

УДК 534.22

ТЕРМІЧНІ ДИСПЕРСІЯ Й ДИСИПАЦІЯ ЗВУКУ В КОНЦЕНТРОВАНИХ ДИСПЕРСНИХ РІДКИХ ТА ГАЗО-РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩАХ

В. Н. ОЛІЙНИК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано 11.05.2001 ◊ Переглянуто 22.09.2001

На основі класичної моделі емульсії М. О. Ісаковича розроблені фізична й математична моделі термічного механізму формування акустичних властивостей емульсій, бульбашкових середовищ та аерозолів з урахуванням локальної термічної взаємодії їхніх мікроструктурних елементів. Встановлено, що модель Ісаковича можна розглядати як граничний випадок моделі, що враховує мікроструктурну взаємодію, для бульбашкових середовищ. Чисельний аналіз показав, що при малих і помірних відстанях між зернами емульсії модель, яка враховує термічну взаємодію, набагато краще узгоджується з загальнофізичними уявленнями про процес розповсюдження низькочастотного звуку в дисперсних сумішах, ніж класична модель з незалежними мікроструктурними елементами.

На основе классической модели эмульсии М. А. Исаковича разработаны физическая и математическая модели термического механизма формирования акустических свойств эмульсий, пузырьковых сред и аэрозолей с учетом локального термического взаимодействия их микроструктурных элементов. Установлено, что модель Исаковича можно рассматривать как предельный случай модели, учитывающей микроструктурное взаимодействие, который описывает пузырьковую среду. Численный анализ показал, что при малых и умеренных расстояниях между зёрнами эмульсии модель, учитывающая термическое взаимодействие, намного лучше согласуется с общезначимыми представлениями о процессе распространения низкочастотного звука в дисперсных смесях, чем классическая модель с независимыми микроструктурными элементами.

On the basis of the classical model of emulsion by M. A. Isakovich the physical and mathematical models of forming the acoustic properties of emulsions, bubble mediums, and aerosols with allowance for local thermal interaction of their microstructural elements are designed. It is established that the model by Isakovich can be regarded as a limit case of the model accounting microstructural interaction, which describes a bubble medium. The numerical analysis showed that at small and moderate spacing intervals between the grains of emulsion the model, accounting the thermal interplay, displays much better correspondence to the general physical viewpoint about the process of the low-frequency sound propagation in dispersed mixtures, than the classical one with independent microstructural elements.

ВСТУП

Речовини, які у своїй основі є багатофазними сумішами, широко представлені в природних процесах. Вони також інтенсивно застосовуються в різноманітних сферах антропогенної й техногенної діяльності. Побутує навіть думка про те, що з неоднотипними сумішами нам доводиться мати справу значно частіше, ніж з однофазними [1]. Широка розповсюдженість багатофазних середовищ стимулює інтерес до вивчення їхніх фізичних, зокрема, акустичних властивостей. Наприклад, аномально високе затухання звуку в деяких багатофазних сумішах і матеріалах робить їх перспективними при використанні для звукоізоляції в архітектурі, промисловості й побуті. Вимірюючи акустичні параметри багатофазних матеріалів та речовин у ряді випадків можна отримати цінну інформацію про їхній склад та внутрішню структуру [2].

Визначальною рисою багатофазної суміші є те, що в ній завжди наявні розподілені по об'єму осередки компонент (фаз), макроскопічні по відношенню до молекулярного масштабу. В тому випад-

ку, коли кількість фаз дорівнює двом, а включення мають вигляд ізольованих твердих частинок, крапель, або бульбашок, таку суміш називають дисперсною [1]. Чи не найтипівішим прикладом дисперсної суміші є та, в якій обидві компоненти (фази) є рідинами або газами. Фактично, при цьому можливі три принципово різні комбінації несучої та диспергованої фаз: дві незмішувані рідини (емульсія), суспензія газових бульбашок у рідині (бульбашкове середовище) та крапельний аерозоль рідини в газі.

Особливості розповсюдження звуку в таких сумішах можуть бути описані в рамках універсальної теорії, яка базується на підході, запропонованому наприкінці 1940-х років М. О. Ісаковичем. У його роботі [3] вперше було дано пояснення специфічного локального механізму дисперсії й дисипації звуку в емульсіях, пов'язаного з теплообміном в околі мікроструктурного елемента середовища (зерна емульсії) під час проходження акустичної хвилі. Справа в тому, що, на відміну від гомогенних середовищ, в емульсіях можна виділити два просторових масштаби, для яких характер фізичних процесів суттєво відрізняється: макроскопіч-

ний (емульсія в цілому) та мікроскопічний (окіл зерна емульсії). На макрорівні процес проходження акустичної хвилі завжди можна вважати адіабатичним. На відміну від цього, характер термодинамічних процесів, які супроводжують об'ємне деформування зерна емульсії під дією звукового тиску, суттєво залежить від частоти. При проходженні низькочастотних хвиль різниці температур між диспергованою та несучою фазами в околі індивідуального зерна будуть встигати вирівнюватися і його пульсації можна вважати ізотермічними. З підвищенням частоти процес деформування в мікромасштабі все більше наближається до адіабатичного. Природно, що така перебудова фізичних процесів призводить до зміни величини швидкості звуку (так званого, її дисперсійного стрибка). Крім того, за рахунок необоротного перетворення енергії пружної деформації в тепло, в емульсіях спостерігається аномально високе, у порівнянні з гомогенними середовищами, затухання звуку.

Зазначимо, що модель Ісаковича [3] було розвинуто для випадку термічно ізольованих зерен. Фактично, це означає, що зерна в такій емульсії розташовані достатньо далеко, щоб їхньою взаємодією по температурному полю можна було знехтувати. В цьому розумінні, емульсія Ісаковича є слабоконцентрованою. Очевидно, що при підвищенні концентрації диспергової фази (і, як наслідок, зближенні зерен), термічна взаємодія між сусідніми зернами буде ставати все більш суттєвою. Слід очікувати, що акустичні параметри концентрованого дисперсного середовища будуть значно відрізнятися від тих величин, які прогнозує модель Ісаковича.

Нажаль, судячи з аналізу спеціальної літератури, цей момент до цього часу залишався поза увагою дослідників. Слід зазначити, що в деяких закордонних публікаціях наводяться оригінальні моделі релаксаційних дисперсії й дисипації звуку [4]. Проте, вони можуть бути застосовані лише до досить вузького класу дисперсних сумішей (деяких аерозолів). До того ж, як основна тут виступає не термічна, а динамічна релаксація частинок дисперсної фази. В інших випадках розглядаються особливості формування виключно швидкості звуку для середовища, яке перебуває у стані термодинамічної рівноваги [5]. Російська ж школа дослідників традиційно віддає перевагу теоріям, побудованим у термінах механіки гетерогенних середовищ (див., наприклад, [6,7]).

Не ставлячи під сумнів цінність складних багатofакторних моделей, зауважимо, що теорія Ісаковича зберігає свою привабливість саме завдяки

своїм простоті й наочності. Вона, як ніяка інша, дозволяє усвідомити фізичну суть термічної релаксації в дисперсних сумішах та її роль у розповсюдженні звуку. Для тих же випадків, коли можна знехтувати ефектами, пов'язаними з масообміном, фазовими переходами та поверхневим натягом на межі розподілу фаз, саме локальний термічний релаксаційний механізм буде визначати істинну частотну залежність акустичних параметрів двофазного середовища.

Виходячи з цього, метою даної роботи є розвиток акустичної моделі типу Ісаковича при урахуванні термічної взаємодії між сусідніми зернами диспергової фази рідкої або газо-рідинної дисперсної суміші. Такий підхід має забезпечити більш коректне уявлення про характер акустичних дисперсії й дисипації у концентрованих дисперсних сумішах, у порівнянні з класичною теорією з незалежними зернами (насамперед, на низьких частотах). При цьому буде, в цілому, збережено внутрішню логіку й методіку теоретичних побудов, блискуче викладених в роботі [3].

1. ОСНОВНІ ПРИПУЩЕННЯ

Розглянемо типову структуру двофазної емульсії, спираючись на той факт, що дисперсні суміші такого типу відносяться до найбільш однорідних у статистичному розумінні гетерогенних середовищ [1]. Це означає, що зерна в емульсії дисперговані, в середньому, рівномірно і близькі за розмірами та формою. Щодо форми зерен, то для усіх видів рідких та газо-рідинних дисперсних сумішей найбільш характерною є сферична. Припущення про таку структурну однорідність дозволить у подальшому ввести ряд спрощень і будувати математичну модель на основі розгляду коливань типового мікроструктурного елемента середовища, який включає окіл одного зерна і має певний характерний розмір (мікроструктурний масштаб). У подальшому будемо позначати середньостатистичне значення радіуса зерна емульсії через r_0 , а середню відстань між зернами – через $2h_0$.

Насамперед, нас цікавитиме діапазон частот, для якого довжина звукової хвилі у середовищі значно більша від мікроструктурного масштабу. Ми виходимо з припущення, що, з макроскопічної точки зору, низькочастотний звук розповсюджується у двофазному середовищі як у квазіоднорідному, яке має певні осереднені акустичні параметри. В цьому наближенні можна вважати, що в емульсії розповсюджується монохроматична (гармонічна) звукова хвиля. Якщо довжина такої акустичної хвилі набагато перевищує мікро-

структурний масштаб середовища, то сусідні мікроструктурні елементи під час повного періоду коливання будуть знаходитись під дією акустичного тиску, який гармонічно змінюється у часі й має практично одну й ту ж амплітуду p . Звідси випливає, що в першому наближенні можна вважати, що на групу сусідніх елементів діє стаціонарне поле тиску $p e^{i\omega t}$ (тут $\omega = 2\pi f$, f – частота акустичних коливань).

Коли б структура двофазної емульсії була повністю регулярною, то при $p = \text{const}$ в межах кожного з мікроструктурних елементів розподіли фізичних полів, породжуваних гармонічною зміною тиску, були б ідентичними. Очевидно, що у цьому випадку на межі сусідніх елементів повинні дорівнювати нулю нормальні компоненти швидкості й теплового потоку. Легко зрозуміти, що і в нерегулярній емульсії навколо кожного із зерен будуть існувати такі ж осередки (околиці зерен диспергованої фази), обмежені замкненими поверхнями – нульовими ізолініями нормальних швидкості й теплового потоку (див. також [6]). Логічно припустити, що для високооднорідної емульсії такі осередки, в цілому, можна вважати близькими за формою до опуклих многогранників приблизно однакового об'єму із зернами, розташованими в їхніх центрах. Саме осередок такого типу (зерно емульсії з прилеглим шаром несучого середовища) і слід розглядати як мікроструктурний елемент даного середовища.

Коливання розглянутих мікроструктурних елементів під дією стаціонарного поля тиску $p e^{i\omega t}$ можна вважати практично тільки пульсуючими, нехтуючи внесками радіально-несиметричних компонент. Це дає нам право в першому наближенні розглядати елемент як двошарову сферично-симетричну структуру: кулю радіуса r_0 , заповнену дисперговою фазою емульсії (зерно), що оточена концентричним сферичним шаром несучої фази товщини h_0 (рис. 1).

Запропонована апроксимація геометрії дозволяє значно спростити математичне формулювання задачі й подальші викладки, а кінцевий результат, в рамках прийнятих припущень, отримати у вигляді аналітичних співвідношень. Такий прийом досить часто застосовується при розв'язанні різноманітних акустичних задач [9].

Зауважимо, що перехід до концепції “квазі-стаціонарної” зміни тиску при проходженні акустичної хвилі через мікронеоднорідність не дозволяє включити до розгляду, так зване “кірхгофове затухання звуку”, спричинене макроскопічним теплообміном між областями розрідження та стиску [3]. Проте, як показує практика, основним для

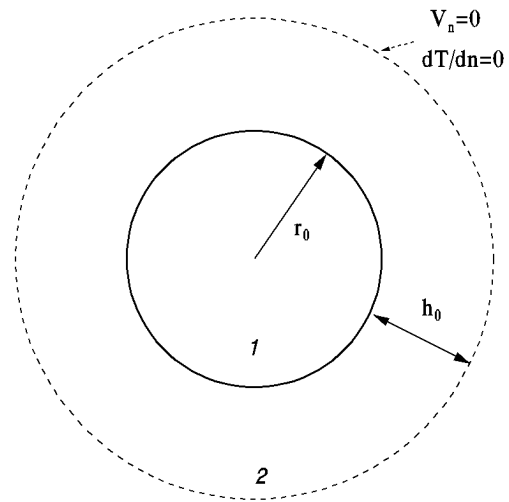


Рис. 1. Геометрія моделі мікроструктурного елемента концентрованої дисперсної суміші:

1 – диспергована фаза, 2 – несуча фаза

двофазних середовищ розглянутого типу є саме локальний механізм, пов'язаний з теплообміном в околиці мікронеоднорідності.

Прийняті припущення дозволяють перейти безпосередньо до формулювання математичної моделі, що здатна кількісно охарактеризувати особливості розповсюдження звукових хвиль у концентрованих емульсіях.

2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Відомо, що при розповсюдженні гармонічної хвилі з круговою частотою ω швидкість звуку c та коефіцієнт затухання δ пов'язані з густиною ρ , об'ємною деформацією s й амплітудою акустичного тиску p співвідношенням [3]

$$\bar{k} = \frac{\omega}{c} - i\delta = \omega \sqrt{\rho s / p}. \quad (1)$$

Осереднена густина емульсії визначається за співвідношенням

$$\rho = \varepsilon \rho_1 + (1 - \varepsilon) \rho_2,$$

де ρ_j – густини фаз; ε – об'ємна доля (концентрація) диспергової фази,

$$\varepsilon \equiv \frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{1}{(1 + h_0/r_0)^3} \quad (0 < \varepsilon < 1);$$

V_j – об’єм, який займає відповідна фаза. Тут і далі, індекс $j=1$ відповідає фізичній характеристиці диспергованої, а $j=2$ – несучої фази. Якщо не обумовлено інше, величини без індексів є макроскопічними характеристиками емульсії в цілому.

Для двофазної емульсії осереднена об’ємна деформація виражається через розподіли об’ємних деформацій s_j у кожній із фаз:

$$s = \frac{1}{V_1 + V_2} \left[\int_{V_1} s_1 dV_1 + \int_{V_2} s_2 dV_2 \right]. \quad (2)$$

Рівняння стану фаз, лінеаризовані для випадку малих збурень, дають термодинамічні залежності для об’ємних деформацій:

$$s_j = \beta_j p - \alpha_j T_j. \quad (3)$$

Тут β_j – ізотермічні стисливості фаз. З урахуванням припущень, викладених у попередньому розділі, в межах мікроструктурного елемента всі величини в правій частині рівняння (3), за виключенням T_j , можна вважати константами. Розподіли ж температур T_j задовольняють рівняння теплопровідності з відповідними комплексними хвильовими числами $\bar{n}_j = (1+i)n_j$ [3]:

$$\nabla^2 T_j - 2in_j^2 \frac{\Theta \alpha_j}{\rho_j C_{Pj}} = 0, \quad n_j = \sqrt{\frac{\omega \rho_j C_{Pj}}{2\kappa_j}}. \quad (4)$$

У формулах (3), (4) ∇^2 – оператор Лапласа; Θ – температура середовища в стані рівноваги; α_j – коефіцієнт температурного розширення фази; C_{Pj} – статична питома теплоємність; κ_j – теплопровідність; $i = \sqrt{-1}$.

Формулювання температурних граничних умов на поверхні розподілу фаз (поверхнях зерен) не викликає труднощів – для них мають бути неперервними поле температур та нормальний тепловий потік через поверхню зерна емульсії:

$$T_1 = T_2, \quad \kappa_1 \frac{dT_1}{dr} = \kappa_2 \frac{dT_2}{dr}, \quad r = r_0. \quad (5)$$

Тут r – локальна радіальна координата, яку відраховуємо від центру зерна. Згідно зроблених припущень, температурну граничну умову на зовнішній межі мікроструктурного елемента слід задати як рівність нулеві нормальної складової теплового потоку:

$$\frac{dT_2}{dr} = 0, \quad r = r_0 + h_0. \quad (6)$$

Така постановка граничної температурної умови для теплового потоку є досить типовою при моделюванні дисперсних середовищ, в яких концен-

траційні перепади в несучій фазі поблизу поверхні розподілу фаз мають один порядок з відстанями між зернами [6].

Поля температур, що задовольняють рівняння (4), мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} T_1(r) &= \frac{\Theta \alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} + A \frac{\text{sh } \bar{n}_1 r}{r}, \\ T_2(r) &= \frac{\Theta \alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} + B \frac{\text{ch } \bar{n}_2 (r - r_0 - h_0)}{r}. \end{aligned} \quad (7)$$

Довільні коефіцієнти A та B , що входять до розв’язків (7), однозначно визначаються з граничних умов (5). Зауважимо, що умова (6) виконується автоматично, за рахунок обраної функціональної залежності для $T_2(r)$. Знайдені розв’язки описують температурну хвилю, яка супроводжує розповсюдження звуку в емульсії. Внаслідок комплексності теплових хвильових чисел, розподіли температур (7), а значить, і об’ємні деформації фаз s_j є комплексними, тобто при $f > 0$ завжди існує ненульова дисипація звуку: $\delta > 0$.

Повернемося до формули (2), якою задається осереднена об’ємна деформація емульсії. Співвідношення об’ємів диспергованої й несучої фаз у мікроструктурному елементі суміші таке ж, як і в середовищі в цілому. Тому для знаходження величини s від інтегрування по повних фазових об’ємах V_1 і V_2 можна перейти до інтегрування в межах мікроструктурного елемента. Оскільки, за висловленими припущеннями, останній має приблизно сферичну форму, можна записати

$$s \approx \frac{1}{(r_0 + h_0)^3} \left[\int_0^{r_0} s_1 r^2 dr + \int_{r_0}^{r_1} s_2 r^2 dr \right]. \quad (8)$$

Опускаючи очевидні перетворення, з формул (5)–(8) отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{s}{p} &= \beta_{LL} - \frac{3i \varepsilon \Theta}{\omega r_0^2} \left[\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right]^2 \times \\ &\times \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} F_T(\bar{n}_1 r_0, \bar{n}_2 r_0, \bar{n}_2 h_0). \end{aligned} \quad (9)$$

Тут β_{LL} – так звана “лаплас-лапласівська” стисливість емульсії, що характерна для високих частот, на яких процес об’ємної деформації є адиабатичним як для емульсії в цілому, так і в масштабі мікронеоднорідності [3]:

$$\beta_{LL} = \varepsilon \left[\beta_1 - \frac{\Theta \alpha_1^2}{\rho_1 C_{P1}} \right] + (1 - \varepsilon) \left[\beta_2 - \frac{\Theta \alpha_2^2}{\rho_2 C_{P2}} \right].$$

Для безрозмірного співмножника, який характеризує залежність акустичних параметрів від терміч-

них хвильових розмірів мікроструктурного елемента, у співвідношенні (9) введено позначення

$$F_T = \frac{\varphi_{11}\varphi_{22}}{\sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}\varphi_{11}\varphi_{21} + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}}\varphi_{12}\varphi_{22}}, \quad (10)$$

де

$$\varphi_{11} = \bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0;$$

$$\varphi_{12} = \text{th } \bar{n}_1 r_0;$$

$$\varphi_{21} = [\bar{n}_2(r_0 + h_0) - \text{th } \bar{n}_2 h_0];$$

$$\varphi_{22} = \bar{n}_2 h_0 + (\bar{n}_2^2 r_0(r_0 + h_0) - 1)\text{th } \bar{n}_2 h_0.$$

Підставляючи вирази (9) і (10) у вихідне співвідношення (1), одержуємо остаточну формулу для обчислення c і δ :

$$\frac{\omega}{c} - i\delta = \frac{\omega}{c_{LL}} \left[1 - \frac{3i}{\omega r_0^2} \Theta \varepsilon \rho c_{LL}^2 \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right)^2 F_T \right]^{1/2}, \quad (11)$$

де $c_{LL} = 1/\sqrt{\rho\beta_{LL}}$ – лаплас-лапласівська швидкість звуку.

Зауважимо, що частотно-залежний член у формулі (11) пропорційний до квадратичного множника $[\alpha_1/(\rho_1 C_{P1}) - \alpha_2/(\rho_2 C_{P2})]^2$. Тому чим сильніше будуть відрізнятися густини, питомі теплоємності й коефіцієнти температурного розширення фаз, тим яскравіше будуть виражені дисперсія й дисипація у середовищі, і навпаки.

3. ДОСЛІДЖЕННЯ АСИМПТОТИК ТА МЕЖ ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ

Цікаво дослідити поведінку акустичних параметрів дисперсного середовища у спеціальних випадках, коли відношення фізичних параметрів фаз або мікроструктурних геометричних параметрів приймають свої граничні значення – нуль та нескінченність. Для початку покладемо $n_2 h_0 \rightarrow \infty$. На практиці це можливо у двох випадках: при дуже великих відстанях між зернами та на високих частотах.

Візьмемо до уваги, що

$$\text{th } z = 1 + o(1) \quad \text{при} \quad |z| \gg 1.$$

Тоді, якщо r_0 – фіксоване, а $h_0 \rightarrow \infty$, маємо

$$\varphi_{21} \approx \bar{n}_2 h_0,$$

$$\varphi_{22} \approx \bar{n}_2 h_0 (\bar{n}_2 r_0 + 1),$$

і вираз (10) переходить у формулу, яка відповідає наближенню Ісаковича [3]:

$$F_T^I = \frac{(\bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0)(\bar{n}_2 r_0 + 1)}{\sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}(\bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0) + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \text{th } \bar{n}_1 r_0 (\bar{n}_2 r_0 + 1)}. \quad (12)$$

Зауважимо, що зі збільшенням h_0/r_0 , прямує до нуля об'ємна концентрація ε . Тому в цьому випадку термічна поправка до комплексного акустичного хвильового числа \bar{k} виявляється малою.

Якщо ж вважати $h_0/r_0 = \text{const}$, а $\omega \rightarrow \infty$, одержуємо

$$\varphi_{21} \approx \bar{n}_2 (h_0 + r_0),$$

$$\varphi_{22} \approx \bar{n}_2 (h_0 + r_0)(\bar{n}_2 r_0 + 1) - \bar{n}_2 r_0.$$

Тому високочастотне наближення безрозмірної функції (10) буде дещо іншим:

$$F_T^\infty = \frac{(\bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0)(\bar{n}_2 r_0 + \epsilon_h)}{\sqrt{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}}(\bar{n}_1 r_0 - \text{th } \bar{n}_1 r_0) + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \text{th } \bar{n}_1 r_0 (\bar{n}_2 r_0 + \epsilon_h)}, \quad (13)$$

де

$$\epsilon_h = 1 - \frac{1}{1 + h_0/r_0} = 1 - \sqrt[3]{\varepsilon}.$$

Таким чином, хоча швидкість звуку в середовищі при $\omega \rightarrow \infty$ буде прямувати до c_{LL} як при врахуванні термічної взаємодії зерен, так і при нехтуванні нею, формули (12) і (13) прогнозують дещо різний характер наближення. Очевидно, різниця буде тим більшою, чим менше відношення h_0/r_0 .

Зауважимо, що насправді процес теплообміну в дисперсних середовищах наближається до адіабатично-адіабатичного лише нижче тих частот, для яких вирішальну роль починає відігравати неоднорідність розподілу тиску всередині зерна емульсії. У цьому випадку ефективна залежність тиск-об'єм визначається вже тільки локальним розподілом тиску поблизу межі розподілу фаз і може суттєво відрізнятися від класичної [10]. Однак для більшості реальних дисперсних сумішей така аномальна поведінка може проявлятися лише у надвисокочастотному (мегагерцовому) діапазоні.

Важливе практичне значення має спеціальний випадок, коли теплопровідність несучої фази значно перевищує теплопровідність диспергованої: $\kappa_1/\kappa_2 \rightarrow 0$. Насамперед, це характерно для бульбашкових середовищ. У цьому наближенні, як з формули (10), так і з (12) одержуємо одну й ту

ж залежність для комплексного хвильового числа:

$$\bar{k} = \left(\frac{\omega}{c} - i\delta \right)_{\kappa_1/\kappa_2 \rightarrow 0} = \frac{\omega}{c_{LL}} \times \left[1 - \frac{3i}{\omega r_0^2} \Theta \varepsilon \rho c_{LL}^2 \kappa_1 (\operatorname{cth} \bar{n}_1 r_0 \bar{n}_1 r_0 - 1) \right]^{1/2} \quad (14)$$

Видно, що останнє співвідношення не залежить від h_0/r_0 . Отже, можна стверджувати, що при $\kappa_2/\kappa_1 \gg 1$ зерна емульсії “не відчують” присутності сусідів і поведуться як ізольовані. Для бульбашкового середовища “повітря у воді” при обрахунках за формулою (14) значення швидкості звуку практично співпадає з одержаним за повною формулою Ісаковича [3], а різниця між значеннями δ для обох підходів не перевищує кількох відсотків і зменшується при зростанні частоти.

Зовсім інша ситуація виникає, якщо $\kappa_2/\kappa_1 \rightarrow 0$ (дисперсна суміш типу аерозолію). У цьому випадку в функції F_T зберігаються члени, що суттєвим чином залежать від відстаней між диспергованими частинками. Значить, для аерозолів модель Ісаковича, що не враховує скінченності цих відстаней, буде давати суттєву похибку.

Дослідимо низькочастотні асимптотики швидкості звуку в дисперсних сумішах. Для початку знехтуємо взаємодією мікроструктурних елементів середовища. Поклавши $\omega \rightarrow 0$ і зауваживши, що

$$\operatorname{th} z = z - z^3/3 + o(z^3) \quad \text{при} \quad |z| \ll 1,$$

в наближенні Ісаковича (формули (11), (12)) після очевидних перетворень отримуємо:

$$c_{if}^I = c_{LL} \left[1 + \Theta \varepsilon \rho_1 C_{P1} \times \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \times \rho c_{LL}^2 \quad (15)$$

Скориставшись акустичною моделлю дисперсної суміші, що враховує термічну взаємодію зерна з своїм найближчим оточенням, при $\omega \rightarrow 0$, зберігаючи старші члени розкладу за малим параметром, одержимо

$$\varphi_{11} \approx \bar{n}_1^3 r_0^3 / 3,$$

$$\varphi_{12} \approx \bar{n}_1 r_0,$$

$$\varphi_{21} \approx \bar{n}_2 r_0,$$

$$\varphi_{22} \approx \bar{n}_2 h_0 \bar{n}_2^2 r_0 (r_0 + h_0) + \bar{n}_2^3 h_0^3 / 3.$$

Додатково прийmemo до уваги тотожність

$$\varphi_{22} = \bar{n}_2 h_0 \bar{n}_2^2 r_0 (r_0 + h_0) + \bar{n}_2^3 h_0^3 / 3 = \bar{n}_2^3 r_0^3 [(1 + h_0/r_0)^3 - 1] / 3 = \bar{n}_2^3 r_0^3 (1 - \varepsilon) / (3\varepsilon).$$

Тоді після нескладних перетворень у низькочастотному наближенні отримуємо

$$c_{if}^h = c_{LL} \left[1 + \Theta \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon) \rho_1 \rho_2 C_{P1} C_{P2}}{\varepsilon \rho_1 C_{P1} + (1 - \varepsilon) \rho_2 C_{P2}} \times \rho c_{LL}^2 \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (16)$$

Видно, що вираз (16), на відміну від (15), є симетричним відносно фізичних параметрів фаз. Це відповідає уявленню про те, що при проходженні низькочастотного звуку несуча й диспергована фази емульсії мають бути “рівноправними”.

Загальну оцінку низькочастотної швидкості звуку в емульсії з довільною геометрією мікроструктури можна одержати, виходячи з припущення, що при ізотермічному розрідженні–стиску зерна всі макроскопічні параметри дисперсної суміші є адитивними відносно відповідних параметрів фаз:

$$\beta = \varepsilon \beta_1 + (1 - \varepsilon) \beta_2,$$

$$\alpha = \varepsilon \alpha_1 + (1 - \varepsilon) \alpha_2,$$

$$C_P = \varepsilon C_{P1} + (1 - \varepsilon) C_{P2}.$$

Це дозволяє записати значення швидкості звуку при $\omega \rightarrow 0$, спираючись безпосередньо на рівняння стану середовища, лінеаризовані для випадку малих збурень [3]:

$$c_{LN} = \left[\rho \beta - \Theta \frac{\alpha^2}{C_P} \right]^{-1/2} \quad (17)$$

Таку швидкість звуку традиційно називають ізотермічно-адіабатичною або ж лаплас-ньютонівською. Легко пересвідчитись, що для обох акустичних моделей емульсії зі сферичними зернами $c_{if} \neq c_{LN}$. Очевидно, це пов'язано з обмеженістю припущення про те, що для низьких частот важливою є взаємодія тільки тих зерен, які розташовані в околі, зрівнянному з мікроструктурним масштабом. Слід зауважити, що відомі термодинамічні теорії акустичних властивостей дисперсних сумішей також не дозволяють вийти при $\omega \rightarrow 0$ на лаплас-ньютонівську асимптотику швидкості звуку (див., наприклад, [5]).

Визначимо верхню частотну межу придатності розглянутої моделі термічної дисперсії й дисипації

звуку. Для цього позначимо характерний лінійний масштаб мікроструктурного елемента емульсії через $2H$. Очевидно, що для наближення Ісаковича $2H = 2r_0$, оскільки єдиним характерним розміром при відсутності взаємодії її зерен є, власне, діаметр зерна. Як було вказано вище, модифікована фізична модель вимагає, щоб в умовах однакового стиску перебувало вже не одне, а група сусідніх, найближче розташованих зерен. Тому в нашому випадку треба покласти $2H = 6(h_0 + r_0)$.

Усі точки мікроструктурного елемента будуть зазнавати дії майже однакового акустичного тиску $p \approx \text{const}$ при проходженні звукової хвилі з довжиною

$$\lambda = \frac{c_{LL}}{f} \gg 2H. \quad (18)$$

На практиці цю умову вважають виконаною, якщо масштаб мікронеоднорідності менший за чверть довжини акустичної хвилі. Ми прийємо дещо більш жорсткий критерій $2H \leq \lambda/8$. Таким чином, верхньою межею коректності застосування розглянутого підходу виявляється частота

$$f^{\max} \approx \frac{c_{LL}}{16H}. \quad (19)$$

За рахунок зв'язку між f та n_j , $j = 1, 2$ (див. рівняння (4)), критерій (19) також накладає певні обмеження на термічні хвильові розміри зерна емульсії:

$$\begin{aligned} n_j^{\max} r_0 &= r_0 \sqrt{\frac{\pi f^{\max} \rho_j C_{Pj}}{\kappa_j}} = \\ &= \frac{\sqrt{r_0}}{4} \sqrt{\frac{r_0}{H}} \sqrt{\frac{\pi c_{LL} \rho_j C_{Pj}}{\kappa_j}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Як видно з цього виразу, при фіксованих фізичних параметрах фаз h_0/r_0 максимальний термічний хвильовий розмір, для якого можна користуватись моделями типу теорії Ісаковича, пропорційний до квадратного кореня з характерного розміру зерна емульсії. Значить, чим більш дрібнодисперсною є суміш, тим меншим буде $n_j^{\max} r_0$.

Ясно, що внаслідок зростання мікроструктурного масштабу $2H$, у порівнянні з моделлю Ісаковича, для модифікованої моделі акустичних параметрів емульсії умови обмеження зверху (19), (20) виявляються значно сильнішими.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Переходячи до аналізу кількісних даних, зауважимо, що вираз (1) допускає розклад у ряд Тейлора. В роботі [3] було зроблено припущення, що за

рахунок малості термічної поправки до об'ємної деформації $s_T \ll s$ можна обмежитись лінійною апроксимацією

$$\frac{\omega}{c} - i\delta \approx \frac{\omega}{c_{LL}} \left[1 + \frac{s_T}{2p\beta_{LL}} \right]. \quad (21)$$

Слід, однак, зазначити, що обрахунки, проведені для бульбашкового середовища "повітря у воді" при $0.1 \leq \varepsilon \leq 0.9$ показали недостатню точність наближеної формули (21). Так, у порівнянні з точною формулою (1), в широкому частотному діапазоні похибка для швидкості звуку c складала $2 \div 4\%$, а для δ – $20 \div 30\%$. Тому всі розрахунки проводились за точними співвідношеннями (11)

Зрозуміло, що в розглянутій задачі існує лише один незалежний термічний хвильовий масштаб, а інші можна виразити як похідні від нього та двох частотно-незалежних параметрів задачі: фізичного n_1/n_2 й геометричного h_0/r_0 . Скориставшись залежністю між круговою частотою ω і температурними хвильовими числами n_j (див. рівняння (4)), явним чином виразимо c і δ як функції тільки термічного хвильового радіуса зерна емульсії $n_1 r_0$. При цьому доцільно виділити коефіцієнт, який залежить виключно від фізичних властивостей фаз:

$$K_{12} = 3\varepsilon \Theta \rho c_{LL}^2 \sqrt{\rho_1 \rho_2 C_{P1} C_{P2}} \times \quad (22)$$

$$\times \left(\frac{\alpha_1}{\rho_1 C_{P1}} - \frac{\alpha_2}{\rho_2 C_{P2}} \right)^2.$$

Остаточно,

$$\frac{\omega}{c} - i\delta = \frac{\omega}{c_{LL}} \left[1 + \frac{K_{12}}{\bar{n}_1 r_0 \bar{n}_2 r_0} F_T \right]^{1/2}, \quad (23)$$

звідки

$$c = c_{LL} \operatorname{Re} \left[1 + \frac{K_{12}}{\bar{n}_1 r_0 \bar{n}_2 r_0} F_T \right]^{-1/2},$$

$$\delta = \frac{2}{c_{LL} r_0^2} \sqrt{\frac{\kappa_1 \kappa_2}{\rho_1 \rho_2 C_{P1} C_{P2}}} \times \quad (24)$$

$$\times n_1 r_0 n_2 r_0 \operatorname{Re} \left[1 + \frac{K_{12}}{\bar{n}_1 r_0 \bar{n}_2 r_0} F_T \right]^{1/2}.$$

Зі співвідношень (24) можна зробити важливий висновок: для фіксованої комбінації диспергованої й несучої фаз залежність c від хвильового розміру зерна емульсії та відносної відстані між зернами h_0/r_0 є універсальною для всіх абсолютних значень r_0 . Водночас, в аналогічній залежності для

Таблиця. Фізичні параметри речовин – фаз дисперсної суміші, використані при обрахунках (за [11, 12])

РЕЧОВИНА	ρ_i , кг/м ³	β_i , 1/Па	C_{Pi} , кал/(кг·К)	κ_i , кал/(м·с·К)	α_i , 1/К
повітря	1.29	$1/P_0$	$2.41 \cdot 10^2$	$5.70 \cdot 10^{-3}$	$1/\Theta$
бензол	879	$7.70 \cdot 10^{-10}$	$4.07 \cdot 10^2$	$3.45 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-3}$
вода	1000	$4.35 \cdot 10^{-10}$	10^3	$1.40 \cdot 10^{-1}$	$1.50 \cdot 10^{-4}$

δ явним чином присутній множник, обернений до квадрата радіуса зерна. Це дозволяє стверджувати, що при однакових $n_1 r_0$ та інших рівних умовах, термічне затухання в емульсії з дрібнішими зернами завжди буде вищим.

Всі обрахунки проводились для статичного тиску $P_0 = 10^5$ Па й температури в стані рівноваги $\Theta = 20^\circ\text{C} = 293$ К. Фізичні параметри фаз, які служили вихідними даними, предствалені в таблиці.

Звернемось до графіків рис. 2–5, що демонструють залежності акустичних параметрів дисперсних сумішей типів “рідина–рідина” (“рідина–газ”) від термічного хвильового радіуса зерна $n_1 r_0$. На рисунках а зображено нормовану величину дисперсійного стрибка швидкості звуку

$$\Delta c = \frac{c - c_{LN}}{c_{LL} - c_{LN}},$$

а на рисунках б – зведений дисипативний коефіцієнт, який дорівнює добутку коефіцієнта затухання δ на квадрат радіуса зерна. Тут неперервними кривими показані обрахунки з урахуванням термічної взаємодії між зернами, а штриховими – без урахування взаємодії (за Ісаковичем). Фактично, цю групу графіків можна розглядати як частотні залежності при фіксованому значенні r_0 .

З рис. 2 видно, що для бульбашкового середовища повітря–вода результати для обох моделей практично збігаються. При цьому розрахункові значення низькочастотної швидкості звуку дуже близькі до c_{LN} . Незначні відмінності спостерігаються лише при дуже великих концентраціях газової фази: $h_0/r_0 \sim 0.01$ ($\epsilon > 0.9$). Це дозволяє зробити висновок про те, що для бульбашкових середовищ, в яких $\rho_1 C_{P1} \ll \rho_2 C_{P2}$, термічною взаємодією на мікроструктурному рівні можна знехтувати. У цьому випадку модель Ісаковича дає результат, що не суперечить загальним уявленням про термодинамічні особливості розповсюдження низькочастотного звуку в дисперсних сумішах.

Частотна тенденція дисперсійного стрибка швидкості звуку для бульбашкового середовища практично не залежить від відносної відстані між зернами. Слід, однак, зауважити, що абсолютні значення c_{LN} і c_{LL} суттєвим чином змінюються

при зміні h_0/r_0 . Що ж до дисипації звуку, то вона монотонно зростає по всьому діапазону частот при зменшенні ϵ від 1 до 0.5 ($0 \leq h_0/r_0 \leq 0.26$), а потім знову починає зменшуватись. Як і передбачає модель Ісаковича, низькочастотне затухання звуку буде пропорційним до квадрата частоти, а високочастотне – до квадратного кореня з неї.

Зовсім іншу картину спостерігаємо при проходженні звукової хвилі через аерозоль (рис. 3). Насамперед, кидається у вічі, що модель Ісаковича дає низькочастотну асимптотику, далеку від c_{LN} (тобто, таку, що не відповідає гіпотезі про ізотермічно-адіабатичне деформування середовища). Натомість, при урахуванні мікроструктурної взаємодії для не дуже великих відстаней між зернами ($h_0/r_0 \ll 10$) одержуємо низькочастотну швидкість звуку, дуже близьку до лаплас-ньютонівської. Отже, для дисперсних сумішей з $\rho_1 C_{P1} \gg \rho_2 C_{P2}$ взаємодія мікроструктурного елемента середовища з його найближчим околom є визначальним моментом, і запропонована модель дозволяє одержати фізично змістовний результат.

З рис. 3, а видно, що зі збільшенням h_0/r_0 (тобто зі зменшенням концентрації рідинної фази) дисперсійний стрибок швидкості зсувається в бік нижчих частот. При цьому для $h_0/r_0 \leq 2$ на частотах нижче дисперсійного стрибка затухання звуку монотонно зростає з віддаленням зерен (див. рис. 3, б). Очевидно, така тенденція обумовлена наростанням неоднорідності температурного поля в середовищі-носії зі збільшенням h_0/r_0 . Слід також зазначити, що низькочастотне затухання звуку в аерозолі при врахуванні мікроструктурної термічної взаємодії виявляється значно слабкішим, ніж прогнозоване теорією Ісаковича.

Зрозуміло, що при для $h_0/r_0 \rightarrow \infty$ (мала концентрація дисперсної фази) маємо одержати значне послаблення термічної дисипації у всьому частотному діапазоні. В принципі, обрахунки для великих h_0/r_0 не суперечать цьому висновку. Однак, судячи з характеру низькочастотної асимптотики швидкості звуку, вже при $h_0/r_0 > 2$ запропонована модель термічної взаємодії перестає працювати, і для слабоконцентрованих аерозолів її застосову-

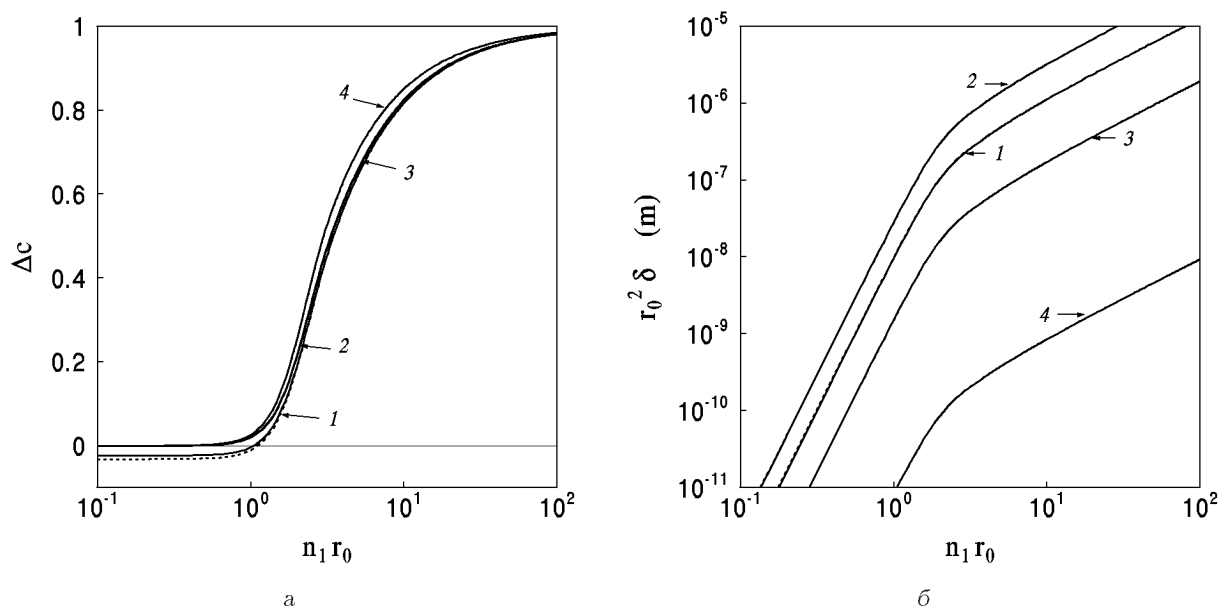


Рис. 2. Залежність дисперсії й дисипації звуку від термічного хвильового розміру зерна для бульбашкового середовища повітря – вода:

неперервні – без урахування термічної взаємодії, штрихові – з урахуванням термічної взаємодії;
 а – величина дисперсійного стрибка Δc , б – зведений дисипативний коефіцієнт $r_0^2 \delta$;
 1 – $h_0/r_0 = 0.01$, 2 – $h_0/r_0 = 0.2$, 3 – $h_0/r_0 = 10$, 4 – $h_0/r_0 = 100$

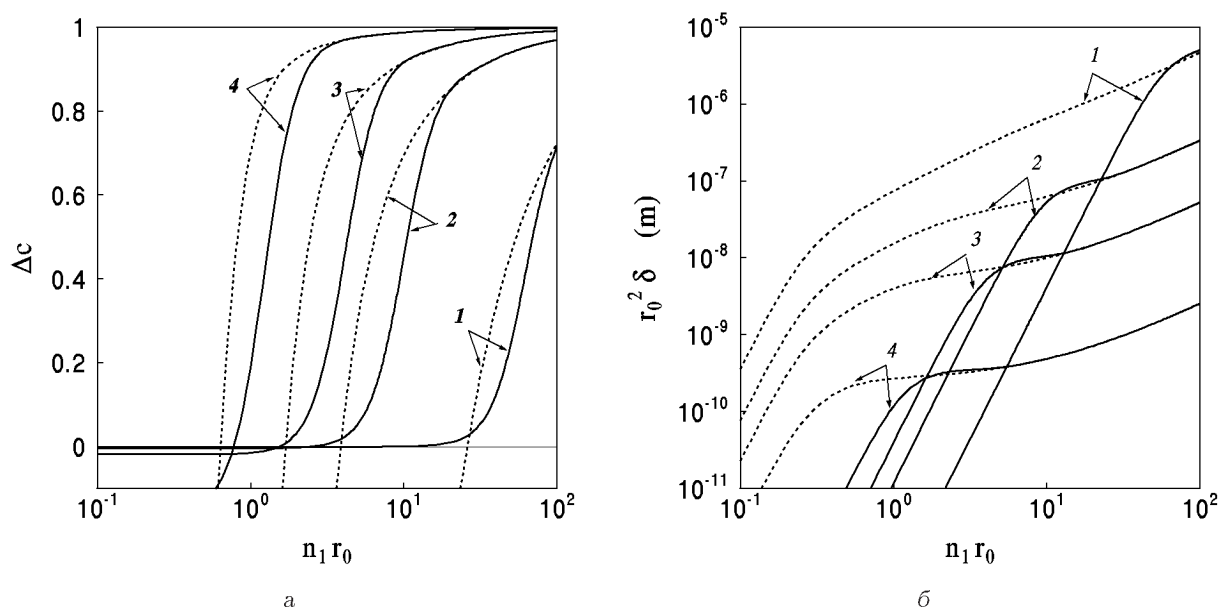


Рис. 3. Залежність дисперсії й дисипації звуку від термічного хвильового розміру зерна для крапельного аерозолу вода – повітря:

неперервні – без урахування термічної взаємодії, штрихові – з урахуванням термічної взаємодії;
 а – величина дисперсійного стрибка Δc , б – зведений дисипативний коефіцієнт $r_0^2 \delta$;
 1 – $h_0/r_0 = 0.1$, 2 – $h_0/r_0 = 1$, 3 – $h_0/r_0 = 2$, 4 – $h_0/r_0 = 5$

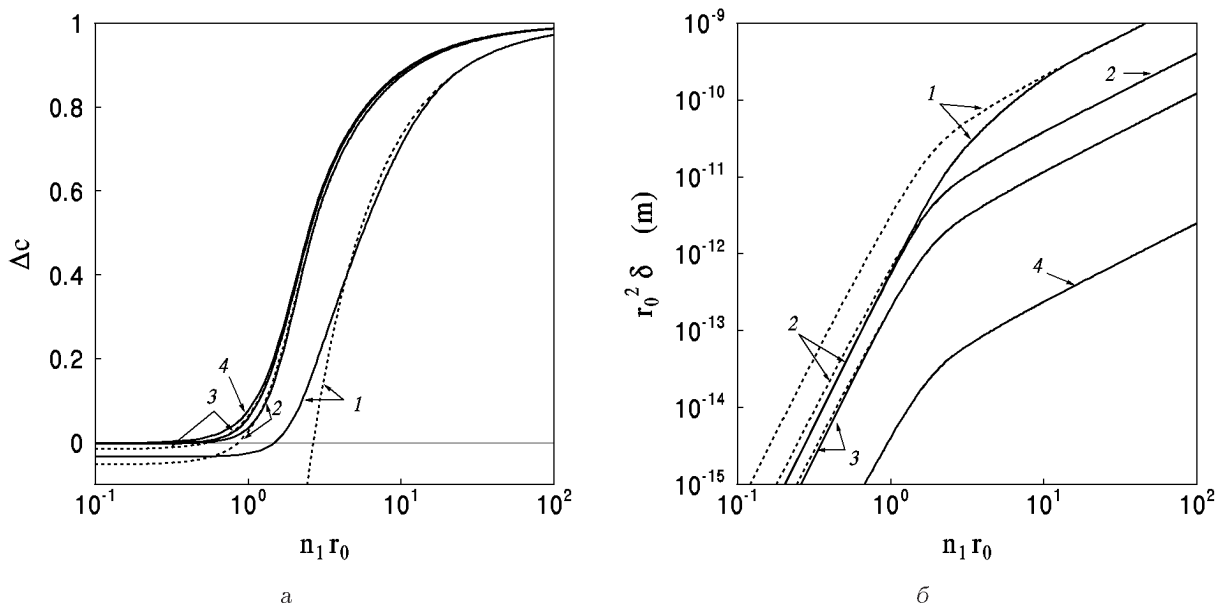


Рис. 4. Залежність дисперсії й дисипації звуку від термічного хвильового розміру зерна для бензолу, диспергованого у воді:

неперервні - без урахування термічної взаємодії, штрихові - з урахуванням термічної взаємодії;

а - величина дисперсійного стрибка Δc , б - зведений дисипативний коефіцієнт $r_0^2 \delta$;

1 - $h_0/r_0 = 0.2$, 2 - $h_0/r_0 = 1$, 3 - $h_0/r_0 = 2$, 4 - $h_0/r_0 = 5$

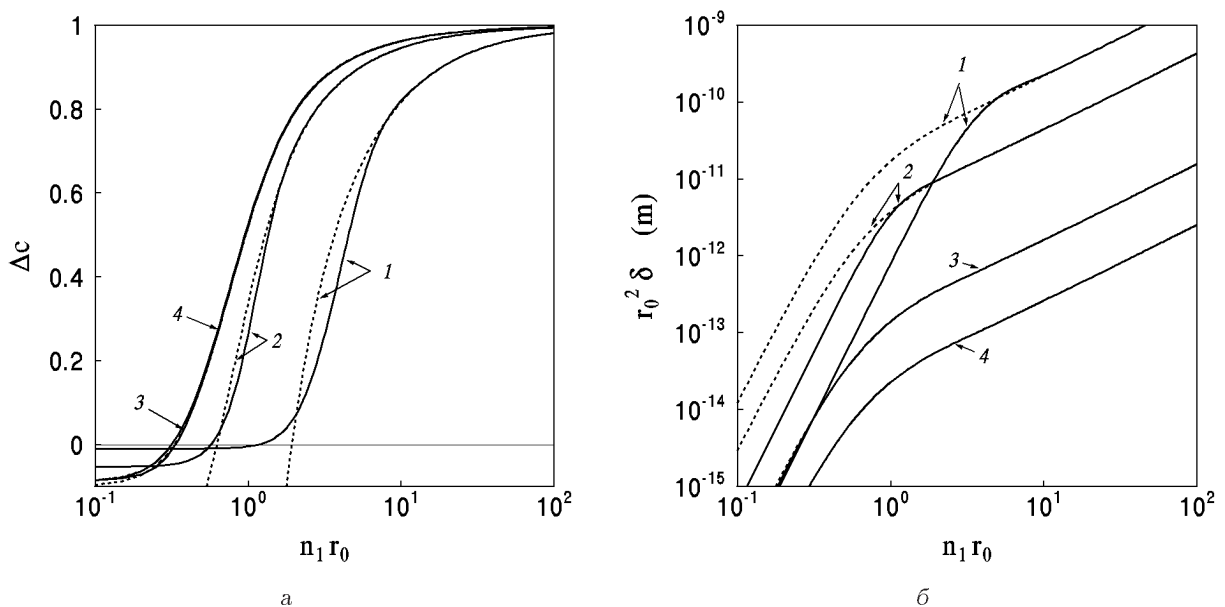


Рис. 5. Залежність дисперсії й дисипації звуку від термічного хвильового розміру зерна для води, диспергованої в бензолі:

неперервні - без урахування термічної взаємодії, штрихові - з урахуванням термічної взаємодії;

а - величина дисперсійного стрибка Δc , б - зведений дисипативний коефіцієнт $r_0^2 \delta$;

1 - $h_0/r_0 = 0.2$, 2 - $h_0/r_0 = 1$, 3 - $h_0/r_0 = 5$, 4 - $h_0/r_0 = 10$

вати не можна.

Розглянемо випадки, коли дисперсна суміш утворена двома рідинами. Як правило, в цьому випадку всі термодинамічні параметри фаз мають близькі значення, або, принаймні, є величинами одного порядку. Як і слід було очікувати, звук в такому середовищі затухає на кілька порядків слабкіше, ніж у газо-рідинній суміші.

На рис. 4, 5 предствалено залежності Δc і $r_0^2 \delta$ від $n_1 r_0$ для емульсії бензолу у воді та води в бензолі. Зазначимо, що при урахуванні термічної взаємодії на мікроструктурному рівні, при $0 < h_0/r_0 < 10$ для обох дисперсних сумішей розбіжність між $c|_{f \rightarrow 0}$ і c_{LN} становить менше 10 %. Це дозволяє сподіватись на достовірність одержаних результатів. Водночас, класична модель емульсії з незалежними зернами при $0 < h_0/r_0 < 1$ на низьких частотах працює погано.

Як видно з графіків, для обох сумішей при $h_0/r_0 \gg 1$ розрахунки без урахування та з урахуванням термічної взаємодії зерен дають майже однакові результати. При цьому, для бензолу диспергованого у воді ($\rho_1 C_{P1}/(\rho_2 C_{P2}) \approx 0.36$) модель Ісаковича добре працює, вже починаючи з $h_0/r_0 = 1$. Загальна картина дисперсії й дисипації звуку тут абсолютно аналогічна до тої, що спостерігається для бульбашкових середовищ. Досить близьку тенденцію при великих h_0/r_0 демонструє й емульсія води в бензолі. Особливо наочно це видно на прикладі затухання (див. рис. 5, б). У випадку близькорозташованих зерен $h_0/r_0 < 1$ для емульсії води в бензолі ($\rho_1 C_{P1}/(\rho_2 C_{P2}) \approx 2.8$) маємо той самий характер дисперсії й дисипації, що й в аерозолі.

Для емульсії бензолу у воді (див. рис. 4, б) така поведінка виражена менш яскраво, і при $0.1 \leq h_0/r_0 \leq 1$ модель з урахуванням термічної взаємодії зерен дає практично одну й ту ж величину низькочастотного коефіцієнта затухання. Одночасно, в цьому діапазоні h_0/r_0 зі збільшенням відносної відстані між зернами емульсії критична частота спадає, що призводить до зменшення високочастотного затухання звуку. Для $h_0/r_0 \ll 0.1$ має місце монотонне спадання $r_0^2 \delta$ при зближенні зерен.

Насамкінець, цікаво прослідкувати як змінюються акустичні параметри емульсії в заданому частотному діапазоні при зміні радіуса зерна (відношення h_0/r_0 вважаємо сталим). За приклад візьмемо дисперсні суміші води й бензолу при $h_0/r_0 = 0.2$ ($\varepsilon \approx 0.58$). Легко перевірити, що для таких емульсій при $10^{-6} \text{ м} \leq r_0 \leq 10^{-3} \text{ м}$ частота f^{\max} , обчислена за критерієм (19), лежить в області ультразвуку. Тому графіки на рис. 6

та 7 побудовано для $f \leq 20$ кГц. З рисунків видно, що, зі зменшенням r_0 частота дисперсійного стрибка зростає. Це природно, оскільки при $r_0 \rightarrow 0$ розширюється діапазон ізотермічного деформування зерен. При цьому, зі зменшенням r_0 спостерігається спадання затухання звуку нижче дисперсійного стрибка швидкості і його зростання на частотах вище дисперсійного стрибка.

ВИСНОВКИ

1. На базі класичної акустичної моделі емульсії М. О. Ісаковича розроблено фізичну й математичну моделі термічного механізму формування акустичних властивостей емульсій, бульбашкових середовищ та аерозолів з урахуванням локальної термічної взаємодії їхніх мікроструктурних елементів.
2. Досліджені низько- та високочастотні асимптотики швидкості звуку в дисперсних сумішах. Визначені умови, при яких модифікована модель дає результат, що співпадає з результатом Ісаковича. Показано, що модель Ісаковича можна розглядати як граничний випадок моделі, що враховує мікроструктурну взаємодію, для бульбашкових середовищ ($\kappa_1 \ll \kappa_2$, $\rho_1 C_{P1} \ll \rho_2 C_{P2}$).
3. Чисельний аналіз показав, що при малих і помірних відстанях між зернами емульсії модель з урахуванням термічної взаємодії між зернами набагато краще узгоджується з загальнофізичним тлумаченням процесу розповсюдження низькочастотного звуку в дисперсних сумішах, ніж класична модель з незалежними зернами.
4. Виявлено ряд особливостей для дисперсії й дисипації в дисперсних сумішах типу аерозолів ($\rho_1 C_{P1} \gg \rho_2 C_{P2}$). Зокрема, показано, що при фіксованому розмірі зерна в широкому діапазоні об'ємних концентрацій (h_0/r_0) зі зростанням відносної відстані між зернами зростає низькочастотне затухання звуку, а високочастотне, навпаки, зменшується. Ця тенденція не розповсюджується на випадки низьких концентрацій дисперсної фази ($h_0/r_0 \leq 10$), при яких збільшення h_0/r_0 призводить до монотонного зменшення затухання для усіх частот.
5. Показано, що для дисперсних сумішей типу "рідина – рідина" для $h_0/r_0 > 1$ модель Ісаковича (незалежні зерна емульсії) забезпечує достатню точність обрахунків. Водночас, для

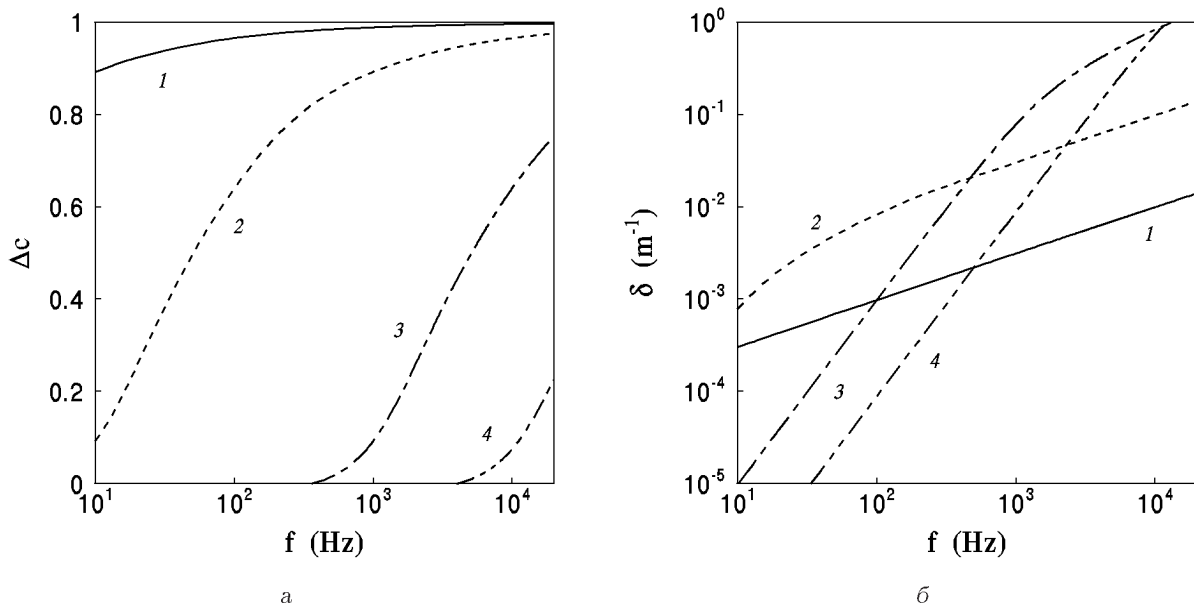


Рис. 6. Частотна залежність дисперсії й дисипації звуку для бензолу, диспергованого у воді ($h_0/r_0=0.2$) при врахуванні термічної взаємодії зерен емульсії:
 а - величина дисперсійного стрибка Δc , б - коефіцієнт затухання δ ;
 1 - $r_0 = 10^{-3}$ м, 2 - $r_0 = 10^{-4}$ м, 3 - $r_0 = 10^{-5}$ м, 4 - $r_0 = 3 \cdot 10^{-6}$ м

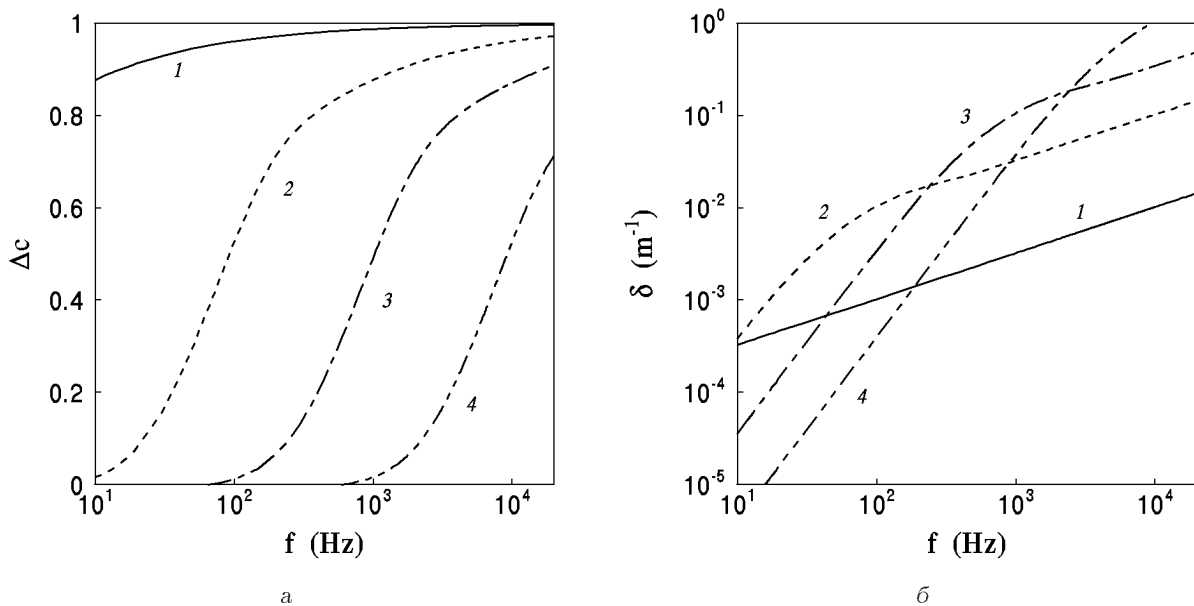


Рис. 7. Частотна залежність дисперсії й дисипації звуку для води, диспергованої в бензолі ($h_0/r_0=0.2$) при врахуванні термічної взаємодії зерен емульсії:
 а - величина дисперсійного стрибка Δc , б - коефіцієнт затухання δ ;
 1 - $r_0 = 10^{-3}$ м, 2 - $r_0 = 10^{-4}$ м, 3 - $r_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ м, 4 - $r_0 = 10^{-5}$ м

малих значень h_0/r_0 урахування термічної взаємодії на мікроструктурному рівні є критичним для одержання фізично змістовних результатів.

6. Дослідження частотних залежностей дисперсії й дисипації при фіксованому h_0/r_0 та змінному r_0 показали, що, оскільки зі зменшенням радіуса зерна процес його деформування все більше наближається до ізотермічного, то при цьому на частотах нижче дисперсійного стрибка швидкості затухання спадає, а вище стрибка – зростає.

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.– М.: Наука, 1978.– 336 с.
2. Гликман Б. Ф., Дубинкин Б. Н., Мерлаков М. И., Мокиенко В. А. Теоретическое и экспериментальное определение акустических характеристик двухфазного газокapельного потока в цилиндрических каналах // Акуст. ж.– 1993.– **39**, N 4.– С. 627–637.
3. Исакович М. А. О распространении звука в эмульсиях // ЖЭТФ.– 1948.– **18**, вып. 10.– С. 905–912.
4. Temkin S., Dobbins R. A. Attenuation and dispersion of sound by particulate-relaxation processes // J. Acoust. Soc. Amer.– 1966.– **40**, N 2.– С. 317–324.
5. Temkin S. Sound speeds in suspensions in thermodynamic equilibrium // Phys. Fluids. A.– 1992.– **4**, N 11.– С. 2399–2409.
6. Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. О некоторых особенностях распространения звука в бинарных пузырьковых средах // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1990.– N 3.– С. 42–50.
7. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Влияние полидисперсности на распространение звука в смесях газа с паром и каплями жидкости // ПТМФ.– 1993.– **34**, N 4.– С. 75–82.
8. Олійник В. Н. О механизмах формирования акустических свойств легочной паренхимы // Акуст. вісн.– 2001.– **4**, N 3.– С. 53–66.
9. Гринченко В. Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках.– К.: Наук. думка, 1986.– 238 с.
10. Prosperetti A. Thermal effects and damping mechanisms in the forced radial oscillations of gas bubbles in liquids // J. Acoust. Soc. Amer.– 1979.– **61**, N 1.– P. 17–27.
11. Чайлдс У. Физические постоянные.– М.: Физматгиз, 1962.– 80 с.
12. Гаевой А. И., Чепуренко В. Г., Левашова Л. Е., Калабухов Н. П. Справочник по физике для поступающих в вузы.– К.: Наук. думка, 1968.– 360 с.