5$ м/с) и по плотности среды. Здесь кривая 1 соответствует $\Delta \rho=250$ кг/м³, кривая 2 – $\Delta \rho=50$ кг/м³, кривая 3 – $\Delta \rho=0$ кг/м³. Как видно, с ростом значения параметров неодно-

родности Δc и $\Delta \rho$ эффективность обнаружения неоднородного слоя возрастает. Следует отметить, что при определенных комбинациях параметров неоднородного слоя приращение эффективности обнаружения незначительно. Это связано с проявлением характерной для слоистых сред немонотонности изменений уровня передаточной функции неоднородного слоя при вариациях его параметров [10].

Представленные выше оценки пороговых значений величины отношения сигнал/помеха γ_0 показывают, что при использовании антенны из $M=7$ элементов его величина не превышает $40 \div 45$ дБ даже для тонкого слоя неоднородностей.

На рис. 8 представлена оценка СПМ типичных звуков глубокого дыхания, зарегистрированных под левой лопаткой пациента при нормальном состоянии легких. Как видно из графика, максимальный уровень СПМ полезного сигнала на частотах выше 50 Гц превышает уровень помехи, определяемый на горизонтальном участке СПМ (выше частоты 1000 Гц), на величину порядка $45 \div 50$ дБ, т.е. достаточен для решения задачи обнаружения неоднородностей рассмотренных в данной работе масштабов.

В заключение следует отметить, что при проведении модельных расчетов мы полагали известными статистические характеристики поля сигнала как при отсутствии неоднородностей, так и при их наличии. На практике эту информацию можно получить, исследуя типичные (эталонные) сигналы. В частности, для случая патологии тканей легких могут быть использованы данные о пациенте, полученные ранее на этапах его профилактических обследований при нормальном состоянии легких. Кроме того, надо обеспечить идентичность СПМ возбуждения источников звука $g_s(\omega)$ при формировании эталонных и тестируемых записей. Это может быть реализовано либо посредством контроля звуков дыхания на трахее, либо путем использования калиброванных искусственных акустических сигналов, вводимых в трахею через рот пациента (см. [11]). Аналогичный подход может быть применен при оптимизации обнаружения неоднородных слоев в других материалах. В зависимости от конкретных условий потребуются свой банк записей сигналов, полученный для эталонных образцов исследуемых объектов.

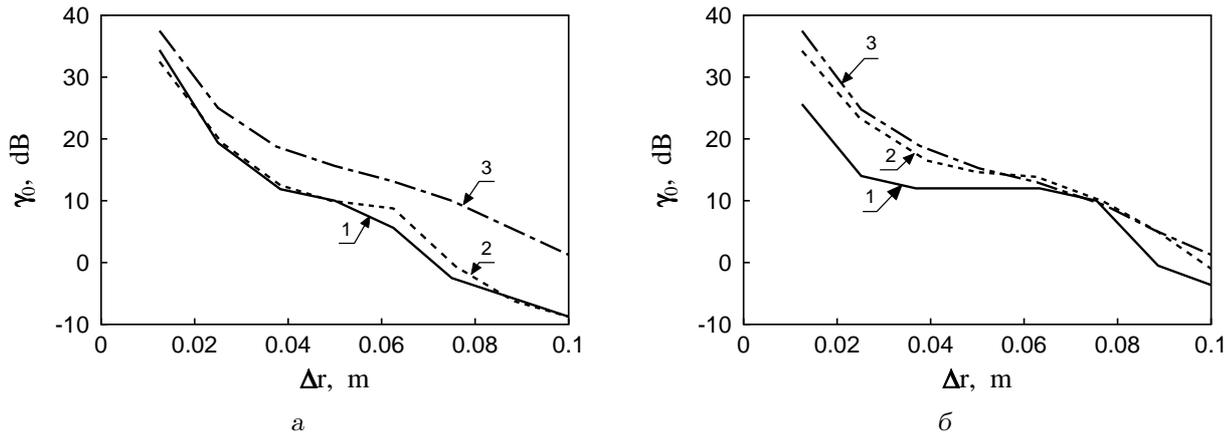


Рис. 7. Зависимость эффективности обнаружения длинной антенной из $M=7$ ($\Delta z=0.09$ м) приемников неоднородного слоя от его толщины Δr при действии распределенного источника (обработка в полосе $50 \div 1000$ Гц):

а – $\Delta c=5, 15, 30$ м/с; б – $\Delta c=5$ м/с; $\Delta \rho=0, 50, 250$ кг/м³

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрена задача обнаружения неоднородного слоя в коаксиально-слоистой трубе по акустическим сигналам, регистрируемым антенной на наружной боковой поверхности конечной трубы. На основе статистического подхода определена структура алгоритма и критерий оценки его эффективности. Показано, что эффективность обнаружения зависит от степени влияния неоднородного слоя на структуру спектрально-корреляционной матрицы принимаемого поля сигнала, а также от полосы используемых частот, числа точек приема и длительности интервала обработки.
2. Определена структура радиальной компоненты поля колебательной скорости для трехслойной модели конечной коаксиально-слоистой трубы. На основе этой модели сформулирована методология проведения численного анализа эффективности обнаружения слоистой неоднородности для условий, характеризующих патологию изменения тканей легких.
3. Исследована зависимость эффективности обнаружения неоднородного слоя от его толщины, вариаций акустических параметров, положения и размеров источника и антенны, полосы частот сигнала. Показано, что эффективность обнаружения неоднородного слоя одиночными приемниками повышается при размещении их в пределах участка трубы, где

сосредоточены источники сигнала и вблизи торца трубы с абсолютно жесткой границей. Использование антенны позволяет существенно повысить эффективность обнаружения. Потенциальный выигрыш возрастает в условиях действия распределенного источника сигналов при уменьшении толщины неоднородного слоя. Определены оптимальные поддиапазоны частот для обнаружения слоя неоднородностей заданной толщины, а также рациональные значения межэлементных расстояний в антенне при работе в этих поддиапазонах. Приведены количественные оценки влияния вариаций акустических параметров неоднородного слоя (скорости звука и плотности) на эффективность его обнаружения.

1. *Применение ультразвука в медицине. Физические основы* / Под ред. К. Хилла.– М.: Мир, 1989.– 568 с.
2. *Wodichka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravalho E. G., Shannon D. C. A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Engng.– 1989.– 36, N 9.– P. 925–933.*
3. *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Красный Л. Г., Макаренко А. П. Проблемы регистрации и классификации шумов дыхания человека // Акуст. ж.– 1994.– 40, N 1.– С. 50–56.*
4. *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н. Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // Акуст. ж.– 1995.– 41, N 5.– С. 758–768.*

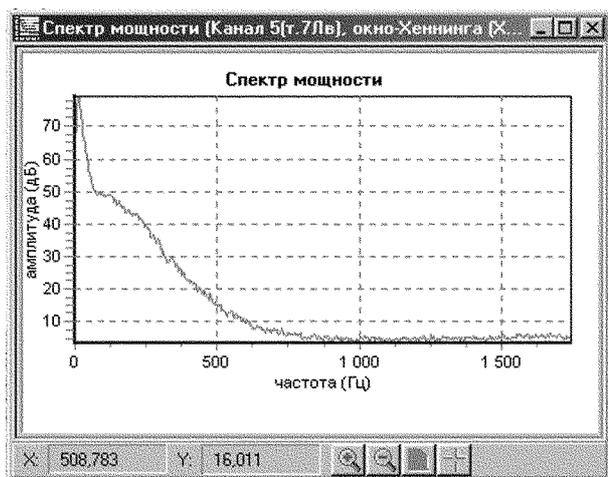


Рис. 8. Оценка СПМ звуков глубокого дыхания под левой лопаткой пациента при нормальном состоянии легких

5. Леман Э. Проверка статистических гипотез.– М.: Наука, 1970.– 408 с.
6. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции: том 1.– М.: Сов. радио, 1972.– 744 с.
7. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники: том 3.– М.: Сов. радио, 1976.– 288 с.
8. Ильичев В. И., Калужный А. Я., Красный Л. Г., Лапий В. Ю. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов.– М.: Наука, 1992.– 415 с.
9. Крижановский В. В. Статистическая оценка акустических параметров респираторного тракта человека // Акуст. вісн.– 1998.– 1, N 1.– С. 40–51.
10. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.– М.: Наука, 1973.– 343 с.
11. Wodichka G. R., Steevens K. N., Golub H. L., Shannon D. C. Spectral characteristic of sound transmission in the human respiratory system // IEEE Trans. Biomed Engng.– 1990.– 37, N 12.– P. 1130–1134.