

УДК 533.3+611.539

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ШУМА СТЕНОЗОМ В СОСУДЕ

А. А. БОРИСЮК

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.01.2000

Проведен эксперимент *in vitro* по изучению свойств акустического поля в грудной клетке человека, создаваемого течением в большом кровеносном сосуде. Рассмотрены случаи нормального и стенозированного сосудов. Стеноз моделировался полыми жесткостенными цилиндрическими вставками разных размеров. Диапазон скоростей течения соответствовал скоростям движения крови в больших сосудах человека. Анализ акустических полей обнаруживает характерные признаки присутствия стеноза, а именно: общее увеличение уровней шума и генерацию новых частотных компонент в спектре мощности. Компоненты отождествляются с характерными частотами образования вихрей в области возмущенного течения за стенозом и с резонансными частотами колебаний сегмента сосуда за стенозом. Установлено, что мощность акустического излучения стеноза приблизительно пропорциональна четвертой степени «степени тяжести» стеноза и четвертой степени числа Рейнольдса течения.

Проведено експеримент *in vitro* з вивчення властивостей акустичного поля в грудній клітці людини, створюваного течією у великій кровеносній судині. Розглянуті випадки нормальної і стенозованої судин. Стеноз моделювався порожнистими жорсткостінними циліндричними вставками різних розмірів. Діапазон швидкостей течії відповідав швидкостям руху крові у великих судинах людини. Аналіз акустичних полів показує характерні ознаки присутності стенозу, а саме: загальне збільшення рівнів шуму й генерацію нових частотних компонент в спектрі потужності. Компоненти ототожнюються з характерними частотами утворення вихрів у області збуреної течії за стенозом і з резонансними частотами коливань сегмента судини за стенозом. Встановлено, що потужність акустичного випромінювання стенозу приблизно пропорційна четвертому степеню «ступеня тяжкості» стеноза та четвертому степеню числа Рейнольдса течії.

An *in vitro* experiment is carried out in order to study the properties of an acoustic field in human chest produced by flow in a larger blood vessel. The cases of intact and partially occluded vessels are considered, and abrupt rigid-wall hollow axisymmetric cylindrical plugs of different inner diameters and lengths are used as stenoses. The analysis of the noise fields reveals the characteristic signs of the presence of a stenotic obstruction in the vessel. These are the general increase of the noise levels and production of the new frequency components in the power spectrum. The components are identified with the characteristic frequencies of vortex formation in a disturbed flow region past stenosis and the resonance frequencies of vibrations of a poststenotic segment of vessel. The stenosis generated acoustic power is found to be approximately proportional to the fourth power of the constriction severity and fourth power of the flow Reynolds number.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возросло количество исследований акустических полей, генерируемых течением в кровеносных сосудах и дыхательных путях человека [1–3]. Это связано с возможностью разработки неинвазивных диагностических методик, позволяющих контролировать состояние сосуда и обнаруживать стеноз, исходя из анализа акустического поля, прослушиваемого на поверхности тела человека [1–5]. Такие методики предполагают наличие точной и полной информации о фундаментальных механизмах генерации шума в сосудах и его передачи от источника к приемнику, а также об определяющих их факторах. К числу упомянутых факторов относятся реологические свойства жидкости [1–3], характер и структура течения в сосуде [6–13], физические и геометрические характеристики сосуда и стеноза [1–3, 14–17], структура и акустические свойства тканей тела человека и т. д. [18–23]. При наличии такой информации можно получить корректные соотношения между характеристика-

ми источника звука и записываемого акустического сигнала, и далее их использовать для решения обратной задачи (т. е. для нахождения патологии по изменениям в структуре акустического поля на поверхности тела человека).

Анализ научной литературы показывает, что создание моделей генерации и прохождения звука в теле и, следовательно, разработка соответствующих диагностических методик еще далеки от завершения. Из-за сложной реологии крови и структуры течения, а также сложных свойств сосуда, тела и т. д., учет всех этих факторов при моделировании источника звука и канала его прохождения практически невозможен. Однако некоторые основные факторы могут быть достаточно хорошо описаны в рамках общепринятых пределов точности и далее использованы при разработке вышеупомянутых моделей [24–30]. Полученные при этом результаты представляют научный интерес.

В данной статье развиваются идеи, выдвинутые ранее в работах [24–27]. Здесь представлены исследования акустического поля стеноза *in vitro* и показана роль некоторых основных физических и

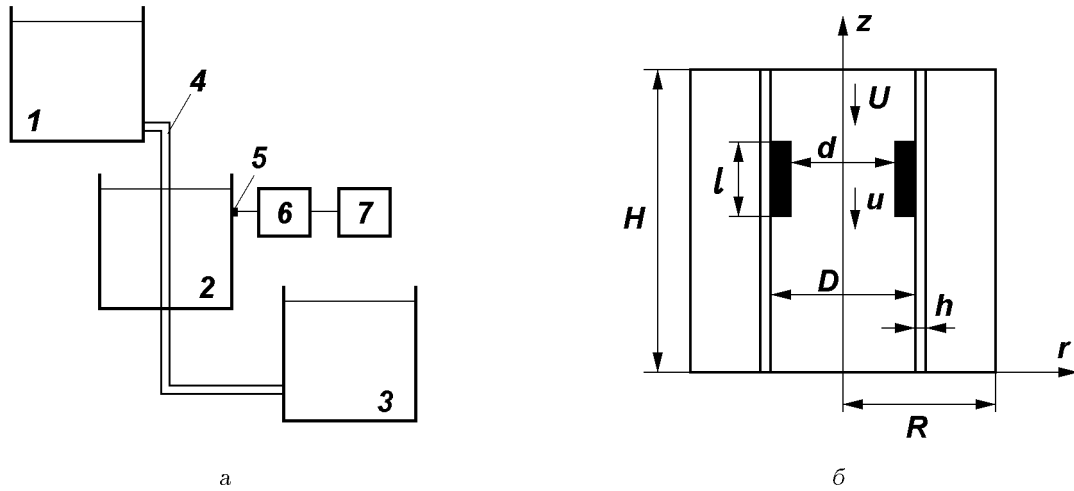


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а) и рабочего участка эксперимента (б):

1 – сливной резервуар, 2 – два одинаковых промежуточных виброизолированных резервуара, 3 – приемный резервуар, 4 – две одинаковые силиконовые трубки (одна на резервуар), 5 – акселерометр, 6 – усилитель, 7 – частотный анализатор

геометрических факторов. Обнаруженные в эксперименте эффекты подобны эффектам, наблюдаемым в медицинской практике.

Статья состоит из введения, трех разделов, выводов, списка литературы и приложения. Описание разработанной экспериментальной установки и используемые гипотезы приводятся в разделе 1. В разделе 2 представлены полученные результаты, которые затем анализируются в разделе 3. В приложении дается список использованных обозначений.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Точное моделирование генерации звука в сосудах и его прохождения в теле человека является трудной задачей. Однако, принимая во внимание малость характерных масштабов и размеров моделируемого акустического канала в сравнении с представляющими интерес длинами звуковых волн, можно сделать упрощающие предположения. При этом основные конструктивные элементы канала генерации и передачи шума могут быть достаточно хорошо смоделированы в рамках общепринятых пределов точности. В результате корреляционно-спектральные характеристики измеряемых *in vitro* акустических полей будут подобны соответствующим характеристикам полей, записываемых на теле пациента.

Исходя из этого, была разработана соответствующая экспериментальная установка (рис. 1). Ее основными элементами были:

- сливной бак 1, приемный бак 3 и два одинаковых промежуточных цилиндрических резервуара 2 высотой 0.5 м и радиусом поперечного сечения $R = 0.2$ м; резервуары имели эластичную боковую поверхность, жесткое основание и были заполнены водой уровня $H < 0.5$ м; они моделировали грудную клетку человека;
- эластичные силиконовые трубки 4 внутреннего диаметра $D = 16$ мм с толщиной стенки $h = 2$ мм ($h/D = 0.125$), моделирующие большой кровеносный сосуд человека;
- набор полых жесткостенных цилиндрических включений разного внутреннего диаметра d и длины l , которые моделировали стенозы (см. рис. 1, б).

При построении рабочего участка экспериментальной установки использовались следующие предположения.

Большой кровеносный сосуд. Большие кровеносные сосуды человека можно считать упругими тонкостенными трубками внутреннего диаметра $0.1 \div 2$ см с отношением толщины стенки к диаметру порядка $0.04 \div 0.13$ [1–7, 13, 15–17, 20, 21]. Выбор же именно силиконовой трубки в качестве модели большого кровеносного сосуда обусловлен близостью трубки и сосуда по геометрическим и физическим характеристикам (табл. 1), а также тем, что силиконовые трубки широко используются в качестве механического аналога сосудов в медицинской практике и исследованиях *in vit-*

Табл. 1. Параметры кровеносного сосуда и силиконовой трубки, найденные в периодических изданиях и используемые в данной работе

	D , мм	h , мм	h/D	E_v , Н/м ²	ρ_v , кг/м ³	ν_v
Силиконовая трубка	16	2	0.125	1.5×10^9	1.23×10^3	0.41
Большой сосуд	0.1-20	0.04-2.6	0.04-0.13	$(1.29-10) \times 10^9$	$(0.69-1.35) \times 10^3$	0.23-0.57

го [1, 12, 15, 16].

Стеноз. Предположение об абсолютной жесткости стенок моделируемого поврежденного участка сосуда объясняется тем, что стенки артериального стеноза часто обладают большой жесткостью, обусловленной их кальцификацией [1–3, 6–11, 20, 21, 24, 25]. Цилиндричность же является первым и самым простым шагом на пути к выяснению роли формы повреждения и ее наиболее весомых геометрических характеристик – длины поврежденного участка и диаметра его просвета. Кроме того, функции распределения энергии течения за стенозом такой формы в целом похожи на соответствующие функции распределения, наблюдаемые в реальных условиях.

Кровь. В данном исследовании кровь заменяется водой при температуре 20°C, что является типичным в экспериментах *in vitro* [1–3, 6–11, 20, 21, 24, 25]. Такая замена обусловлена близостью крови и воды по таким параметрам, как массовая плотность и скорость звука в среде. У крови они соответственно равны 1050 кг/м³ и 1500 м/с [2, 3], а у воды – 1000 кг/м³ и 1500 м/с. Также часто полагают, что кровь является несжимаемой, однородной ньютоновской жидкостью (это справедливо при скоростях сдвига порядка 50 с⁻¹ и выше, обычно наблюдаемых в крупных артериях) [2, 3]. Различие же между водой и кровью по вязкости компенсируется выбором таких скоростей течения, при которых выполняется подобие между течениями крови и воды по числу Рейнольдса.

Течение. В этой работе изучается квазистационарное движение как первое приближение в моделировании реальной картины течения. Другими словами, речь идет об осредненных по времени сердечного цикла характеристиках потока. Основанием законности такого предположения служит тот факт, что объемный расход крови в единицу времени является слабоизменяющейся функцией в сравнении с флуктуациями параметров возмущенного стенозом течения и порождаемого им акустического поля (для сравнения: частоты сердечного цикла и объемного расхода в единицу времени являются величинами порядка 1 Гц, в то время как частоты шумов тока крови лежат в пределах от 20 Гц до 1 кГц).

Грудная клетка. Поскольку форма грудной клетки близка к цилиндрической, а ее характерные размеры малы в сравнении с представляющими интерес длинами звуковых волн, грудную клетку можно моделировать конечным круговым цилиндром. Его высота H и радиус поперечного сечения R могут изменяться соответственно в пределах 0.3÷0.6 м и 0.15÷0.25 м [26, 27]. Боковую поверхность цилиндра можно считать тонкой упругой оболочкой (или мембраной), а нижнее основание – акустически жестким [28, 29]. Последнее объясняется малостью волнового сопротивления ткани тела человека в сравнении с волновым сопротивлением основания грудной клетки. Еще одно предположение касается ткани тела человека. Существующие данные [24–29] говорят о том, что ее можно рассматривать как некую акустическую среду с осредненными свойствами. В данном эксперименте такой средой является вода, акустические свойства которой отличаются от свойств ткани. Однако это отличие свойств (по сути свойств моделируемого канала прохождения звука от источника к приемнику) может быть учтено в алгоритме обработки записываемого сигнала.

Механизм функционирования представленной экспериментальной установки состоит в следующем. За счет разницы уровней воды в сливной и приемной емкостях в соединяющих их эластических трубках (проходящих коаксиально через промежуточные цилиндрические резервуары) создавалось течение с осредненной осевой скоростью U (в трубке со стенозной вставкой U была скоростью осредненного течения вне области стеноза). Скорость U определялась как отношение объемного расхода воды за время работы анализатора Q к площади поперечного сечения трубки $A_0 = \pi D^2/4$:

$$U = Q/A_0. \quad (1)$$

Средняя скорость течения в стенозе u , находящаяся из условия сохранения массы в стенозированном и неповрежденном сегментах трубки

$$uA = UA_0, \quad (2)$$

где $A = \pi d^2/4$ – площадь поперечного сечения

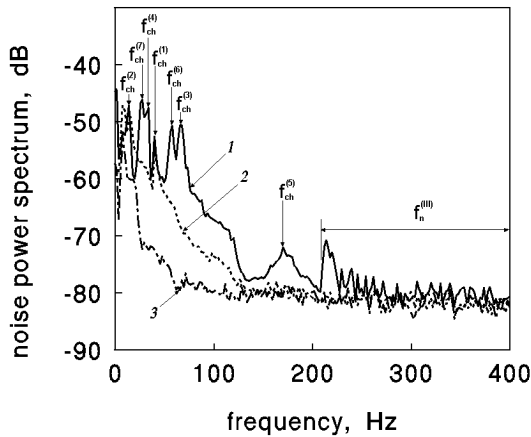


Рис. 2. Спектры акустической мощности $10 \lg E_{mes}(R, z = 15 \text{ см}, f)$, генерируемой течением при средней скорости $U = 0.3 \text{ м/с}$ ($Re_D = 4800$):

1 - стенозированный сосуд ($d = 13 \text{ мм}, l = 20 \text{ мм}, S = 34 \%$),
2 - неповрежденный сосуд, 3 - окружающий шум

трубки в районе сужения, определялась как

$$u = U(A_0/A) = U(D/d)^2. \quad (3)$$

Чтобы иметь подобие по числу Рейнольдса $Re_D = UD/\nu$ между исследуемым течением и реальным течением в большом кровеносном сосуде, в эксперименте рассматривались только скорости $U < 0.44 \text{ м/с}$. Для такого диапазона скоростей число Re_D было ниже 7000, что является типичным для Re_D , наблюдаемых в больших артериях человека, таких как восходящая аорта, сонная и бедренная артерии [1–3, 6–11].

Создаваемый поток генерировал шум в каждом промежуточном резервуаре. Этот шум затем измерялся разработанными в [29] акселерометрами, находящимися на боковой поверхности резервуаров и обрабатывался на частотном анализаторе. С целью уменьшения уровней окружающих шумов эксперимент проводился в звукоизолированной комнате. Кроме того, осуществлялась виброизоляция промежуточных резервуаров, что позволяло минимизировать возможное влияние каких-либо помех на изучаемые акустические поля.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе приводятся результаты, полученные в рамках разработанной экспериментальной методики. Физика обнаруженных эффектов связана со структурой течения в стенозированном и неповрежденном сосудах, а также с механизмом преобразования энергии течения в акустическую

энергию. Здесь мы ограничимся общим описанием эффектов, а подробности будут обсуждены в следующем разделе.

Осесимметричная геометрия трубки, стеноза и промежуточного резервуара, а также коаксиальное положение трубки в резервуаре позволяют сделать вывод об осевой симметрии рабочего участка эксперимента. Кроме того, в первом приближении поле течения и, следовательно, распределение источников шума в неповрежденном и стенозированном сосудах могут считаться осесимметричными [6–8, 15, 20, 21]. Таким образом, акустические поля в обоих промежуточных резервуарах могут считаться осесимметричными ($\partial/\partial\phi = 0$, где ϕ – угловая координата).

Это свойство проверялось путем сравнения соответствующих данных, записанных в разных точках направляющей промежуточного резервуара. Сравнение показало, что спектры акустической мощности в обоих бачках не зависели от угловой координаты в представляющем интерес диапазоне частот, т.е.

$$E_{mes}^{(nor)}(R, \phi_1, z, f) = E_{mes}^{(nor)}(R, \phi_2, z, f),$$

$$E_{mes}^{(ob)}(R, \phi_1, z, f) = E_{mes}^{(ob)}(R, \phi_2, z, f) \quad (4)$$

для $f < 1 \text{ кГц}$.

Следует отметить, что в данном исследовании речь идет только о спектре акустической мощности как основном параметре, обычно выбираемом для изучения генерируемых физиологическими потоками полей шума [4, 5, 14, 17, 20, 21, 24–30]. Симметрия же других среднестатистических характеристик не проверялась, поскольку они не изучались.

Ниже приводятся некоторые характерные результаты, полученные при выполнении условия осевой симметрии (4). В частности, спектры мощности шума, сгенерированного потоком в неповрежденном (кривая 2) и стенозированном (кривая 1) сосудах при одинаковой скорости U , показаны на рис. 2. Кривая 3 соответствует спектру окружающего шума. Все спектры были измерены в точке $r = R, z = 15 \text{ см}$ напротив стеноза. Можно видеть, что для частот ниже 400 Гц уровни сгенерированного стенозом шума в целом выше уровней шума нормального сосуда, которые, в свою очередь, превышают уровни окружающего шума в области $f < 175 \text{ Гц}$. В диапазоне частот выше 400 Гц все спектры фактически не отличаются друг от друга. Следовательно, никакой представляющей интерес информации здесь извлечь нельзя.

Дальнейший анализ рис. 2 показывает, что разница между кривыми 1 и 2 зависит от частоты. Можно выделить несколько частотных полос, где мощность генерируемого стенозом шума достигает максимума, тогда как спектр шума нормальной трубки – относительно гладкий и намного ниже по уровню. Имеются также частотные области, в которых оба спектра подобны по форме и в некоторых местах имеют близкие по уровню максимумы.

Аналогичные изменения в спектре акустической мощности, вызванные наличием стеноза (т. е. рост уровней и появление дополнительных изолированных максимумов), наблюдались также и в других измерениях данного исследования. Это указывает на то, что стеноз ассоциируется с двумя основными акустическими эффектами, а именно: ростом уровней шума и генерацией новых частотных компонент в спектре мощности. Такой вывод хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными и теоретическими данными [11, 13, 15, 24–27, 30].

На рис. 3 представлены спектры шума, порождаемого стенозами разного внутреннего диаметра и одинаковой длины (кривые 1 и 2). Кривая 3 соответствует шуму неповрежденного сосуда. Все спектры были сгенерированы течением при одной и той же скорости U и измерены в точке $r=R$, $z=15$ см. Помимо только что отмеченных эффектов, этот рисунок демонстрирует влияние “степени” (иногда говорят, “степени тяжести”) сужения S , определяемой как

$$S = (1 - A/A_0) \times 100\% = (1 - d^2/D^2) \times 100\%, \quad (5)$$

на уровни и форму спектра мощности. Можно заметить, что, во-первых, чем выше S (т. е. чем меньше диаметр d), тем выше уровни генерируемого шума. Во-вторых, положение некоторых максимумов в спектре шума стеноза, не наблюдаемых в спектре гладкой трубки, зависит от S (сравни положение максимумов в кривой 2 при частотах 28, 34, 58, 68 и 170 Гц с положением соответствующих максимумов в кривой 1 при 52, 80, 94, 156 и 130 Гц). Положение же других таких максимумов не зависит от S (т. е. максимумов в спектрах 1 и 2 в частотной области $210 \text{ Гц} < f < 400 \text{ Гц}$).

Еще несколько частот на рис. 3 (т. е. $f=16$ Гц и $f=40$ Гц) характеризуются тем, что спектры нормальной и двух суженных трубок имеют здесь пики близких амплитуд. Аналогичный эффект в исследуемых спектрах был также обнаружен на рис. 2 и в других соответствующих измерениях. Это означает, что в спектре акустической мощности существуют две энергоемкие частотные ком-

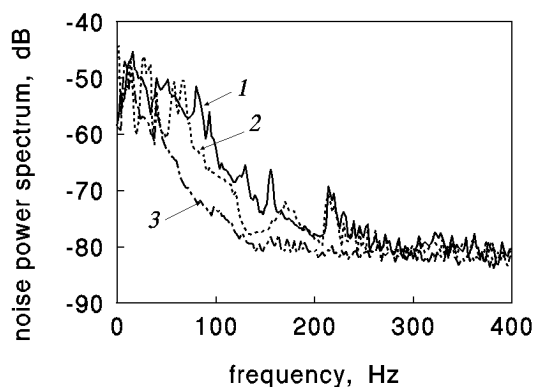


Рис. 3. Спектры акустической мощности $10 \lg E_{mes}(R, z=15 \text{ см}, f)$, генерируемой течением при средней скорости $U=0.3 \text{ м/с}$ ($Re_D=4800$):

1 – стенозированный сосуд ($d=10 \text{ мм}, l=20 \text{ мм}, S=61\%$),
2 – стенозированный сосуд ($d=13 \text{ мм}, l=20 \text{ мм}, S=34\%$),

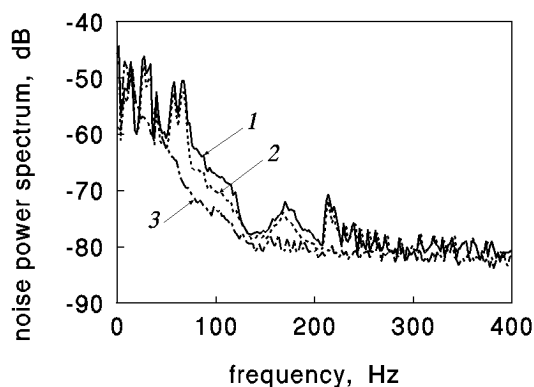


Рис. 4. Спектры акустической мощности $10 \lg E_{mes}(R, z=15 \text{ см}, f)$, генерируемой течением при средней скорости $U=0.3 \text{ м/с}$ ($Re_D=4800$):

1 – стенозированный сосуд ($d=13 \text{ мм}, l=20 \text{ мм}, S=34\%$),
2 – стенозированный сосуд ($d=13 \text{ мм}, l=40 \text{ мм}, S=34\%$),
3 – неповрежденный сосуд

поненты, определяемые невозмущенным течением и фактически не зависящие от наличия стенозного сужения. При этом, при появлении и росте стеноза, максимумы на этих частотах в спектре первоначально гладкого сосуда не сдвигаются, а их амплитуды слегка возрастают.

Роль длины сужения l видна из рис. 4, на котором представлены спектры мощности акустического излучения двух стенозов разной длины и одинакового диаметра (кривые 1 и 2) и спектр мощности нормальной трубки (кривая 3). Как и ранее, все спектры были сгенерированы потоком при одной и той же скорости U . Сравнение спектров показывает, что производимая стенозом акустическая мощность обратно пропорциональна

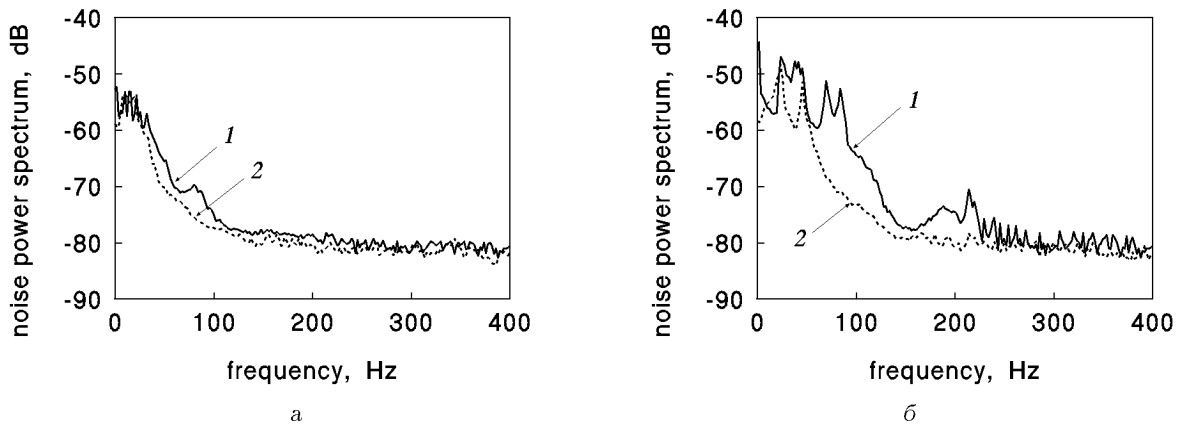


Рис. 5. Спектры акустической мощности $10 \lg E_{mes}(R, z=15 \text{ см}, f)$:
 а - $U=0.15 \text{ м/с}$ ($Re_D=2400$), б - $U=0.35 \text{ м/с}$ ($Re_D=5600$),
 1 - стенозированный сосуд ($d=13 \text{ мм}$, $l=20 \text{ мм}$, $S=34\%$), 2 - неповрежденный сосуд

длине l . Другими словами, более длинный стеноз генерирует более слабый шум и наоборот, чем короче стеноз, тем большей интенсивности шум он производит.

Влияние l на новые частотные компоненты не столь заметно, как влияние S . Потому этот эффект является не столь значимым для диагностических целей, как описанные выше эффекты.

Из рис. 5 видно, что изменения в спектре акустической мощности, вызванные изменением скорости течения U (или числа Рейнольдса Re_D), качественно подобны изменениям в спектре, которые вызваны изменением параметра S . К ним относятся возрастание уровней излучаемого шума и рост некоторых новых частотных компонент с увеличением U (ср. положение максимумов в спектре 1 на рис. 5, а на частотах 14, 16, 26, 32 и 80 Гц с положением соответствующих максимумов в спектре 1 на рис. 5, б на частотах 38, 44, 70, 84 и 188 Гц). Другие новые частотные компоненты, находящиеся между 210 и 400 Гц, нечувствительны к изменению U (сравни кривые 1 на рис. 5, а и 5, б). Однако это подобие имеет разную медицинскую интерпретацию. Известно [2,3], что стеноз, который нельзя обнаружить при относительно малых скоростях движения крови (например, когда пациент отдыхает), обнаруживается при более высоких скоростях (например, при физических нагрузках). Этот эффект объясняется тем, что разница между уровнями шума больного и здорового сосудов увеличивается с увеличением скорости течения. Такой рост разницы в уровнях шума виден из сравнения пар спектральных кривых на рис. 5, сгенерированных одними и теми же суженным и неповрежденным сосудами

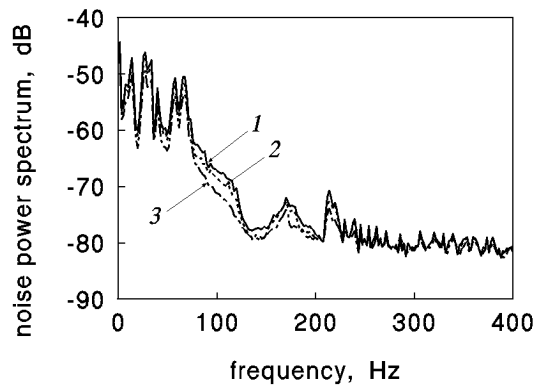


Рис. 6. Изменение спектра $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ с вертикальным расстоянием от стеноза:
 1 - $z=15 \text{ см}$, 2 - $z=5 \text{ см}$, 3 - $z=35 \text{ см}$

при разных средних скоростях течения. Видно, что разница довольно чувствительна к малым изменениям скорости U .

Изменение спектра $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ с изменением вертикального расстоянием от стеноза является довольно слабым для представляющих интерес частот. А именно, при увеличении расстояния спектральные уровни слегка убывают, а положение отчетливых максимумов и форма спектра фактически не меняются. Это демонстрируется на рис. 6, где все спектры были сгенерированы одним и тем же стенозом при одной и той же средней скорости течения в неповрежденной части трубки и измерены в различных точках вдоль образующей боковой поверхности промежуточного цилиндра.

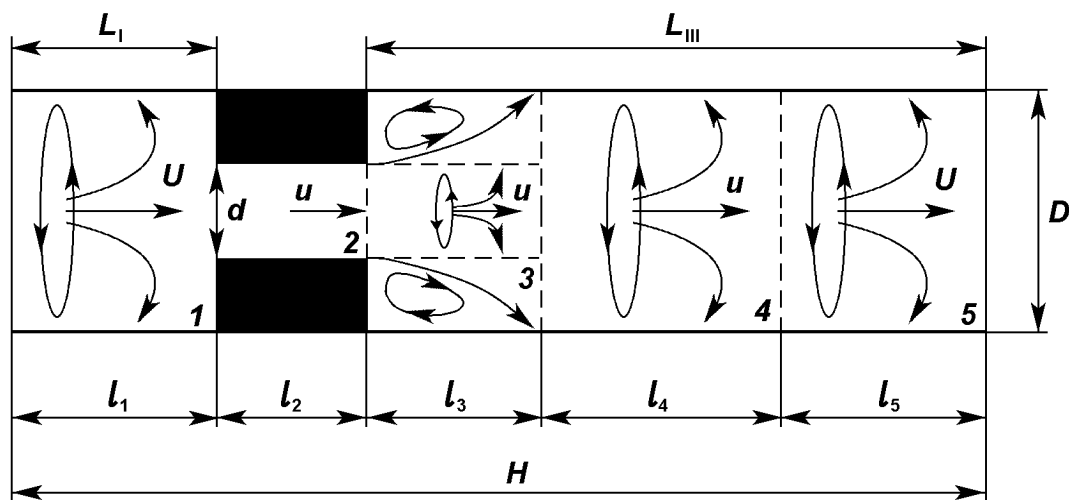


Рис. 7. Типичные режимы течения в стенозированном сосуде

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные в разделе 2 результаты можно объяснить на основе анализа структуры течения в частично закупоренной и неповрежденной трубках (рис. 7), а также механизма преобразования энергии потока в акустическую энергию.

3.1. Структура течения и распределение энергии в стенозированном и неповрежденном сосудах

Перед стенозом (зона 1) течение подобно течению в неповрежденном сосуде. Здесь оно характеризуется средней осевой скоростью U , и является либо ламинарным, либо турбулентным (в зависимости от числа Рейнольдса Re_D). Когда Re_D превышает критическое число Рейнольдса $Re_{cr}^{(1)}$ развития турбулентности, течение является турбулентным и производит шум. Основная энергия потока распределена по продольным вихрям размеров порядка $D/2$ и частот порядка

$$f_{ch}^{(1)} = 2U/D, \quad (6)$$

и осевым круговым вихрям размеров порядка D и частот порядка

$$f_{ch}^{(2)} = U/D. \quad (7)$$

Следовательно, здесь спектр мощности $P_{s1}(f)$ и частотно-волновой спектр $E_{s1}(k_z, f)$ пульсаций давления характеризуются максимумами на частотах, близких к $f_{ch}^{(1)}$, $f_{ch}^{(2)}$ и на волновых числах порядка $k_c^{(1)} = 2\pi f/U$ соответственно. Ко-

гда $Re_D < Re_{cr}^{(1)}$, движение жидкости является ламинарным, и генерации шума в зоне 1 не происходит.

В сужении (зона 2) течение возмущается и характеризуется мелкомасштабными высокочастотными вихревыми структурами, движущимися со скоростями порядка u . Непосредственно за обрывистым сужением (зона 3) возмущенный поток обычно отделяется и имеет форму струи диаметра d [2, 3, 6–8, 11, 13, 15]. В области отрывного течения мелкомасштабные продольные вихри на внутренней стороне сдвигового слоя ускоряются и движутся к центру струи со скоростями порядка $u_c^{(1)} \sim 0.7 \div 0.8u$ [13]. Они постепенно объединяются, образуя крупномасштабные продольные вихревые структуры размера $d/2$. Эти структуры движутся, подобно осевым кольцевым вихрям размера d , со скоростями порядка u . Продольные вихри на внешней стороне сдвигового слоя замедляются и движутся к стенке сосуда со скоростями порядка $u_c^{(2)} \sim 0.45 \div 0.6u$ [13], образуя при этом в области обратного движения продольные вихри размера $(D-d)/2$. Основная энергия потока в зоне 3 распределена по указанным крупномасштабным вихрям. Поэтому здесь максимумы в спектре мощности пульсаций давления $P_{s3}(f)$ расположены вокруг частот

$$\begin{aligned} f_{ch}^{(3)} &= 2u/d, \\ f_{ch}^{(4)} &= u/d, \\ f_{ch}^{(5)} &= 2u_c^{(2)}/(D-d), \end{aligned} \quad (8)$$

а частотно-волновой спектр $E_{s3}(k_z, f)$ имеет максимум в конвективной области около $k_c^{(3)} = 2\pi f/u$. При этом спектральные характеристики источников шума являются непрерывными функциями, что обусловлено существованием в потоке вихревых структур всех масштабов, не превышающих D . Возмущенный поток в зонах 2 и 3 может становиться турбулентным в зависимости от числа Рейнольдса струи $Re_j = ud/\nu$.

В зоне присоединенного течения 4 (оно является возмущенным или турбулентным в зависимости от величины числа Рейнольдса $Re_u = uD/\nu$) основная энергия потока переносится как продольными вихрями масштабов порядка $D/2$ и частот порядка

$$f_{ch}^{(6)} = 2u/D, \quad (9)$$

так и осевыми кольцевыми вихрями размера D и частоты

$$f_{ch}^{(7)} = u/D. \quad (10)$$

Следовательно, в этой области спектр мощности источников шума $P_{s4}(f)$ имеет отчетливые максимумы на частотах порядка $f_{ch}^{(6)}$ и $f_{ch}^{(7)}$, а спектр $E_{s4}(k_z, f)$ имеет максимальные уровни на волновых числах порядка $k_c^{(4)} = 2\pi f/u$.

Если за цилиндрической вставкой течение не отделяется, зоны 3 и 4 представляют собой конечную область возмущенного (или турбулентного) потока, в которой распределение энергии источников шума по частотам и волновым числам $P_{s4}(f)$ и $E_{s4}(k_z, f)$ характеризуется максимумами соответственно на частотах $f_{ch}^{(6)}$, $f_{ch}^{(7)}$ и на волновых числах порядка $k_c^{(4)}$.

Поскольку вниз по течению стенозирванная трубка является достаточно длинной и имеет постоянный диаметр, течение в зоне 5 постепенно становится таким же, как и в зоне 1, с соответствующими функциями распределения энергии.

Среди выделенных в стенозирванной трубке типичных режимов течения, зоны 3 и 4 являются областями наиболее интенсивных источников шума. Это означает, что соответствующие среднестатистические характеристики источников шума в этих областях в целом подобны по форме и близки по уровню:

$$\begin{aligned} P_{s3}(f)/P_{s4}(f) &= O(1), \\ E_{s3}(k_z, f)/E_{s4}(k_z, f) &= O(1). \end{aligned} \quad (11)$$

Они также в целом намного выше по уровню, чем соответствующие характеристики источни-

ков шума в зонах 1 и 5:

$$\begin{aligned} P_{sq}(f)/P_{sr}(f) &\gg 1, \\ E_{sq}(k_z, f)/E_{sr}(k_z, f) &\gg 1, \\ q &= 3, 4, \quad r = 1, 5. \end{aligned} \quad (12)$$

В узких частотных полосах вокруг характерных частот вихреобразования в зоне 3 (т.е. вокруг $f_{ch}^{(3)}$, $f_{ch}^{(4)}$ и $f_{ch}^{(5)}$) амплитуды спектров $P_{s3}(f)$ и $E_{s3}(k_z, f)$ превышают амплитуды других соответствующих спектров. Спектры же $P_{s4}(f)$ и $E_{s4}(k_z, f)$ характеризуются более высокими уровнями вокруг $f_{ch}^{(6)}$ и $f_{ch}^{(7)}$. Когда $Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}$, в непосредственной близости от частот $f_{ch}^{(1)}$ и $f_{ch}^{(2)}$ амплитуды функций $P_{sr}(f)$ и $P_{sq}(f)$ имеют один и тот же порядок:

$$\begin{aligned} P_{sr}(f)/P_{sq}(f) &= O(1), \quad Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}, \\ |f/f_{ch}^{(1)} - 1| &\sim 0, \quad |f/f_{ch}^{(2)} - 1| \sim 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку характер и структура течения в неповрежденном сосуде и в зонах 1 и 5 стенозирванного сосуда подобны, подобными будут и соответствующие спектральные характеристики источников шума, т.е.

- они подобны по форме и близки по уровню:

$$\begin{aligned} P_{sr}(f)/P_s(f) &= O(1), \\ E_{sr}(k_z, f)/E_s(k_z, f) &= O(1), \\ r &= 1, 5, \end{aligned} \quad (14)$$

- спектр мощности в нормальном сосуде $P_s(f)$ имеет максимумы на частотах $f_{ch}^{(1)}$ и $f_{ch}^{(2)}$ (когда $Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}$), а частотно-волновой спектр $E_s(k_z, f)$ имеет максимальные уровни в районе волнового числа $k_c^{(1)}$.

3.2. Акустические поля стенозирванного и неповрежденного сосудов

За исключением зоны 2 (которая по сути является жестким экраном), энергия течения в стенозирванном сосуде преобразуется в акустическую энергию за счет колебаний сегментов I и III трубки (колебания вызваны взаимодействием стенки трубки и потока). Излучаемая j -ым сегментом акустическая энергия $E_j(r, z, f)$ ($j=I, III$) равна сумме энергий $E_{jnm}(r, z, f)$, генерируемых отдельными модами сегмента. Величина $E_{jnm}(r, z, f)$ зависит от:

- эффективности возбуждения $\Phi_{jn}(k_z/k_n^{(j)}; f)$ нормальной моды сегмента $\Psi_n^{(j)}(z)$;
- резонансных свойств моды $R_{jn}(f/f_n^{(j)})$;
- степени пространственной согласованности $\sigma_{nm}^{(j)}(k_n^{(j)}/k_m)$ структурной моды $\Psi_n^{(j)}(z)$ и акустической моды объема рабочего участка эксперимента $Z_m(z)$;
- передаточной функции $|T_{jnm}(r, z, f)|^2$, описывающей передачу акустической энергии от сегмента к точке поля (r, z) .

Согласно [26, 27, 31, 32] последнее утверждение описывается соотношением

$$\begin{aligned} E_j(r, z, f) &= \sum_m \sum_n E_{jnm}(r, z, f) = \\ &= \sum_m \sum_n |Z_m(z)|^2 |T_{jnm}(r, z, f)|^2 \times \\ &\times \sigma_{nm}^{(j)}(k_n^{(j)}/k_m) R_{jn}(f/f_n^{(j)}) \Phi_{jn}(k_z/k_n^{(j)}; f). \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$\Phi_{jn}(k_z/k_n^{(j)}; f) = \int_{-\infty}^{\infty} |A_{jn}(k_z/k_n^{(j)})|^2 E_{sj}(k_z, f) dk_z$$

определяет эффективность возбуждения моды сегмента $\Psi_n^{(j)}(z)$; $|A_{jn}(k_z/k_n^{(j)})|^2$, $k_n^{(j)}$ и $f_n^{(j)}$ – модальный фильтр, структурное волновое число и собственная частота колебаний j -го сегмента; k_m – волновое число объема рабочего участка эксперимента; $E_{sI} = E_{s1}$, $E_{sIII} = E_{s3}$ (если $l_1 + l_2 < z < l_1 + \dots + l_3$); $E_{sIII} = E_{s4}$ (если $l_1 + \dots + l_3 < z < l_1 + \dots + l_4$); $E_{sIII} = E_{s5}$ (если $l_1 + \dots + l_4 < z < H$). Суперпозиция величин $E_j(r, z, f)$ дает полную акустическую энергию в промежуточном резервуаре, генерируемую стенозированной трубкой:

$$E_{mes}^{(ob)}(r, z, f) = \sum_j E_j(r, z, f). \quad (16)$$

Полная звуковая энергия неповрежденного сосуда длины H может быть записана в виде [26, 27, 31, 32]

$$\begin{aligned} E_{mes}^{(nor)}(r, z, f) &= \sum_m \sum_n |Z_m(z)|^2 |T_{nm}(r, f)|^2 \times \\ &\times \sigma_{nm}(k_n/k_m) R_n(f/f_n) \Phi_n(k_z/k_n; f), \end{aligned} \quad (17)$$

где эффективность возбуждения моды $\Phi_n(k_z/k_n; f)$ определяется подобно соотношению (15):

$$\Phi_n(k_z/k_n; f) = \int_{-\infty}^{\infty} |A_n(k_z/k_n)|^2 E_s(k_z, f) dk_z,$$

где $|A_n(k_z/k_n)|^2$, k_n и f_n – модальный фильтр, структурное волновое число и собственная частота колебаний неповрежденной трубки соответственно.

3.3. Анализ спектров акустической мощности, генерируемой сосуда

Анализ спектров (16) и (17), измеренных в точке (R, z) , можно разделить на анализ их уровней и максимумов, а также на анализ изменчивости спектра $E_{mes}^{(ob)}$ с изменением числа Рейнольдса течения и отношения площадей нормального и стенозированного сосудов.

3.3.1. Анализ спектральных уровней

Разница между измеренными уровнями шума частично закупоренного и нормального сосудов $10 \lg(E_{mes}^{(ob)}/E_{mes}^{(nor)})$ определяется главным образом разностью уровней мощности соответствующих источников шума в сосудах: $10 \lg(\sum_i E_{si}/E_s)$ и $10 \lg(\sum_i P_{si}/P_s)$. Как следует из вышеприведенной дискуссии, вследствие подобия потока в зонах 1 и 5 стенозированной трубки и в тех же областях неповрежденной трубки, отношения E_{si}/E_s и P_{si}/P_s являются величинами порядка единицы:

$$\begin{aligned} E_{s1}/E_s &= O(1), \quad P_{s1}/P_s = O(1), \\ &0 < z < l_1, \\ E_{s5}/E_s &= O(1), \quad P_{s5}/P_s = O(1), \\ &l_1 + \dots + l_4 < z < H. \end{aligned} \quad (18)$$

Источники шума в зонах 3 и 4 суженного сосуда в целом намного мощнее источников шума в соответствующих областях неповрежденного сосуда:

$$\begin{aligned} E_{s3}/E_s &\gg 1, \quad P_{s3}/P_s \gg 1, \\ &l_1 + l_2 < z < l_1 + \dots + l_3, \\ E_{s4}/E_s &\gg 1, \quad P_{s4}/P_s \gg 1, \\ &l_1 + \dots + l_3 < z < l_1 + \dots + l_4. \end{aligned} \quad (19)$$

Хотя зона 2 – неизлучающая, а нормальная трубка здесь излучает, величины $10 \lg(\sum_i E_{si}/E_s)$ и $10 \lg(\sum_i P_{si}/P_s)$, в целом, положительны, и, следовательно, генерируемые стенозом уровни шума, в целом, выше уровней шума неповрежденной трубки. По мере увеличения “степени” стеноза (5) увеличивается как интенсивность источников шума в зонах 3 и 4, так и длина области возмущен-

Табл. 2. Характерные частоты, определяемые по формулам (8)–(10), Гц

	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
Вычисленные $f_{ch}^{(n)}$	69.9	34.95	в диапазоне 136.3–181.8	56.8	28.4
Найденные (рис. 2)	68	34	170	58	28

Табл. 3. Резонансные частоты сегмента I, Гц

	$n=1, \dots, 13$	$n=14, 15, 16$	$n=20, 21$	$n=23$	$n=24$
Вычисленные $f_n^{(I)}$	214.08, ..., 216.91	217.89, 219.08; 221.28	229.52, 232.71	240.43	245.01
Найденные (рис. 2)	214	220	230	240	246

Табл. 4. Резонансные частоты сегмента III, Гц

	$n=1, \dots, 8$	$n=10, 11$	$n=13, 14$	$n=15$	$n=16$
Вычисленные $f_n^{(III)}$	214.08, ..., 216.33	219.54, 222.02	229.32, 234.35	240.43	247.66
Найденные (рис. 2)	214	220	230	240	246
	$n=17$	$n=18$	$n=19$	$n=20$	$n=21$
Вычисленные $f_n^{(III)}$	256.1	265.83	276.88	289.28	303.05
Найденные (рис. 2)	254	262	272	286	306

ного стенозом течения [6–8, 17, 33]:

$$l_3 + l_4 = 2.12d(\text{Re}_j)^{0.1}(A_0/A)^{0.66} = 2.12d(ud/\nu)^{0.1}(D^2/d^2)^{0.66}. \quad (20)$$

Это приводит к дальнейшему усилению условий (19) и, следовательно, к возрастанию величин $10 \lg(\sum_i E_{si}/E_s)$ и $10 \lg(\sum_i P_{si}/P_s)$. В результате величина $(E_{mes}^{(ob)}/E_{mes}^{(nor)})$ возрастает с ростом S . Такая зависимость разницы между уровнями шума суженного и нормального сосудов от “степени” сужения S хорошо согласуется с данными рис. 2 и 3.

С ростом длины поврежденного участка сосуда l_2 , с одной стороны, увеличивается влияние вязкости жидкости на возмущенное в стенозе течение и, следовательно, возрастает диссипация энергии течения на этом участке. Это приводит к уменьшению интенсивности источников шума в зонах 3 и 4 и, соответственно, к уменьшению полной мощности источников в стенозированном сосуде. С другой стороны, увеличение продольного размера стеноза приводит к уменьшению излучающей поверхности сосуда. Указанные эффекты обуславливают уменьшение уровней генерируемой стенозом акустической мощности с ростом его длины, что хорошо согласуется с данными рис. 4.

Установленное качественное соответствие между генерируемыми стенозом уровнями акустической мощности и его длиной l_2 хорошо согласуется с данными работ [24, 25] и может быть учтено при использовании акустических методов диагностики в клинической практике. Действительно, имеются случаи, когда продольный размер обнаруживаемого “слабого” сужения сосуда растет со временем, а его “степень” S остается неизменной. Это ведет к уменьшению уровней генерируемого стенозом шума и уменьшению разницы между соответствующими спектральными характеристиками шума частично закупоренного и неповрежденного сосудов. Следовательно, могут существовать ситуации, когда при достижении длиной стеноза некоторого критического значения $l_2 = l_{cr}$ разницы между уровнями шума гладкого и частично закупоренного сосудов станет настолько малой, что первоначально обнаруживаемый стеноз станет фактически необнаружимым для акустических методов диагностики. При этом единственными признаками наличия стеноза остаются новые частотные компоненты (если их можно различить). Если же компоненты различить нельзя, то и нельзя обнаружить стеноз.

Приведенные соображения выглядят достаточно логичными, и потому могут служить стимулом для установления количественных соотноше-

ний между l_{cr} и параметрами течения, сосуда и стеноза.

Поскольку энергия потока (и, следовательно, энергия источников шума) в гладкой трубке и в каждой области течения суженной трубки пропорциональна скорости осредненного течения U , увеличение U вызывает возрастание уровней акустической мощности, излучаемой обеими трубками. Кроме того, вследствие пропорциональности величин E_{si}/E_s и P_{si}/P_s скорости U , разница между уровнями шума трубок также увеличивается с увеличением скорости (рис. 5).

3.3.2. Анализ максимумов спектров $E_{mes}^{(ob)}$ и $E_{mes}^{(nor)}$

Максимумы в спектрах $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ и $E_{mes}^{(nor)}(R, z, f)$ определяются максимумами соответствующих частотных функций в соотношениях (15)–(17). Как описано выше, максимумы спектральных характеристик $P_{si}(f)$ и $E_{si}(k_z, f)$ ($i=1, \dots, 5$) источников шума в стенозированном сосуде находятся на характерных частотах образования вихрей в соответствующей области течения. Функции $R_{jn}(f/f_n^{(j)})$ имеют максимумы на резонансных частотах колебаний $f_n^{(j)}$ j -го сегмента трубки ($j=I, III$). Передаточные функции $|T_{jnm}(R, z, f)|^2$ характеризуются максимумами на собственных частотах рабочего объема эксперимента, резонансных частотах колебаний боковой поверхности рабочего объема и т.д. Следовательно, когда течение в зонах 1 и 5 стенозированного сосуда является турбулентным, спектр $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ должен иметь отчетливые максимумы на указанных частотах.

Аналогично, когда $Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}$, спектр шума неповрежденного сосуда $E_{mes}^{(nor)}(R, z, f)$ должен иметь отчетливые максимумы на:

- характерных частотах $f_{ch}^{(1)}$ и $f_{ch}^{(2)}$ (в $P_s(f)$ и $E_s(k_z, f)$);
- резонансных частотах колебаний сосуда f_n (в $R_n(f/f_n)$);
- собственных частотах рабочего объема эксперимента, резонансных частотах колебаний боковой поверхности рабочего объема и т.д. (в $|T_{nm}(R, f)|^2$).

Когда течение в нормальном сосуде и в зонах 1 и 5 поврежденного сосуда является ламинарным, максимумы в спектрах $P_s(f)$, $E_s(k_z, f)$ и $P_{sr}(f)$, $E_{sr}(k_z, f)$ ($r=1, 5$) на частотах $f_{ch}^{(1)}$ и $f_{ch}^{(2)}$ отсутствуют. Следовательно, отсутствуют максимумы

на этих частотах и в спектрах $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ и $E_{mes}^{(nor)}(R, z, f)$.

Сравнение поведения функций $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ и $E_{mes}^{(nor)}(R, z, f)$ показывает, что должны существовать частотные области, в которых:

- 1) обе функции имеют максимумы;
- 2) $E_{mes}^{(ob)}$ и $E_{mes}^{(nor)}$ имеют не только максимумы, но также мало отличаются по уровням (если $Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}$);
- 3) $E_{mes}^{(nor)}$ является осциллирующей функцией, а $E_{mes}^{(ob)}$ – умеренно гладкой;
- 4) генерируемый стенозом спектр шума $E_{mes}^{(ob)}$ имеет отчетливые максимумы, тогда как спектр нормального сосуда $E_{mes}^{(nor)}$ – относительно гладкий и намного ниже по уровню.

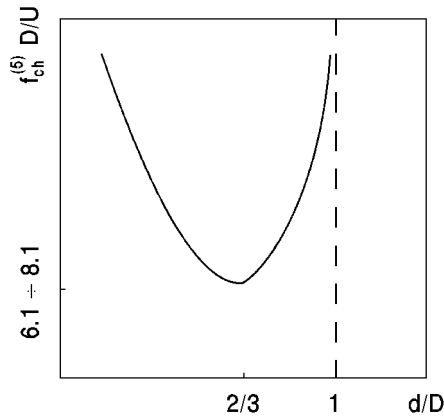
Первый частотный набор состоит из частот максимумов соответствующих передаточных функций. Как следует из соотношений (13), (14) и вышеприведенного анализа величины $10 \lg(E_{mes}^{(ob)}/E_{mes}^{(nor)})$, характерные частоты $f_{ch}^{(1)}$ и $f_{ch}^{(2)}$ составляют второй набор. Третий набор ассоциируется с резонансными частотами колебаний неповрежденной трубки f_n . Последний набор составляют характерные частоты образования вихрей в области возмущенного за стенозом течения (т.е. $f_{ch}^{(3)}, \dots, f_{ch}^{(7)}$) и резонансные частоты колебаний j -го сегмента сосуда $f_n^{(j)}$. Эти частоты определяются параметрами возмущенного потока, стеноза и поврежденного сосуда. Другими словами, они фактически определяются стенозом, а не нормальным сосудом, и потому могут быть идентифицированы с новыми частотными компонентами, найденными в разделе 2.

В табл. 2–4 представлены вычисленные величины $f_{ch}^{(3)}, \dots, f_{ch}^{(7)}$ и $f_n^{(j)}$ ($j=I, III$) и соответствующие новые частотные компоненты, найденные на рис. 2. При проведении вычислений использовались следующие значения параметров рабочего участка эксперимента:

$$\begin{aligned} Re_D &= 4800, \\ U &= 0.3 \text{ м/с}, \quad \nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \\ d &= 13 \text{ мм}, \quad l = 20 \text{ мм}, \\ S &= 34\%, \quad H = 0.4 \text{ м}. \end{aligned} \quad (21)$$

Другие величины даны в разделе 2.

Частоты $f_n^{(j)}$ ($j=I, III$) находились из выражения для резонансных частот осесимметричных


 Рис. 8. Изменение частоты $f_{ch}^{(5)}$ с изменением d

радиальных колебаний шарнирно-закрепленного тонкостенного кругового цилиндра [34]:

$$F_n^{(j)} = (c_v/2\pi a) \sqrt{1 + (k_n^{(j)} a)^4 (h^2/12a^2)}, \quad (22)$$

где $c_v = \sqrt{E_v/\rho_v(1-\nu_v^2)}$ – скорость продольной волны в стенке трубки; $a = (D+h)/2$ – радиус ее средней поверхности; $k_n^{(j)} = n\pi/L_j$ – волновое число j -го сегмента стенозированной трубки; $L_I = l_1$ и $L_{III} = l_3 + l_4 + l_5$ – длины сегментов I и III.

Как видно из табл. 2, соответствие между теоретическими и экспериментальными данными является хорошим. Частоты $f_n^{(I)}$ и $f_n^{(III)}$ также хорошо коррелируют с частотами максимумов в спектре $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$, расположенными между 210 и 400 Гц (см. табл. 3 и 4). Однако, поскольку в этой частотной области в полном акустическом поле стенозированного сосуда (16) доминирует вклад сегмента III, т. е.

$$E_{mes}^{(ob)}(R, z, f) \approx E_{III}(R, z, f),$$

$$210 \text{ Гц} < f < 400 \text{ Гц},$$

этим максимумам могут быть приписаны только частоты $f_n^{(III)}$. Доминирующий вклад сегмента III обусловлен тем, что интенсивность источников шума в этом сегменте намного выше интенсивности источников в сегменте I (см. (11)–(14), (18), (19)) и потому

$$E_{III}(r, z, f) \gg E_I(r, z, f).$$

Хотя частоты $f_n^{(j)}$ зависят от граничных условий j -го сегмента, эта зависимость не будет иметь принципиального влияния на их значения и, следовательно, на результаты анализа табл. 3 и 4.

Аналогичное соответствие между теоретически предсказанными и экспериментально найденными новыми частотными компонентами в спектре $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ было получено и для других конфигураций рабочего участка эксперимента. Кроме того, осуществлялась проверка этого соответствия, для чего в выходное сечение стеноза вставлялась мелкая сетка (с шагом менее $d/3 \times d/3$), и к сегменту трубки за стенозом прикреплялась дополнительная масса. Сетка должна была разрушать крупномасштабные вихревые структуры размером порядка $d/2$, d , $D/2$ и D в области возмущенного за стенозом течения и изменять как структуру, так и размеры области обратного движения. Это должно было приводить к изменению функций распределения энергии $P_{sq}(f)$ и $E_{sq}(k_z, f)$ ($q=3, 4$) и, следовательно, к исчезновению максимумов в спектре $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ на частотах (8)–(10). Дополнительная масса обуславливала увеличение средней массовой плотности ρ_v стенки сегмента III и уменьшение резонансных частот $f_n^{(III)}$ (см. (22)). Поэтому максимумы в спектре $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ на частотах $f_n^{(III)}$ должны были сдвигаться влево. Эти эффекты наблюдались в эксперименте.

Таким образом, вышеизложенные аргументы могут считаться достаточными для подтверждения заключения об идентификации частот $f_{ch}^{(3)}$, ..., $f_{ch}^{(7)}$ и $f_n^{(III)}$ с новыми частотными компонентами, генерируемыми стенозом.

Соотношения (3), (5) (8)–(10) и (22), демонстрируют зависимость этих компонент от геометрических параметров стеноза и средней осевой скорости течения. Видно, что увеличение “степени” стеноза S и/или скорости U вызывает увеличение $f_{ch}^{(3)}$, $f_{ch}^{(4)}$, $f_{ch}^{(6)}$ и $f_{ch}^{(7)}$. Длина сужения l_2 не оказывает прямого воздействия на эти частоты. Изменение $f_{ch}^{(5)}$ с изменением U и l_2 – подобно изменению других частот из уравнений (8)–(10), а зависимость от S показана на рис. 8. Резонансные частоты $f_n^{(III)}$ не зависят ни от S , ни от U , и слегка зависят от l_2 (через соотношения $L_{III} = H - l_1 - l_2$). Однако для диагностических целей степень такой l_2 -зависимости мала по сравнению со степенью влияния S и/или U на характерные частоты образования вихрей в зонах 3 и 4. Такая изменчивость новых частотных компонент с S , l_2 и U хорошо коррелирует с показанной на рис. 3–5.

Соответствие между вычисленными величинами $f_{ch}^{(1)}$, $f_{ch}^{(2)}$ и соответствующими частотами максимумов близких амплитуд в спектрах $E_{mes}^{(ob)}$ и

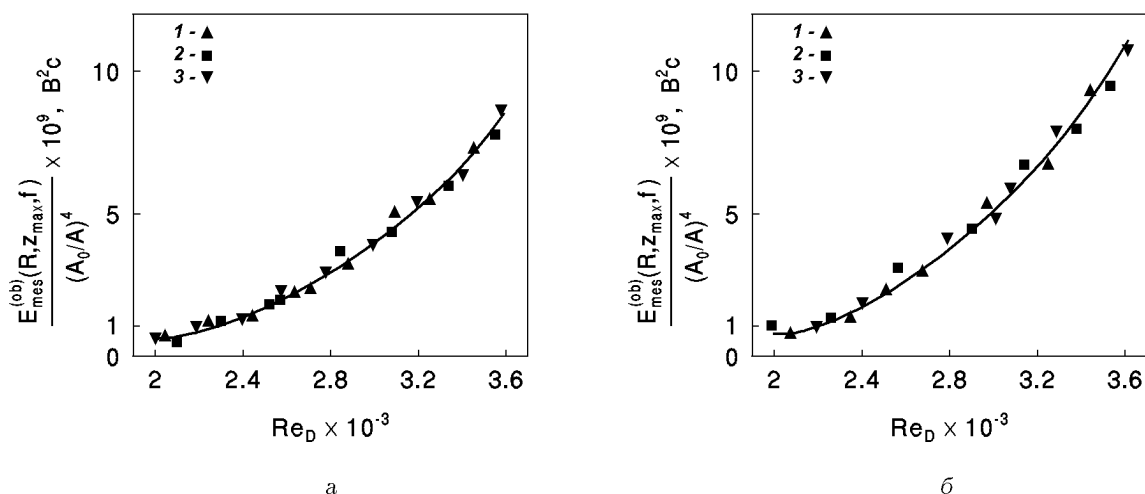


Рис. 9. Зависимость спектра $E_{mes}^{(ob)}(R, z=15 \text{ см}, f)$, нормированного к $(A_0/A)^4$ от числа Рейнольдса Re_D :

а - $f = 75 \text{ Гц}$, $K = 1.93 \cdot 10^{-24}$, $\zeta = 0.102$, б - $f = 125 \text{ Гц}$, $K = 2.44 \cdot 10^{-25}$, $\zeta = 0.114$;
 1 - $S = 34\%$, 2 - $S = 44\%$, 3 - $S = 54\%$, сплошная - $K = Re_D^{4.4}$

Табл. 5. Характерные частоты, определяемые по формулам (6) и (7), Гц

	$n = 1$	$n = 2$
Вычисленные $f_{ch}^{(n)}$	37.5	18.75
Найденные (рис. 2)	40	16

$E_{mes}^{(nor)}$ (измеренных при условии $Re_D \geq Re_{cr}^{(1)}$) оставалось хорошим для различных конфигураций рабочего участка эксперимента (см. табл. 5). При этом критическое число Рейнольдса развития турбулентности в сосуде $Re_{cr}^{(1)}$ полагалось равным 2000 (это – максимальное из отмеченных в литературе значений [2, 3, 26, 27, 36]).

3.3.3. Изменяемость спектра $E_{mes}^{(ob)}$ с Re_D и A_0/A

На рис. 3 и 5 показана модификация спектра акустической мощности, вызванная изменением соответственно “степени” стеноза и числа Рейнольдса течения. Замечено, что увеличение “степени” стеноза и/или числа Рейнольдса приводит к росту интенсивности акустического поля. Эти данные имеют качественный характер. Чтобы количественно оценить зависимости спектра $E_{mes}^{(ob)}$ от указанных параметров, было предположено, что соотношение между $E_{mes}^{(ob)}$ (измеренным в точке $r=R$, $z=z_{max}=15 \text{ см}$), числом Рейнольдса Re_D и отношением площадей A_0/A имеет вид

$$E_{mes}^{(ob)}(R, z_{max}, f) = K(A_0/A)^\alpha (Re_D)^\beta. \quad (23)$$

В результате подбора параметров K , α и β установлено (рис. 9), что если спектр $E_{mes}^{(ob)}$ нормировался величиной $(A_0/A)^4$ (т.е. $\alpha=4$), данные для стенозов различной “степени” попадали приблизительно на кривую $K Re_D^{4.4}$ (т.е. $\beta=4.4$). Параметр K и коэффициент относительного отклонения ζ

$$\zeta = \sum_{i=1}^N \zeta_i / N,$$

$$\zeta_i = \left| 1 - \frac{K(A_0/A)^4 (Re_D)^{4.4}}{E_{mes}^{(ob)}(R, z_{max}, f)} \right|_{Re_D = Re_{Di}},$$

(N – число измерений) были при этом соответственно равны $1.93 \cdot 10^{-24}$ и 0.102 (рис. 9, а), и $2.44 \cdot 10^{-25}$ и 0.114 (рис. 9, б). Таким образом, соотношение между генерируемым стенозом спектром шума в точке (R, z_{max}) , степенью сужения и числом Рейнольдса потока может быть записано в виде

$$E_{mes}^{(ob)}(R, z_{max}, f) = K(A_0/A)^4 (Re_D)^{4.4} = K(D/d)^8 (Re_D)^{4.4}, \quad (24)$$

где K – функция свойств стенки сосуда, граничных условий его закрепления, расстояния от сосуда, частоты, коэффициента калибровки для измерительной системы и т.д. Поскольку форма спектра $E_{mes}^{(ob)}$ слабо зависит от вертикального расстояния от стеноза (см. рис. 6), можно заключить,

что общая зависимость $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ от A_0/A и Re_D будет иметь вид (24).

Записывая отношение спектров акустической мощности двух стенозов разной “степени” $(E_{mes}^{(ob)})_1$ и $(E_{mes}^{(ob)})_2$, имеем

$$\frac{(E_{mes}^{(ob)})_1}{(E_{mes}^{(ob)})_2} = \frac{A_2^4}{A_1^4} = \frac{d_2^8}{d_1^8}.$$

Это соотношение показывает, что приблизительно двухкратное уменьшение площади поперечного сечения стеноза (т.е. $A_2/A_1 \sim 1.78$) вызывает десятикратное увеличение излучаемой акустической мощности (т.е. на один порядок).

Экспериментально найденное выражение (24) может быть получено также из следующих соображений. Флуктуации давления в течении в трубе p_t прямо пропорциональны массовой плотности жидкости ρ_f и второй степени средней скорости течения U_f [35]:

$$p_t \sim \rho_f U_f^2.$$

Среднестатистические характеристики давления (определяемые как вторые статистические моменты p_t [26, 27, 31, 32, 35]) пропорциональны $\rho_f^2 U_f^4$. Следовательно, можно записать

$$P_{sr}(f), E_{sr}(k_z, f) \sim \rho^2 U^4, \quad r = 1, 5,$$

$$P_{sq}(f), E_{sq}(k_z, f) \sim \rho^2 u^4, \quad q = 3, 4,$$

или, принимая во внимание (3), имеем

$$P_{sq}(f), E_{sq}(k_z, f) \sim \rho^2 U^4 (A_0/A)^4 = \rho^2 U^4 (D/d)^8, \quad q = 3, 4.$$

Поскольку в полном акустическом поле стенозированного сосуда доминирует вклад областей возмущенного потока (зоны 3 и 4), то из уравнений (15) и (16) следует, что спектр $E_{mes}^{(ob)}(R, z, f)$ приблизительно определяется четвертой степенью средней скорости течения и той же степенью отношения площадей:

$$E_{mes}^{(ob)}(R, z, f) \sim \rho^2 U^4 (A_0/A)^4 = \rho^2 U^4 (D/d)^8.$$

Вводя в это соотношение вязкость жидкости ν , имеем

$$\begin{aligned} E_{mes}^{(ob)}(R, z, f) &\sim (Re_D)^4 (A_0/A)^4 \rho^2 \nu^4 / D^4 = \\ &= (Re_D)^4 (D/d)^8 \rho^2 \nu^4 / D^4. \end{aligned} \quad (25)$$

Для данной трубки и жидкости $\rho^2 \nu^4 / D^4$ – величина постоянная, и потому

$$\begin{aligned} E_{mes}^{(ob)}(R, z, f) &\sim (Re_D)^4 (A_0/A)^4 = \\ &= (Re_D)^4 (D/d)^8, \end{aligned} \quad (26)$$

что хорошо согласуется с соотношением (24).

ВЫВОДЫ

Для моделирования поля шума стеноза в большом кровеносном сосуде человека была разработана методика исследований и создана соответствующая экспериментальная установка. При этом предположения, сделанные при моделировании течения крови, стеноза и большого кровеносного сосуда, хорошо согласуются с общепринятыми в этой области исследований. Это говорит о том, что основные конструктивные элементы канала генерации и передачи шума от источника к приемнику были смоделированы достаточно хорошо в рамках общепринятых пределов точности. Полученные в эксперименте результаты и их анализ позволяют сделать следующие выводы.

1. Стеноз ассоциируется с двумя основными акустическими эффектами: общим возрастанием уровней шума и генерацией новых частотных компонент в спектре мощности.
2. Разница между уровнями шума стенозированного и неповрежденного сосудов прямо зависит от “степени” стеноза S и числа Рейнольдса течения Re_D , и обратно пропорциональна длине стеноза l .
3. Новые частотные компоненты отождествляются с характерными частотами образования вихрей в области возмущенного за стенозом течения ($f_{ch}^{(3)}, \dots, f_{ch}^{(7)}$, формулы (8)–(10)) и резонансными частотами колебаний сегмента сосуда за стенозом ($f_n^{(III)}$, выражение (22)).
4. Частоты $f_n^{(III)}$ нечувствительны к изменению S , Re_D и l . За исключением $f_{ch}^{(5)}$, другие частоты в формулах (8)–(10) возрастают с ростом S и/или Re_D . Изменяемость $f_{ch}^{(5)}$ с изменением Re_D подобна изменяемости $f_{ch}^{(3)}, f_{ch}^{(4)}, f_{ch}^{(6)}$ и $f_{ch}^{(7)}$ с Re_D , тогда как изменяемость $f_{ch}^{(5)}$ с изменением S зависит от d (см. рис. 8). Изменений частот $f_{ch}^{(3)}, \dots, f_{ch}^{(7)}$ с изменением l обнаружено не было.
5. Генерируемая стенозом акустическая мощность приблизительно пропорциональна четвертой степени числа Рейнольдса течения и четвертой степени “степени” стеноза (формулы (24) и (26)).
6. Установленные зависимости генерируемого стенозом шума от параметров стеноза, сосуда и осредненного течения создают основу для

разработки методов неинвазивной диагностики состояния сосуда в реальных условиях.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает благодарность фонду Александра фон Гумбольдта (Германия) за финансирование данного исследования и профессорам В. Т. Гринченко и Р. Кёлтцш за полезные советы при обсуждении работы. Признательность выражается также Jü. Jü. Landgraf, A. Witing и A. Wilde за помощь, оказанную при разработке экспериментального оборудования.

1. Iudicello F., Collins M. W., Henry F. S., Javris J. C., Shortland A., Black R., Salmons S. A review of modelling for arterial vessels – simplified ventricular geometries // *Advances in Fluid Mechanics. Computational Mechanics Publications.*– Southampton, Boston, 1997.– P. 179–194.
2. Young D. F. Fluid mechanics of arterial stenoses // *J. Biomech. Eng.*– 1979.– **101**.– P. 157–175.
3. Миролюбов С. Г. Гидродинамика стеноза // *Современ. пробл. биомех.*– 1983.– 1.– С. 73–136.
4. Lees R. S., Dewey C. F., Jr. Phonoangiography: a new noninvasive diagnostic method for studying arterial disease // *Proc. Nat. Acad. Sci.*– 1970.– **67**.– P. 935–942.
5. Duncan, G. W., Gruber J. O., Dewey C. F., Jr., Myers G. S., Lees, R. S. Evaluation of carotid stenosis by phonoangiography // *New Eng. J. Med.*– 1975.– **293**.– P. 1124–1128.
6. Clark C. The fluid mechanics of aortic stenosis. 1. Theory and steady flow experiments // *J. Biomech.*– 1976.– **9**.– P. 521–528.
7. Clark C. The fluid mechanics of aortic stenosis. 2. Unsteady flow experiments // *J. Biomech.*– 1976.– **9**.– P. 567–573.
8. Clark C. Turbulent wall pressure measurements in a model of aortic stenosis // *J. Biomech.*– 1977.– **10**.– P. 461–472.
9. Giddens D. P., Mabon R. F., Cassanova R. A. Measurements of disordered flow distal to subtotal vascular stenosis in the thoracic aorta of canines // *Circ. Res.*– 1976.– **39**.– P. 112–119.
10. Kim B., Corcoran W. K. Experimental measurement of turbulence spectra distal to stenosis // *J. Biomech.*– 1974.– **7**.– P. 335–342.
11. Tobin R. J., Chang I. D. Wall pressure spectra scaling downstream of stenoses in steady tube flow // *J. Biomech.*– 1976.– **9**.– P. 633–640.
12. Katz A. I., Chen Y., Moreno A. Flow through a collapsible tube (experimental analysis and mathematical model) // *Biophys. J.*– 1969.– **9**.– P. 1261–1279.
13. Abdallah S. A., Hwang N. H. C. Arterial stenosis murmurs: an analysis of flow and pressure fields // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1988.– **83**, N 1.– P. 318–334.
14. Hull A. J., Abraham B. M. Space-time analysis of the flow-induced vibration of a solid containing an embedded cylindrical shell // *Proc. ASME Noise Control & Acoust. Div.*– 1996.– **NCA-22**.– P. 157–169.
15. Kirkeeide R. L., Young D. F., Cholvin N. R. Wall vibrations induced by flow through simulated stenoses in models and arteries // *J. Biomech.*– 1977.– **10**.– P. 431–441.
16. Bougner D. R., Roach M. R. Effect of low frequency vibration on the arterial wall // *Circ. Res.*– 1976.– **39**.– P. 136–144.
17. Wang J., Tie B., Welkowitz W., Semmlow J. L., Kostis J. B. Modeling sound generation in stenosed coronary arteries // *IEEE Trans. Biomed. Eng.*– **37**.– 1990.– P. 1087–1094.
18. Lee S., Meecham W. C. Computation of noise from homogeneous turbulence and from a free jet // *Int. J. Acoust. Vib.*– 1996.– **1**.– P. 35–47.
19. Howe M. S. Edge, cavy and aperture tones at very low Mach numbers // *J. Fluid Mech.*– 1997.– **330**.– P. 61–84.
20. Fredberg J. J. Pseudo-sound generation at atherosclerotic constrictions in arteries // *Bull. Math. Biol.*– 1974.– **36**.– P. 143–155.
21. Fredberg J. J. Origin and character of vascular murmurs: model studies // *J. Acoust. Soc. Amer.*– 1977.– **61**.– P. 1077–1085.
22. Pereira J. M., Mansour J. M., Davis B. R. Dynamic measurement of viscoelastic properties of skin // *J. Biomech.*– 1991.– **24**.– P. 157–162.
23. Ключков Б. Н., Соколов А. В. Волны в поверхностном слое мягкой биоткани на подпространстве из твердой биоткани // *Акуст. ж.*– 1994.– **40**, N 2.– С. 270–274.
24. Борисюк А. О., Майданник В. Г., Макаренко А. П. Акустичні основи діагностики судинного стенозу // *Педіатрія, акушерство та гінекологія.*– 1997.– N 3.– С. 7–13.
25. Борисюк А. А. Генерация шума стационарным течением в кровеносных сосудах человека при наличии стенозов. // *Бионика.*– 1998.– Вып. 27–28.– С. 144–151.
26. Borisyuk A. O. Modelling of the acoustic properties of the larger human blood vessel // *Акуст. вісн.*– 1998.– **1**, N 3.– С. 3–13.
27. Borisyuk A. O. Noise field in the human chest due to turbulent flow in a larger blood vessel // *Flow, Turbulence and Combustion.*– 1999.– **61**.– P. 269–284.
28. Вовк И. В., Залуцкий К. Э., Красный Л. Г. Акустическая модель респираторного тракта человека // *Акуст. ж.*– 1994.– **40**, N 5.– С. 762–767.
29. Вовк И. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н. Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // *Акуст. ж.*– 1995.– **41**, N 5.– С. 758–768.
30. Yonemaru M., Kikuchi K., Mori M., Kawai A., Abe T., Kawashiro T., Ishihara T., Yokoyama T. Detection of tracheal stenosis by frequency analysis of tracheal sounds // *J. Appl. Physiol.*– 1993.– **75**.– P. 605–612.
31. Борисюк А. А. Колебания и излучение звука упругими пластинами, возбуждаемыми турбулентным потоком. Диссерт. канд. физ.-мат. наук.– К.: ИГМ АН Украины, 1993.– 145 с.
32. Borisyuk A. O., Grinchenko V. T. Vibration and noise generation by elastic elements excited by a turbulent flow // *J. Sound Vib.*– 1997.– **204**.– P. 213–237.
33. Back L. H., Roschke E. J. Shear-layer flow regimes and wave instabilities and reattachment lengths downstream of an abrupt circular channel expansion // *Trans. ASME. J. Appl. Mech., ser. E.*– 1972.– **39**.– P. 677–681.

34. Junger M. S., Fe D. Sound, structures and their interaction.— Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1972.
35. Blake W. K. (ed.) Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. In 2 vol.— New York: Academic Press, 1986.— 954 p.
36. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.— 711 p.

**ПРИЛОЖЕНИЕ.
СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

D – внутренний диаметр трубки;
 h – толщина стенки трубки;
 A_0 – площадь поперечного сечения трубки;
 a – радиус срединной поверхности трубки;
 E_v – модуль упругости стенки трубки;
 ρ_v – массовая плотность стенки трубки;
 ν_v – коэффициент Пуассона стенки трубки;
 c_v – скорость продольных волн в стенке трубки;
 d – внутренний диаметр стеноза;
 l – длина стеноза;
 l_{cr} – критическая длина стеноза;
 A – площадь поперечного сечения стеноза;
 S – “степень” стеноза;
 R – радиус поперечного сечения промежуточного резервуара;
 H – высота промежуточного резервуара и длина трубки;
 l_i – длина i -й области течения в стенозированной трубке ($i=1, \dots, 5$);
 L_j – длина j -го сегмента стенозированной трубки ($j=I, III$);
 (r, ϕ, z) – цилиндрические координаты;
 t – время;
 f – частота;
 $f_{ch}^{(r)}$ – характерная частота вихреобразования ($r=1, \dots, 7$);
 $f_n^{(j)}, k_n^{(j)}$ – соответственно собственные частоты и структурные волновые числа j -го сегмента стенозированной трубки;
 f_n, k_n – соответственно собственные частоты и структурные волновые числа гладкой трубки;
 k_z – осевое волновое число;

k_m – волновое число объема рабочего участка эксперимента;
 $k_c^{(i)}$ – конвективное волновое число в i -м регионе течения в стенозированной трубке;
 T – период работы анализатора;
 Q – объем втекающей в нижний резервуар воды за время T ;
 c – скорость звука в акустической среде;
 U – осредненная осевая скорость в трубке;
 u – осредненная осевая скорость в стенозе;
 $U_c, u_c^{(1)}, u_c^{(2)}$ – конвективные скорости;
 ν – кинематическая вязкость воды;
 Re_D, Re_j, Re_u – числа Рейнольдса;
 $Re_{cr}^{(i)}$ – критическое число Рейнольдса развития турбулентности в i -м регионе течения;
 P_s, P_{si} – спектры мощности источников шума ($i=1, \dots, 5$);
 E_s, E_{si} – частотно-волновые спектры источников шума ($i=1, \dots, 5$);
 E_j – спектр акустической мощности j -го сегмента стенозированной трубки;
 $E_{mes}^{(ob)}$ – измеренный спектр акустической мощности стенозированной трубки;
 $E_{mes}^{(nor)}$ – измеренный спектр акустической мощности гладкой трубки;
 $|T_{jnm}|^2, |T_{nm}|^2$ – передаточные функции;
 Z_m – акустические моды объема рабочего участка эксперимента;
 $\Psi_n^{(j)}$ – нормальные моды j -го сегмента стенозированной трубки;
 Ψ_n – нормальные моды неповрежденной трубки;
 Φ_{jn}, Φ_n – эффektivности возбуждения мод;
 $\sigma_{nm}^{(j)}$ – степень пространственной корреляции мод $\Psi_n^{(j)}$ и Z_m ;
 σ_{nm} – степень пространственной корреляции мод Ψ_n и Z_m ;
 $|A_{jn}|^2, |A_n|^2$ – фильтры;
 R_n, R_{jn} – резонансные функции соответственно нормальной трубки и j -го сегмента стенозированной трубки;
 ζ – коэффициент относительного отклонения.