

УДК 532.59

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ УПРУГОГО СЛОЯ, ПОМЕЩЕННОГО МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ЖИДКИМИ СРЕДАМИ, НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН

О. В. АВРАМЕНКО, И. Т. СЕЛЕЗОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 14.02.2000 ◊ Пересмотрено 22.03.2000

Исследуется распространение гармонических волн в гидроупругой системе, состоящей из неоднородного упругого слоя, помещенного между двумя сжимаемыми жидкостями с различными физическими свойствами. Проведен численный анализ дисперсионного уравнения для случая фазовых скоростей, меньших большей из скоростей звука в жидкостях. Дисперсионное уравнение имеет два действительных корня, соответствующих квазисимметричным и квазиантисимметричным колебаниям слоя. Рассмотрены предельные случаи: однородный слой между различными жидкими средами и неоднородный слой между одинаковыми жидкими средами. Представлены волновые моды продольных и поперечных перемещений, касательных и нормальных напряжений в упругом слое. В результате анализа волновых мод установлено, что неоднородности слоя могут приводить к сильной концентрации волновых полей как в центральной части (неоднородность первого типа), так и вблизи границ слоя (неоднородность второго типа).

Досліджується поширення гармонічних хвиль у гідропружній системі, що складається з неоднорідного пружного шару, розміщеного між двома стисливими рідинами з різними фізичними властивостями. Проведено чисельний аналіз дисперсійного рівняння для випадку фазових швидкостей, менших за більшу зі швидкостей звуку в рідинах. Дисперсійне рівняння має два різних корені, які відповідають квазисимметричним та квазиантисимметричним коливанням шару. Розглянуто граничні випадки: однорідний шар між різними рідкими середовищами та неоднорідний шар між однаковими рідкими середовищами. Представлено хвильові моди поздовжніх та поперечних переміщень та дотичних та нормальних напружень у пружному шарі. Як результат аналізу хвильових мод встановлено, що неоднорідності шару можуть призводити до сильної концентрації хвильових полів як у центральній частині (неоднорідність першого типу), так і поблизу меж шару (неоднорідність другого типу).

Propagation of harmonic waves in hydroelastic system consisting of inhomogeneous elastic layer placed between two compressible fluids with different physical properties is investigated. Numerical analysis of the dispersion equation is carried out for phase velocities less than the greater sound velocity of two fluids. The dispersion equation has two real roots corresponding to quasisymmetric and quasiasymmetric oscillations of the layer. The two limiting cases are considered: a layer between two fluid media with different properties and an inhomogeneous layer between the same fluid media. The wave modes are presented for longitudinal and transverse displacements, shear and normal stresses in elastic layer. It is established from analysis of waves modes that inhomogeneities of the layer can lead to strong concentration of wave fields both in central part (inhomogeneity of the first type), and near boundaries of the layer (inhomogeneity of the second type).

ВВЕДЕНИЕ

Проблема распространения гармонических волн вдоль неоднородного упругого слоя между двумя жидкостями представляет большой научный и прикладной интерес. Знание свойств нормальных волн в такой упруго-жидкой системе важно, в частности, при проектировании морских нефтепроводов и различного вида гидросооружений, разделяющих жидкие среды, а также при моделировании динамики ледяного покрова. Обзор результатов изучения распространения волн в слоистых гидроупругих системах, а также вопросы, связанные с применением этих результатов при решении практических задач, достаточно полно представлены в [1]. Там же исследовано распространение волн в упругом однородном слое, ограниченном жидкими средами различной плотности. Упомянем также некоторые работы общего характера [2–6] и статьи, имеющие непосредственное

отношение к решению задачи о влиянии неоднородности упругого слоя, ограниченного жидкими средами различной плотности [7–16]. При этом изучались не только бегущие волны, но также важные с точки зрения диагностики неоднородные волны, соответствующие комплексным корням дисперсионного уравнения.

Как видно, исследованию распространения волн в упругом однородном слое, контактирующем с жидкими средами, посвящено много работ, в которых проводился анализ особенностей упруго-жидкого взаимодействия. В частности, значительный интерес представляют волны Стоунли на поверхности раздела, которые могут нести много полезной информации об упругой системе. В связи с этим большое значение имеет исследование влияния неоднородности по толщине упругого слоя, расположенного между жидкими средами, с точки зрения неразрушающего контроля. В данной статье рассматривается модельная задача о

распространении волн в такой гидроупругой системе с целью исследования влияния неоднородности упругого слоя на кинематические характеристики нормальных волн и зависимости фазовых скоростей от характера неоднородности по поперечной координате x_3 (рис. 1).

В работе [17] на основе метода разложения неизвестных функций в степенные ряды по малому параметру (координате) представлено аналитическое решение задачи о распространении гармонических волн в произвольно неоднородном упругом слое, расположенном между жидкостями различной плотности. Однако проведенный в этой статье краткий анализ дисперсионных соотношений вызывает необходимость детального рассмотрения дисперсии волн для специальных частных случаев.

Настоящая статья является логическим продолжением и обобщением работ [1, 17]. Здесь представлены результаты исследования распространения волн в гидроупругой системе в виде неоднородного упругого слоя, помещенного между жидкими полуограниченными средами с различными физическими свойствами (см. рис. 1). Исследовано влияние различных жидких сред на распространение волн в неоднородном волноводе. Проведено сравнение с ранее полученными результатами для однородного упругого слоя, контактирующего с различными полуограниченными жидкими средами [1], и неоднородного слоя, помещенного между одинаковыми жидкостями [17].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ГИДРОУПРУГОСТИ

Неоднородность упругой среды характеризуется постоянными Ламе λ , G и плотностью ρ , которые в общем случае являются функциями пространственных координат. Векторное уравнение движения неоднородной упругой среды относительно вектора смещения имеет вид

$$\begin{aligned} & \vec{\nabla}((\lambda + 2G)\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \vec{\nabla} \times (G\vec{\nabla} \times \vec{u}) + \\ & + 2((\vec{\nabla}G \cdot \vec{\nabla})\vec{u} - (\vec{\nabla}G)(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})) + \\ & + (\vec{\nabla}G) \times (\vec{\nabla} \times \vec{u}) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение (1) имеет смысл, если параметры Ламе являются дифференцируемыми функциями координат.

В общем случае неоднородности трудно надеяться на получение аналитического решения уравнений (1). Однако модельное исследование эффек-

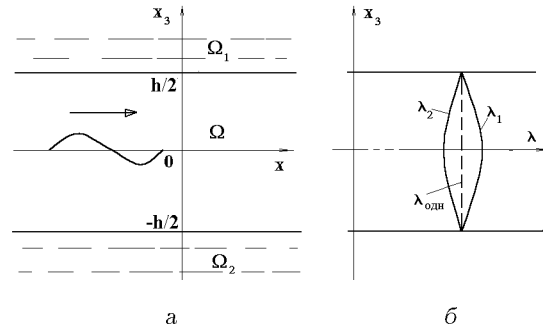


Рис. 1. Гидроупругая система “упругий слой между жидкими полуограниченными средами” (а) и распределение коэффициента объемного расширения по толщине упругого слоя (б)

тов неоднородности можно провести и на относительно простом частном примере. Для этого можно использовать представленную Дж. Хуком [18] модель неоднородной упругой среды, которая характеризуется переменным по пространственной координате модулем $\lambda(x_3)$, а также постоянными величинами модуля сдвига G и плотности. В этом случае, как и в случае однородной среды, уравнение движения распадается на два независимых волновых уравнения для скалярного и векторного потенциалов:

$$\frac{\lambda(x_3) + 2G}{\rho} \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{G}{\rho} \nabla^2 \vec{A} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где $\vec{u} = \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \times \vec{A}$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$.

Постановка связанной задачи гидроупругости о распространении волн в упругом слое

$$\begin{aligned} \Omega = \{ (x_1, x_2, y_3) : \\ -\infty < x_1 < \infty, -\infty < x_2 < \infty, h \leq x_3 \leq h \}, \end{aligned}$$

помещенном между жидкостями с различными плотностями: ρ_1 в верхнем полупространстве

$$\begin{aligned} \Omega_1 = \{ (x_1, x_2, x_3) : \\ -\infty < x_1 < \infty, -\infty < x_2 < \infty, x_3 > h \} \end{aligned}$$

и ρ_2 в нижнем полупространстве

$$\begin{aligned} \Omega_2 = \{ (x_1, x_2, x_3) : \\ -\infty < x_1 < \infty, -\infty < x_2 < \infty, x_3 < -h \}, \end{aligned}$$

может быть представлена в виде

$$\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x_3^i \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (4)$$

$$\nabla^2 \xi - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (5)$$

$$\nabla^2 \psi_j - \frac{1}{c_{0j}^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial t^2} = 0, \quad \text{в } \Omega_j \quad (j = 1, 2), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= -p_1, \quad v_{3(1)} = \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (x_3 = h/2), \\ \sigma_{13} &= 0, \quad (x_3 = \pm h/2), \\ \sigma_{33} &= -p_2, \quad v_{3(2)} = \frac{\partial u_3}{\partial t} \quad (x_3 = -h/2). \end{aligned} \quad (7)$$

На бесконечности выполняются условия излучения и ограниченности Зоммерфельда:

$$\lim_{|x_3| \rightarrow \infty} \left(\psi_j - i \frac{\partial \psi_j}{\partial x_3} \right) = 0, \quad \lim_{|x_3| \rightarrow \infty} \psi_j = 0. \quad (8)$$

Кроме того, необходимо рассматривать условия сохранения направления потока энергии.

Исследуется распространение бегущих волн

$$f(x_1, x_3, t) = F(x_3) \exp(i(kx_1 - \omega t)). \quad (9)$$

Здесь и далее приняты следующие обозначения: t – время; \vec{u} – вектор перемещения; σ_{13}, σ_{33} – компоненты тензора напряжений; $\phi, \xi, \vec{A} = \vec{e}_2 \xi$ – потенциалы скоростей в упругой среде; ψ_j – потенциалы скоростей в жидких средах ($j=1, 2$); $\vec{v}_i = (v_{1(j)}, v_{2(j)}, v_{3(j)})$ – вектор скорости в Ω_j ; $\vec{v}_j = -\nabla \psi_j$; p_j – давление, $p_j = \rho_j \partial \psi_j / \partial t$; K_j – модули упругости жидких сред; $\lambda = E\nu / (1+\nu)(1-2\nu)$, $G = E/2(1+\nu)$ – упругие постоянные Ламе; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга; ρ, ρ_j ($j=1, 2$) – плотности упругой и жидких сред, соответственно; l – длина волны; $k = 2\pi/l$ – волновое число; $\omega = c2\pi/l$ – круговая частота; c – фазовая скорость; c_j^{St} – скорости распространения волн Стоунли (скорости c_j^{St} соответствуют гидроупругим системам жидкое полупространство – упругое полупространство, где свойства жидкости совпадают со свойствами жидкости в Ω_j , а упругой среды – со свойствами среды в Ω); $c_{0j} = \sqrt{K_j/\rho_j}$ – скорость звука в жидких средах; c_e, c_s – скорости распространения волн расширения и волн сдвига упругой среды:

$$c_e^2 = f(x_3) = (\lambda(x_3) + 2G)/\rho_1, \quad c_s^2 = G/\rho,$$

где $f(x_3)$ – функция, разложимая в ряд по степеням x_3 :

$$f(x_3) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j x_3^j. \quad (10)$$

Всюду введены величины, обезразмеренные по характерным параметрам: длине h , плотности ρ_1 , скорости волн сдвига c_s .

Аналитическое исследование бегущих волн (9) проведено ранее методом разложения неизвестных функций в степенные ряды. Полученные результаты представлены в статье [17]. В общем случае показано, что при несимметричной неоднородности или при различных плотностях верхней и нижней полубесконечных жидких сред, дисперсионное уравнение не распадается на два независимых. Если же жидкости имеют одинаковые плотности $\rho_1 = \rho_2$, то в случае четной неоднородности $\lambda(-x_3) = \lambda(x_3)$ дисперсионное уравнение распадается на два независимых уравнения, соответствующие симметричным и антисимметричным колебаниям. Дисперсионное уравнение решено численно для случая $c_{02} < c_{01} < c_s < c_e$ при значениях фазовых скоростей $c < c_{01}$.

2. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для оценки влияния неоднородности слоя на распространение волн было проведено сравнение со случаем гидроупругой системы, в которой упругий слой является однородным. Значения параметров соответствующего однородного слоя принимались равными $E/K_i = 36$, ($i=1, 2$), $\nu = 0.3$, $\rho_1/\rho = 0.09$, $\rho_2/\rho = 0.18$, что соответствует системе “вода – сталь – бензин”. Функция неоднородности $\lambda(x_3)$ задавалась двумя различными способами так, чтобы наибольшее значение коэффициента объемного расширения $\lambda(x_3)$ неоднородной упругой среды отличалось от его значения в однородной упругой среде $\lambda_{одн}$ не более, чем на 10 %:

$$\lambda_k(x_3) = \lambda_{одн} (1 + \alpha_k \cos(\pi x_3)), \quad (11)$$

Здесь $|x_3| \leq 0.5$, а величина α_k может принимать положительные или отрицательные значения: $\alpha_k = +0.1 - 0.1$ ($k=1, 2$). В дальнейшем будем называть неоднородность $\lambda_1(x_3) \geq \lambda_{одн}$ выпуклой, а $\lambda_2(x_3) \leq \lambda_{одн}$ – вогнутой. Заметим, что при максимальном отклонении неоднородности (в середине слоя) $\lambda_k(x_3) = 0.1\lambda_{одн}$ максимальное отклонение коэффициента Пуассона $\nu(x_3) = \lambda(x_3)/(2\lambda(x_3) + 2G)$ составляет 3 % от однородного, а модуля Юнга $E(x_3) = 2G(1 + \nu(x_3)) - 2$ % от однородного.

Функция $c_e^2 = f(x_3)$ в соответствии с выражением (10) и с учетом соотношения (11) разлагается в ряд по x_3 , коэффициенты которого входят в общие рекуррентные соотношения, полученные в результате реализации метода степенных рядов [17].

Численный анализ дисперсионных уравнений показал, что поведение дисперсионных кривых для неоднородного слоя находится в качественном соответствии со случаем однородного слоя. Поэтому

вкратце напомним результаты для случая однородного слоя. При равных плотностях жидкостей дисперсионное уравнение распадается на два независимых, соответствующих антисимметричным и симметричным колебаниям. В то же время при различных плотностях жидких сред дисперсионное уравнение не распадается на два независимых, но также имеет два различных корня, соответствующих квазиантисимметричным и квазисимметричным колебаниям при действительных ω и k . Необходимо отметить, что волновые моды, соответствующие квазисимметричным и квазиантисимметричным колебаниям, не являются четными и нечетными функциями поперечной координаты x_3 . Это – следствие математически обоснованной невозможности расщепления такой задачи гидроупругости на отдельно рассматриваемые задачи симметричного и антисимметричного состояний.

В случае различных жидкостей показано, что при $c_{02} < c_{01} < c_s < c_e$ не существует гармонических волн вида (9), которые бы имели фазовую скорость, лежащую между скоростями распространения волн Стоунли c_1^{St} и c_2^{St} на поверхностях контакта жидких сред Ω_1, Ω_2 и упругой среды Ω , т.е. в интервале $c_2^{St} < c < c_1^{St}$.

Рассматриваемые в настоящей статье случаи неоднородности допускают также симметричные и антисимметричные колебания при одинаковых свойствах жидких сред. Результаты показывают, что выпуклая неоднородность λ_1 , возрастающая при приближении к середине слоя и имеющая там наибольшее значение, увеличивает фазовые скорости, а вогнутая неоднородность λ_2 , имеющая в середине слоя минимум, уменьшает фазовые скорости.

Для жидкостей с различными плотностями дисперсионное уравнение не распадается на два независимых, однако также имеет два различных корня, которые удовлетворяют условию $c < c_{01}$ и соответствуют квазиантисимметричным и квазисимметричным колебаниям. Влияние характера выпуклой неоднородности λ_1 или вогнутой неоднородности λ_2 проявляется, соответственно, в увеличении и уменьшении фазовых скоростей. Так же, как и в случае однородного слоя, полный анализ дисперсионного уравнения в случае различных жидкостей показал, что при $c_{02} < c_{01} < c_s < c_e$ не существует гармонических волн вида (9), которые бы имели фазовую скорость в интервале $c_2^{St} < c < c_1^{St}$.

На рис. 2 представлены волновые моды в упругом слое для продольного перемещения u_1 , поперечного перемещения u_3 , касательных напряжений σ_{13} и нормальных напряжений σ_{33} при значе-

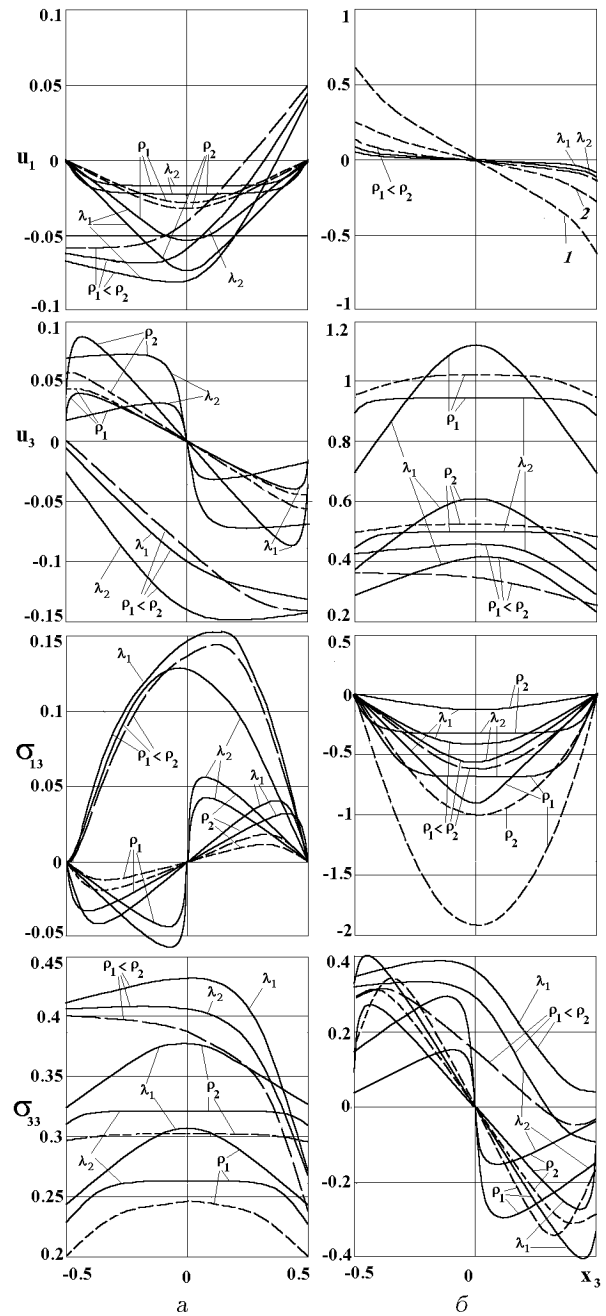


Рис. 2. Волновые моды в упругом неоднородном и однородном слое, контактирующем с различными или одинаковыми жидкими средами:

а – симметричные и квазисимметричные колебания,
б – антисимметричные и квазиантисимметричные колебания

нии длины волны $l=2.5$. Симметричные и квазисимметричные моды изображены на рис. 2, а, антисимметричные и квазиантисимметричные – на рис. 2, б.

В случае одинаковых жидкостей влияние вогнутой неоднородности λ_2 вызывает смещение к се-

Табл. 1. Экстремальные значения волновых мод симметричных колебаний

	$\rho_1 = \rho_2 = 0.09$		$\rho_1 = \rho_2 = 0.18$	
	x_3	u_1^{\max}	x_3	u_1^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	0	0.026	0	0.03
$\lambda_1(x_3)$	0	0.053	0	0.069
$\lambda_2(x_3)$	0	0.015	0	0.02
	x_3	u_3^{\max}	x_3	u_3^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	$\pm 0.48 \mp 0.041$	$\pm 0.48 \mp 0.059$	$\pm 0.48 \mp 0.059$	$\pm 0.48 \mp 0.059$
$\lambda_1(x_3)$	$\pm 0.45 \mp 0.039$	$\pm 0.42 \mp 0.083$	$\pm 0.42 \mp 0.083$	$\pm 0.42 \mp 0.083$
$\lambda_2(x_3)$	$\pm 0.11 \mp 0.028$	$\pm 0.13 \mp 0.072$	$\pm 0.13 \mp 0.072$	$\pm 0.13 \mp 0.072$
	x_3	σ_{13}^{\max}	x_3	σ_{13}^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	$\pm 0.32 \pm 0.015$	$\pm 0.36 \pm 0.02$	$\pm 0.36 \pm 0.02$	$\pm 0.36 \pm 0.02$
$\lambda_1(x_3)$	$\pm 0.35 \pm 0.04$	$\pm 0.40 \pm 0.035$	$\pm 0.40 \pm 0.035$	$\pm 0.40 \pm 0.035$
$\lambda_2(x_3)$	$\pm 0.10 \pm 0.06$	$\pm 0.09 \pm 0.042$	$\pm 0.09 \pm 0.042$	$\pm 0.09 \pm 0.042$
	x_3	σ_{33}^{\max}	x_3	σ_{33}^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	0	0.245	0	0.302
$\lambda_1(x_3)$	0	0.309	0	0.372
$\lambda_2(x_3)$	0	0.264	0	0.326

редине слоя экстремальных значений мод колебаний (например, на рис. 2, а кривые для u_3 и σ_{13} с индексом λ_2 и индексами ρ_1 или ρ_2 , а также на рис. 2, б кривые для σ_{33} с индексом λ_2 и индексами ρ_1 или ρ_2). Как следствие, такие смещения экстремумов к середине слоя приводят к резким изменениям перемещений и напряжений в узкой окрестности плоскости $x_3 = 0$.

Выпуклая неоднородность λ_1 вызывает противоположные явления – экстремальные значения смещаются от середины слоя к поверхностям контакта с жидкими средами $x_3 = \pm 0.5$. При этом резкие изменения характеристик упругого слоя наблюдаются вблизи его границ (например, на рис. 2, а кривые для u_3 и σ_{13} с индексом λ_1 и индексами ρ_1 или ρ_2 , а также на рис. 2, б кривые для σ_{33} с индексом λ_1 и индексами ρ_1 или ρ_2). Величины экстремальных значений волновых мод и соответствующие им координаты x_3 приведены в табл. 1 и 2 для симметричных и антисимметричных колебаний соответственно.

Для антисимметричных волновых мод поперечных перемещений u_3 и касательных напряжений σ_{13} (рис. 2, б) вогнутая неоднородность λ_2 приводит к быстрому возрастанию величин $u_3(x_3)$ и $\sigma_{13}(x_3)$ вблизи границ слоя и почти постоянно их значению в середине слоя (“тупой” экстремум). При выпуклой неоднородности λ_1 наблюдается обратная картина – заострение моды к середине слоя (“острый” экстремум). Аналогично можно описать поведение, характерное для симме-

Табл. 2. Экстремальные значения волновых мод антисимметричных колебаний

	$\rho_1 = \rho_2 = 0.09$		$\rho_1 = \rho_2 = 0.18$	
	x_3	u_1^{\max}	x_3	u_1^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	$\pm 0.50 \mp 0.61$	$\pm 0.50 \mp 0.27$	$\pm 0.50 \mp 0.27$	$\pm 0.50 \mp 0.27$
$\lambda_1(x_3)$	$\pm 0.50 \mp 0.15$	$\pm 0.50 \mp 0.14$	$\pm 0.50 \mp 0.14$	$\pm 0.50 \mp 0.14$
$\lambda_2(x_3)$	$\pm 0.50 \mp 0.13$	$\pm 0.50 \mp 0.12$	$\pm 0.50 \mp 0.12$	$\pm 0.50 \mp 0.12$
	x_3	u_3^{\max}	x_3	u_3^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	0	1.01	0	0.52
$\lambda_1(x_3)$	0	1.12	0	0.61
$\lambda_2(x_3)$	0	0.93	0	0.5
	x_3	σ_{13}^{\max}	x_3	σ_{13}^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	0	-1.9	0	-1.0
$\lambda_1(x_3)$	0	-0.9	0	-0.15
$\lambda_2(x_3)$	0	-0.65	0	-0.35
	x_3	σ_{33}^{\max}	x_3	σ_{33}^{\max}
$\lambda_{\text{одн}}$	$\pm 0.35 \mp 0.34$	$\pm 0.40 \mp 0.3$	$\pm 0.40 \mp 0.3$	$\pm 0.40 \mp 0.3$
$\lambda_1(x_3)$	$\pm 0.42 \mp 0.41$	$\pm 0.43 \mp 0.28$	$\pm 0.43 \mp 0.28$	$\pm 0.43 \mp 0.28$
$\lambda_2(x_3)$	$\pm 0.15 \mp 0.26$	$\pm 0.10 \mp 0.15$	$\pm 0.10 \mp 0.15$	$\pm 0.10 \mp 0.15$

тричных волновых мод продольных перемещений u_1 и нормальных напряжений σ_{33} (см. рис. 2, а).

При различных плотностях жидких сред наблюдается существенное нарушение симметричных или антисимметричных колебаний, которые вырождаются в квазисимметричные и квазиантисимметричные колебания с резкими изменениями характеристик не только в середине или на границах слоя. Так же, как и в случае однородного слоя, при квазисимметричных и квазиантисимметричных колебаниях абсолютные значения на границах контакта упругой и жидкой сред $x_3 = -0.5$ и $x_3 = 0.5$ различны, в то время как при симметричных и антисимметричных – одинаковы. Исключение составляет только зависимость касательного напряжения σ_{13} , значение которого на поверхностях контакта в точности равно нулю согласно граничному условию $\sigma_{13} = 0$. Наиболее характерные величины перемещений и напряжений на поверхностях контакта $x_3 = \pm 0.5$ для неоднородного слоя, контактирующего с различными жидкостями $\rho_1 = 0.09$ и $\rho_2 = 0.18$, приведены в табл. 3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе аналитического решения задачи о распространении волн в неоднородном упругом слое, контактирующем с жидкими полубесконечными средами, проведен численный анализ влияния неоднородностей упругого слоя двух типов (выпуклая, вогнутая), а также жидкостей различ-

Табл. 3. Значения волновых мод квазисимметричных и квазиантисимметричных колебаний на поверхностях контакта упругого слоя с разными жидкими средами

	квазисимметр.		квазиантисим.	
	$u_3(-0.5)$	$u_3(0.5)$	$u_3(-0.5)$	$u_3(0.5)$
$\lambda_{\text{одн}}$	-0.005	-0.145	0.37	0.28
$\lambda_1(x_3)$	-0.010	-0.130	0.29	0.23
$\lambda_2(x_3)$	-0.025	-0.145	0.42	0.30
	$\sigma_{33}(-0.5)$ $\sigma_{33}(0.5)$		$\sigma_{33}(-0.5)$ $\sigma_{33}(0.5)$	
	$\lambda_{\text{одн}}$	0.400	0.241	0.30
$\lambda_1(x_3)$	0.410	0.275	0.35	+0.04
$\lambda_2(x_3)$	0.405	0.270	0.34	-0.08

ной плотности на распространение волн в исследуемой гидроупругой системе.

Показано, что в области низких фазовых скоростей эффекты, обусловленные разностью плотностей жидких сред в случае неоднородного слоя, находятся в качественном соответствии с результатами, полученными для однородного слоя. При этом наблюдаются квазисимметричные и квазиантисимметричные колебания гидроупругой системы. Неоднородность модуля λ первого типа (выпуклая), возрастающего при приближении к середине слоя и имеющего там наибольшее значение, увеличивает фазовые скорости, а неоднородность модуля λ второго типа (вогнутая), которая при $\lambda(x_3)$ имеет в середине слоя минимум, уменьшает фазовые скорости. Установлена невозможность распространения гармонических волн в промежутке между скоростями волн Стоунли, соответствующих рассматриваемым жидкостям.

Анализ мод колебаний показал, что волновые моды компонент перемещения, а также нормальных и касательных напряжений для выпуклой неоднородности имеют резкие изменения в узкой окрестности середины слоя, контактирующего с одинаковыми жидкостями. Для вогнутой неоднородности наблюдается противоположная картина – имеют место резкие изменения вблизи границ слоя.

Наличие жидкостей различной плотности существенно искажает симметричные и антисимметричные колебания, вырождая их в квазисимметричные и квазиантисимметричные, при которых резкие изменения характеристик наблюдаются не только в середине или на границах слоя.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы благодарны академику НАН Украины профессору В. Т. Гринченко за полезные советы и

замечания, высказанные в ходе обсуждения представленных результатов.

1. Авраменко О. В., Селезов И. Т. Распространение волн в упругом слое, помещенном между различными жидкими средами // Акуст. вісн.– 1999.– 2, N 3.– С. 3–10.
2. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова.– Л.: Гидрометеиздат, 1967.– 216 с.
3. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике.– М.: Наука, 1966.– 168 с.
4. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 283 с.
5. Селезов И. Т. Моделирование волновых и дифракционных процессов в сплошных средах.– К.: Наук. думка, 1989.– 204 с.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.– М.: Наука, 1973.– 344 с.
7. Селезов И. Т., Авраменко О. В. Распространение гидроупругих волн в упругом или жидком слое, контактирующем с внешней средой // Гидромеханика.– 1993.– Вып. 68.– С. 15–20.
8. Rochlin S. I., Chimenti D. E., Nayfeh A. H. On the topology of the complex wave spectrum in a fluid-coupled elastic layer // J. Acoust. Soc. Amer.– 1989.– 34, N 1.– P. 90–117.
9. Боршан В. С., Сивкова О. Д. Волны рэлеевского типа на границе раздела однородного твердого полупространства и неоднородного жидкого слоя с экспоненциальным изменением плотности и скорости звука // Акуст. ж.– 1994.– 40, N 1.– С. 139–141.
10. Seemann W., Wauer J. Fluid-structural coupling of vibration bodies in a surrounding confined liquid // Zeitschrift Fur Angewandte Math. Mech. (West Germany).– 1996.– 76, N 2.– P. 67–79.
11. Hawwa M. A., Nayfeh A. H. Flexural wave propagation in a fluid loaded plate with periodically varying rigidity // Trans. ASME. J. Vib. Acoust.– 1997.– 119, N 3.– P. 415–419.
12. Селезов И. Т., Авраменко О. В. Распространение волн в помещенном в жидкость в упругом слое с пустотами // Мат. методи та фіз.-мех. поля.– 1997.– N 1.– С. 90–96.
13. Tang Wenyong, Chen Tiejun Analysis for fluid-structure interaction vibration of laminated composite ship panels // J. Shanghai Jiaotong Univ.– 1997.– 31, N 11.– P. 112–115.
14. Habault D., Filippi P. G. T. Light fluid approximation for sound radiation and diffraction by thin elastic plates // J. Sound. Vib.– 1998.– 213, N 2.– P. 333–374.
15. Yu Soumian, Yang Pihua, Yu Tian Resonance theory of elastic head waves propagating in a solid layer in tight contact with a thick solid base // J. Vib. Control.– 1998.– 4, N 3.– P. 219–236.
16. Zhemin Zhu, Xiaoliang Zhao, Gonghuan Du Theory of acoustic streaming generated by ultrasonic Lamb waves // J. Acoust. Soc. Amer.– 1998.– 104, N 1.– P. 89–90.
17. Авраменко О. В., Селезов И. Т. Распространение волн вдоль упругого неоднородного слоя в жидкости // Изв. РАН. МГТ.– 1996.– N 6.– С. 172–182.
18. Hook J. F. Separation of the vector wave equation of elasticity for certain types of inhomogeneous, isotropic media // J. Acoust. Soc. Amer.– 1961.– 33, N 3.– P. 302–313.