

УДК 534.232

АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА, ГЕНЕРИРУЕМОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ОБЛАСТЬЮ КАВИТАЦИОННОЙ ПРИРОДЫ

А. А. НАЗАРЕНКО

Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова

Получено 16.10.2000

Представлены результаты анализа акустических сигналов, генерируемых затопленными осесимметричными струями жидкости, формирующими периодически схлопывающиеся локализованные тороидальные кавитационные области. Получено трансцендентное дисперсионное уравнение, описывающее этот процесс, и установлена аналитическая зависимость частоты генерируемых колебаний от рабочих параметров излучающей системы. Введены и количественно оценены коэффициенты, определяющие часть расхода жидкости, идущего на образование кавитационной области, скорость изменения давления внутри нее и отношение ее объема к объему, отсекаемому струей жидкости. Приведены графики экспериментальных и теоретических зависимостей частоты колебаний от рабочих параметров исследованной системы.

Представлені результати аналізу акустичних сигналів, які генеруються осесимметричними затопленими струменями рідини, що формують періодично схлопуючу локалізовану тороїдальну кавітаційну зону. Одержано трансцендентне дисперсійне рівняння та встановлено аналітичну залежність частоти генерованих коливань від робочих параметрів випромінюючої системи. Запропоновані та кількісно оцінені коефіцієнти, які визначають частину витрати рідини, що йде на утворення кавітаційної зони, швидкість зміни тиску всередині неї та відношення її об'єму до об'єму, який відсікається струменем рідини. Наведені графіки експериментальних і теоретичних залежностей частоти коливань від робочих параметрів дослідної системи.

The results of analysis are presented for acoustic signals generated by submerged axi-symmetric fluid flows that form periodically collapsing localized toroidal cavitation areas. A transcendental dispersion equation describing the above process is obtained, and an analytical dependence for frequency of generated oscillations as a function of the radiating system parameters is evaluated. The coefficients are introduced and quantifiable evaluated that determine the part of a cavitation fluid flow rate, the pressure changes inside the cavitation area, ratio of the cavitation area volume to the volume of area cutted off by the flow. Plots of the experimental and theoretical dependences of the generated oscillation frequency on the operating parameters of considered system are presented.

ВВЕДЕНИЕ

В последние полвека в науке и технике с помощью различных источников акустических колебаний [1] достаточно интенсивно проводились исследования в области волновых процессов, протекающих во всех фазовых состояниях вещества. Особое место в этом ряду занимают жидкие среды, в которых зачастую приходится сталкиваться с сопутствующими кавитационными явлениями, играющими основополагающую роль при воздействии колебаний на вещество. Генерирование колебаний в жидких средах возможно несколькими способами, в частности, в процессе тонального гидродинамического звукообразования. Его физическое обоснование базируется на нескольких теориях, первой среди которых была предложена акустическая. Ее идея состоит в том, что образующиеся после истечения из сопла вихри встречаются с препятствием и генерируют волну сжатия, которая, распространяясь во все стороны со скоростью звука, порождает упорядоченные завихрения у среза сопла. Наиболее глубокие исследо-

вания в этой области проведены А. Пауэллом [2].

Что касается другой, гидродинамической, теории, то основу ее составляет механизм генерирования краевых тонов, который локализован в основном вокруг препятствия, где происходит образование завихрений. Отклонение потока в одну из сторон приводит к изменению давления, оказывающего воздействие на основание струи у сопла. Это способствует появлению поперечной скорости и, как следствие, к образованию новых вихрей. Подтверждение идей этой теории было выполнено Е. Ричардсоном на специальной установке, содержащей две параллельные друг другу щели. Через одну из них прокачивалась окрашенная жидкость, которая натекала на преграду, а через вторую – неокрашенная свободная струя. После того, как в первой струе было обнаружено “пульсирование” из-за наличия преграды, было высказано предположение о том, что “оно должно... распространиться во всех направлениях через среду и заставить пульсировать струю с той же частотой” [3]. Однако вибраций второй струи обнаружено не было, что позволило Е. Ричардсо-

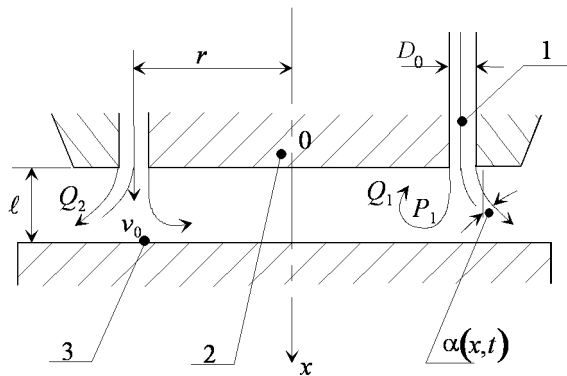


Рис. 1. Модель гидродинамической излучающей системы

ну отказаться от акустической теории и отдать предпочтение гидродинамической.

Интересные теоретические и экспериментальные исследования по изучению краевых тонов были выполнены Ньюборгом, который в работе [4] предложил динамическую теорию. Он исходил из того, что при движении частиц струи от сопла к вибратору с некоторой скоростью возникает поперечное ускорение, зависящее от смещения свободного конца струи, а также от расстояния движущейся частицы до вибратора. Воспользовавшись качественными идеями других исследователей, упомянутый автор ввел ряд количественных критериев для характеристики генерируемых краевых тонов. Естественно поставить вопрос: какой из теорий следует отдать предпочтение?

Установлено, что для высокоскоростных струй применима акустическая теория, тщательно исследованная А. Пауэллом. Поведение же низкоскоростных струй неплохо подчиняется гидродинамической теории. Проведенный выше обзор, а также анализ взглядов крупных исследователей на проблему гидродинамического звукообразования позволяет сделать вывод о том, что между обсуждаемыми двумя теориями нет значительных противоречий и задача сводится лишь к тому, чтобы “разработать гидродинамическую теорию до степени развитости акустической теории и одновременно показать, что они эквивалентны” [2].

Многие исследования базируются на идее вихреобразования. Глубокий анализ известных теоретических и экспериментальных данных позволил Б. П. Константинову высказать сомнение в правильности вихревой теории, которая, по его мнению, отображает лишь внешнюю картину механизма звукообразования, ее кинематическую часть. О динамике же процесса она ничего не го-

ворит. Специально поставленные Б. П. Константиновым [5] эксперименты дали основание утверждать, что “вихри... во всяком случае являются скорее несущественной деталью, чем основой явления”. Исходя из этого ему удалось высказать следующую идею: “по-видимому, механизм возникновения колебаний струи заключается в том, что отклонения, случайно возникшие у корня струи, в дальнейшем увеличиваются, и создают поле давлений и скоростей, оказывающее обратное воздействие на корень струи” [5], способствуя установлению автоколебательного режима. Согласно Б. П. Константинову и другим исследователям, большая роль при струйном генерировании акустических колебаний отводится турбулентным шумам и шумам пограничного слоя. Общеизвестно, что струйное звукообразование обусловлено турбулизацией потока и он является источником шума [5].

Наряду с рассмотренными подходами, в конце 70-х годов был предложен и частично исследован принципиально новый механизм генерирования акустических колебаний. Суть его состоит в том, что вытекающая осесимметричная струя жидкости встречается с плоской преградой и управляемым образом формирует кавитационную область [6]. Периодически схлопываясь, она генерирует в окружающем пространстве акустические колебания с широким спектром частот. Теоретическому и, отчасти, экспериментальному исследованию такого механизма и посвящена настоящая статья.

1. МОДЕЛЬ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Для выполнения теоретического анализа и установления зависимости частоты генерируемых колебаний по основной гармонике от геометрических и гидродинамических параметров излучающей системы воспользуемся следующей моделью (рис. 1). Пусть кольцевая затопленная струя жидкости 1, имеющая радиус r и толщину D_0 , вытекает из щелевого сопла 2 со скоростью v_0 и натекает на плоскую преграду 3, расположенную на расстоянии l от торца сопла под некоторым углом $\alpha(l, t)$.

Натекая на преграду, струя раздваивается: одна часть жидкости уходит в окружающее пространство, а вторая – разворачивается в сторону оси сопла-преграда, образуя спиралевидный торoidalный вихрь. Согласно закону сохранения импульса, при истечении струи из сопла и повороте на преграде скорость внутри вихря растет,

а давление уменьшается, что приводит к разрыву сплошности жидкости, т.е. образованию кавитации. В результате содержимое области приобретает “пористость”, а сама область становится сжимаемой. Именно благодаря этому возможно увеличение давления внутри тороидальной кавитационной области при накачке в нее жидкости. Так как цилиндрическая струя-оболочка характеризуется определенной жесткостью, то в результате накачки жидкости в полость давление в ней будет увеличиваться, становясь больше давления в окружающем пространстве. Очевидно, что при некотором значении этого избыточного давления произойдет выброс содержимого полости во вне.

Таким образом, при непрерывной накачке жидкости описанный процесс периодически повторяется, что и приводит к генерированию в окружающем пространстве акустических колебаний с основной частотой, равной частоте выброса содержимого области. В этом и состоит механизм генерирования колебаний струей жидкости.

2. ВЫВОД ТРАНСЦЕНДЕНТНОГО ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Используя введенные выше обозначения, объемный расход Q_0 и отсекаемый объем V_0 (его можно приближенно считать цилиндрическим) определяются как

$$\begin{aligned} Q_0 &= 2\pi r v_0 D_0, \\ V_0 &= \pi r^2 \ell \end{aligned} \quad (1)$$

соответственно. Обозначим расход струи на преграде через $Q(\ell)$. Можно показать, что одна его часть Q_1 , пропорциональная $[1 - \sin \alpha(\ell, t)]$, идет на образование тороидальной области между соплом и преградой, а другая Q_2 уходит в окружающее пространство. Пусть

$$Q_1 = \xi Q(\ell) [1 - \sin \alpha(\ell, t)], \quad (2)$$

где ξ – некоторый коэффициент пропорциональности, $0 < \xi < 1$. Если воспользоваться уравнением состояния для массы m , то можно показать, что давление P_1 внутри кавитационной области пропорционально mP_0/V (считая процесс изотермическим), где P_0 – давление в окружающем пространстве. Очевидно, что скорость изменения давления внутри кавитационной области определяется скоростью изменения массы m . Очевидным является и тот факт, что скорость изменения массы в кавитационной области определяется разностью расходов Q_1 и Q_2 . Введя безразмерный ко-

эффициент пропорциональности χ , получим [7]

$$\frac{dP_1}{dt} = \chi \frac{Q_1 - Q_2}{V} + \rho U \frac{dU}{dt}, \quad (3)$$

где U – скорость струи на периферии вихря; ρ – плотность среды.

Определим, как изменяется расход Q , скорость истечения струи из сопла v и толщина струи D в зависимости от координаты x . Согласно эффекту Бернулли, цилиндрическая турбулентная струя жидкости при истечении расширяется, образуя конус с углом при вершине, равным 25° [8]. Будем исходить из того, что увеличение расхода $\Delta Q(x)$ при удалении от торца сопла на расстояние x определяется средней скоростью истечения струи $\bar{v}(x)$ на этом расстоянии и двумя боковыми поверхностями струи жидкости. Тогда

$$\Delta Q(x) = 2\pi \gamma \bar{v}(x) r x, \quad (4)$$

где $\gamma \approx 30^\circ$ – коэффициент расширения струи [8];

$$\bar{v}(x) = \frac{1}{x} \int_0^x v(x') dx'. \quad (5)$$

С учетом соотношений (4) и (5) расход на расстоянии x от торца сопла определяется выражением

$$Q(x) = Q_0 + 2\pi r \gamma \int_0^x v(x') dx'. \quad (6)$$

Если воспользоваться очевидным соотношением

$$\frac{dQ^2(x)}{dx} = 2Q(x) \frac{dQ(x)}{dx}$$

и продифференцировать соотношение (6) по x , а также учесть закон сохранения импульса $Q_0 v_0 = Q(x) v(x)$, то получим

$$\frac{dQ^2(x)}{dx} = 4\pi \gamma r Q_0 v_0. \quad (7)$$

Приняв во внимание, что $Q(0) = Q_0$, после интегрирования уравнения (7) имеем

$$Q(x) = Q_0 a(x), \quad (8)$$

$$Q(\ell) = Q_0 a,$$

где

$$\begin{aligned} a(x) &= \sqrt{1 + 2\gamma x/D_0}, \\ a &= \sqrt{1 + 2\gamma \ell/D_0}. \end{aligned} \quad (9)$$

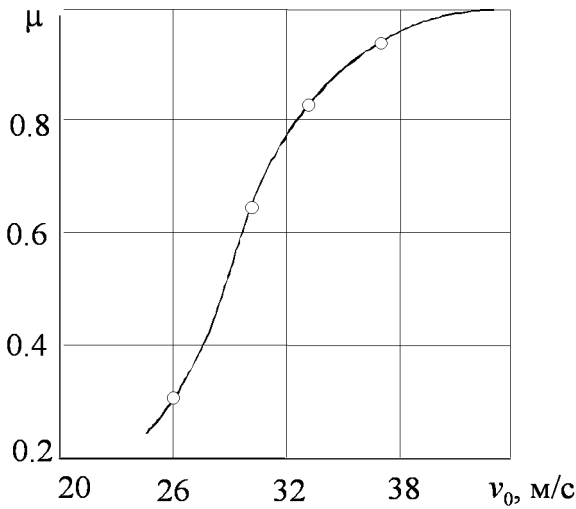


Рис. 2. Зависимость коэффициента μ от скорости истечения жидкости из сопла

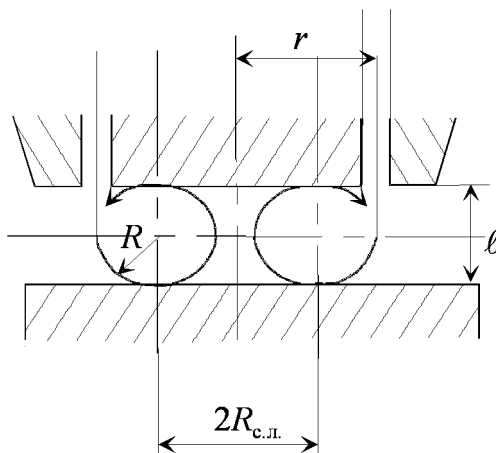


Рис. 3. Схема для расчета массы торoidalного вихря

На основании закона сохранения импульса вытекающей струи получаем выражения

$$\begin{aligned} v(x) &= v_0/a(x), \\ v(\ell) &= v_0/a. \end{aligned} \quad (10)$$

Текущее значение толщины струи $D(x)$ на основании очевидного равенства $Q(x) = 2\pi r D(x)v(x)$ имеет вид

$$\begin{aligned} D(x) &= D_0 a^2(x), \\ D(\ell) &= D_0 a^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Определим средние значения скорости \bar{v} , расхода \bar{Q} и толщины \bar{D} струи на отрезке $[0, \ell]$ через

функции $v(x)$, a и $a(x)$:

$$\bar{v} = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell v(x) dx = \frac{2v_0}{a+1}, \quad (12)$$

$$\bar{Q} = \frac{2Q_0}{3} \frac{a^2 + a + 1}{a+1}, \quad (13)$$

$$\bar{D} = D_0 \frac{a^2 + 1}{2}. \quad (14)$$

Возвращаясь к уравнению (3), определим расходы Q_1 и Q_2 . Для этого в зависимость (2) подставим вместо $Q(\ell)$ выражение (8). Тогда

$$Q_1 = \xi Q_0 a [1 - \sin \alpha(\ell, t)]. \quad (15)$$

Расход Q_2 , вытекающий из ограниченной полости за счет всасывания жидкости в струю, определяется на основании выражения (4) как половина прироста расхода струи на расстоянии ℓ от торца сопла

$$Q_2 = \frac{1}{2} Q_0 (a - 1). \quad (16)$$

После подстановки выражений (15) и (16) в уравнение (3) получаем

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= \chi \frac{P_0 Q_0}{V} \left\{ \xi a [1 - \sin \alpha(\ell, t)] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (a - 1) \right\} + \rho U \frac{dU}{dt}. \end{aligned} \quad (17)$$

В этом уравнении V представляет собой часть объема V_0 , которая и является “пористой” кавитационной областью. Введем безразмерный коэффициент пропорциональности

$$\mu = V/V_0. \quad (18)$$

Согласно экспериментальным данным, $\mu < 1$, причем с увеличением скорости истечения струи $\mu \rightarrow 1$ (рис. 2). График, приведенный на этом рисунке, построен на основании обработки кадров кино съемки, позволивших определить объемы кавитационных областей при различных скоростях истечения струи жидкости.

Для определения производной dU/dt воспользуемся моментом импульса образующегося вихря (рис. 3):

$$M \cong m_B U R, \quad (19)$$

где m_B – масса вихря; R – его радиус на периферии. Продифференцируем выражение (19) по времени, считая для упрощения R и m_B постоянными. Тогда

$$\frac{dM}{dt} = m_B R \frac{dU}{dt}. \quad (20)$$

Очевидно, скорость изменения момента импульса вихря определяется притоком в него расхода жидкости Q_1 со скоростью $v(\ell)$ и оттоком расхода жидкости Q_2 со скоростью, которую будем считать совпадающей с U вихря на периферии:

$$\frac{dM}{dt} = Q_1 \rho R v(\ell) - Q_2 \rho R U. \quad (21)$$

Подставив выражения (10), (15) и (16) в уравнение (21), правую часть полученного выражения приравняем правой части уравнения (20):

$$\frac{dU}{dt} = \frac{Q_0 \rho v_0}{m_B} \left\{ \xi [1 - \sin \alpha(\ell, t)] - \frac{1}{2} (a-1) \frac{U}{v_0} \right\}. \quad (22)$$

В результате подстановки уравнения (22) в уравнение (17) с учетом выражения (18) и малости угла $\alpha(\ell, t)$, для скорости изменения давления P_1 внутри полости имеем

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} \cong \xi Q_0 \left(\chi \frac{P_0 a}{\mu V_0} + \frac{\rho^2 U v_0}{m_B} \right) [1 - \alpha(\ell, t)] - \\ - \frac{1}{2} Q_0 (a-1) \left(\frac{\chi P_0}{\mu V_0} + \frac{\rho^2 U^2}{m_B} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Применим к осесимметричной струе жидкости, ограничивающей кавитационную область, уравнение Эйлера

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P. \quad (24)$$

Рассмотрев проекцию на радиальную ось, с учетом оценки

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \ll v_x \frac{\partial v_r}{\partial x},$$

для осесимметричной струи получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} \right) v_r = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (25)$$

Так как угол $\alpha(x, t)$ мал, а $v_x(x, t) \cong \bar{v} \cos \alpha(x, t) \cong \bar{v}$ и $v_r(x, t) \cong \bar{v} \sin \alpha(x, t) \cong \bar{v} \alpha(x, t)$, имеем

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x} \right) \bar{v} \alpha(x, t) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}. \quad (26)$$

Считая, что

$$\frac{\partial P}{\partial r} \cong \frac{P_0 - P_1(t)}{\bar{D}}, \quad (27)$$

из уравнения (26) получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x} \right) \alpha(x, t) = \frac{1}{\rho} \frac{P_1(t) - P_0}{\bar{v} \bar{D}}. \quad (28)$$

Применим к обеим частям уравнения (28) оператор $\left(\frac{\partial}{\partial t} - \bar{v} \frac{\partial}{\partial x} \right)$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \bar{v}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \alpha(x, t) = \frac{1}{\rho \bar{v} \bar{D}} \frac{dP_1}{dt}. \quad (29)$$

Подставив в уравнение (29) выражение (23), получим

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \bar{v}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \alpha(x, t) = N \bar{v}^2 [1 - \alpha(\ell, t)] - L \bar{v}^2, \quad (30)$$

где

$$N = \frac{\xi Q_0}{\rho \bar{v}^3 \bar{D}} \left(\frac{\chi P_0 a}{\mu V_0} + \frac{\rho^2 U v_0}{m_B} \right); \quad (31)$$

$$L = \frac{Q_0 (a-1)}{2 \rho \bar{v}^3 \bar{D}} \left(\frac{\chi P_0}{\mu V_0} + \frac{\rho^2 U^2}{m_B} \right). \quad (32)$$

Для уравнения (30) справедливо граничное условие

$$\alpha(0, t) = 0. \quad (33)$$

При решении уравнения (30) введем замену переменных

$$\beta(x, t) = \alpha(x, t) - f(x), \quad (34)$$

где $f(x)$ – неизвестная функция, принимающая на границах значения

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \\ f(\ell) &= 1. \end{aligned} \quad (35)$$

С учетом соотношений (34) и (35) дифференциальное уравнение (30) принимает вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \bar{v}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) [\beta(x, t) + f(x)] = \\ = -N \bar{v}^2 \beta(\ell, t) - L \bar{v}^2. \end{aligned} \quad (36)$$

Последнее уравнение распадается на два дифференциальных уравнения: стационарное

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = L \quad (37)$$

с граничными условиями (35) и временное

$$\frac{\partial^2 \beta(x, t)}{\partial t^2} - \bar{v}^2 \frac{\partial^2 \beta(x, t)}{\partial x^2} = -N \bar{v}^2 \beta(\ell, t) \quad (38)$$

с граничным условием

$$\beta(0, t) = 0. \quad (39)$$

В результате интегрирования уравнения (37) с учетом граничных условий получаем

$$f(x) = \frac{Lx^2}{2} + \left(\frac{1}{\ell} - \frac{L\ell}{2}\right)x. \quad (40)$$

При интегрировании уравнения (38) с учетом граничного условия (39) будем исходить из того, что введенная функция $\beta(x, t)$ изменяется со временем по гармоническому закону [7]:

$$\beta(x, t) = \beta(x)e^{-i\omega t}, \quad (41)$$

где ω – круговая частота. После подстановки зависимости (41) в уравнение (38) и элементарных преобразований имеем

$$\beta'' + k^2\beta = N\beta(\ell), \quad (42)$$

где $k = \omega/\bar{v}$. Получено обыкновенное линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Для его решения воспользуемся методом Лагранжа [9] и выделим однородное уравнение

$$\beta'' + k^2\beta = N\beta(\ell), \quad (43)$$

решение которого будем искать в виде

$$\beta(x) = A \sin kx + B \cos kx. \quad (44)$$

Решением исходного неоднородного уравнения (42) будет функция

$$\beta(x) = A(x) \sin kx + B(x) \cos kx, \quad (45)$$

где A и B подлежат определению. После стандартных преобразований получаем

$$A(x) = \frac{N}{k^2}\beta(\ell) \sin kx, \quad (46)$$

$$B(x) = \frac{N}{k^2}\beta(\ell) (\cos kx - 1). \quad (47)$$

В результате подстановки выражений (46) и (47) в соотношение (45) имеем

$$\beta(x) = \frac{N}{k^2}\beta(\ell)(1 - \cos kx). \quad (48)$$

Подсчитаем массу вихря, исходя из того, что он представляет собой тор, плотность которого в процессе излучения остается постоянной и примерно равной плотности воды ρ . Пусть радиус средней линии тела равен $R_{с.л.} \cong r/2$, а радиус его осевого сечения R определяется расстоянием ℓ между соплом и преградой и равен $R \cong \ell/2$. С учетом этого масса вихря определяется выражением

$$m_B = \frac{1}{4}\rho\pi^2\ell^2 r. \quad (49)$$

Для получения дисперсионного трансцендентного уравнения подставим в выражение (48) вместо x расстояние ℓ и домножим левую и правую части на $k^2\ell^2$. Тогда

$$k^2\ell^2 = N\ell^2(1 - \cos k\ell). \quad (50)$$

Введем обозначения

$$\eta = k\ell, \quad (51)$$

$$\Gamma = N\ell^2.$$

Тогда уравнение (50) принимает вид

$$\eta = \sqrt{2\Gamma} \sin \frac{\eta}{2}, \quad (52)$$

откуда с учетом выражений (31), (49) и (51), а также значений Q_0 , \bar{v} , \bar{D} и замены U на для Γ следует

$$\Gamma = \xi \frac{(a+1)^2}{(a^2+1)} \left[\chi \frac{P_0}{\rho v_0^2} \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{r} \frac{a(a+1)}{2} + \frac{4}{\pi} \right]. \quad (53)$$

Получено трансцендентное дисперсионное уравнение, позволившее аналитически установить зависимость частоты генерируемых колебаний осесимметричной затопленной струей жидкости от геометрических и гидродинамических параметров излучающей системы.

3. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ

Выражение (53) представим в виде

$$\Gamma = \xi(\chi C + D), \quad (54)$$

где

$$C = \frac{a(a+1)^3}{2(a^2+1)} \frac{P_0}{\rho v_0^2} \frac{\ell}{\mu r}, \quad (55)$$

$$D = \frac{4(a+1)^2}{\pi(a^2+1)}. \quad (56)$$

С учетом соотношений (12) и (51) воспользуемся экспериментальной зависимостью частоты от параметров излучающей системы и, пользуясь формулами

$$\eta_{\text{экс.}} = \frac{\omega_{\text{экс.}} \ell}{v_0} \frac{a+1}{2}, \quad (57)$$

$$\Gamma_{\text{экс.}} = \frac{\eta_{\text{экс.}}^2 \ell}{2 \sin^2(\eta_{\text{экс.}}/2)}, \quad (58)$$

вычислим C и D для всех экспериментальных точек. После этого, в соответствии с выражением (54), для любой пары экспериментальных точек составим систему 2-х уравнений, из которых

определим введенные коэффициенты пропорциональности:

$$\chi = \frac{\Gamma_{\text{экс.2}} - \Gamma_{\text{экс.1}}}{\Gamma_{\text{экс.1}}C_2 - \Gamma_{\text{экс.2}}C_1} D. \quad (59)$$

$$\xi = \frac{\Gamma_{\text{экс.1}}}{(\chi C_1 + D)}. \quad (60)$$

Этот подход справедлив, если усреднять коэффициенты χ и ξ для экспериментальной зависимости частоты f от скорости v_0 , когда $\ell = \text{const}$ и $a = \text{const}$. Если же усреднять χ и ξ применительно к экспериментальной зависимости частоты от расстояния ℓ между соплом и преградой, то необходимо снова провести подобные выкладки.

Расчеты согласно формулам (59) и (60) проделаем для всех пар экспериментальных точек и усредним полученные χ_i и ξ_i . Найденные средние значения $\bar{\chi}$ и $\bar{\xi}$ в дальнейшем используем для определения расчетным путем частот генерируемых колебаний при различных скоростях истечения струи жидкости v_0 . Далее по формуле (53) определим значение Γ , после чего найдем соответствующее значение η , которое является решением уравнения (52). На основании полученных данных найдем частоту

$$\omega = 2\pi f = \frac{\eta}{\ell} \frac{2v_0}{a+1}. \quad (61)$$

Для экспериментального определения коэффициентов μ , ξ и χ , а также зависимости частоты от скорости истечения струи жидкости v_0 , радиуса сопла r и расстояния ℓ между соплом и преградой была использована специальная установка. Она состояла из насосного агрегата, излучающей системы, гидрофонов, емкости с двумя иллюминаторами, осциллографа, милливольтметра, спектроанализатора, аппаратуры для регистрации быстройпротекающих процессов и ЭВМ.

Расчет зависимости частоты генерируемых колебаний от скорости истечения жидкости v_0 выполнялся для следующих гидродинамических и геометрических параметров излучающей системы: $P_0 = 1.1 \cdot 10^5$ Па; $\ell = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $r = 6.5 \cdot 10^{-3}$ м; $D_0 = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м. Значение $\gamma = 3.5^\circ$ было установлено в результате обработки фотографий кино съемки, а μ определялось в зависимости от v_0 по данным рис. 2. Согласно выполненным расчетам по изложенной методике коэффициенты χ и ξ оказались равными соответственно 0.471 и 0.805. Зависимость частоты генерируемых колебаний от скорости истечения жидкости представлена на рис. 4. Здесь кривая 1 соответствует экспериментальным данным, которые были перепро-

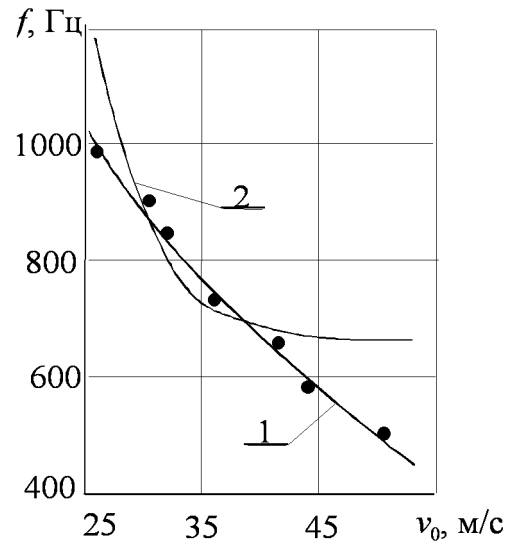


Рис. 4. Зависимость частоты генерируемых колебаний от скорости истечения струи жидкости

верены согласно [10], кривая 2 – расчетным. Видно, что с увеличением скорости струи экспериментальная кривая монотонно спадает. Расчетная же кривая в низкоскоростной части спадает резче экспериментальной, а с увеличением скорости быстрота уменьшения частоты снижается. Тем не менее, для основного рабочего диапазона скоростей истечения струи жидкости, примерно равного 25 ÷ 40 м/с, расчетная и экспериментальная зависимости соответствуют друг другу – с ростом скорости истечения струи частоты снижаются.

Зависимость частоты генерируемых колебаний от расстояния между соплом и преградой рассчитывалась при следующих параметрах излучающей системы: $P_0 = 1.1 \cdot 10^5$ Па; $v_0 = 31$ м/с; $r = 6.5 \cdot 10^{-3}$ м; $\mu = 0.65$; $\gamma = 3.5^\circ$; $\chi = 0.471$; $\xi = 0.805$. Графическая зависимость частоты генерируемых колебаний по основной гармонике от расстояния между соплом и преградой представлена на рис. 5. На этом рисунке кривая 1 характеризует экспериментальную зависимость частоты f от расстояния ℓ , а кривая 2 – расчетную. Как и в предыдущем случае, с увеличением параметра ℓ частота уменьшается и по экспериментальным, и по расчетным данным. Характерно, что при небольших расстояниях резче спадает расчетная кривая, а при относительно больших расстояниях – наоборот.

Определение зависимости частоты генерируемых колебаний от радиуса сопла r выполнялось при следующих параметрах излучающей системы: $P_0 = 1.1 \cdot 10^5$ Па; $v_0 = 31$ м/с; $\mu = 0.65$; $\gamma = 3.5^\circ$; $\ell = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $D_0 = 0.5 \cdot 10^{-3}$ м; $\chi = 0.471$; $\xi = 0.805$.

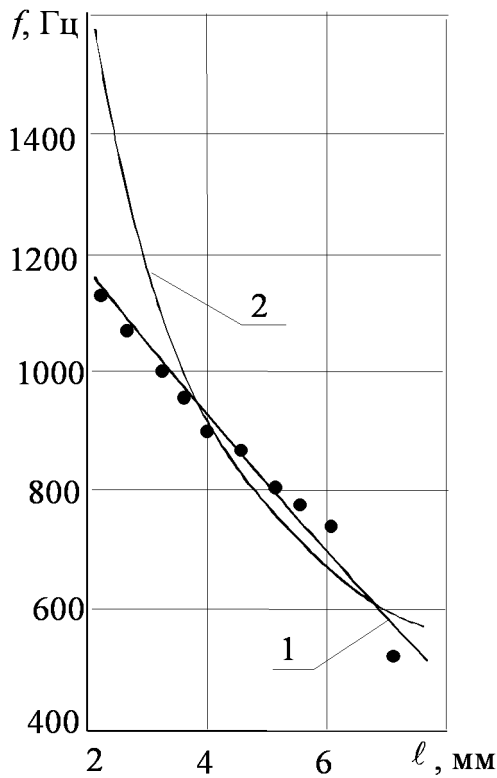


Рис. 5. Зависимость частоты генерируемых колебаний от расстояния между соплом и преградой

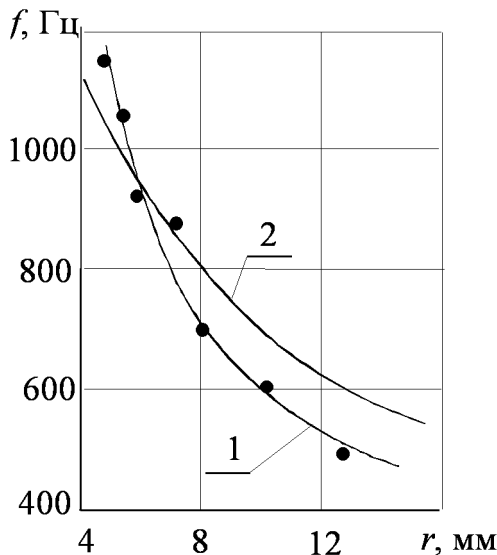


Рис. 6. Зависимость частоты генерируемых колебаний от радиуса кольцевого щелевого сопла

Зависимость частоты генерируемых колебаний от радиуса r сопла представлена на рис. 6. Видно, что с увеличением радиуса частота генерируемых колебаний уменьшается как по экспериментальным, так и по расчетным данным. На рис. 6 кривая 1 соответствует эксперименту, а кривая 2 получена на основании теоретических расчетов. По характеру спада частоты с ростом радиуса r расчетная и экспериментальная кривые достаточно близки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам выполненных исследований могут быть сделаны следующие выводы.

1. Рассмотрена уточненная модель гидродинамической излучающей системы с осесимметричной локализованной тороидальной областью кавитационной природы.
2. Применительно к этой модели поставлена и решена задача по натеканию затопленной осесимметричной струи жидкости на плоскую преграду с управляемым образованием схлопывающейся локализованной кавитационной области.
3. Получено трансцендентное дисперсионное уравнение, описывающее зависимость частоты генерируемых колебаний по основной гармонике от рабочих параметров излучающей системы.
4. Получены аналитические зависимости частоты генерируемых акустических колебаний от скорости истечения струи жидкости, расстояния между соплом и преградой, а также от радиуса сопла. Проведено сопоставление полученных данных с экспериментальными.
5. Установлено, что с ростом скорости струи, радиуса кольцевого щелевого сопла, а также расстояния между соплом и препятствием частоты акустических колебания по основной гармонике падают. При этом получено не только качественное, но и количественное соответствие между экспериментальными и теоретическими данными.
6. Введены коэффициенты пропорциональности μ , χ , ξ и получены их численные значения, которые позволили:

- во-первых, определить зависимость скорости изменения давления внутри локализованной кавитационной области от

расхода, объема этой области и от давления в окружающей области среде;

- во-вторых, установить зависимость объема кавитационной области от скорости истечения струи жидкости;
- в-третьих, рассчитать и обосновать, какая часть общего расхода вытекающей из сопла струи идет на образование торoidalной кавитационной области.

7. Выполненные исследования открывают возможности расчетным путем определять все параметры излучающей системы для генерирования колебаний необходимой частоты.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор признателен координатору проекта COPERNICUS EPV 1C15-ST98-0808 профессору Триестского университета А. Франческутто (Alberto Francescutto) за содействие в выполнении научных исследований.

1. Голямина И. П. Ультразвук // Ультразвук: Ма-

ленькая энциклопедия.– М.: Сов. энцикл, 1979.– С. 9–23.

2. Powell A. On the edge-tone // J. Acoust. Soc. Amer.– 1961.– **33**, N 4.– P. 395–409.
3. Richardson E. G. Flow noise. Technical aspects. Sounds, vol. 3.– Amsterdam–New York: Elsevier Publ. Co, 1962.– С. 123–177.
4. Nybarg W. L. Self-maintained oscillations of the jet in a jet-edge. I. // J. Acoust. Soc. Amer.– 1954.– **26**, N 2.– P. 174–182.
5. Константинов Б. П. Гидродинамическое звукообразование и распространение звука в ограниченной среде.– Л.: Наука, 1974.– С. 142.
6. Назаренко А. Ф. Гидродинамический излучатель // Физическая энциклопедия, том 1.– М.: Сов. энцикл, 1988.– С. 466–467.
7. Назаренко А. А. Автоколебания кольцевой затопленной струи жидкости, натекающей на плоскую преграду // Труды VI сессии РАО “Акустика на пороге XXI века”.– М.: Акуст. ин-т, МГУ, 1997.– С. 419–422.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика, том 6.– М.: Физматгиз, 1986.– С. 212–213.
9. Смирнов В. И. Курс высшей математики, том 2.– М.: Физматгиз, 1961.– С. 86–88.
10. Сухарьков О. В. Повышение эффективности очистки сложнопровильных деталей машин гидродинамическими источниками колебаний / Канд. дис.– Одесса: Одес. ун-т, 1990.– 173 с.