

УДК 534.64, 222:616.24-073

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В БРОНХИАЛЬНОМ ДЕРЕВЕ ЧЕЛОВЕКА. ЧАСТЬ I. ТЕОРИЯ

И. В. ВОВК, О. И. ВОВК

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 5.04.2000

Проведен анализ геометрических, физических и волновых параметров бронхиального дерева и его элементов. Показано, что в диапазоне частот до 1000 Гц все геометрические параметры воздухоносных путей (за исключением длины трахеи) существенно меньше длины звуковой волны, распространяющейся внутри бронхиального дерева. Установлено, что скачок сечения в месте сочленения соседних воздухоносных путей может оказывать существенное влияние на распространение звука в бронхиальном дереве. В то же время, изломы воздухоносных путей практически не влияют на этот процесс. Сформулированы акустические и математические модели воздухоносных путей (с учетом упругости их стенок) и участков сочленений между ними. Решены соответствующие граничные задачи для уравнения Гельмгольца. Полученные результаты позволили разработать алгоритм общего решения задачи о распространении звука в бронхиальном дереве.

Проведено аналіз геометричних, фізичних та хвлових параметрів бронхіального дерева та його елементів. Показано, що в діапазоні частот до 1000 Гц усі геометричні параметри повітроносних шляхів (за винятком довжини трахеї) суттєво менші за довжину звукових хвиль, які розповсюджуються в бронхіальному дереві. Встановлено, що стрибок перерізу у місці розгалуження повітроносних шляхів може значно впливати на розповсюдження звуку у бронхіальному дереві. У той же час, злами повітроносних шляхів практично не впливають на цей процес. Сформульовані акустичні й математичні моделі повітроносних шляхів (з урахуванням пружності їхніх стінок) та ділянок розгалуження між ними. Розв'язані відповідні граничні задачі для рівняння Гельмгольца. Одержані дані дали можливість розробити алгоритм загального розв'язання задачі про розповсюдження звуку в бронхіальному дереві.

Analysis of geometric, physical and wave parameters of a bronchial tree and its elements has been conducted. It is shown that in frequency region up to 1000 Hz all geometric parameters of airways (except the length of trachea) are sufficiently smaller than the sound wavelength, which propagates inside a bronchial tree. It is established that jump of section in the point of articulation of adjacent airways can significantly affect the sound propagation in a bronchial tree. At the same time, bifurcation of the airways has almost no impact on this process. Acoustical and mathematical models of airways (taking into account compliance of their walls) and of parts of articulation between them are stated. Corresponding boundary problems for the Helmholtz equation are solved. Obtained results allowed us to develop an algorithm of general solving for the problem of wave propagation in a bronchial tree.

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы генерации и распространения шумов и звуков в респираторной системе человека продолжают оставаться актуальными, о чем свидетельствуют многочисленные публикации на эту тему, систематически появляющиеся в журналах по акустике, физиологии и медицине (см., например, обширную библиографию, приведенную в [1]). Анализ публикаций показывает, что на протяжении многих лет между различными исследовательскими школами идет дискуссия о возможных путях и механизмах передачи звуков, возникающих в респираторном тракте, к поверхности грудной клетки, где они, собственно, и регистрируются. Одни исследователи считают, что распространение шумов и звуков идет главным образом по воздушным каналам бронхиального дерева. Другие же придерживаются мнения о чисто “структурном” механизме их проведения – через биоткани, внутри грудной клетки (средостение, легкие и др.). Мы не будем обсуждать все аргументы “за” и “про-

тив”, высказываемые разными группами исследователей (они достаточно подробно проанализированы в [2]). Укажем лишь, что, по-видимому, истина, как нередко случается в науке и в жизни, находится “посередине”. Действительно, в результате оригинальных экспериментальных исследований, авторам [2] с определенной достоверностью удалось показать, что генерируемые в верхних отделах респираторного тракта звуки достигают поверхности грудной клетки по двум каналам – “воздушному” (по воздухопроводам бронхиального дерева) и “структурному” (через биоткани средостения и легких). В принципе, этого и следовало ожидать, если вспомнить работы почти полувекковой давности [3–5]¹ и современные публикации (см., например, [6]). В частности, в [5] зафиксирован факт распространения звуков, искусственно возбуждаемых в верхних дыхательных путях, к поверхности грудной клетки с двумя различными скоростями, и на этой основе высказана гипотеза

¹Первое издание монографии [4] вышло в свет в 1956 г.

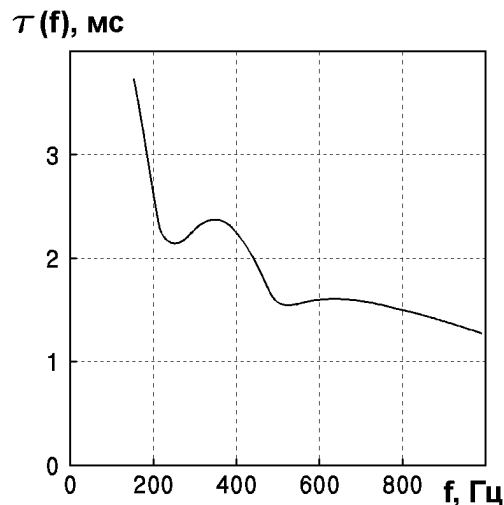


Рис. 1. Затримка сигналу при його проходженні від трахеї до нижньої задньої правої частини поверхності грудної клітки (в нормі)

об одночасному існуванні двох шляхів розповсюдження звуку в респіраторному тракті: по повітрю і через біоткані всередині грудної клітки.

Видаючися терапевти бившого Союзу професор А. А. Ковалевський, належавший до «томської школи» [3], і виходець із «київської школи» професор М. М. Губергриц [4] також вважали, що шуми і звуки, породжені в гортані і трахеї, проникають до поверхні грудної клітки як через бронхіальне дерево, так і через біоткані.

В сучасних роботах [6, 7] на основі аналізу частотної залежності величини затримки звукових сигналів $\tau(f)$ при їх проходженні від гортані до поверхні грудної клітки показано, що низькочастотні сигнали рухаються переважно по «структурному каналу», а високочастотні (вище 400–500 Гц) – по «повітряному». В цьому можна переконатися, якщо проаналізувати рис. 1, заимствований із [6]. Дійсно, для частот вище 500 Гц затримка сигналу не перевищує 1–1.5 мс. Якщо виходити з того, що довжина повітряних шляхів бронхіального дерева становить близько 0.3 м [8], а швидкість розповсюдження звуку в повітрі близько 330 м/с, нетрудно визначити, що час проходження звукового сигналу від гортані до внутрішньої стінки грудної клітки як раз і становить порядку 1 мс. На відносно низьких частотах (ниже 500 Гц) величина $\tau(f)$ швидко зростає з зменшенням частоти, досягаючи при 150 Гц величини більше 3.5 мс. Автори ра-

бот [6] і [7] не безосновательно стверджують, що така велика затримка сигналу пов'язана з проходженням звуку по біотканям («структурному» каналу). При цьому частина шляху сигнал проходить через паренхіму, де швидкість звуку, як відомо, дуже низька і не перевищує 50 м/с [9]. Таким чином, уже сьогодні існують достатньо вагомі аргументи, що дозволяють стверджувати про наявність двох каналів ефективного розповсюдження звуку від гортані до поверхні грудної клітки. На жаль, дати кількісну оцінку співвідношення звукових енергій, розповсюджуваних по цим двома каналам, поки не представляється можливим. Об цьому говорять і автори роботи [2]. Труднощі в отриманні таких оцінок пояснюються в першу чергу величезною фізичною, фізіологічною і геометричною складністю респіраторного тракту і неможливістю провести коректні вимірювання *in vivo*.

Як представляється нам, в цій ситуації більш розумно (і, по-видимому, найбільш доцільно) зосередитися на побудові акустичних і математичних моделей, здатних хоча б в першому наближенні описати розповсюдження звуку тільки по одному каналу, наприклад «повітряному». В невеликій ступені така позиція обумовлена появою робіт, в яких уже реалізовані фізичні і математичні моделі, що дозволили вивчити «структурні» шляхи і механізми розповсюдження звуку всередині грудної клітки і отримати кількісні оцінки, узгоджені з рядом експериментальних даних [10]. Згадане обставина стимулювало спроби побудови фізичної (акустичної) і математичної моделей, здатних дати кількісні оцінки особливостям розповсюдження звуку по «повітряному» каналу респіраторної системи. Саме в цьому і полягає головна мета пропонованої роботи.

1. АНАЛІЗ ПРОБЛЕМИ

Прийнято вважати, що шуми над трахеєю (так зване трахеальне дихання) виникають за рахунок турбулізації потоку повітря, що проходить в час дихання через відносно вузьку голосову щіль [11]. При цьому нижче по потоку виникають вихорі і, як наслідок, пульсації тиску, які, з однієї сторони, породжують в повітряній середі джерела звуку типу квадруполів [12, 13], а з іншої сторони, впливаючи на стінку трахеї і переддвер'я гортані, викликають їх коливання, також породжують звук. Коливання стінки шийного відділу трахеї добре про-

слушиваются обычным медицинским стетофонендоскопом и легко регистрируется электронной аппаратурой с помощью датчика (чаще акселерометра), закрепленного на шее. Как показывают исследования (см. [1] и библиографию в ней), спектр этих колебаний (в норме) практически идентичен в фазах вдоха и выдоха и в полосе $20 \div 1000$ Гц плавно и медленно спадает к высоким частотам (рис. 2). Колебания стенок грудного участка трахеи возбуждают колебания биотканей средостения, которые далее передаются стенке грудной клетки. Поэтому на поверхности грудной клетки (особенно спереди над рукояткой грудины и сзади в межлопаточном пространстве на уровне от 7-го шейного позвонка до 3-го–4-го грудных позвонков) также хорошо прослушиваются специфические звуковые колебания (в соответствии с медицинской терминологией – бронхиальные шумы). Их спектр также почти идентичен в фазах вдоха и выдоха, но его спадание к высоким частотам является более быстрым и менее плавным по сравнению со спектром, регистрируемом на шее. Такие свойства спектра бронхиальных шумов обычно объясняют тем, что путь от грудного участка трахеи до поверхности грудной клетки более длинный, чем от шейного – до поверхности шеи. К тому же, здесь имеют место заметные потери звуковой энергии в биотканях. В том, что возникновение трахеальных и бронхиальных шумов обусловлено одной и той же причиной – колебаниями стенок трахеи в процессе дыхания, – мы неоднократно убеждались при исследовании дыхательных шумов. При этом измеренная нами когерентность колебаний, одновременно регистрируемых на шейном участке трахеи и на поверхности грудной клетки (над рукояткой грудины и в межлопаточной области), неизменно оставалась высокой и превышала $0.7 \div 0.8$.

Вместе с тем более тщательный анализ спектров трахеальных и бронхиальных шумов, полученных нами и другими исследователями (см. [1] и библиографию в ней), ставит под сомнение достоверность утверждения о том, что колебания стенок трахеи вызваны только пульсациями давления в потоке после прохождения им голосовой щели, расположенной в гортани. Если бы это было так, то спектры колебаний стенки трахеи в фазах вдоха и выдоха, регистрируемые на шее ниже гортани, должны были бы заметно отличаться друг от друга. Действительно, в фазе вдоха поток воздуха идет вниз, т.е. сначала проходит достаточно широкую ротовую и (или) носовую полость, затем преддверие гортани и далее попадает в узкую голосовую щель, где значительно (в $4 \div 5$ раз) ускоряется, после чего вдвывается в относительно ши-

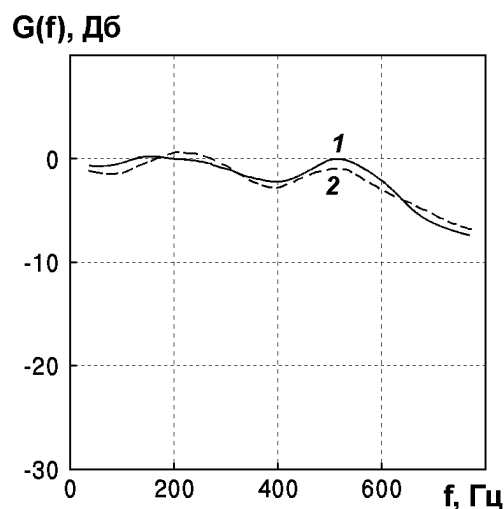


Рис. 2. Спектры шумов, зарегистрированные над трахеей (в норме):
1 – фаза вдоха, 2 – фаза выдоха

рокую трахею. Поэтому эффективная турбулизация потока происходит уже в трахее на расстоянии от щели, примерно равном $6 \div 8$ эквивалентным диаметрам голосовой щели [14]², т.е. около $5 \div 6$ см. Естественно, что в фазе выдоха поток идет в обратном направлении, т.е. сначала проходит трахею, затем через голосовую щель вдвывается в преддверие гортани и далее попадает в ротовую и (или) носовую полость. Очевидно, что теперь эффективная турбулизация потока происходит выше голосовой щели – в преддверии гортани или даже в ротовой и носовой полостях.

Таким образом, в фазе выдоха отсутствует причина, которая могла бы вызвать эффективные колебания стенок трахеи, а, значит, спектры колебаний стенок трахеи в фазах вдоха и выдоха должны были бы существенно отличаться друг от друга. Не ограничиваясь только этими рассуждениями, мы провели экспериментальные исследования, воспользовавшись физической моделью, имитирующей голосовую щель и прилегающие к ней части полостей преддверия гортани и трахеи (подробнее о модели и методах измерения характеристик потока в ней см. в [15]). Измерения пульсаций давления, вызванных турбулизацией потока после прохождения им диафрагмы с отверстием (имитирующей голосовую щель), проводились в двух точках, симметричных относительно диафрагмы.

²Голосовая щель чаще всего имеет форму, близкую к равнобедренному треугольнику, поэтому под эквивалентным диаметром щели надо понимать диаметр круглого отверстия, по площади равного площади щели.

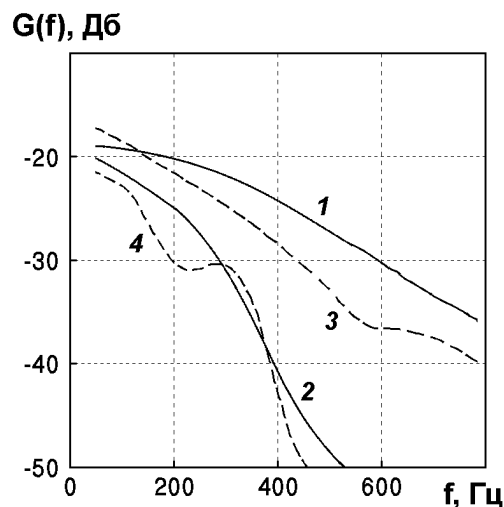


Рис. 3. Спектры шумов дыхания:

1, 2 – шумы, зарегистрированные на физической модели гортани [15],
 1 – имитация фазы вдоха, 2 – имитация фазы выдоха;
 3, 4 – шумы, зарегистрированные над легкими (в норме),
 3 – фаза вдоха, 4 – фаза выдоха

При этом первая из них находилась ниже, а вторая – выше по потоку (естественно, направление потока оставалось постоянным). Таким образом шумы пульсаций давления, регистрируемые в первой точке, имитировали фазу вдоха, а во второй точке – фазу выдоха.

Результаты этих измерений в виде спектров мощности пульсаций давления представлены на рис. 3 (кривые 1 и 2). Как видно, эти спектры действительно сильно отличаются друг от друга. В первой точке (за диафрагмой вниз по потоку) энергия пульсаций давления значительно выше, чем во второй точке, и спад энергии с ростом частоты происходит гораздо медленнее. Возникает противоречие: с одной стороны, логические рассуждения и экспериментальные данные, полученные на физической модели, убеждают нас, что спектры колебаний стенок трахеи в фазах вдоха и выдоха должны существенно отличаться друг от друга, а с другой стороны, фактические данные о спектрах колебаний стенок трахеи убеждают нас в обратном – спектры практически не отличаются друг от друга.

Указанное противоречие можно разрешить, если предположить, что колебания стенок трахеи вызваны колебаниями голосовых связок, передаваемыми через хрящи гортани, к которым крепятся как верхний начальный участок трахеи, так и голосовые связки. Колебания же последних обусловлены эффектом их взаимодействия со скорост-

ным потоком воздуха в голосовой щели, в котором неизбежны флуктуации скорости и давления. Заметим, что во время акта дыхания голосовые связки существенно менее напряжены (натянуты), чем в процессе речи или пения, что позволяет им более эффективно взаимодействовать с потоком воздуха, протекающим через голосовую щель. Можно предположить, что поток и упругие голосовые связки образуют своеобразную автоколебательную систему, возможно в каких-то чертах сходную с системами, в которых наблюдается флаттер.

Анализируя старые публикации, мы обнаружили, что известный советский клиницист А. Я. Губергриц еще почти полвека назад утверждал, что трахеальное и бронхиальное дыхание возникают "... в результате колебаний голосовых связок при прохождении воздуха при вдохе и выдохе через голосовую щель..." (цитата из [4], стр. 165–166). Так неожиданно наш вывод был подкреплён мнением выдающегося клинициста, основанным на его многолетних наблюдениях.

Чтобы поставить точку в этом вопросе, был проведен дополнительный эксперимент, суть которого заключалась в следующем. Воспользовавшись установкой и методикой, разработанными для регистрации шумов дыхания [16], мы регистрировали одновременно шумы дыхания на гортани и на трахее у нескольких здоровых людей. После этого вычислялись спектры шумов и функции их когерентности. Анализ полученных результатов показал, что спектры шумов на гортани и на трахее весьма близки друг другу, а функции когерентности в диапазоне $20 \div 800$ Гц неизменно превосходят 0.8. Аналогичные результаты получались и в том случае, когда звук в гортани возбуждался голосом самого обследуемого субъекта, что естественно, поскольку источником голоса безусловно являются колебания голосовых связок. В связи с этим интересно вспомнить, что колебания поверхности гортани, вызванные колебаниями голосовых связок, в свое время довольно широко использовались для передачи речи человека, находящегося в сильно зашумленном помещении (кабине самолета, танка и др.). При этом в качестве датчика использовался специальный акселерометр (ларингофон), который крепился к гортани [17].

Подводя итог проведенному анализу, можно с большой долей определенности заключить, что главной причиной возникновения феномена трахеальных и бронхиальных шумов являются колебания голосовых связок под воздействием флуктуаций потока воздуха, проходящего через голосовую щель, а характер их спектров практически

не зависит от фазы дыхания. Указанные колебания передаются через хрящи гортани стенкам трахеи, которые, в свою очередь, вызывают колебания окружающих биотканей и, в конечном итоге, поверхностей шеи и грудной клетки. Таким образом, звуковая энергия передается, по-сути, по “структурному” каналу, о котором говорилось выше.

Вернемся теперь к рассмотрению “воздушного” канала передачи шумов и звуков, порождаемых в верхних дыхательных путях. Как нам представляется, главным источником звука в них являются пульсации давления в турбулизованном потоке воздуха, порождающие звуковые источники типа квадрупольей. Очевидно, что эти источники в фазе вдоха могут возникать главным образом в трахее (ниже голосовой щели), а в фазе выдоха – в преддверии гортани (выше голосовой щели). Возникший звук, распространяясь по бронхиальному дереву, представляющему собой с точки зрения акустики многократно разветвленный волновод, достигает легочной ткани (паренхимы). Здесь одна часть звуковой энергии передается к стенке грудной клетки, вызывая ее колебания, а другая часть поглощается самой паренхимой, потери энергии в которой, как известно, велики и быстро увеличиваются с ростом частоты [9]. Не исключено, что звуки, достигшие поверхности грудной клетки, могут восприниматься как везикулярные шумы. В качестве аргумента, в определенной степени подтверждающего последнее предположение, может служить сравнительный анализ спектров реального везикулярного шума в фазах вдоха и выдоха и спектров шумов, полученных с помощью упоминавшейся уже выше физической модели (см. кривые 3 и 4 на рис. 3). Как видно, характер спектров везикулярных шумов весьма сходен с характером спектров, полученных на модели. Отметим, однако, что механизм возникновения везикулярных шумов до сих пор остается предметом дискуссии [18].

Следует сказать, что приведенные выше описания процессов возникновения и распространения шумов и звуков по бронхиальному дереву (“воздушному” каналу) носят качественный характер. Попытка описать их количественно была предпринята Л. И. Немеровским в работе [19], где бронхиальное дерево было представлено в виде системы трубок с акустически жесткими стенками, которые моделировали трахею, бронхи и бронхиолы. Немеровский также предполагал, что концы трубок, моделирующих бронхиолы 23-го поколения (т.е. последние, конечные бронхиолы), нагружены на приведенный импеданс грудной клетки.

К сожалению, автор [19] не провел какого-либо серьезного численного анализа предложенной модели, что существенно ограничило ценность работы. Большим недостатком работы является также и то, что автор принял гипотезу об акустической жесткости стенок трубок, что исключило возможность изучить проникновение энергии, распространяющихся по бронхиальному дереву звуковых волн, через стенки в паренхиму.

Ниже нами будут предложены акустическая и математическая модели бронхиального дерева, лишенные этих недостатков, и проведен детальный анализ их свойств.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

2.1. Анализ геометрических, физических и волновых параметров бронхиального дерева и его элементов

Бронхиальное дерево является составной частью респираторной системы человека, главная функция которой заключается в транспортировке воздуха к легким (и обратно) в процессе дыхания. Как известно, бронхиальное дерево начинается с одного воздухоносного ствола – трахеи [8]. Она разветвляется на два главных бронха (левый и правый), каждый из которых входит соответственно в левое и правое легкое. Каждый из главных бронхов разветвляется на два долевого бронха, которые, в свою очередь, разветвляются еще на два бронха и т.д. Таким образом, воздухоносные пути по направлению к периферии бронхиального дерева делятся посредством дихотомии³. Порядок деления воздухоносных путей (сверху вниз) принято называть поколениями и обозначать буквой z . Поэтому для трахеи $z=0$, для главных бронхов $z=1$ и т.д. Следуя Э. Р. Вейбелю [8], бронхиальное дерево имеет (вместе с трахеей) 24 поколения, а количество воздухоносных путей в каждом поколении равно 2^z .

Различают два типа дихотомии. Правильная дихотомия (ее придерживается Э. Р. Вейбель) предполагает, что дочерние воздухоносные пути имеют одинаковые размеры и ответвляются от своего родителя под равными углами (рис. 4). В строгом смысле такая ситуация в природе не встречается и дочерние воздухоносные пути, хоть в какой то мере, отличаются друг от друга. Поэтому некоторыми исследователями были построены модели бронхиального дерева с учетом таких отличий (по принципу неправильной дихотомии),

³Дихотомия – от греческого *διχοτομew* – разделяя на две части.

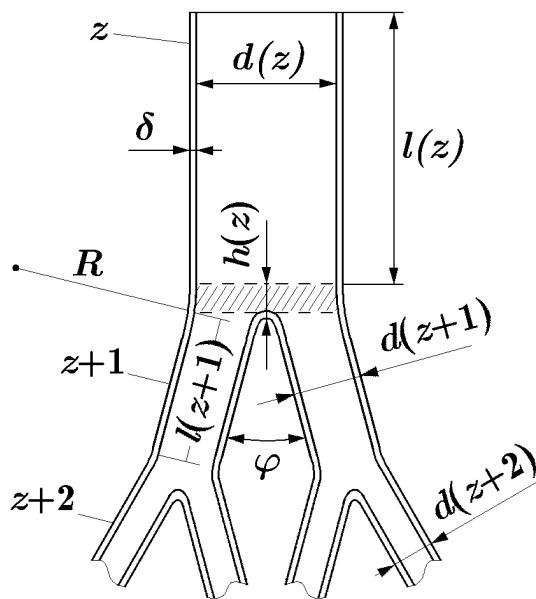


Рис. 4. Схема разветвлений воздухоносных путей (фрагмент)

см., например, [20, 21]. Мы не будем принимать во внимание такие тонкости в моделировании бронхиального дерева, поскольку, как выяснится ниже, они для нас несущественны, и в дальнейшем используем исключительно модель бронхиального дерева, построенную по принципу правильной дихотомии [8].

Вернемся к схематическому изображению фрагмента бронхиального дерева на рис. 4 и обратим внимание на некоторые его геометрические особенности. Во-первых, диаметр d и длина l дочерних воздухоносных путей практически всегда меньше диаметра и длины своего родителя, т.е. выполняются условия $d(z+1) < d(z)$ и $l(z+1) < l(z)$ (см. таблицу; все линейные размеры в ней даны в сантиметрах). Во-вторых, площадь поперечного сечения родителя (для первых трех поколений) больше суммарной площади поперечного сечения 2-х дочерних воздухоносных путей, т.е. их отношение $\alpha(z) = [d(z)/\sqrt{2}d(z+1)]^2 > 1$. Однако, начиная с $z > 2$, величина $\alpha(z) < 1$. В-третьих, хотя угол ветвления φ и колеблется в относительно широких пределах, но в среднем составляет около 30° [20]. В-четвертых, сочленения родительских и дочерних воздухоносных путей происходит весьма плавно и характеризуется средним радиусом кривизны $R(z) \approx 6d(z+1)$ [20]. В-пятых, толщина стенок воздухоносных путей δ мала и составляет менее 10 % от их диаметра

[22]. Кроме того, следует отметить, что начиная с 17-го поколения ($z \geq 17$) стенки воздухоносных путей (респираторных бронхиол) уже не сплошные, а имеют отверстия (перфорации). Через эти отверстия внутренний объем воздухоносных путей связан с внутренними полостями альвеол, в тончайших стенках которых имеются кровеносные капиллярные сосуды, где, собственно, и происходит газообмен при акте дыхания. Поперечные размеры альвеол весьма малы и составляют около 300 мкм [8]. Степень перфорированности стенок характеризуется параметром $\eta(z)$, указывающим какая часть поверхности стенки перфорирована. Так, величина $\eta(z)$ для бронхиол 17-го, 18-го и 19-го поколений соответственно равна 12, 25 и 50 %. Начиная с 20-го поколения (см. таблицу), стенки уже представляют собой тонкую сетку из эластичных коллагенных и единичных мышечных волокон и для них $\eta(z) = 100$ %. Наконец, бронхиолы 23-го поколения (альвеолярные мешочки) в структурном отношении идентичны альвеолярным ходам, но уже не разветвляются, а замыкаются с торца группой альвеол. Следует сказать, что альвеолы, которых в легких более $6 \cdot 10^8$, и альвеолярные ходы по-сути и составляют основу биоткани легкого — паренхимы. Плотность паренхимы $\rho_p \approx 0.3 \cdot 10^3$ кг/м³, а скорость распространения в ней звука $c_p \approx 30 \div 50$ м/с. Кроме того, паренхима в значительной степени поглощает звуковую энергию и эта ее способность увеличивается с ростом частоты [9].

Паренхима практически полностью окружает воздушные пути, начиная с долевых бронхов, т.е. со второго поколения. Трахея и главные бронхи окружены биотканями средостения, средние значения плотности которых $\rho_c \approx 1.0 \cdot 10^3$ кг/м³, а скорость звука близка к $c_c \approx 1.5 \cdot 10^3$ м/с.

Выше наше внимание было сконцентрировано на архитектуре бронхиального дерева и геометрических параметрах его элементов. Теперь остановимся на механических свойствах стенок воздухоносных путей. Используя результаты, приведенные в работах [23, 24], в которых представлены данные о механических свойствах стенок воздухоносных путей, мы оценили усредненные значения удельных масс $M(z)$ (кг/м²), упругостей $K(z)$ (кг/(м²с²) $\times 10^6$) и потерь $R(z)$ (кг/(м²с) $\times 10^3$) стенок воздухоносных путей каждого поколения вплоть до 18-го (стенки последующих поколений уже полностью перфорированы и не представляют какого-либо препятствия для звуковых колебаний). Результаты этих оценок приведены в таблице. Используя эти данные, мы также оценили частоты резонанса радиальных колебаний воз-

Таблица. Основные параметры воздухоносных путей

z	$d(z)$	$l(z)$	$\alpha(z)$	$M(z)$	$K(z)$	$R(z)$	$f_0(z)$	$Q(z)$	Анатомич. структура
0	1.675	12.0	1.080	7.800	1.67	8.10	73	0.44	трахея
1	1.136	4.78	1.300	1.300	1.97	3.80	195	0.42	главные бронхи
2	0.705	1.91	1.300	1.340	2.44	4.60	215	0.39	долевые бронхи
3	0.436	0.76	0.830	0.210	3.57	6.80	650	0.13	—
4	0.340	1.27	0.822	0.135	4.54	8.40	910		сегментарные бронхи
5	0.266	1.07	0.800	0.110	4.40	9.10	960		—
6	0.211	0.90	0.780	0.090	5.36	11.40	1200	0.06	—
7	0.169	0.76	0.754	0.090	6.82	14.00	1370		—
8	0.138	0.64	0.736	0.060	6.40	13.80	1660		—
9	0.114	0.54	0.726	0.060	7.80	17.00	1830	0.04	—
10	0.095	0.46	0.710	0.043	9.20	20.00	2240		—
11	0.080	0.39	0.680	0.040	10.90	23.80	2600		конечные бронхиолы
12	0.069	0.33	0.660	0.038	8.50	17.00	2350		—
13	0.060	0.27	0.660	0.044	9.75	19.50	2350		—
14	0.052	0.23	0.620	0.032	10.80	21.60	2900		—
15	0.047	0.20	0.625	0.024	12.10	24.20	3550		—
16	0.042	0.16	0.614	0.027	13.30	26.70	3500		—
17	0.038	0.14	0.556	0.021	14.70	30.00	—		респиратор. бронхиолы
18	0.036	0.12	0.590	0.023	16.00	32.00	—		—
19	0.033	0.10	0.535	—	—	—	—		—
20	0.032	0.08	0.570	—	—	—	—		альвеолар. ходы
21	0.030	0.07	0.500	—	—	—	—		—
22	0.030	0.06	0.646	—	—	—	—		—
23	0.029	0.05	—	—	—	—	—		альвеолар. мешочки

духоносных путей $f_0(z)$, Гц (для гипотетического случая, когда они находятся в вакууме) и их добротность $Q(z)$.

Анализируя эти данные, нетрудно заметить, что с ростом z удельная масса стенок быстро падает и это естественно, поскольку быстро уменьшаются диаметр и толщина стенок воздухоносных путей. Однако при этом упругость стенок возрастает, что, по-видимому, связано с увеличением их кривизны. В результате частота резонанса повышается с ростом z . Здесь следует также отметить, что потери стенок столь велики, что величина $Q(z) < 1$ для воздушных путей всех поколений.

Перейдем теперь к анализу волновых свойств бронхиального дерева и его элементов. Как известно, основная доля звуковой энергии шумов и звуков, генерируемых в респираторной системе человека, лежит в диапазоне частот от 20 Гц до 1000 Гц [16]. Учитывая это и полагая скорость звука в воздухе, равной 330 м/с, нетрудно определить диапазон длин волн, который может нас интересовать при изучении распространения звука в бронхиальном дереве. Он будет находиться в области $33 \text{ см} \leq \lambda \leq 1600 \text{ см}$. Принимая во вни-

мание данные таблицы, можно заключить, что во всем рассматриваемом диапазоне частот волновой размер диаметра $d(z)/\lambda$ воздухоносного пути любого поколения весьма мал и не превосходит 0.05. Нетрудно убедиться также, что, начиная со второго поколения ($z \geq 2$), волновые размеры длин воздухоносных путей $l(z)/\lambda \leq 0.058$, т.е. тоже весьма малы. Исключение составляют лишь трахея и главные бронхи, волновые размеры длин которых заметно больше и соответственно равны $l(0)/\lambda \leq 0.36$ и $l(1)/\lambda \leq 0.145$. Таким образом, только длина трахеи сравнима с длиной волны, да и то лишь в высокочастотной области интересующего нас диапазона частот.

2.2. Принятые гипотезы, допущения и акустические модели

Подводя итог проведенному в предыдущем разделе анализу, можно заключить, что, с точки зрения акустики, бронхиальное дерево представляет собой волновод весьма сложной геометрии с многочисленными нерегулярностями в виде разветвлений, изменений сечений и изменений механи-

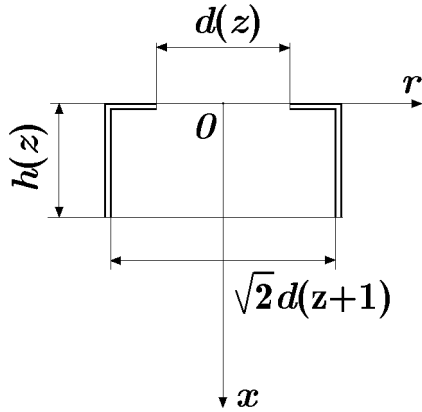


Рис. 5. Акустическая модель сочленения воздухоносных путей

ческих свойств стенок. Из теории акустических волноводов хорошо известно [25], что наличие даже одиночных нерегулярностей в волноводе может приводить к существенному усложнению процесса распространения в нем звуковых волн. Естественно, что решение задачи о распространении звука в таком волноводе с учетом всех его особенностей весьма затруднительно. Поэтому введем и обоснуем некоторые гипотезы и допущения, позволяющие упростить решение рассматриваемой задачи.

Прежде всего остановимся на роли, которую могут играть разветвления волновода. Учитывая количественные результаты, приведенные в работе [26], и принимая во внимание тот факт, что для всех поколений воздухоносных путей выполняется условие $d(z)/\lambda \ll 1$, а $\varphi \approx 30^\circ$, нетрудно убедиться, что влияние разветвлений на процесс распространения волн в бронхиальном дереве исчезающе мало и им можно пренебречь. Этот вывод полностью согласуется с выводами, полученными в работах [27, 28] при анализе особенностей распространения звука в узких волноводах и каналах.

Теперь перейдем к оценке роли скачков сечения, которые происходят в областях сочленений родительских и дочерних воздухоносных путей (на рис. 4 такая область выделена штриховкой). Вообще говоря, переход круглого сечения родительского в круглые сечения дочерних воздухоносных путей происходит по сценарию, связанному со сложной трансформацией конфигурации сечения, которая достаточно подробно описана в [20]. Однако для нас более важным является то, что волновые размеры области сочленения весьма малы: $d(z)/\lambda \ll 1$, $h(z)/\lambda \ll 1$. Это дает основание заме-

нить сложную геометрию области сочленения более простой, используя которую можно сравнительно просто оценить влияние сочленения на процесс распространения звука.

Будем считать, что область сочленения представляет собой короткий (по сравнению с диаметром) отрезок трубы, имеющий разные диаметры входного и выходного отверстий (рис. 5). Входной диаметр $d(z)$ равен диаметру родительского воздухоносного пути, а выходной диаметр $\sqrt{2}d(z+1)$ рассчитан из условия, что суммарная площадь поперечного сечения двух дочерних воздухоносных путей равна $2\pi[d(z+1)]^2/4$. Таким способом формально учитывалась величина скачка сечений, наблюдаемая в области сочленения воздухоносных путей бронхиального дерева. Для упрощения дальнейших оценок предполагалось также, что поверхности отрезка трубы, моделирующей сочленение воздухоносных путей, акустически жесткие. Естественно, что это допущение будет тем более справедливым, чем меньше высота отрезка трубы $h(z)$.

Учитывая принятые допущения, оценим изменения акустических характеристик, обусловленных наличием скачка сечения. Будем считать, что узкая труба заполнена воздухом с волновым сопротивлением ρc , на входе трубы (верхний конец трубы, см. рис. 5) задано некоторое значение колебательной скорости $\tilde{V}(z)$, а нижнее отверстие трубы нагружено на удельный импеданс $Z(z+1)$. Кроме того, для определенности, будем полагать, что $d(z) < \sqrt{2}d(z+1)$. Тогда, с учетом принятых выше гипотез и допущений, в рамках одномерной модели потенциал скорости Φ_z внутри сочленения поколения z может быть представлен как

$$\Phi_z = A \cos kx + B \sin kx, \quad (1)$$

где $k = \omega/c$; A и B неизвестные комплексные коэффициенты. Граничные условия при $x=0$ имеют вид

$$-\frac{\partial \Phi_z}{\partial x} = \begin{cases} \tilde{V}(z), & 0 \leq r \leq d(z)/2, \\ 0, & d(z)/2 \leq r \leq \sqrt{2}d(z+1)/2, \end{cases} \quad (2)$$

а при $x=h(z)$ –

$$p_z = -\frac{\partial \Phi_z}{\partial x} Z(z+1), \quad 0 \leq r \leq \sqrt{2}d(z+1)/2, \quad (3)$$

где $p_z = -j\omega\rho\Phi_z$.

Условие (2) позволяет определить коэффициент B в выражении (1):

$$B = -\alpha(z)\tilde{V}(z)/k. \quad (4)$$

Условие (3) дает возможность определить коэффициент A . Учитывая, что $h(z)/\lambda \ll 1$, и опуская элементарные промежуточные выкладки, имеем

$$A = -\frac{\alpha(z)\tilde{V}(z)[Z(z+1) - j\rho ckh(z)]}{k[j\rho c + Z(z+1)kh(z)]}. \quad (5)$$

Теперь определим входной удельный импеданс $\tilde{Z}(z)$ сочленения, т.е. импеданс, приведенный к поверхности $x=0$, $0 \leq r \leq d(z)/2$. Учтя выражения (1), (4), (5) и используя общепринятое определение импеданса [25], окончательно получим

$$\tilde{Z}(z) = \alpha(z)j \frac{Z(z+1) - j\omega\rho h(z)}{j + Z(z+1)\omega h(z)/\rho c^2}. \quad (6)$$

Таким образом, скачок сечений в зоне сочленения выполняет роль акустического трансформатора, и входной импеданс $\tilde{Z}(z)$ сочленения определяется четырьмя величинами – коэффициентом трансформации $\alpha(z)$, выходным импедансом $Z(z+1)$, удельной массой объема воздуха в сочленении $\rho h(z)$ и его удельной упругостью $\rho c^2/h(z)$.

Интересно проследить как изменяется входной импеданс сочленения, когда выходной импеданс принимает некоторые предельные значения. Например, если $Z(z+1) \rightarrow \infty$, т.е. нижняя стенка сочленения становится абсолютно жесткой, то $Z(z) \approx \alpha j\rho c^2/\omega h(z)$ и входной импеданс полностью определяется упругостью объема сочленения. Если же нижняя стенка абсолютно мягкая ($Z(z+1) \rightarrow 0$), то входной импеданс определяется только массой объема воздуха $Z(z) \approx -\alpha j\omega\rho h(z)$.

Наконец, выражение (6) можно еще более упростить, устремив $h(z) \rightarrow 0$. В пределе получаем

$$\tilde{Z}(z) \rightarrow \alpha(z)Z(z+1). \quad (7)$$

Последнее выражение может оказаться полезным при изучении распространения звука в воздухоносных путях больших порядков.

Полученное выше решение позволяет также определить колебательную скорость среды $V(z+1)$ на нижнем отверстии сочленения. Элементарные выкладки позволяют установить следующую связь:

$$V(z+1) = j\alpha\tilde{V}(z)\rho c[j\rho c + Z(z+1)kh(z)]^{-1}, \quad (8)$$

а при $h(z) \rightarrow 0$

$$V(z+1) \rightarrow \alpha\tilde{V}(z). \quad (9)$$

В заключение следует заметить, что формулы (6)–(9) остаются справедливыми и при условии $d(z) > \sqrt{2}d(z+1)$.

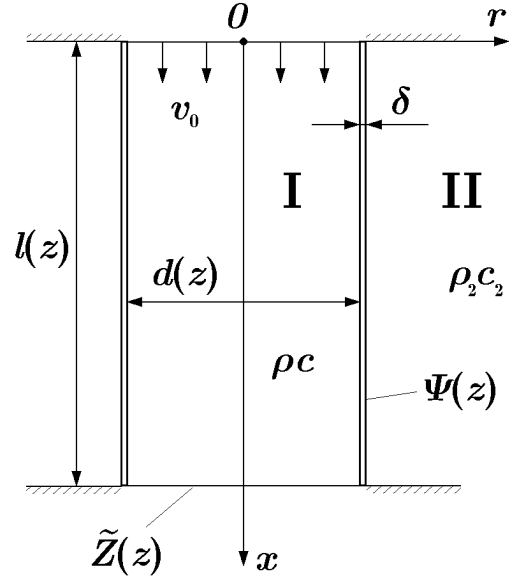


Рис. 6. Акустическая модель воздухоносного пути

Выше мы фактически сформулировали акустическую модель зоны сочленения и дали ее математическое описание. Теперь перейдем к рассмотрению акустической модели главных элементов бронхиального дерева – воздухоносных путей. На рис. 6 представлена одна из возможных моделей одиночного воздухоносного пути. Естественно, что главным элементом модели является заполненный воздухом отрезок трубы, стенки которой характеризуются импедансом $\Psi(z) = -j\omega M(z) + jK(z)/\omega + R(z)$. Пусть на входном (верхнем) конце трубы присутствует некоторая колебательная скорость $V(z)$, индуцированная волной, пришедшей из воздухоносного пути предыдущего поколения, а выходной (нижний) конец трубы нагружен на входной импеданс $\tilde{Z}(z)$ сочленения, который был определен выше. Будем также полагать, что с внешней стороны стенки трубы нагружены на бесконечный ($0 \leq x \leq l(z)$, $d(z)/2 \leq r \leq \infty$) слой среды с некоторым волновым сопротивлением, которое определяется местоположением воздухоносного пути в бронхиальном дереве (см. раздел 2.1). Здесь следует оговорить, что реальные воздухоносные пути окружены конечными областями среды, однако исключительно сложная геометрия бронхиального дерева пока не позволяет предложить для них сколько-нибудь адекватную акустическую модель. Вместе с тем, как уже отмечалось, паренхима сильно поглощает звуковую энергию, что обуславливает практиче-

ски полное отсутствие отраженных от ее стенок волн [10]). Поэтому моделирование среды, окружающей воздухоносные пути, бесконечным слоем в какой-то мере оправдано.

Принятая акустическая модель одиночного воздухоносного пути позволяет перейти к математической формулировке рассматриваемой задачи. Беря за основу метод частичных областей [29], всю область существования звукового поля (см. рис. 6) разобьем на две подобласти – внутреннюю (область I), определяемую координатами $0 \leq x \leq l(z)$, $0 \leq r \leq d(z)/2$, и внешнюю (область II): $0 \leq x \leq l(z)$, $d(z)/2 \leq r \leq \infty$. Поле в первой подобласти представим в следующей форме:

$$\Phi_1(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos k_n x + B_n \sin k_n x] J_0(\gamma_n r) + \sum_{m=0}^{\infty} C_m \cos \alpha_m x F_0(k_m r), \quad (10)$$

где $k_n = \sqrt{k^2 - \gamma_n^2}$; $k_m = \sqrt{k^2 - \alpha_m^2}$; $k = \omega/c$; $\omega = 2\pi f$; f – частота; c – скорость звука в воздухе; $\alpha_m = \pi m/l$; γ_m – корни уравнения

$$\gamma_m J_1(\gamma_m d(z)/2) = 0;$$

$$F_0(k_m r) = \begin{cases} J_0(k_m r), & k > \alpha_m, \\ I_0(k_m r), & k < \alpha_m. \end{cases}$$

Поле во второй подобласти имеет вид

$$\Phi_2(z) = \sum_{q=0}^{\infty} D_q \cos \alpha_q x Q_0(k_q r), \quad (11)$$

где $k_q = \sqrt{k_1^2 - \alpha_q^2}$; $\alpha_q = \pi q/l$; $k_1 = \omega/c_1$; c_1 – скорость звука во второй подобласти;

$$Q_0(k_q r) = \begin{cases} H_0^{(1)}(k_q r), & k_1 > \alpha_q, \\ K_0(k_q r), & k_1 < \alpha_q. \end{cases}$$

Выше приняты следующие обозначения цилиндрических функций: $J_0(\cdot)$, $I_0(\cdot)$, $H_0^{(1)}(\cdot)$, $K_0(\cdot)$ – функции Бесселя действительного и мнимого аргумента, функция Ханкеля 1-го рода и функция Макдональда соответственно; ниже верхний индекс при этих функциях в виде штриха обозначает первую производную по полному аргументу.

Сформулируем граничные условия и условия сопряжения компонент полей. С учетом принятых гипотез и допущений имеем

$$-\frac{\partial \Phi_1(z)}{\partial x} = V(z), \quad (12)$$

$$x = 0, \quad 0 \leq r \leq d(z)/2,$$

$$p_1(z) = -\tilde{Z}(z) \frac{\partial \Phi_1(z)}{\partial x}, \quad (13)$$

$$x = l, \quad 0 \leq r \leq d(z)/2,$$

$$p_1(z) - p_2(z) = -\Psi(z) \frac{\partial \Phi_2(z)}{\partial x}, \quad (14)$$

$$0 \leq x \leq l(z), \quad r = d(z)/2,$$

$$\frac{\partial \Phi_1(z)}{\partial r} = \frac{\partial \Phi_2(z)}{\partial r}, \quad (15)$$

$$0 \leq x \leq l(z), \quad r = d(z)/2.$$

Здесь $p_1(z) = -j\omega \rho \Phi_1(z)$; $p_2(z) = -j\omega \rho_1 \Phi_2$ – звуковые давления в подобластях; ρ и ρ_1 – плотности среды в первой и второй подобластях соответственно.

В соответствии с методом частичных областей, функциональные уравнения (12) – (15) могут быть преобразованы в бесконечную систему линейных алгебраических уравнений на основе полноты и ортогональности функций, входящих в ряды (10) и (11), а именно: $J_0(\gamma_n r)$, $\cos \alpha_n x$, $\cos \alpha_q x$. Опуская хорошо известную процедуру алгебраизации функциональных уравнений (12) – (15) [29], мы остановимся лишь на главных ее результатах.

Алгебраизация функционального уравнения (12) позволяет определить комплексные коэффициенты B_n , входящие в ряд (10) в явном виде. С учетом принятого способа возбуждения колебаний среды в акустической модели единичного воздухоносного пути, имеем

$$B_n = \begin{cases} -V(z)/k, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases}$$

т.е. существует только B_0 . Алгебраизация функциональных уравнений (15) позволяет установить связь между коэффициентами C_m и D_q в рядах (10) и (11):

$$C_m = \frac{D_q k_q Q_0'(k_q d(z))}{k_m F_0'(k_m d(z))}, \quad q = m.$$

С учетом этих результатов алгебраизация функциональных уравнений (13) и (14) приводит к следующей бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных комплексных коэффициентов C_m и A_n :

$$A_n [\cos k_n l(z) + \beta k_n \sin k_n L(z)] d(z)^2 N_n / 8 + \sum_{m=0}^{\infty} C_m (-1)^m N_{nm}^{(0)} = V(z) \times \quad (16)$$

$$\times [\sin k l(z)/k - \beta \cos k l(z)] d(z)^2 / 8,$$

$$\begin{aligned}
& -\rho^* \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_0(\gamma_n d(z)/2) N_{nm}^{(1)} - \\
& -C_m \left\{ \rho^* F_0(k_m d(z)/2) - \frac{k_m F'_0(k_m d(z))}{k_m^1 Q'_0(k_m^1 d(z)/2)} \times \right. \\
& \times [Q_0(k_m^1 d(z)/2) + \Psi^*(z) k_m^1 Q'_0(k_m^1 d(z)/2)] \Big\} \times \\
& \times l(z) N_m = V(z) N_{n=0,m}^1 \rho^* / k.
\end{aligned} \quad (17)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $k_m^1 = \sqrt{k_1^2 - \alpha_m^2}$; $\rho^* = \rho/\rho_1$; $\Psi^*(z) = j\Psi(z)/\omega\rho_1$; $\beta = -j\tilde{Z}(z)/\omega\rho$;

$$\begin{aligned}
N_m &= \begin{cases} 1, & m = 0, \\ 1/2, & m \neq 0; \end{cases} \\
N_n &= \begin{cases} 1, & n = 0, \\ J_0^2(\gamma_n d(z)/2), & n \neq 0; \end{cases} \\
N_{nm}^0 &= \int_0^{d(z)/2} J_0(\gamma_n r) F_0(k_m r) r dr; \\
N_{nm}^1 &= \int_0^{l(z)} \cos \alpha_m x \cos k_n x dx; \\
N_{n=0,m}^1 &= \int_0^{l(z)} \cos \alpha_m x \cos k x dx.
\end{aligned}$$

На этом формальное решение задачи о распространении звука в отдельно взятом воздухоносном пути можно считать законченной. В заключение можно добавить следующее. Как мы уже видели выше, начиная с 17-го поколения, стенки воздухоносных путей практически отсутствуют. Поэтому, рассматривая их, нужно положить $\Psi(z) = 0$.

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ

Полученные решения задач о распространении звука в воздухоносном пути и сочленении любого поколения являются ключевыми для построения алгоритма, позволяющего выполнять оценки звукового поля во всем бронхиальном дереве. Покажем, как можно сформировать такой алгоритм.

Начнем с периферии бронхиального дерева и рассмотрим воздухоносный путь последнего, 23-го поколения. Как отмечалось выше, его стенки полностью перфорированы и фактически представляют собой просто границу (цилиндрическую поверхность), разделяющую две среды – воздух

и паренхиму. Что касается торца этого воздухоносного пути, то он может быть нагружен двояким образом [19]. Если торец расположен во внутреннем объеме легкого, то акустически он будет нагружен преимущественно на волновое сопротивление паренхимы $Z_{\Pi} = \rho_{\Pi} c_{\Pi}$. Если торец выходит на внешнюю поверхность легкого, которая соприкасается с внутренней поверхностью грудной клетки, то его акустической нагрузкой будет удельный импеданс грудной клетки $Z_{\Gamma} = -j\omega M_{\Gamma} + jK_{\Gamma} + R_{\Gamma}$. Анализ литературы позволяет указать следующие усредненные величины составляющих импеданса грудной клетки, а именно: удельную массу $M_{\Gamma} \approx 10$ кг/м², удельную упругость $K_{\Gamma} \approx 5 \cdot 10^5$ кг/(м²с²) и удельные потери $R_{\Gamma} \approx 10^4$ кг/(м²с). Таким образом, возможные акустические нагрузки торца 23-го воздухоносного пути, в принципе, известны, а о их выборе мы поговорим при анализе конкретных расчетов.

Зная нагрузку торца, а также задав единичную величину колебательной скорости на входе 23-го воздухоносного пути и остальные его параметры согласно таблице, нетрудно с помощью соотношений (10)–(17) определить поле $\Phi_1(23)$ и входной импеданс $Z(23)$, а после этого с помощью выражений (6) или (7) определить выходной импеданс $\tilde{Z}(22)$ воздухоносного пути 22-го поколения. Повторив аналогичную процедуру, оценим входной импеданс $Z(22)$ 22-го воздухоносного пути, затем выходной импеданс $\tilde{Z}(21)$ 21-го воздухоносного пути и т.д. Последовательно применяя указанную процедуру (далее будем называть ее “обратной процедурой”, понимая под этим лишь последовательную оценку импедансов от периферии бронхиального дерева к его началу – трахее), определим входные и выходные импедансы всех воздухоносных путей. Последним определяется выходной импеданс $\tilde{Z}(0)$ трахеи.

Теперь, зная выходной импеданс трахеи и используя данные таблицы, можно оценить все энергетические и локальные характеристики звукового поля трахеи, в том числе мощность звуковых колебаний $W(0)$ на входе трахеи, мощность звуковых колебаний $W_2(0)$, прошедших в область II, мощность звуковых колебаний $\tilde{W}(0)$, прошедших в главные бронхи, а также величины давления и колебательной скорости в любой точке, где существует поле. Для этого нужно задать колебательную скорость $V(0)$ на входе трахеи (см. условие (12)), например, положив $V(0) = 1$ м/с, решить системы (16) и (17) и вычислить ряды (10) и (11).

Определив все необходимые характеристики поля в трахее, в том числе и колебательную скорость

$\tilde{V}(0)$ на выходном ее конце, нетрудно оценить колебательную скорость $V(1)$ на входных концах главных бронхов, применяя формулы (8) или (9). Поскольку выходной импеданс главных бронхов уже был определен выше, теперь можно аналогичным путем оценить энергетические и локальные характеристики звукового поля в главных бронхах. Для этого достаточно применить процедуру, которую мы только что использовали для оценки поля в трахее (далее эту процедуру будем именовать “прямой процедурой”, имея в виду лишь формально одинаковую последовательность действий при движении от трахеи к периферии бронхиального дерева). Применяя последовательно прямую процедуру к последующим воздухоносным путям, можно в каждом из них оценить все энергетические и локальные характеристики поля, т.е. фактически решить задачу (в рамках принятых допущений) о распространении звука в бронхиальном дереве с учетом проникновения звуковой энергии через стенки воздухоносных путей.

В настоящей работе ограничимся изложением лишь теоретической части рассматриваемой задачи. Численные результаты и их подробный анализ будут изложены в следующей статье. Вместе с тем, считаем целесообразным представить здесь некоторые предварительные оценки, касающиеся точности выполнения условий (13) и (14) (условия (12) и (15) выполняются точно) при конкретных расчетах. Для этого был выбран худший (с точки зрения обеспечения точности расчетов) случай, а именно: расчет проводился для трахеи, размеры которой, как известно, наибольшие среди всех воздухоносных путей, на достаточно высокой частоте (2000 Гц). Количество неизвестных комплексных коэффициентов, удерживаемых в системах (16) и (17), составляло 12.

Несмотря на относительно малое количество удерживаемых неизвестных при численном решении указанных систем, точность выполнения условий (13) и (14) оказалась достаточно высокой. В частности, условие (13) выполнялось с точностью до $4 \div 5$ значащих цифр во всем диапазоне значений r . Условие (14) выполнялось с точностью до $2 \div 3$ значащих цифр во всем диапазоне значений x , за исключением окрестностей точек $x=0$ и $x=l(0)$, где точность составляла около $10 \div 15$ %. На более низких частотах точность выполнения указанных условий была неизменно более высокой. Что касается условия баланса энергий, на поверхностях $x=0$, $0 \leq r \leq d(0)/2$, $x=l(0)$, $0 \leq r \leq d(0)/2$ и $r=d(0)/2$, $0 \leq x \leq l(0)$, то он выполнялся с точностью до пятой значащей цифры.

Все вышеизложенное позволяет говорить об эф-

фективности и адекватности разработанной численной процедуры решения.

ВЫВОДЫ

1. На основе анализа спектров трахеальных шумов и спектров, полученных на физической модели гортани, сделано заключение о том, что наиболее вероятной причиной возникновения трахеальных и бронхиальных шумов являются колебания голосовых связок, обусловленные взаимодействием скоростного потока в голосовой щели при акте дыхания и такой своеобразной механической колебательной системы как голосовые связки.
2. Проведен анализ геометрических, физических и волновых параметров бронхиального дерева и его элементов. Показано, что в диапазоне до 1000 Гц все геометрические параметры воздухоносных путей (за исключением длины трахеи) существенно меньше длины звуковой волны, распространяющейся внутри бронхиального дерева. Установлено, что скачки сечений в местах сочленения родительских и дочерних воздухоносных путей могут оказывать значительное влияние на процесс распространения звука в бронхиальном дереве. В то же время, изломы воздухоносных путей слабо влияют на этот процесс.
3. Сформулированы акустическая и математическая модели участка сочленения родительского и дочерних воздухоносных путей; решена соответствующая граничная задача для уравнения Гельмгольца и на этой основе получены выражения для определения импеданса и колебательной скорости на входных и выходных концах сочленения.
4. Сформулированы акустическая и математическая модели одиночного воздухоносного пути с учетом механической упругости его стенок и проведено аналитическое решение соответствующей граничной задачи для уравнения Гельмгольца (решение сведено к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода).
5. На основе полученных решений задач о звуковом поле в отдельном воздухоносном пути и в сочленении между соседними воздухоносными путями разработан алгоритм общего решения задачи о распространении звука в бронхиальном дереве с учетом его геометрических ха-

рактических и упругости стенок воздухоносных путей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают глубокую благодарность академику НАН Украины профессору В. Т. Гринченко за постоянное внимание к нашей работе. Мы также признательны кандидатам физ.-мат. наук В. В. Крижановскому и В. Н. Олейнику за помощь в проведении экспериментов и кандидату физ.-мат. наук В. Г. Басовскому за помощь в проведении предварительных численных оценок.

1. Вовк И. В., Гринченко В. Т., Дахнов Л. С., Крижановский В. В., Олейник В. Н. Шумы дыхания человека: объективизация аускультативных признаков // Акуст. вісн.— 1999.— 2, N 3.— С. 11–32.
2. Коренбаум В. И., Тагильцев А. А., Кулаков Ю. В. Особенности передачи звука голоса человека на стенку грудной клетки // Акуст. ж.— 1998.— 44, N 3.— С. 380–390.
3. Ковалевский А. А. Перкуссия и аускультация.— Томск: Изд-во Томского ун-та, 1964.— 170 с.
4. Губергриц А. Я. Непосредственное исследование больного.— Ижевск: Удмуртия, 1996.— 332 с.
5. Buller A. J., Dornhorst A. C. The physics of some pulmonary signs // Lancet.— 1956.— 29, Sept., N 6935.— P. 649–651.
6. Patel S., Lu S., Doerschuk P. C., Wodicka G. R. Sonic phase delay from trachea to chest wall: spatial and inhaled gas dependency // Med. Biol. Eng. Comput.— 1995.— 33.— P. 571–574.
7. Pasterkamp H., Kraman S. S., Wodicka G. R. Respiratory sounds. Advances beyond the stethoscope // Amer. J. Respir. Crit. Care Med.— 1997.— 156.— P. 974–987.
8. Вейбель Э. Р. Морфометрия легких человека.— М.: Медицина, 1970.— 175 с.
9. Wodicka G. R., Stevens K. N., Golub H. L., Cravallo E. G., Shannon D. C. A model of acoustic transmission in the respiratory system // IEEE Trans. Biomed. Eng.— 1989.— 36, N 9.— P. 925–933.
10. Вовк И. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н. Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // Акуст. ж.— 1995.— 41, N 5.— С. 758–768.
11. Большая медицинская энциклопедия. Т. 7.— М.: Сов. Энцикл., 1975.— С. 532–534.
12. Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically: 1. General theory // Proc. Royal Soc. London.— 1952.— 211, Series A. Math. and Phys. Sci.— P. 564–587.
13. Ross D. Mechanics of underwater noise.— N.Y.: Pergamon press, 1976.— 375 p.
14. Sanaa A., Abdallah., Ned H. C., Hwang Arterial stenosis murmurs: An analysis of flow and pressure fields // J. Acoust. Soc. Amer.— 1988.— 83, N 1.— P. 318–334.
15. Вовк И. В., Вовк О. И. О возможности физического моделирования шумов, генерируемых потоком воздуха в элементах дыхательных путей человека // Акуст. вісн.— 1999.— 2, N 2.— С. 11–25.
16. Вовк И. В., Дахнов Л. С., Крижановский В. В., Олейник В. Н. Возможности и перспективы диагностики легочных патологий с помощью компьютерной регистрации и обработки шумов дыхания // Акуст. вісн.— 1998.— 1, N 2.— С. 21–31.
17. Большая Советская Энциклопедия (второе издание). Т. 24.— М.: Изд-во БСЭ, 1953. С. 304.
18. Ploysongsang Y., Iyer V. K., Ramamoorthy P. A. Reproducibility of the vesicular breath sound in normal subjects // Respiration.— 1991.— 58.— P. 158–162.
19. Немеровский Л. И. О распространения звуковых колебаний по звукопроводам легких // Акуст. ж.— 1976.— 22, N 3.— С. 416–421.
20. Horsfield K., Dart G., Olson D. E., Filley G. F., Cumming G. Models of the human bronchial tree // J. Appl. Physiol.— 1971.— 31, N 2.— P. 207–217.
21. Wiggs B., Moreno R., Hogg J. C., Hilliam C., Pare P. D. A model of the mechanics of airway narrowing // J. Appl. Physiol.— 1990.— 63, N 3.— P. 849–860.
22. Человек. Медико-биологические данные. Международная комиссия по радиологической защите. Публикация 23.— М.: Медицина, 1977.— 496 с.
23. Habib R. H., Chalker R. B., Suki B., Jackson A. C. Airway geometry and wall mechanical properties estimated from subglottal input impedance in humans // J. Appl. Physiol.— 1994.— 77, N 1.— P. 441–451.
24. Fredberg J. J., Hoening A. Mechanical response of the lungs at high frequencies // J. Biomech. Eng.— 1978.— 100, May.— P. 57–66.
25. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука.— М.: Изд-во МГУ, 1960.— 335 с.
26. Гончарова И. Ю., Мацыпура В. Т. Распространение звука в волноводе с изломом // Акуст. вісн.— 1998.— 1, N 2.— С. 57–64.
27. Исакович М. А. Общая акустика.— М.: Наука, 1973.— 495 с.
28. Лайтхилл Д. Волны в жидкостях.— М.: Мир, 1981.— 598 с.
29. Гринченко В. Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках.— К.: Наук. думка, 1986.— 240 с.