

УДК 534.2+539.3

ВОЗДЕЙСТВИЕ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН НА УПРУГИЕ ПРЕГРАДЫ С КОНСТРУКТИВНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Л. Б. ЛЕРМАН

СКТБ Института механики НАН Украины им. С.П. Тимошенко, Киев

Получено 18.07.99 ◊ Пересмотрено 16.08.99

Решается связанная задача нестационарной акустоупругости для слоистых ограждающих конструкций, жесточенных системой стержневых опор. Рассматриваемая механическая система расчленяется на отдельные элементы, движение которых описывается соответствующими дифференциальными уравнениями. Неизвестные усилия взаимодействия упругих элементов определяются из дополнительных условий совместного деформирования пластины и опор, а поверхностные нагрузки – из условий безотрывного контакта при совместном движении преграды и среды. Указанные условия записываются в виде некоторых систем функциональных уравнений. Представление искомых функций, нагрузок и реакций в виде рядов по векторным функциям, описывающим собственные формы колебаний отдельных элементов системы, включая и объемы газа, позволяет свести функциональные уравнения к бесконечной системе интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра. Решение системы строится численно с использованием метода последовательных приближений, причем на каждом шаге итерационного процесса дополнительно решается система уравнений динамической контактной задачи. Для конкретных значений параметров задачи определены характеристики напряженно-деформированного состояния элементов системы при воздействии слабой ударной волны ступенчатого профиля. Установлено, что влияние окружающей среды проявляется при достижении уже первых экстремумов, причем оказывается более существенным для прогиба и его скорости, чем для деформаций и их скоростей. Найдено, что если в качестве интенсивности статической нагрузки принять скачок давления на фронте волны, максимальный коэффициент динамичности оказывается близким к 4 и зависит от изгибной жесткости пластины.

Розв'язується зв'язана задача нестационарної акустоупругості для шаруватих обгороджувючих конструкцій з системою стержневих опор, які привносять додаткову жорсткість. Розглянута механічна система розчленюється на окремі елементи, рух яких описується відповідними диференціальними рівняннями. Невідомі зусилля взаємодії пружних елементів визначаються з додаткових умов сумісного деформування пластины та опор, а поверхневі навантаження – з умов безвідривного контакту при сумісному русі перешкоди та середовища. Вказані умови записуються у вигляді деяких систем функціональних рівнянь. Представлення шуканих функцій, навантажень і реакцій у вигляді рядів по векторних функціях, що описують власні форми коливань окремих елементів системи, включаючи об'єми газу, дозволяє звести функціональні рівняння до нескінченної системи інтегро-диференціальних рівнянь типу Вольтерра. Розв'язок системи будуватиметься чисельно з використанням методу послідовних наближень, причому на кожному кроці ітераційного процесу додатково розв'язується система рівнянь динамічної контактної задачі. Для конкретних значень параметрів задачі визначені характеристики напружено-деформованого стану елементів системи при впливі слабкої ударної хвилі ступінчастого профіля. Встановлено, що вплив оточуючого середовища проявляється при досягненні вже перших екстремумів, причому він виявляється більш суттєвим для прогину та його швидкості, чим для деформацій та їх швидкостей. Знайдено, що якщо за інтенсивність статичного навантаження прийняти стрибок тиску на фронті хвилі, максимальний коефіцієнт динамічності виявляється близьким до 4 і залежить від згинальної жорсткості пластины.

The boundary problem on non-steady acoustoelasticity for laminated shielding designs, stiffened by a system of beam supports is solved. Considered mechanical system is dismembered on separate units, motions of which are described with appropriate differential equations. The unknown forces of interaction of elastic units are determined from the additional conditions of joint deformation Slices and support. The surface loads are determined from conditions of continuous contact at joint motion of a barrier and media. The indicated conditions are written as the systems of functional equations. Representation of desired functions, loads and responses as the series on vectorial functions circumscribing the eigenmodes of separate components of system including gas volumes allows to reduce the functional equations to infinite system of Volterra's integro-differential equations. Obtained system is solved numerically by sequential iterations, and on everyone step of mentioned procedure the system of equations of a dynamic contact problem is solved. For particular values of the parameters of a problem the characteristics of stress-strained state of system components at effect of stepwise weak shock waves are determined. It was established, that the effect of the medium appears at reaching already the first extremums, and becomes more vivid for deflections and their velocities, than for deformations and their velocities. It was found that as the intensity of a statical load is accepted equal to pressure jump at the front of waves, the maximum dynamic factor appears to be close to 4. The above factor depends on flexural stiffness of the plate.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматриваются оболочечные системы с конструктивными неоднородностями в виде жесточающих систему дополнительных опорных элементов (стержней, пластин или оболочек). Современная тенденция уточнения расчетных схем при рассмотрении приклад-

ных задач механики для систем упругих деформируемых тел связана с возможностью достаточно полного учета взаимодействия как отдельных элементов системы между собой, так и с окружающими их сплошными средами. В этом случае усилия и нагрузки, определяющие деформирование элементов системы, должны задаваться не *a priori*, а определяться непосредственно в процессе реше-

ния задачи. При этом наибольший практический, а также научный интерес вызывают протекающие в таких системах динамические процессы, которые наиболее ярко проявляются при действии импульсных нагрузок в виде волн давления. К настоящему времени в этой области получен ряд фундаментальных результатов, нашедших свое отражение в монографиях [1–8]. Однако, несмотря на то, что динамическое взаимодействие упругих объектов со средой, также как и элементов конструкций между собой рассматривалось многими авторами, нестационарные задачи, в которых оба эти взаимодействия учитываются одновременно, изучены недостаточно. При этом анализ публикаций за последние годы показывает, что основное внимание уделяется случаям гармонических движений [9–11].

Рассмотрение механических систем с конструктивными неоднородностями требует разработки специальных подходов. В данном случае математическая формализация физической задачи приводит к начально-граничным задачам для совокупности, в общем-то, различных систем дифференциальных уравнений в частных производных [1–7, 12–14]. Решения этих задач оказываются дополнительно связанными системами функциональных уравнений [5]. В данной ситуации применение, например, метода конечных элементов [12, 13] требует разработки специальных приемов, основанных на удачном построении сетки в окрестностях неоднородностей. В случае статических задач, несмотря на плохую обусловленность получающихся при этом матриц высокого порядка, все же удается получить достаточно достоверные результаты. Однако при рассмотрении динамических процессов область влияния возмущений, вносимых неоднородностью, заранее неизвестна, и с течением времени ее границы непрерывно изменяются. Метод граничных элементов, в принципе, лишен указанных недостатков, однако его реализация связана с необходимостью построения матриц Грина для сложных дифференциальных операторов теории оболочек и пространственной теории упругости. Применение метода конечных разностей, с успехом используемого при решении задач динамики [1, 2, 12, 14], в данном случае также требует разработки специальных приемов, позволяющих адекватно учесть волновой характер процесса деформирования в окрестностях неоднородностей [13, 14].

В то же время, численно-аналитические методы, основанные на применении преобразования Лапласа по времени с последующим использованием разложений по собственным формам колебаний

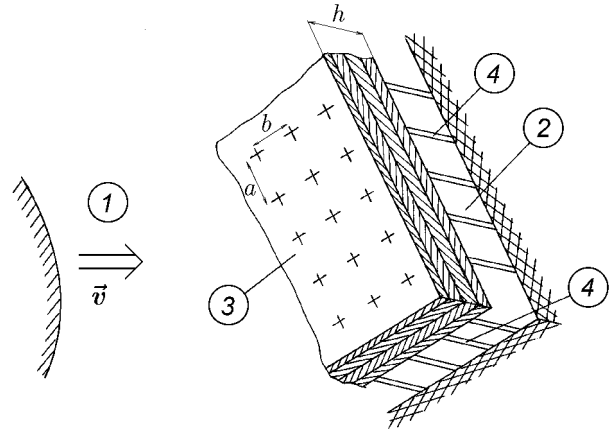


Рис. 1. Расчетная схема задачи:
1, 2 – воздушные среды; 3 – несущая конструкция;
4 – стержневые опоры

в пространстве изображений [2–4, 6, 7, 14], оказываются эффективными в тех случаях, когда удается с помощью теоремы о свертке построить обращение для каждой формы независимо [14]. Наличие неоднородностей приводит к тому, что формы в пространстве изображений оказываются связанными, и восстановление оригиналов в этих случаях становится весьма затруднительным.

Таким образом, разработка эффективных подходов к решению данного класса задач на основе возможных альтернативных методов представляет собой весьма актуальную задачу.

1. ПОСТАНОВКА И ОБЩАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Один из возможных подходов к решению этого класса задач удобно изложить на примере механической системы, схематично показанной на рис. 1 и состоящей из слоистой пластины (пологой оболочки) 3 и конструктивных элементов жесткости в виде стержневых деформируемых опор 4. Система погружена в акустические среды 1, 2, и из среды 1 на систему набегают плоская ударная волна. Рассматриваемая механическая система представляет собой модель ограждающих конструкций специального назначения, используемых для защиты антенных фазированных решеток от воздействий окружающей среды [15].

Для аналогичных систем прохождение звуковых волн рассматривалось, например, в [5, 16], а автором построены решения статической задачи [17–21] и исследованы стационарные коле-

бания [22–24], причем в [19, 23] деформирование упругой преграды рассматривалось в рамках трехмерной теории упругости. Также в работах [25, 26] определены динамические реакции опор и найдено распределение контактных напряжений на протяженной жесткой опоре при импульсных нагрузках. Решение задач акустоупругости для пластин конечных размеров, помещенных в жесткий экран или волновод, получено в [26, 27]. При этом достоверность результатов расчетов подтверждена сравнением с экспериментальными данными при статических нагрузках в [17], а для задачи акустоупругости – в [27, 28]. Таким образом, настоящую работу можно рассматривать как продолжение и определенное обобщение выполненных ранее исследований. Основной ее замысел состоит в синтезе полученных автором решений контактных задач для тонкостенных элементов и задач акустоупругости для гладких оболочек.

При решении задачи используются основные положения постановок, изложенных в [15–29]. Рассматриваемая система расчленяется на отдельные элементы, для описания движения которых привлекаются соответствующие дифференциальные уравнения. Неизвестные усилия взаимодействия упругих элементов определяются из дополнительных условий совместного деформирования пластины и опор [17–26], а поверхностные нагрузки – из условий контакта [2–5, 27, 28] при совместном движении пластины и сред. Указанные условия записываются в виде некоторых систем функциональных уравнений [5].

В разрабатываемых подходах искомые функции, нагрузки и реакции представляются в виде рядов по векторным функциям, описывающим собственные формы колебаний отдельных элементов системы [30, 31], включая и объемы газа (для бесконечных областей ряды заменяются соответствующими интегралами Фурье) [27, 28]. Коэффициенты рядов для упругих элементов записываются в виде интегралов Дюамеля, определяющих решения соответствующих модальных уравнений, которые получаются после разделения переменных в уравнениях движения. Для коэффициентов разложений функций, описывающих движение сред, используются представления решений одномерных уравнений Гельмгольца в виде интегралов или рядов. При этом неизвестные коэффициенты разложений искомых функций попадают под знаки интегралов с временной переменной.

Кинематические условия совместного деформирования элементов системы и безотрывного контакта на границах элементов и сред предста-

вляют собой функциональные уравнения, которые должны удовлетворяться в соответствующих областях контакта. Подстановка упомянутых выше представлений искомых функций в эти уравнения приводит к бесконечным системам интегродифференциальных уравнений (в [6] при решении задачи акустоупругости для пластины Кирхгофа–Лява получена бесконечная система дифференциальных уравнений) относительно неизвестных коэффициентов. После их определения решение задач акустики и динамики сводится к суммированию рядов.

2. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Изложенное выше целесообразно пояснить некоторыми формулами. Для конкретности ограничимся рассмотрением периодической задачи, т.е. предположим, что несущая конструкция ужесточена системой регулярно расположенных опор, причем периоды решетки таковы, что $\max(a, b) \ll l$, где a, b – размеры периодической структуры, l – минимальный размер конструкции в плане. Принятое допущение позволяет пренебречь явлениями дифракции на краях конструкции, считая, что конструкция полностью разделяет полупространства 1 и 2. Дополнительно предполагается, что распространение излученной волны происходит вдоль осей тонких стержневых опор, поэтому их взаимодействие с окружающей средой не учитывается.

Движение упругой преграды описывается уравнениями теории слоистых ортотропных пологих оболочек типа Тимошенко [31], дополненных диссипативными членами с силами сопротивления, пропорциональными скорости

$$Lu + B_\rho \dot{u} = C_\rho \ddot{u} + f, \quad (1)$$

где L – матрица дифференциальных операторов в частных производных, не содержащих временной переменной t ; $u = u(x, y, t)$ – вектор обобщенных перемещений, включающий в себя кроме компонент вектора перемещений срединной поверхности углы поворота нормали или функции сдвига; C_ρ – матрица инерции [32]; B_ρ – матрица демпфирования. Точками обозначено дифференцирование по времени, и оболочка отнесена к ортогональной системе координат x, y , совпадающих с координатами поверхности раздела. Дополнительно предполагается, что матрица инерции пропорциональна матрице демпфирования, т.е. что $B_\rho = \beta C_\rho$, где β – некоторая постоянная. Такое допущение

обеспечивает получение независимых модальных уравнений [30,31].

В соответствии с методом сил в рассмотрение вводятся векторы неизвестных реакций опорных элементов q_j ($j=1, 2, \dots, N$; N – число опор). Эти реакции, зависящие от времени, войдут в правые части уравнения движения (1) в виде распределенных нагрузок и в граничные условия для уравнений движения опорных элементов в виде интегральных усилий и моментов. Тогда вектор нагрузок \mathbf{f} представляется в виде

$$\mathbf{f} = \mathbf{p}^* + \mathbf{p} + \mathbf{q} + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j, \quad (2)$$

где \mathbf{p}^* – давление в падающей волне; \mathbf{p} , \mathbf{q} – давления отраженной и излученной волн. Давления в формуле (2) вычисляются на границах раздела сред.

Вектора давлений содержат одну отличную от нуля составляющую, направленную по нормали к срединной поверхности преграды. Вектор реакций, включающий в общем случае изгибающие моменты и тангенциальные составляющие, строится с помощью замены неизвестных контактных напряжений системой локальных нагрузок [23–26]. Такое допущение при определении реакций позволяет избежать необходимости рассмотрения бесконечных систем, характерных для контактных задач.

Деформирование опорных элементов происходит под действием реакций преграды, и в предположении отсутствия дополнительных нагрузок, действующих на них, описывается системой уравнений движения стержней [3], причем сжатие и изгиб рассматриваются независимо:

$$M_s^{(j)} + B_s^{(j)} \dot{v}_j = C_s^{(j)} \ddot{v}_j, \quad (3)$$

$$(j = 1, 2, \dots, N).$$

Здесь v_j – вектор перемещений и углов поворота нейтральной оси; $M_s^{(j)}$ – матрица дифференциальных операторов в частных производных; $B_s^{(j)}$, $C_s^{(j)}$ – матрицы диссипативных членов и инерции соответственно для j -го стержня.

Функции давлений в акустическом приближении [1–7] являются решениями волновых уравнений

$$c_1^2 \Delta \mathbf{p} = \ddot{\mathbf{p}}, \quad (4)$$

$$c_2^2 \Delta \mathbf{q} = \ddot{\mathbf{q}},$$

где Δ – трехмерный оператор Лапласа; c_1 , c_2 – скорости звука.

Кроме естественных краевых и нулевых начальных условий, искомые функции связаны между собой дополнительными условиями. В областях контакта должны выполняться равенства перемещений и углов поворота конца j -ой опоры и соответствующих компонент вектора перемещений. Последние в силу линейности уравнений движения могут быть представлены в виде суммы перемещений, вызванных отдельными составляющими нагрузок. Тогда кинематические условия совместности могут быть записаны в виде системы уравнений

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{p}^*) + \mathbf{u}_i(\mathbf{p}) + \mathbf{u}_i(\mathbf{q}) + \sum_{j=1}^N \mathbf{u}_i(\mathbf{q}_j) = \mathbf{v}_i(\mathbf{q}_i), \quad (5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N),$$

где через $\mathbf{u}_i(\mathbf{p}^*)$, \dots , $\mathbf{u}_i(\mathbf{q}_j)$ обозначены векторы перемещений, вызванные соответствующей составляющей нагрузки; индекс i означает, что перемещения вычислены в i -ой области контакта.

На границах раздела упругой преграды и сред дополнительно требуется выполнение условий безотрывного контакта, которые переносятся на срединную поверхность пластины [6,7]:

$$(p^* + p)_{,z}|_{z=0} = \rho_1 \ddot{w}, \quad (6)$$

$$q_{,z}|_{z=0} = -\rho_2 \ddot{w},$$

где ρ_1 , ρ_2 – плотности сред; w – нормальная компонента вектора перемещений; z – координата, отсчитываемая в направлении нормали от срединной поверхности; через запятую обозначено дифференцирование по координате. Как и ранее [27,28,30], решения уравнений движения преграды представляются в виде разложений по собственным формам колебаний $\mathbf{U}_n = \mathbf{U}_n(x, y)$ в вакууме

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \sum_n \frac{\mathbf{U}_n}{\kappa_n \|\mathbf{U}_n\|^2} \times$$

$$\times \int_0^t f_n(\tau) \exp[-c_n(t-\tau)] \sin[\kappa_n(t-\tau)] d\tau, \quad (7)$$

где $\kappa_n^2 = \omega_n^2 - c_n^2$; ω_n – собственные частоты колебаний оболочки в вакууме; c_n – коэффициенты потерь [26]; f_n – коэффициенты разложений грузовых членов (2) по собственным формам колебаний.

При построении решений для опорных элементов приходится учитывать, что неизвестные реакции войдут в граничные условия. В этой ситуации достаточно построить частные решения неоднородных задач, после чего искомые перемещения

опор также оказывается возможным представить в виде, аналогичном (7).

Подстановка этих представлений и рядов (7) в условия (5) после перестановки суммирования и интегрирования приводит к системе N векторных уравнений вида

$$D_i \mathbf{q}_i(t) + \sum_{j=1}^N \int_0^t [K_{ij}(t-\tau) + \delta_{ij} L_i(t-\tau)] \times \\ \times \mathbf{q}_j(\tau) d\tau + \sum_{j=1}^N \int_0^t M_j(t-\tau) \ddot{\mathbf{q}}_j(\tau) d\tau = \quad (8) \\ = \mathbf{u}_i(\mathbf{p}^*) + \mathbf{u}_i(\mathbf{p}) + \mathbf{u}_i(\mathbf{q}), \\ (i = 1, 2, \dots, N),$$

где D_i – матрица податливости i -ой опоры; δ_{ij} – символ Кронекера. Ядра уравнений $K_{ij}(t)$, $L_i(t)$, $M_j(t)$ – квадратные матрицы, элементы которых представляются в виде сходящихся рядов. Матрицы $L_i(t)$, $M_j(t)$ отражают влияние податливости опорных элементов. За счет введения локальных нагрузок система функциональных уравнений (5) свелась к системе уравнений (7), которая имеет конечный порядок, так как строгое выполнение условий контакта требуется в одной из точек малых областей контакта. При учете всех составляющих реакций размерность матриц будет равна 5×5 . При учете нормальных составляющих и реактивных моментов ее размерность – 3×3 . Если и моменты не учитываются, то второй интеграл пропадает, а $K_{ij}(t)$, $L_i(t)$ – это скалярные функции, выражения для которых приведены в явном виде [26] в случае свободно опертой прямоугольной пластины.

Решения волновых уравнений представляются также в виде рядов по ортогональной системе функций T_k , описывающих плоские колебания объемов газа при условиях периодичности, которые совпадают с краевыми условиями на жестких боковых стенках волновода [27, 28]:

$$\{\mathbf{p}^*; \mathbf{p}; \mathbf{q}\} = \sum_k \{P_k^*(z, t); P_k(z, t); Q_k(z, t)\} T_k.$$

Разделение переменных в волновых уравнениях (4) приводит к одномерным уравнениям Гельмгольца для полупространств $z > 0$ и $z < 0$, решения которых с учетом условий (6) при $z=0$ дают

вторую группу уравнений

$$P_k(t) = c_1 \rho_1 \int_0^t \ddot{W}_k(\tau) J_0 [c_1 \gamma_k (t - \tau)] d\tau + \\ + c_1 \int_0^t P_k^*(z, \tau) |_{z=0} J_0 [c_1 \gamma_k (t - \tau)] d\tau, \quad (9)$$

$$Q_k = -c_2 \rho_2 \sum_s \int_0^t \ddot{W}_k(\tau) J_0 c_2 [\gamma_k (t - \tau)] d\tau, \quad (10) \\ (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя; $P_k(t)$, $W_k(t)$ – коэффициенты разложений давлений и прогибов в срединной поверхности Γ по системе ортогональных функций T_k ; γ_k – константа разделения в волновых уравнениях.

Из формулы (7) следует уравнение, связывающее коэффициенты разложений прогиба с коэффициентами разложений давлений:

$$w_n(t) = \frac{1}{\kappa_n \|U_n\|^2} \times \\ \times \int_0^t \left[p_n^*(\tau) + p_n(\tau) - q_n(\tau) - \sum_{j=1}^N q_{jn}(\tau) \right] \times \\ \times e^{-c_n(t-\tau)} \sin [\kappa_n(t-\tau)] d\tau. \quad (11)$$

Таким образом, для определения неизвестных реакций $q_j(t)$ и коэффициентов разложения исходных функций получена бесконечная система интегро-дифференциальных уравнений (8)–(11). Ее решение позволяет определить коэффициенты и реакции, после чего характеристики напряженно-деформированного состояния и акустических полей находятся обычными методами. В соответствии с выбранным представлением решений правая часть системы (8) записывается в виде рядов, поэтому неизвестные коэффициенты оказываются связанными, причем в уравнения (9), (10) и (8), (11) войдут коэффициенты разложений по различным системам ортогональных функций. Связь между коэффициентами устанавливается непосредственным сравнением соответствующих разложений, имеющих место в области Γ [28]. Не умаляя общности, рассматриваемые системы функций можно считать нормированными, тогда

$$W_k(t) = \sum_n a_{kn} w_n(t), \\ \{p_n(t), q_n(t)\} = \sum_k a_{kn} \{P_k(t), Q_k(t)\}, \quad (12)$$

где коэффициенты связи определяются интегралами

$$a_{kn} = \int_{\Gamma} U_n(x, y) T_k(x, y) d\Gamma. \quad (13)$$

Принципиальная возможность сведения исходной системы к системе уравнений типа Вольтерра II-го рода гарантирует существование и единственность решения для любого числа удержанных членов разложений. Квазирегулярность системы доказывается так же, как это сделано в [28].

Практическое решение системы (8)–(11) после усечения рядов строится методом последовательных приближений с использованием алгоритмов, разработанных ранее для решения систем уравнений контактной задачи [25, 26] и задачи акустоупругости [27, 28]. Отличие системы (8)–(11) от систем, рассмотренных в [25, 26], состоит в присутствии коэффициентов разложения реакций в уравнениях (11), которые отражают влияние неоднородностей. Поэтому схемы, реализованные ранее для задачи акустоупругости в случае гладкой оболочки, дополняются на каждом шаге итерационного процесса решением системы (8). Особенности построения устойчивых вычислительных алгоритмов этих систем обсуждались в [25, 26]. При этом достаточной точности удается достичь, ограничиваясь простейшими из известных квадратурных формул и конечных разностей, используемых при решении интегральных уравнений [33], а сходимость итерационного процесса существенно ускорить за счет применения на очередных шагах средних арифметических предыдущих приближений.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве иллюстрации ниже приводятся некоторые результаты решения задачи для периодической структуры с квадратной ячейкой. Конструкция моделируется тонкой, трансверсально изотропной квадратной пластиной с длиной стороны $a=b$ и толщиной h с центральной жесткой опорой, помещенной в волновод прямоугольного сечения с жесткими стенками. Предполагается, что система подвержена воздействию плоской ударной волны ступенчатого профиля $p^* = p_0 H(t)$, где $H(t)$ – функция Хевисайда; p_0 – скачок давления на фронте волны. Принято, что акустические среды – это воздух, а края пластины шарнирно оперты. Приводимые результаты расчетов соответствуют следующим значениям параме-

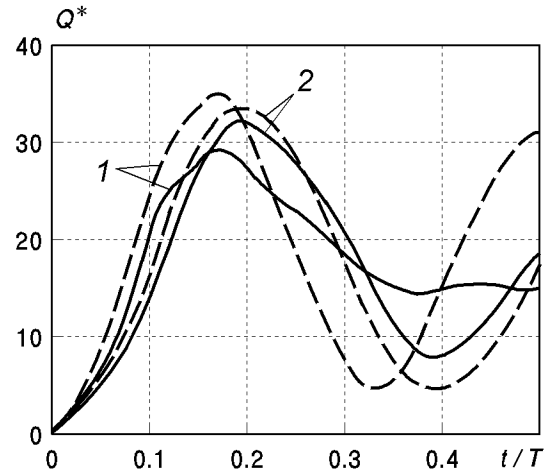


Рис. 2. Изменение динамических реакций опор $Q^* = Q/(p_0 a^2) \times 10^6$ во времени для пластин различной толщины:

сплошные – с учетом взаимодействия с акустическими средами;
штриховые – без учета взаимодействия с акустическими средами;
1 – $h/a = 0.005$; 2 – $h/a = 0.01$

тров задачи: модуль сдвига в плоскости пластины $G_{12} = 0.1E$; модуль поперечных сдвигов $G = E/600$ при значениях коэффициента Пуассона $\nu = 0.3$, модуля упругости пластины $E = 18$ ГПа, длине стороны $a = 0.1$ м, плотности материала 1600 кг/м³ и плотности воздуха 1.3 кг/м³.

Графики, представленные на рис. 2, получены для двух значений относительной толщины пластины $h/a = 0.005$ и $h/a = 0.01$. Остальные результаты соответствуют пластинке с относительной толщиной $h/a = 0.005$. На рис. 2 показано изменение безразмерных динамических реакций опор $Q^* = Q/(p_0 a^2) \times 10^6$ во времени. Аналогичные зависимости, полученные в зоне возникновения наибольшего прогиба ($x = y = a/4$) для скоростей прогиба и деформаций, представлены на рис. 3, а для прогиба и безразмерного изгибающего момента $M^* = M/(p_0 a^2) \times 10^2$ – на рис. 4. Распределение прогиба и безразмерного изгибающего момента в среднем сечении пластины в фиксированные моменты времени показано на рис. 5, 6. Прогиб, скорости прогиба и скорости деформаций представлены в размерном виде с использованием масштабных множителей, указанных в подрисуночных подписях. При этом штриховые кривые соответствуют решению задачи в нулевом приближении, т.е. без учета влияния окружающих сред. В качестве единицы времени принят первый период T из спектра собственных частот колебаний пластины в вакууме. Некоторые кривые, показан-

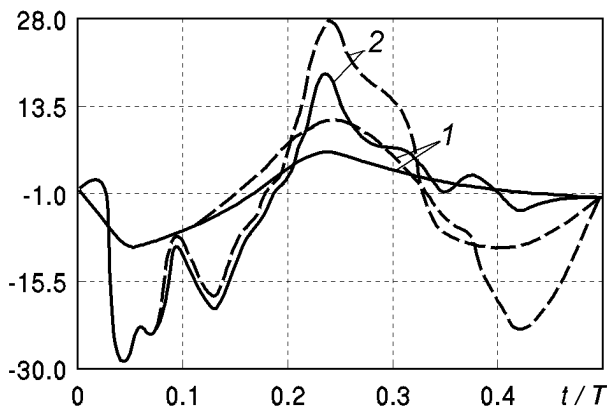


Рис. 3. Временные зависимости скоростей прогиба и деформаций в зоне наибольшего прогиба ($x=y=a/4$):

сплошные – с учетом взаимодействия с акустическими средами;
штриховые – без учета взаимодействия с акустическими средами;
1 – $\dot{w} \times 10^4$, м/с; 2 – $\dot{\epsilon}_x \times 10$, 1/с

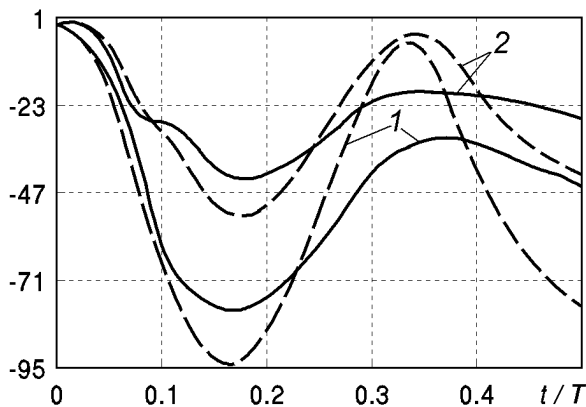


Рис. 4. Временные зависимости прогиба и изгибающего момента в зоне наибольшего прогиба ($x=y=a/4$):

сплошные – с учетом взаимодействия с акустическими средами;
штриховые – без учета взаимодействия с акустическими средами;
1 – $w \times 10^8$, м; 2 – $M_x^* = M_x \times 10^2 / (p_0 a^2)$

ные на рис. 6, на отдельных участках практически совпадают.

Из представленных результатов, в частности, следует, что изменение всех величин во времени имеет характер затухающих колебаний с частотой, близкой к собственным частотам колебаний всей системы в целом. В самый начальный период взаимодействия влияние окружающей среды практически не сказывается, однако оно проявляется при достижении уже первых экстремумов, причем оказывается более существенным для прогиба и

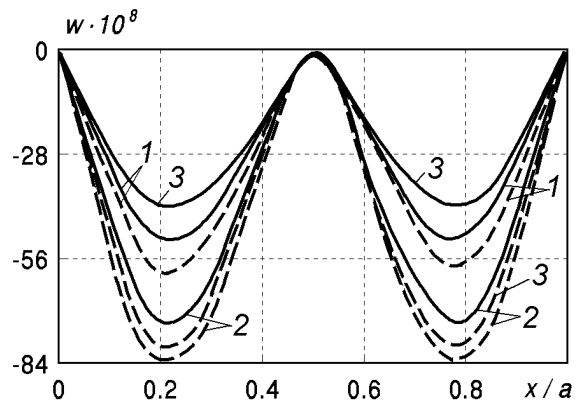


Рис. 5. Распределение прогиба (м) в среднем сечении пластины в различные моменты времени:

1 – $t/T=0.1$; 2 – $t/T=0.2$; 3 – $t/T=0.3$

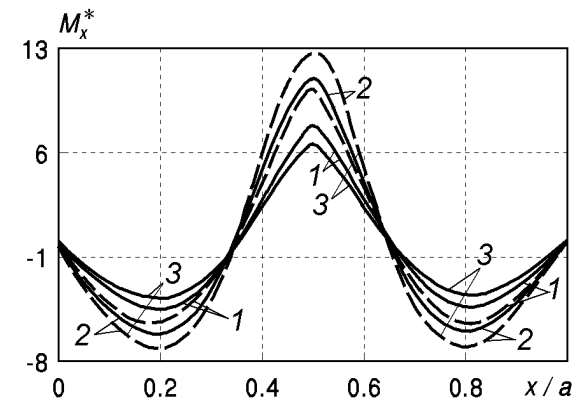


Рис. 6. Распределение изгибающего момента $M_x^* = M_x \times 10^2 / (p_0 a^2)$ в среднем сечении пластины в различные моменты времени:

1 – $t/T=0.1$; 2 – $t/T=0.2$; 3 – $t/T=0.3$

его скорости, чем для деформаций и их скоростей; для более тонкой пластины влияние окружающей среды более заметно. Вместе с тем динамическое напряженно-деформированное состояние, как это следует из сравнения с результатами, приведенными в [17, 18], качественно повторяют статическое, причем в различные моменты времени коэффициент динамичности принимает различное значение. Расчеты показывают, что максимальный коэффициент динамичности оказывается близким к 4, если в качестве интенсивности статической нагрузки принять скачок давления на фронте волны, и зависит от изгибной жесткости пластины.

Таким образом, при рассмотрении переходного процесса на достаточно больших интервалах времени для адекватного учета влияния окружающей среды на нестационарное движение системы необ-

ходимо рассматривать связанную задачу акустоупругости. В принципе, влияние окружающей среды может быть учтено за счет введения ненулевых коэффициентов в матрицу демпфирования, однако эти коэффициенты, как показывают расчеты, оказываются различными для различных систем. Кроме того, при определении экстремальных значений достаточно ограничиваться нулевым приближением, которое оказывается тем точнее, чем жестче стенка. При этом для их количественной оценки возможно использование значительно более простого статического решения задачи с учетом коэффициента динамичности, который может быть принят равным 4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение уместно отметить, что реализованные в работе алгоритмы решения нестационарных задач акустоупругости для оболочек с конструктивными неоднородностями имеют достаточно общий характер. Приведенные примеры расчета подтверждают их эффективность, поэтому они могут быть использованы для рационального проектирования конкретных конструкций. В данной статье основное внимание уделено изложению особенностей разрабатываемых алгоритмов и определению характеристик динамического напряженно-деформированного состояния несущей конструкции. Вместе с тем, достаточно очевидно, что применение операции свертки позволяет из построенных решений получать результаты для импульсов давления произвольного вида. Это дает возможность исследовать фильтрующие свойства рассматриваемых систем и оценить влияния неоднородностей на эти свойства.

1. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа: задачи аэроупругости. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
2. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. – Л.: Судостроение, 1974. – 208 с.
3. Голоскоков Е. Г., Филиппов А. П. Нестационарные колебания деформируемых систем. – К.: Наук. думка, 1982. – 336 с.
4. Гузь А. Н., Кубенко В. Д. Теория нестационарной аэрогидроупругости оболочек / Методы расчета оболочек в 5 томах. Т. 5. – К.: Наук. думка, 1982. – 400 с.
5. Гринченко В. Т., Вовк И. В. Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках. – К.: Наук. думка, 1986. – 240 с.
6. Динамика тел, взаимодействующих со средой / Гузь А. Н., Маркуш Ш., Пуст Л. и др. Ред. А. Н. Гузя. – К.: Наук. думка, 1991. – 392 с.
7. Слепян Л. И. Нестационарные упругие волны. – Л.: Судостроение, 1972. – 376 с.
8. Junger M. G., Feit D. Sound, structure, and their interaction. – MIT Press: Cambridge, 1986. – 448 p.
9. Loftman R. C., Bliss D. B. Analytical/numerical matching for efficient calculation of scattering from cylindrical shells with lengthwise constraints // J. Acoust. Soc. Amer. – 1998. – **103**, N 4. – P. 1885–1896.
10. Cuschieri J. M., Feit D. Full numerical solution for the far-field and near-field scattering from a fluid-loaded elastic plate with distributed mass or stiffness inhomogeneity // J. Acoust. Soc. Amer. – 1998. – **104**, N 2, Pt. 1. – P. 915–925.
11. Cunefare K. A., De Rosa S. An improved state-space method for coupled fluid-structure interaction analysis // J. Acoust. Soc. Amer. – 1999. – **105**, N 1. – P. 206–207.
12. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
13. Богданов С. Ю., Луговой П. З., Мейш В. Ф., Шульга Н. А. О численном решении динамических задач нелинейной теории подкрепленных оболочек // Прикл. мех. – 1996. – **32**, N 7. – С. 46–51.
14. Луговой Л. З. Динамика оболочечных конструкций при импульсных нагрузках (обзор) // Прикл. мех. – 1990. – **26**, N 8. – С. 3–19.
15. Lerman L. B. Strength calculations of radio-transparence covers and radoms with constructive heterogeneities // Proc. of the 2-nd Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques. – Kyiv, Ukraine: NTUU “KPI”, 1997. – P. 236–237.
16. Шендеров Е. Л. Прохождение звуковой волны сквозь тонкую пластину с промежуточными опорами // Акуст. ж. – 1963. – **9**, 3. – С. 359–367.
17. Лерман Л. Б. Напряженно-деформированное состояние многоопорных слоистых покрытий. – Ред. ж. “Прикл. мех.”, НАН Украины, Киев. – 1989. – 22 с. / Деп. в ВИНТИ 06.02.89, N 762-B89.
18. Лерман Л. Б. Напряженно-деформированное состояние оболочек с промежуточными упругими опорными элементами // Прикл. мех. – 1990. – **26**, N 5. – С. 48–54.
19. Лерман Л. Б. Трехмерный анализ деформирования слоистых полгих покрытий, усиленных регулируемой системой стержневых опор. – Ред. ж. “Прикл. мех.”, НАН Украины, Киев. – 1992. – 11 с. / Деп. в ВИНТИ 13.03.92, N 871-B92.
20. Лерман Л. Б. Расчет характеристик деформирования стеклопластиковых параболических оболочек // Прикл. мех. – 1993. – **29**, N 4. – С. 55–60.
21. Лерман Л. Б., Заруцкий В. А. Напряженно-деформированное состояние слоистых тонкостенных конструкций с промежуточными упругими опорами // Технологические проблемы прочности несущих конструкций. Тр. I Всесоюз. конф. Т. 1. Ч. 1. – Запорожье, 1991. – С. 132–137.
22. Лерман Л. Б. Колебания пологих слоистых оболочек с локальными упругими опорами // Прикл. мех. – 1994. – **30**, N 2. – С. 55–60.
23. Лерман Л. Б. Применение уравнений плоской задачи теории упругости к исследованию колебаний протяженных слоистых плит с внутренними линейными опорами // Прикл. мех. – 1994. – **30**, N 6. – С. 66–69.
24. Лерман Л. Б. Колебания круглых в плане пологих оболочек с локальными опорами // Прикл. мех. – 1999. – **35**, N 3. – С. 69–75.

25. Лерман Л. Б. Определение динамических реакций в упругих деформируемых системах с промежуточными опорами при импульсном нагружении // Прикл. мех.– 1995.– 31, N 5.– С. 48–54.
26. Лерман Л. Б. Приближенное определение динамических и статических контактных напряжений на жесткой внутренней опоре // Прикл. мех.– 1996.– 32, N 9.– С. 66–71.
27. Лерман Л. Б. Упругое деформирование пластины в жестком экране и акустическом волноводе при воздействии слабых ударных волн // Прикл. мех.– 1998.– 34, N 5.– С. 104–110.
28. Лерман Л. Б. Прохождение импульсов давления через упругие пластины конечных размеров // Акуст. вісн.– 1998.– 1, N 4.– С. 47–54.
29. Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Паламарчук В. Г. Динамика ребристых оболочек.– К.: Наук. думка, 1983.– 204 с.
30. Лерман Л. Б. О применении разложений по собственным формам колебаний к решению задач динамики оболочек с локальными деформируемыми опорами // Тр. Международ. науч. конф. “Современные проблемы концентрации напряжений”.– Донецк, 1998.– С. 145–150.
31. Zarutsky V. A., Lerman L. B. The realization of modal superposition method in shell dynamic problems with constructive heterogeneities // Zeszyty naukowe politechniki rzeszowskiej. Folia scientiarum universitatis technicae resoviensis.– 1999.– Nr 174, Mechanica, z. 52. Problemy dynamiki konstrukcji.– S. 127–132.
32. Свободные колебания элементов оболочечных конструкций / Григоренко Я. М., Беспалова Е. И., Китайгородский А. Б., Шинкарь А. И.– К.: Наук. думка, 1986.– 172 с.
33. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы.– К.: Наук. думка, 1986.– 543 с.