

УДК 534.222

РАСШИРИТЕЛЬНАЯ КАМЕРА КАК ЭФФЕКТИВНОЕ СРЕДСТВО ИЗМЕНЕНИЯ ЗВУКОПРОЗРАЧНОСТИ ВОЛНОВОДА

И. Ю. ГОНЧАРОВА

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 10.11.2000

Построена математическая модель и решена задача о распространении звука в волноводе круглого поперечного сечения при наличии в нем цилиндрической расширительной камеры. Установлено, что при распространении звука в волноводе с расширительной камерой возникают частотные области, в пределах которых наблюдается значительное падение звукопрозрачности системы. Исследовано влияние геометрических размеров расширительной камеры на изменение звукопрозрачности волновода. Выяснено, что основное влияние на расположение областей “запирания” волновода на оси частот оказывает изменение площади поперечного сечения камеры, а на ширину областей в основном влияет длина расширительной камеры. Обозначены пути оптимизации геометрических параметров подобных устройств.

Побудовано математичну модель та розв'язано задачу про розповсюдження звуку в хвилепроводі круглого поперечного перерізу при наявності у ньому циліндричної розширювальної камери. Встановлено, що при розповсюдженні звуку в хвилепроводі з розширювальною камерою, виникають частотні області, в межах яких спостерігається значне падіння звукопрозорості системи. Досліджено вплив геометричних розмірів розширювальної камери на зміну звукопрозорості хвилепровода. З'ясовано, що основний вплив на розташування областей “замкнення” хвилепровода на осі частот здійснює зміна площі поперечного перерізу камери, а на ширину областей в основному впливає довжина розширювальної камери. Визначені шляхи оптимізації геометричних параметрів таких пристроїв.

A mathematical model is developed and a problem on the sound transmission in circular waveguide with circular concentric expanding cavity is solved. It is found out that when the sound propagates in the waveguide with an expanding cavity the frequency zones appear, for which it is observed a considerable decrease of the sound transparency of the system. An influence of the expanding cavity dimensions on change of the sound transparency of the waveguide is investigated. It is ascertained that basic influence on the waveguide cut-off zone positions on the frequency axis is made by variation of the expanding cavity cross-section. The expanding cavity length influences basically on width of the waveguide cut-off zones. The ways of an optimization of geometrical parameters for considered system are determined.

ВВЕДЕНИЕ

Для уменьшения звукопрозрачности волноводов в них вводят различные неоднородности, например, размещают препятствия, изменяют поперечное сечение волновода или физические свойства его стенок, изгибают волновод и т. д. Одним из эффективных способов уменьшения звукопрозрачности волновода (по крайней мере, в некоторой полосе частот) является использование различных резонансных конструкций. К ним относятся резонатор Гельмгольца, помещаемый в стенку волновода [1, 2], резонансный отросток [3], расширительная камера [4] и т. п. Например, расширительные камеры применяются как глушители в автомобилях [5], а также при проектировании глушителей для стрелкового оружия [6].

Ниже с помощью метода частичных областей рассматриваются энергетические характеристики прохождения звука в волноводе круглого поперечного сечения, в который соосно помещена цилиндрическая расширительная камера.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обозначим радиус волновода через r_1 , длину расширительной камеры через ℓ , а радиус расширительной камеры через r_2 (рис. 1). Характеристики гармонического звукового поля внутри данной конструкции определяются через функцию потенциала скоростей Ψ , удовлетворяющую уравнению Гельмгольца

$$\Delta\Psi + k^2\Psi = 0. \quad (1)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа; $k = \omega/c$ – волновое число; ω – круговая частота; c – скорость звука в среде, заполняющей волновод. Множитель $e^{-i\omega t}$ везде опускаем.

Применяя метод частичных областей, всю область существования звукового поля можно разбить на три подобласти. Пусть слева на неоднородность набегают одна из распространяющихся нормальных мод волновода, имеющая номер q . В результате ее взаимодействия с расширительной камерой (область II) образуются отраженная в область I и прошедшая в область III волны. Расположим систему координат как показано на рис. 1.

Тогда потенциал колебательной скорости для каждой подобласти можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= J_0(\alpha_q r) e^{ik_q x} + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0(\alpha_n r) e^{-ik_n x}, \\ \Psi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_0(\beta_n r) e^{i\gamma_n x} + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} D_n J_0(\beta_n r) e^{-i\gamma_n(x-\ell)}, \\ \Psi_3 &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n J_0(\alpha_n r) e^{ik_n(x-\ell)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} k_n &= \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}; \\ \gamma_n &= \sqrt{k^2 - \beta_n^2}. \end{aligned}$$

Боковые стенки волновода и расширительной камеры считаем абсолютно жесткими, поэтому в данном случае α_n и β_n находятся из выражений

$$\begin{aligned} \alpha_n J_1(\alpha_n r_1) &= 0, \\ \beta_n J_1(\beta_n r_2) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов A_n , C_n , D_n и B_n необходимо учесть следующие условия сопряжения:

$$\Psi_1 = \Psi_2 \text{ при } x = 0, 0 \leq r \leq r_1, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} & \text{при } x = 0, 0 \leq r \leq r_1, \\ 0, & \text{при } x = 0, r_1 \leq r \leq r_2, \end{cases} \quad (5)$$

$$\Psi_3 = \Psi_2 \text{ при } x = \ell, 0 \leq r \leq r_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\partial \Psi_3}{\partial x}, & \text{при } x = \ell, 0 \leq r \leq r_1, \\ 0 & \text{при } x = \ell, r_1 \leq r \leq r_2, \end{cases} \quad (7)$$

Из условий сопряжения (4) – (7) получаем систему, состоящую из четырех функциональных уравнений. Воспользовавшись свойством ортогональности функций $J_0(\alpha_n r)$ на отрезке $0 \leq r \leq r_1$ и $J_0(\beta_n r)$ на отрезке $0 \leq r \leq r_2$ ($n = 0, 1, 2 \dots$), преобразуем ее в бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов A_n , C_n , D_n и B_n . Такую систему решают методом редукции, т.е. ограничиваются конечным количеством учитываемых мод N .

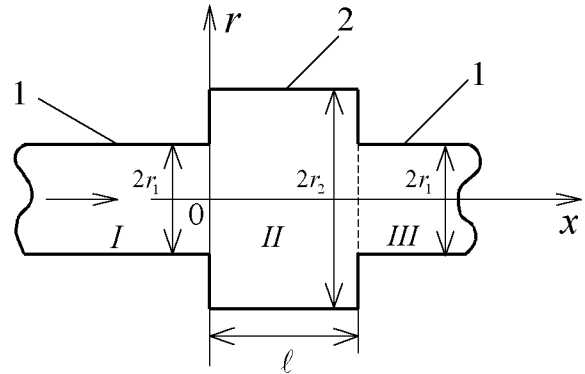


Рис. 1. Схематическое изображение волновода с расширительной камерой:
1 - волновод, 2 - расширительная камера

Исследуем энергетические характеристики прохождения звука через данную неоднородность. Для этого воспользуемся известным выражением для средней мощности звуковой волны

$$\overline{W} = \frac{1}{4} [P V^* + P^* V],$$

где P – давление; V – колебательная скорость; знак * означает комплексное сопряжение. Определим среднюю мощность падающей и отраженной волны в сечении $x=0$, а также среднюю мощность прошедшей в область III волны в сечении $x=\ell$:

$$\overline{W}_{\text{пад}} = \frac{\omega \rho}{2} \mathbf{Re} (k_q) \frac{r_1^2}{2} J_0^2(\alpha_q r_1),$$

$$\overline{W}_{\text{отр}} = \frac{\omega \rho}{2} \sum_{n=0}^N |A_n|^2 \mathbf{Re} (k_n) \frac{r_1^2}{2} J_0^2(\alpha_n r_1), \quad (8)$$

$$\overline{W}_{\text{пр}} = \frac{\omega \rho}{2} \sum_{n=0}^N |B_n|^2 \mathbf{Re} (k_n) \frac{r_1^2}{2} J_0^2(\alpha_n r_1).$$

Для удобства представления данных воспользуемся безразмерными коэффициентами отражения и прохождения по энергии:

$$K_r = \frac{\overline{W}_{\text{отр}}}{\overline{W}_{\text{пад}}}, \quad (9)$$

$$K_t = \frac{\overline{W}_{\text{пр}}}{\overline{W}_{\text{пад}}}.$$

Любые энергетические процессы должны подчиняться закону сохранения энергии. В нашем случае он выглядит следующим образом:

$$K_r + K_t = 1. \quad (10)$$

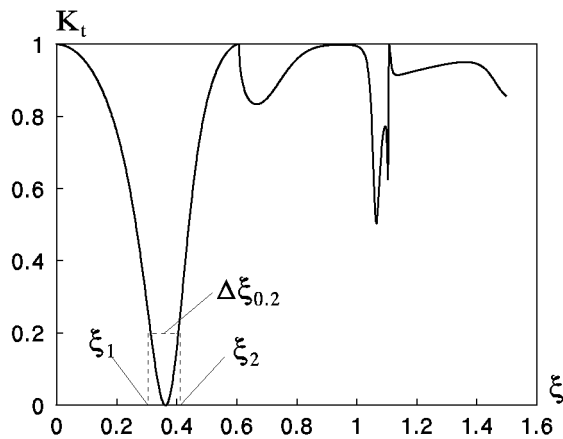


Рис. 2. График зависимости коэффициента прохождения звука K_t через неоднородность в виде расширительной камеры от параметра ξ при $\nu = 0.25$ и $\mu = 1.5$

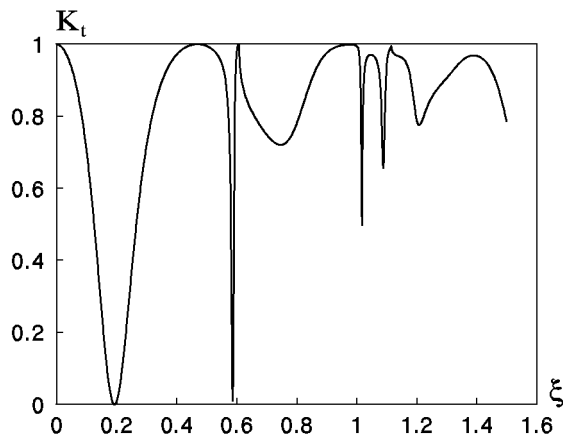


Рис. 3. График зависимости коэффициента прохождения звука K_t через неоднородность в виде расширительной камеры от параметра ξ при $\nu = 0.25$ и $\mu = 2$

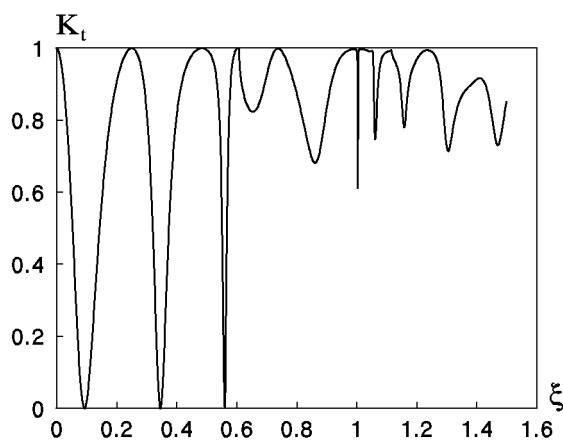


Рис. 4. График зависимости коэффициента прохождения звука K_t через неоднородность в виде расширительной камеры от параметра ξ при $\nu = 0.25$ и $\mu = 3$

2. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Пусть на неоднородность падает плоская волна, т. е. $q=1$. Для удобства представления результатов воспользуемся безразмерными параметрами: $\xi = r_1/\lambda$, $\mu = r_2/r_1$ и $\nu = \ell/2r_1$, где λ – длина волны в среде, заполняющей волновод (т. е. ξ выражает радиус волновода в длинах волн); μ – отношение радиуса расширительной камеры к радиусу волновода; ν – отношение длины камеры к диаметру волновода.

На рис. 2–4 изображены зависимости коэффициента прохождения K_t от параметра ξ . При фиксированном r_1 последний имеет смысл частоты, т. е. представленные графики отражают частотную зависимость коэффициента прохождения. Как видно из графиков, при прохождении звука через неоднородность в виде расширительной камеры образуются частотные области, в которых волновод как бы “заперт”, т. е. падающая волна отражается от неоднородности более чем на 80 %. Таких областей может быть несколько (рис. 3, 4), что зависит от геометрических размеров расширительной камеры, однако эти области в основном располагаются в диапазоне значений $kr_1 < 3.83$. Наиболее четко области “запирания” волновода можно выделить при выполнении условия $\nu < 1$, т. е. когда длина камеры меньше, чем диаметр волновода. В противном случае кривая для коэффициента прохождения становится довольно изрезанной.

Проследим, как ведет себя первая (самая широкая) частотная область “запирания” в зависимости от геометрических размеров волновода и расширительной камеры. Обозначим ширину полосы частот, в пределах которой через данную неоднородность проходит менее 20 % энергии падающей волны как $\Delta\xi_{0.2}$. Иными словами, этот параметр называют шириной полосы частот по уровню 0.2 (см. рис. 2). Полагаем, что центральная частота данной полосы частот $\xi^* = (\xi_2 + \xi_1)/2$ представляет собой среднее арифметическое между верхней ξ_2 и нижней ξ_1 частотами. На рис. 5, 6 представлены зависимости $\Delta\xi_{0.2}$ и ξ^* от параметра μ , который представляет собой отношение радиуса расширительной камеры к радиусу волновода. Как видно из графиков, при увеличении площади поперечного сечения расширительной камеры центральная частота ξ^* смещается в сторону низких частот, что закономерно, поскольку для резонаторов характерно уменьшение частоты резонанса при увеличении объема резонансной полости. При этом в диапазоне $\mu < 2$ снижение центральной частоты происходит быстрее, чем для $\mu > 2$.

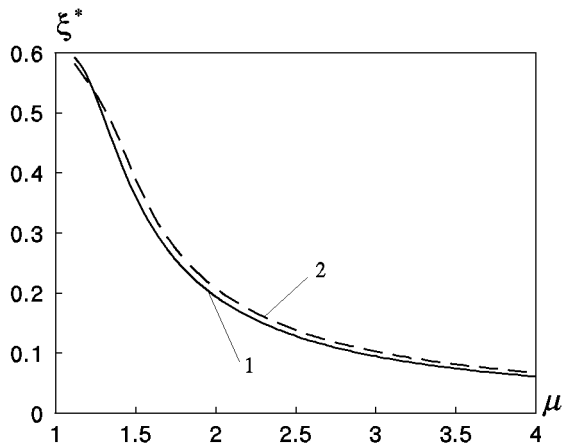


Рис. 5. Зависимость ξ^* от отношения радиусов расширительной камеры и волновода μ :
 1 - $\nu=0.25$, 2 - $\nu=0.5$

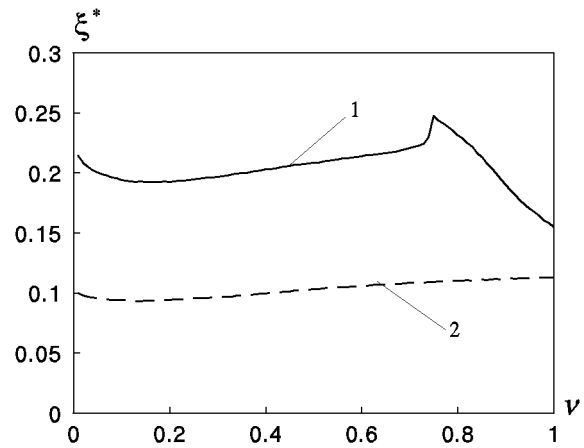


Рис. 7. Зависимость ξ^* от отношения длины камеры к диаметру волновода ν :
 1 - $\mu=2$, 2 - $\mu=3$

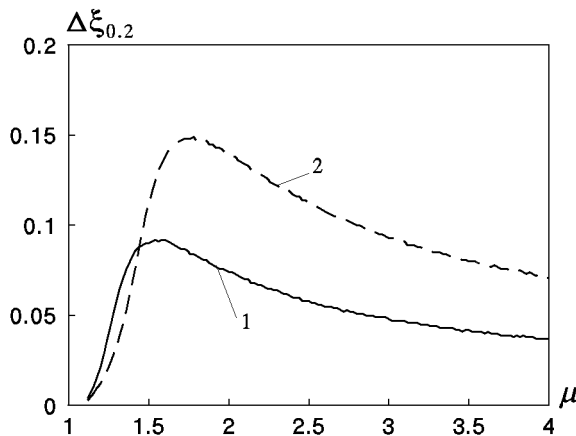


Рис. 6. Зависимость $\Delta\xi_{0.2}$ от отношения радиусов расширительной камеры и волновода μ :
 1 - $\nu=0.25$, 2 - $\nu=0.5$

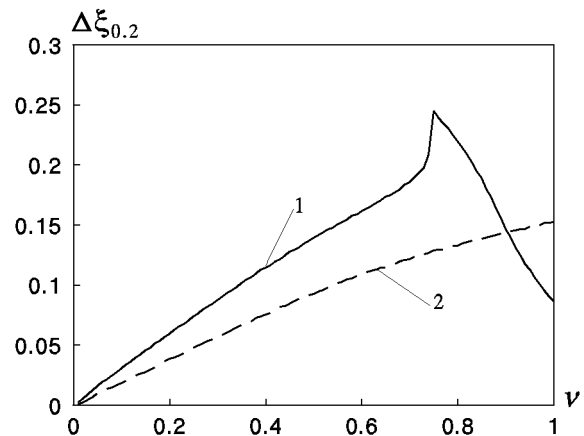


Рис. 8. Зависимость $\Delta\xi_{0.2}$ от отношения длины камеры к диаметру волновода ν :
 1 - $\mu=2$, 2 - $\mu=3$

Что касается ширины полосы частот “запирания” волновода $\Delta\xi_{0.2}$, то с увеличением радиуса расширительной камеры она достаточно быстро увеличивается в диапазоне $\mu < 1.75$, достигая здесь некоторого максимального значения, а затем плавно уменьшается. Таким образом, изменение площади поперечного сечения расширительной камеры оказывает влияние не только на расположение области “запирания” волновода на оси частот, но и на ширину самой полосы частот, в пределах которой в область III проходит менее 20 % энергии.

На рис. 7, 8 изображены зависимости $\Delta\xi_{0.2}$ и ξ^* от параметра ν , который представляет собой отношение длины расширительной камеры (длины области II) к диаметру волновода. При фиксированном r_1 это по сути означает зависимость от длины расширительной камеры ℓ . На графиках видно, что центральная частота ξ^* практически не

зависит от изменения параметра ν . Таким образом, увеличение длины расширительной камеры не оказывает значительного влияния на расположение области “запирания” на оси частот. В основном изменение значения параметра ν влияет на поведение кривой $\Delta\xi_{0.2}$. С увеличением длины камеры ширина полосы частот “запирания” волновода увеличивается. Отметим однако, что описанные выше закономерности не всегда строго выполняются (см. кривые 1 на рис. 7 и 8). Это связано с тем, что длина камеры становится достаточно большой по отношению к ее радиусу, и закономерности в распространении звука, характерные для резонаторов, нарушаются.

Таким образом, для уменьшения звукопрозрачности волновода, имеющего радиус r_1 , в требуемом частотном диапазоне, необходимо, меняя отношение r_2/r_1 , сместить область “запирания” вол-

новода таким образом, чтобы она оказалась в нужном диапазоне частот, а затем, меняя отношение $l/2r_1$, расширить ее до требуемых пределов.

ВЫВОДЫ

Решена задача о распространения звука в волноводе круглого поперечного сечения при наличии в нем цилиндрической расширительной камеры. Проведен численный анализ акустических свойств данной системы. В частности, установлено, что при распространении звука в волноводе с расширительной камерой возникают частотные области “запираания”, в пределах которых через неоднородность проходит менее 20 % энергии падающей волны, причем количество этих областей зависит от размеров неоднородности. Выяснено, что с увеличением площади поперечного сечения камеры область “запираания” волновода смещается в сторону низких частот. Кроме того, изменение площади поперечного сечения расширительной камеры влияет на ширину полосы частот “запираания” волновода. Установлено, что изменение длины расширительной камеры оказывает преимущественное влияние на ширину полосы частот “запираания” волновода. При этом центральная частота полосы практически не зависит от длины камеры.

Полученные количественные результаты могут служить исходными данными для проведения рационального проектирования акустических фильтров в виде расширительной камеры.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает признательность научному руководителю профессору И. В. Вовку за ряд полезных советов и замечаний, высказанных при обсуждении результатов исследования и подготовке статьи.

1. *Selamet A., Radavich P. M., Dickey N. S., Novak J. M.* Circular concentric Helmholtz resonators // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1997.– **101**, N 1.– P. 41–51.
2. *Лапин А. Д.* Сечения рассеяния и поглощения резонатора Гельмгольца в многомодовом волноводе // *Акуст. ж.*– 1999.– **45**, N 3.– С. 376–379.
3. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука.– М.: Изд-во МГУ, 1960.– 335 с.
4. *Лапин А. Д.* Звукоизоляция в волноводах // *Акуст. ж.*– 1975.– **21**, N 3.– С. 337–350.
5. *Сахно В. П., Федоров В. В.* Визначення швидкості звуку у вихлопних газах двигуна внутрішнього згорання // *Акуст. вісн.*– 2000.– **3**, N 1.– С. 73–77.
6. *Förster T., Goepfert P.* Silencer for firearms // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1993.– **93**, N 6.– P. 3537.