

УДК 534.24

# ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА РЕШЕТКОЙ, ОБРАЗОВАННОЙ СООСНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИМИ ОБОЛОЧКАМИ С ТОРЦЕВЫМИ ЭКРАНАМИ. ЧАСТЬ I. ТЕОРИЯ

И. В. ВОВК\*, В. Т. МАЦЫПУРА\*\*

\*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

\*\*Национальный технический университет Украины “КПИ”, Киев

Получено 5.02.2001

На основе метода частичных областей разработан способ расчета акустических свойств решетки, образованной из пьезокерамических оболочек, и имеющей на торцах экраны в форме усеченных сферических секторов. Установлены количественные связи между акустическими характеристиками решетки и физическими свойствами экранов. Проведена оценка величин невязок по звуковому давлению, колебательной скорости и акустической энергии. Показано, что достигнутая точность расчета физических полей является приемлемой для проведения количественного анализа излучающих свойств решетки.

На базі методу часткових областей розроблено спосіб обрахунку акустичних властивостей ґратки, яка утворена з п'єзокерамічних оболонок, і має на торцях екрани в формі зрізаних сферичних секторів. Встановлені кількісні зв'язки між акустичними характеристиками ґратки й фізичними властивостями екранів. Проведено оцінку величин невіязок по звуковому тиску, коливальній швидкості й акустичній енергії. Показано, що досягнута точність розрахунку фізичних полів є прийнятною для проведення кількісного аналізу випромінювальних властивостей ґратки.

On basis of the partial domains technique the way to predict the acoustical properties of a grating formed of piezoceramic shells, and having end screens shaped as cutted sperical sectors. The quantitative relations between grating acoustic characteristics and screens' physical properties are established. The deficiencies on the sound pressure, vibrational velocity and acoustic energy are estimated. It is shown that the obtained accuracy of a physical fields calculation is appropriate for quantitative analysis of grating radiative properties.

## ВВЕДЕНИЕ

Проблеме излучения звука решетками из электроакустических преобразователей, имеющих вид соосных цилиндрических пьезокерамических оболочек, на протяжении последних 40 лет уделялось значительное внимание [1–4], поскольку решетки такого типа исключительно широко применялись в гидроакустической технике. Такая популярность обусловлена, прежде всего, высокой энергетической эффективностью этого типа излучателей, наряду с технологичностью, обеспечивающей сравнительную простоту их изготовления [5, 6].

Вместе с тем, известно, что в силу ряда технических ограничений высота  $h$  промышленно производимых пьезокерамических оболочек невелика по сравнению с их диаметром. Так как обычно цилиндрические излучатели работают вблизи радиального резонанса, можно утверждать, что высота оболочки не превышает  $\sim 0.4c/f_0$ , где  $c$  – скорость звука в воде;  $f_0$  – резонансная частота пульсирующих (радиальных) колебаний оболочки. Указанное обстоятельство приводит к значительному акустическому взаимодействию оболочек в решетке. Вследствие этого могут наблюдаться значи-

тельное снижение эффективности излучения звука отдельными оболочками в решетке, увеличение боковых лепестков диаграммы направленности и другие нежелательные эффекты.

Один из эффективных методов борьбы с указанными негативными явлениями – возбуждение каждой оболочки в решетке своим, отдельным, электрическим генератором [1, 4]. Естественно, при этом модули и фазы возбуждающих сигналов следует выбрать надлежащим образом. Построенные таким образом решетки в антенной технике принято называть фазированными решетками или фазированными антеннами.

Наряду с такими “активными” методами управления акустическими характеристиками излучающих решеток существуют и “пассивные”. Они основываются на модифицировании акустических характеристик путем использования в излучателе дополнительных конструктивных элементов, (экранов, рупоров и т. п.) [7–10]. В связи с этим представляется важным и интересным исследовать влияние экранов, размещаемых на торцах решетки, форма которых близка к форме биконического рупора, который нередко используется в антенной технике [8, 9]. Такие экраны способствуют

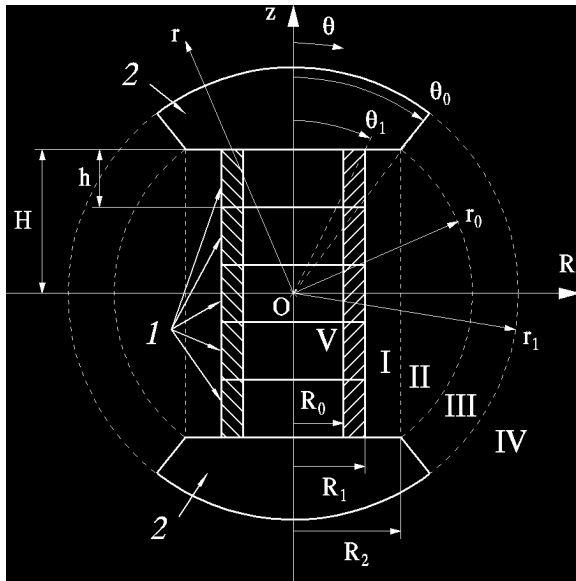


Рис. 1. Геометрия задачи

улучшению направленных свойств излучателей и улучшают их согласование с окружающей средой.

Целью настоящей работы является разработка метода оценки акустических свойств решетки, образованной из пьезокерамических оболочек, и имеющей на торцах экраны в форме усеченных сферических секторов, а также установление количественных связей между акустическими характеристиками решетки и физическими свойствами экранов.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим осесимметричную задачу излучения звука решеткой из  $M$  соосных пьезокерамических оболочек 1 (рис. 1), которые могут совершать только радиальные колебания. Щели между преобразователями отсутствуют. Торцы решетки закрыты экранами 2 в форме усеченных сферических секторов. На рисунке для определенности изображена решетка из пяти преобразователей ( $j=1, 2 \dots M$ , где  $j$  – номер преобразователя, если вести отсчет сверху вниз).

Для описания геометрии задачи и построения решения введем две системы координат с общим центром  $O$  – сферическую  $(r, \theta)$  и цилиндрическую  $(R, z)$ . Торцевые экраны формируются тремя поверхностями. Так, для верхнего экрана граничны-

ми являются поверхность сферического сегмента  $r = r_1$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_0$ ; боковая поверхность усеченного конуса  $r_0 \leq r \leq r_1$ ,  $\theta = \theta_0$  и поверхность кольца шириной  $R_2 - R_1$ . Каждая из них может быть либо акустически жесткой, либо акустически мягкой.

На электроды каждого преобразователя подается гармоническое напряжение круговой частоты  $\omega$ , в общем случае имеющее индивидуальные значения амплитуды и фазы. Пусть преобразователи поляризованы радиально, а электроды расположены на их цилиндрических поверхностях. Излучающая система погружена в идеальную сжимаемую среду, характеризующуюся волновым сопротивлением  $\rho c$ . Внутри решетки среда (имеющая, в общем случае, другое волновое сопротивление) может как присутствовать, так и отсутствовать.

Постановка такой “сквозной” задачи позволяет определить важные для практики локальные и интегральные полевые характеристики – акустическое давление, излучаемую мощность, диаграмму направленности и др. – с учетом реакции звукового поля на колеблющуюся поверхность преобразователей, их акустического взаимодействия, физических и геометрических параметров пьезооболочек, а также амплитуд и фаз подаваемых на электроды электрических напряжений [1–4]. Предметом особого внимания в данном исследовании будет также оценка влияния размеров и свойств поверхностей торцевых экранов на звуковое поле, излучаемое системой.

Решение задачи будем строить на базе использования модифицированного метода частных областей [11] с привлечением уравнений, описывающих вынужденные колебания пьезокерамических оболочек под воздействием приложенного к ним электрического напряжения. Разобьем все пространство существования звукового поля на частичные области (см. рис. 1). Первая область ограничена кольцевой поверхностью  $z = \pm H$ ,  $R_1 \leq R \leq R_2$  и двумя цилиндрическими поверхностями  $R = R_{1,2}$ ,  $|z| \leq H$ . Вторая область ограничена цилиндрической поверхностью  $R = R_2$ ,  $|z| \leq H$  и сферическим поясом  $r = r_0$ ,  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$ . Третья область ограничена двумя сферическими поясами:  $r = r_{0,1}$ ,  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$ , а также двумя боковыми поверхностями усеченного конуса:  $\theta = \theta_0$  и  $\theta = \pi - \theta_0$  при  $r_0 \leq r \leq r_1$ . Четвертая область – это внешность сферической поверхности радиуса  $r = r_1$ . Наконец, пятая область – это внутренность решетки из пьезооболочек:  $R \leq R_0$ ,  $|z| \leq H$ .

Потенциалы скоростей в указанных областях будем искать в форме наборов частных решений уравнения Гельмгольца [7–11]. Гармонический временной множитель  $e^{-i\omega t}$  в дальнейшем опуска-

ем. Так, для области I

$$\Phi_I = \sum_{n=0}^{\infty} \cos(\alpha_n z) \times \left[ K_n \frac{J_0(\gamma_n R)}{J_0(\gamma_n R_2)} + G_n \frac{H_0^{(1)}(\gamma_n R)}{H_0^{(1)'(\gamma_n R_1)} \right], \quad (1)$$

где  $\alpha_n$  определяются граничными условиями на поверхностях  $R_1 \leq R \leq R_2$ ,  $z = \pm H$ . При акустически жестких и акустически мягких указанных поверхностях  $\alpha_n$  имеют вид

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{H} \quad \text{и} \quad \alpha_n = \frac{\pi(2n+1)}{2H}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

соответственно. Выбор функции  $\cos(\alpha_n z)$  в выражении (1) обусловлен симметрией рассматриваемой задачи относительно плоскости  $z=0$ , что делает достаточным использование только четных функций. В принятых обозначениях:  $J_0$  – функция Бесселя первого рода;  $H_0^{(1)}$  – функция Ханкеля первого рода. Величина  $\gamma_n$ , стоящая в аргументе, определяется как

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha_n^2} & \text{при } k \geq \alpha_n, \\ i\sqrt{\alpha_n^2 - k^2} & \text{при } k < \alpha_n, \end{cases} \quad (3)$$

где  $k = \omega/c$ . Когда  $\gamma_n$  является мнимой величиной, функции  $J_0$  и  $H_0^{(1)}$  выражаются через соответствующие модифицированные функции Бесселя.

Общее решение в области II запишем как

$$\Phi_{II} = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cos(\alpha_n z) \frac{H_0^{(1)}(\gamma_n R)}{H_0^{(1)'(\gamma_n R_2)} + \sum_{n=0}^{\infty} E_n T_{\nu_n}(\cos \theta) \frac{j_{\nu_n}(kr)}{j_{\nu_n}(kr_0)}, \quad (4)$$

где  $j_{\nu_n}$  – сферические функции Бесселя первого рода нецелого порядка. Обозначение  $T_{\nu_n}(\cos \theta)$  соответствует выражению

$$T_{\nu_n}(\cos \theta) = P_{\nu_n}(\cos \theta) + L_n Q_{\nu_n}(\cos \theta), \quad (5)$$

где  $P_{\nu_n}$  и  $Q_{\nu_n}$  – функции Лежандра первого и второго рода. Значения  $\nu_n$  и  $L_n$  для случая жестких границ определяются из совокупности уравнений

$$\frac{dT_{\nu_n}(\cos \theta)}{d\theta} = 0 \quad \text{при } \theta = \theta_0, \pi - \theta_0, \quad (6)$$

а для случая мягких границ – из уравнений

$$T_{\nu_n}(\cos \theta) = 0 \quad \text{при } \theta = \theta_0, \pi - \theta_0. \quad (7)$$

Целесообразность выбора одной из указанных систем при определении поля в области II диктуется свойствами прилегающих поверхностей торцевых экранов.

Выражение (4) является общим решением уравнения Гельмгольца в области II, ограниченной с одной стороны цилиндрической поверхностью  $R=R_2$ ,  $|z| \leq H$ , а с другой – поверхностью сферического пояса  $r=r_0$ ,  $\theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0$ . Действительно, первая сумма в представлении (4) за счет системы функций  $\cos(\alpha_n z)$  обладает свойствами полноты и ортогональности на цилиндрической поверхности области II, гарантируя возможность удовлетворения произвольным граничным условиям на этой поверхности. Вторая же сумма обладает аналогичными свойствами на поверхности сферического пояса, разделяющего области II и III, благодаря системе функций  $T_{\nu_n}(\cos \theta)$ .

Общее решение в области III представим в виде:

$$\Phi_{III} = \sum_{n=0}^{\infty} T_{\nu_n}(\cos \theta) \times \left[ A_n \frac{j_{\nu_n}(kr)}{j_{\nu_n}(kr_1)} + B_n \frac{n_{\nu_n}(kr)}{n'_{\nu_n}(kr_0)} \right], \quad (8)$$

где  $j_{\nu_n}$  и  $n_{\nu_n}$  – сферические функции Бесселя нецелых порядков первого и второго рода соответственно. Функции  $T_{\nu_n}(\cos \theta)$  определяются в соответствии с формулами (5)–(7) с учетом граничных условий на поверхностях  $r_0 \leq r \leq r_1$ ,  $\theta = \theta_0$  и  $r_0 \leq r \leq r_1$ ,  $\theta = \pi - \theta_0$  области III.

Поле во внешней области IV представим так:

$$\Phi_{IV} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(1)}(kr)}{h_n^{(1)'(kr_1)}. \quad (9)$$

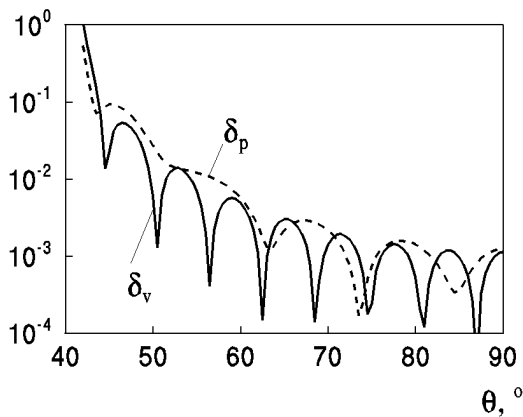
Здесь  $h_n^{(1)}$  – сферические функции Ханкеля первого рода. В силу симметрии задачи относительно плоскости  $z=0$ , в приведенных выражениях следует использовать только четные функции  $P_n(x)$  и  $T_{\nu_n}(x)$ , где  $x = \cos \theta$  изменяется на отрезке от  $-1$  до  $1$  при изменении угла  $\theta$  в пределах от  $0$  до  $\pi$ .

При наличии среды внутри набора из пьезокерамических преобразователей поле в области V запишем в виде

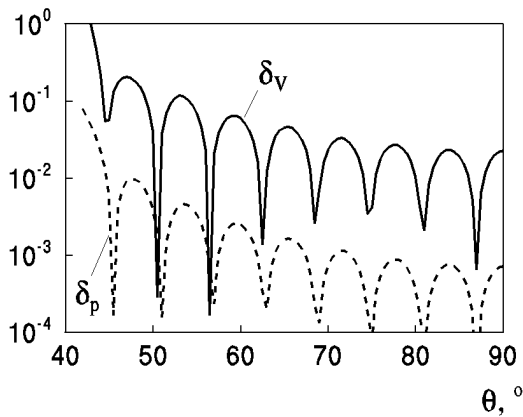
$$\Phi_V = \sum_{n=0}^{\infty} S_n \cos(\alpha_n z) \frac{J_0(\gamma_n R)}{J_0(\tilde{\gamma}_n R_0)}, \quad (10)$$

где  $\tilde{\gamma}_n$  вычисляется аналогично соотношениям (7) с учетом отличия скорости звука в среде внутри решетки.

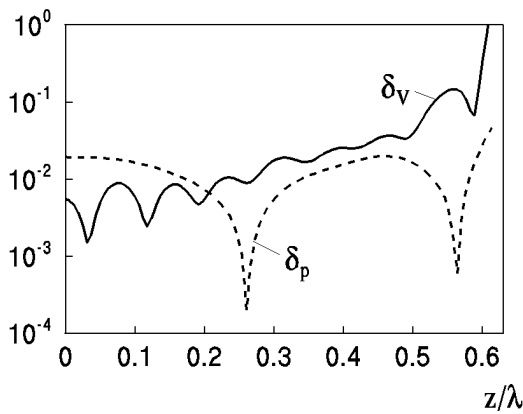
При описании радиальных колебаний тонкой пьезокерамической оболочки считаем, что в преде-



а



б



в

Рис. 2. Невязки по давлению ( $\delta_P$ ) и колебательной скорости ( $\delta_V$ ):  
 а - граница областей III и IV,  
 б - граница областей II и III,  
 в - граница областей I и II

лах одной оболочки смещение ее срединной поверхности не меняется вдоль координаты  $Z$ . Тогда, принимая гармоническую зависимость напряженности электрического поля и учитывая, что внутри оболочки поле отсутствует, можно, как это сделано в [1], перейти от дифференциального уравнения колебаний тонких низких оболочек к уравнению вида

$$\Delta F_j + V_j Z_j = N_j U_j. \quad (11)$$

Здесь  $j$  – номер оболочки;  $V_j$  – колебательная скорость  $j$ -ой оболочки;  $\Delta F_j$  – разность сил реакции среды на внешнюю и внутреннюю поверхности  $j$ -ой оболочки. Величина  $\Delta F_j$  определяется через разность давлений на соответствующих поверхностях, т. е.

$$\Delta F_j = -i\omega \left( \int_{(S_{j+})} \rho_1 \Phi_I - \int_{(S_{j-})} \rho_1 \Phi_V \right) dS. \quad (12)$$

Интегрирование ведется по внешней и внутренней боковым поверхностям  $j$ -ой оболочки  $S_{j+}$  и  $S_{j-}$ ; через  $\rho_1$  обозначена плотность среды внутри решетки. При отсутствии среды внутри решетки величина  $\Phi_V$  во втором подынтегральном выражении, естественно, равна нулю. Кроме того, в уравнении (11)

$$Z_j = -i\omega m_j \left( 1 - \frac{\omega_{0j}^2}{\omega^2} + i \frac{\omega_{0j}}{\omega Q_j} \right), \quad (13)$$

$$N_j = \frac{2\pi h_j d_{31}}{s_{11}^E},$$

где  $d_{31}$ ,  $s_{11}^E$  – постоянные пьезокерамического материала;  $m_j$ ,  $h_j$ ,  $N_j$ ,  $Z_j$ ,  $Q_j$  – масса, высота, коэффициент электромеханической связи, собственное механическое сопротивление и механическая добротность  $j$ -ой оболочки соответственно;  $\omega_{0j}$  – собственная круговая частота  $j$ -ой оболочки в вакууме. Заметим, что уравнение (11) записано для идеального электрического источника с ЭДС  $\mathcal{E}_j$ ; тогда  $\mathcal{E}_j = U_j$ . При необходимости учет внутреннего сопротивления электрического источника может быть проведен аналогично [1].

Сформулируем систему функциональных уравнений, объединяющую уравнения колебаний оболочек, условия непрерывности поля на границе областей, граничные условия на поверхностях торцевых экранов и поверхности оболочек. Согласно соотношениям (11) и (12), уравнения колебаний низ-

ких оболочек таковы:

$$-i\omega \left( \int_{(S_{j+})} \rho \Phi_I - \int_{(S_{j-})} \rho_1 \Phi_V \right) dS + V_j Z_j = N_j U_j, \quad (14)$$

$$j = 1, 2, \dots, M.$$

Граничные условия на поверхностях излучающих оболочек имеют вид

$$-\frac{\partial \Phi_I}{\partial R} \Big|_{S_{j+}} = -\frac{\partial \Phi_V}{\partial R} \Big|_{S_{j-}} = V_j, \quad (15)$$

$$j = 1, 2, \dots, M.$$

Условия неразрывности звукового поля на границах областей I и II формулируются как

$$\begin{cases} -\frac{\partial \Phi_I}{\partial R} = -\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial R}, & R = R_2, \quad |z| \leq H; \\ \Phi_I = \Phi_{II}, \end{cases} \quad (16)$$

на границах областей II и III:

$$\begin{cases} -\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial r} = -\frac{\partial \Phi_{III}}{\partial r}, & r = r_0, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0; \\ \Phi_{II} = \Phi_{III}, \end{cases} \quad (17)$$

Условия неразрывности на границе областей III и IV (при  $r = r_1$ ) зависят от акустических свойств поверхностей торцевых экранов  $0 \leq \theta \leq \theta_1$  и  $\pi - \theta_0 \leq \theta \leq \pi$ . Если указанные поверхности акустически мягкие, то условия неразрывности таковы:

$$-\frac{\partial \Phi_{IV}}{\partial r} = -\frac{\partial \Phi_{III}}{\partial r}, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0, \quad (18)$$

$$\Phi_{IV} = \begin{cases} \Phi_{III}, & \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0, \\ 0, & \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \theta_0, \\ \pi - \theta_0 \leq \theta \leq \pi, \end{cases} \end{cases}$$

если же они акустически жесткие, то

$$\Phi_{IV} = \Phi_{III}, \quad \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0,$$

$$-\frac{\partial \Phi_{IV}}{\partial r} = \begin{cases} -\frac{\partial \Phi_{III}}{\partial r}, & \theta_0 \leq \theta \leq \pi - \theta_0, \\ 0, & \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \theta_0, \\ \pi - \theta_0 \leq \theta \leq \pi. \end{cases} \end{cases} \quad (19)$$

Выполненная стандартным способом алгебраизация функциональных соотношений (14)–(19) [7] порождает бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, K_n, G_n, S_n, V_j$ . Вследствие громоздкости, ее конечный вид не приводится.

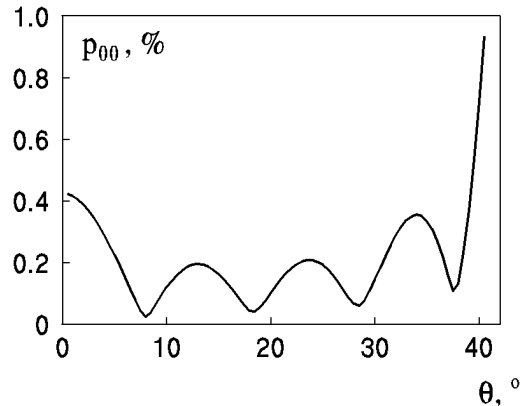


Рис. 3. Амплитуда давления на поверхности акустически мягкого торцевого экрана  $r = r_1$ ,  $0 \leq \theta \leq \theta_1$ , нормированная к амплитуде давления в точке  $r = r_1, \theta = 90^\circ$

## 2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ

Вопрос о построении алгоритмов решения бесконечных систем уравнений, порожденных выполнением условий сопряжения в методе частичных областей, обсуждался в ряде публикаций (см. [7] и библиографию к ней). Как показывает опыт, если основной интерес представляют характеристики поля, регистрируемые на достаточном удалении от угловых точек, имеющих место в геометрии рассматриваемого объекта, то приемлемую точность оценок можно получить при использовании метода простой редукции, удерживая в конечной системе определенное количество уравнений.

Аналитические представления звукового поля, построенные в рамках метода частичных областей, всегда точно удовлетворяют уравнению Гельмгольца при любом количестве удерживаемых в ряде слагаемых. Поэтому в основу оценок точности решения задачи в целом следует положить оценку точности выполнения условий сопряжения на границах частичных областей.

В проведенных расчетах полагалось, что оболочки идентичны и общее их количество равно пяти ( $M = 5$ ),  $H/R_1 = 1.67$ ,  $R_1 = 0.075$  м,  $R_2/R_1 = 1.446$ ,  $m = 1.5$  кг,  $f_0 \approx 7440$  Гц. Оболочки выполнены из пьезокерамики ЦТБС-3:  $d_{31} = 1.6 \cdot 10^{-10}$  Кл/Н,  $s_{11}^E = 11.3 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/Н,  $\rho c = 1.5 \cdot 10^6$  кг/(м<sup>2</sup>с),  $Q = 25$ . Пусть на все оболочки подается электрическое напряжение с одинаковой амплитудой  $U_0 = 10^3$  В и частотой, равной собственной частоте оболочек в вакууме  $\omega = \omega_0$ . Полагаем, что внутри решетки среда отсутствует.

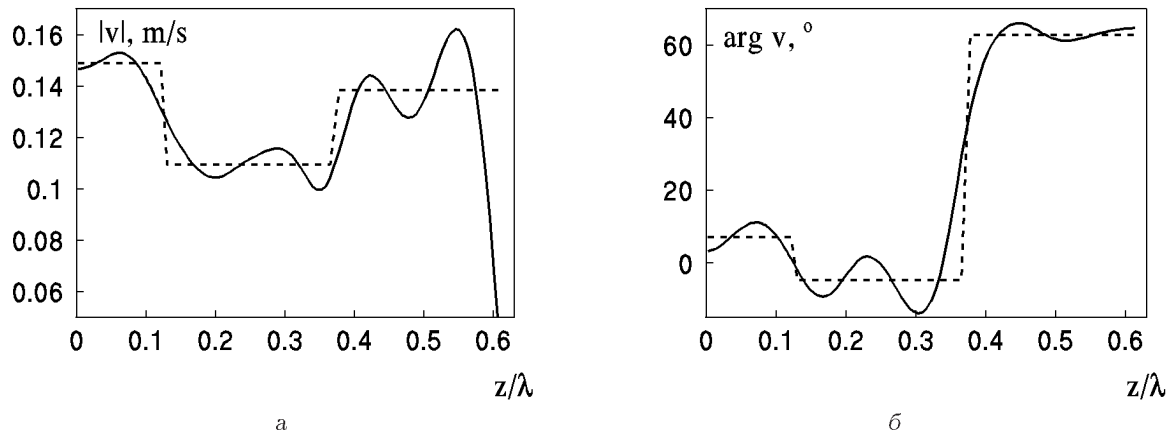


Рис. 4. Расчетные значения колебательных скоростей пьезооболочек (штриховые) и скоростей частиц среды на поверхностях оболочек (сплошные):  
 а – амплитуды колебательных скоростей, б – фазы колебательных скоростей

В силу симметрии задачи, имеют место равенства  $V_1 = V_5$  и  $V_2 = V_4$ , поэтому количественные данные представлены только для первых трех оболочек.

При указанных размерах преобразователей угол  $\theta_1$  на рис. 1 близок к  $31^\circ$ . Угол  $\theta_0$ , определяющий размеры торцевых экранов, равен примерно  $41^\circ$  ( $\theta_0 - \theta_1 \approx 10^\circ$ ). Все поверхности, формирующие торцевые экраны, принимаем акустически мягкими. В данном случае волновые размеры излучающей системы, нормированные к длине волны  $\lambda$ , таковы:

$$\frac{H}{\lambda} = 0.621, \quad \frac{R_1}{\lambda} = 0.372, \quad \frac{R_2}{\lambda} = 0.538,$$

$$\frac{r_0}{\lambda} = 0.821, \quad \frac{r_1}{\lambda} = 1.121, \quad \frac{(r_1 - r_0)}{\lambda} = 0.3.$$

Невязку в условиях сопряжения определим как отношения модуля разности характеристики звукового поля (давления или колебательной скорости) слева и справа от границы раздела к модулю соответствующей характеристики с одной из сторон границы. Обратимся к анализу данных расчета. Количество учитываемых мод в каждой из частичных областей равно семи. На рис. 2 представлены графики невязки по колебательной скорости  $\delta v$  (сплошные линии) и давлению  $\delta p$  (штриховые линии) для областей, указанных в подрисуночных подписях. Как видно, порядок величин невязок и характер кривых достаточно близки. Невязку будем считать малой при  $\delta \leq 0.1$  (10 %). Общей тенденцией является рост невязки при подходе к угловым точкам  $r = r_0, \theta = \theta_0$  и  $r = r_1, \theta = \theta_0$ . Такой результат обусловлен локальными особенностями

звукового поля в окрестности угловой точки, что в значительной степени сказывается на невязке по скорости.

На рис. 3 показана величина  $p_{00}$  – значение амплитуды давления на мягкой поверхности торцевого экрана  $r = r_1, 0 \leq \theta \leq \theta_1$ , нормированное к амплитуде давления в точке  $r = r_1, \theta = 90^\circ$ . Как видно из рисунка, на всей поверхности мягкой крышки, за исключением малой области, прилегающей к угловой точке, амплитуда давления не превышает 0.4 % от величины давления при  $r = r_1, \theta = 90^\circ$ .

На рис. 4, а приведены значения амплитуд колебательной скорости пьезокерамических оболочек (штриховая) и скорости частиц среды на поверхностях оболочек (сплошная). На рис. 4, б показаны соответствующие фазовые соотношения. Следует отметить резкое стремление к нулю амплитуды скорости частиц среды на краю набора из оболочек ( $z = H$ ). Это обусловлено наличием акустически мягкой поверхности торцевого экрана  $z = H, R_1 \leq R \leq R_2$ , охватывающей оболочки.

В целом, глядя на кривые, представленные на рис. 2–4, следует отметить хорошее выполнение граничных условий (исключая малые зоны вблизи угловых точек) даже при сравнительно небольшом количестве учитываемых мод в представленном звуковом поле в частичных областях.

Важным интегральным критерием оценки точности решения граничной задачи является выполнение закона сохранения энергии. В рассматриваемой задаче можно определить невязку по мощности, сравнивая мощности звуковой волны на поверхности оболочек и в дальней зоне излучающей системы. На рис. 5 показана зависимость невязки

по мощности  $\delta W$  в исследуемом диапазоне частот. Как видим, во всем диапазоне невязка не превышает величины 0.05 %, причем ее резкое изменение (с наличием максимума) находится в районе резонансной частоты пьезокерамической оболочки.

В заключение укажем, что более подробный анализ звукового поля рассматриваемого излучателя и его акустических характеристик будет проведен в последующих публикациях на эту тему.

## ВЫВОДЫ

На основе использования модифицированного метода частичных областей решена задача об излучении звука решеткой, образованной соосными цилиндрическими пьезокерамическими преобразователями в виде низких тонких оболочек, имеющих торцевые экраны в форме усеченных сферических секторов. В качестве критериев качества численного решения задачи предложены оценки точности выполнения условий сопряжения полей на границах частичных областей и закона сохранения энергии. Показано, что невязка по давлению и колебательной скорости на границах частичных областей (за исключением окрестностей угловых точек) составляет не более 10 %, а невязка по энергии – не более 0.05 %.

1. Вовк И. В., Гринченко В. Т. Излучение звука конечным набором соосных пьезокерамических оболочек // Акуст. ж.– 1991.– **37**, N 2.– С. 259–269.
2. Вовк И. В. Излучение звука конечной решеткой, состоящей из открытых цилиндрических пьезокерамических оболочек // Акуст. ж.– 1992.– **38**, N 3.– С. 427–434.
3. Мацьпура В. Т. Излучение звука набором цилиндрических пьезокерамических излучателей // Акуст. вісн.– 1998.– 1, N 1.– С. 58–64.

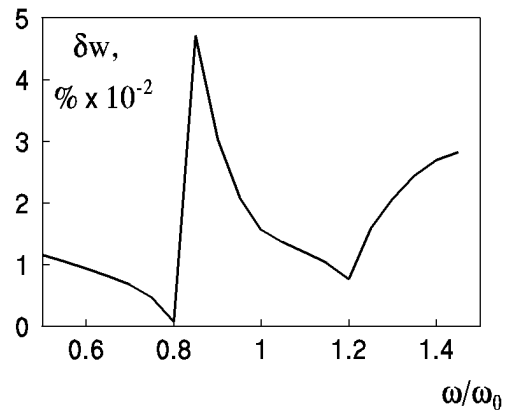


Рис. 5. Невязка по мощности ( $\delta W$ )

4. Басовский В. Г. Излучение звука конечной решеткой из открытых пьезокерамических колец // Акуст. вісн.– 1998.– 1, N 2.– С. 3–20.
5. Евтютов А. П., Колесников А. Е., Корепин Е. А. и др. Справочник по гидроакустике.– Л.: Судостроение, 1988.– 549 с.
6. Подводная акустика / Пер. с англ. под ред. Л. М. Бреховских.– М.: Мир, 1970.– 495 с.
7. Гринченко В. Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках.– К.: Наук. думка, 1986.– 238 с.
8. Вовк И. В., Гринченко В. Т. Акустические свойства сферического излучателя, нагруженного на биконический рупор конечных размеров // Акуст. ж.– 1974.– **20**, N 2.– С. 207–213.
9. Кюн Р. Микроволновые антенны.– Л.: Судостроение, 1967.– 517 с.
10. Шендеров Е. Л. Излучение и рассеяние звука.– Л.: Судостроение, 1989.– 301 с.
11. Вовк И. В., Гринченко В. Т. О расширении возможностей метода частичных областей применительно к задачам излучения и рассеивания волн // Акуст. ж.– 1989.– **35**, N 1.– С. 29–36.