

# МОДАЛЬНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ СОНОТРОДОВ ДЛЯ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ

И. К. СЕНЧЕНКОВ

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Получено 8.09.98

Показано, что широкий класс сонотродов (волноводов-инструментов, концентраторов), используемых в технологических установках для ультразвуковой обработки материалов, допускает систематизацию по модальному признаку. Типы реализуемых в них движений могут быть соотнесены с характерными участками ветвей частотных спектров прямоугольника и сплошного конечного цилиндра. По расположению этих участков в спектре типы сонотродов определяются как низко- или высокочастотные. Особенности структуры резонансной моды позволяют выделить три типа элементов – одномодовые, конвертеры и многоступенчатые. Предложена соответствующая маркировка сонотродов. Рассмотрены основные этапы и математический аппарат их проектирования.

## ВВЕДЕНИЕ

Ультразвуковые колебания широко используются в технике, технологии, медицине и т. п. Ультразвук, применяемый во многих технологиях, характеризуется низкой частотой и высокой мощностью [1, 2]. Схема возбуждения механических колебаний в типичных технологических установках показана на рис. 1. Генератор (1) преобразует электрические колебания стандартной частоты в высокочастотные (20–60 кГц). Преобразователь (2), содержащий пьезоактивные компоненты, трансформирует эти электрические колебания в механические. Бустер (3) и сонотрод (4) являются пассивными резонансными элементами системы и служат для передачи волновой энергии от преобразователя к объекту технологии (5). Одновременно они выполняют функции усиления амплитуды колебаний и согласования подсистемы генератор – преобразователь с нагрузкой [1].

В оборудовании для ультразвуковой сварки (УЗС) [3] бустеры являются достаточно универсальными элементами. Они имеют форму полу-волновых ступенчатых концентраторов. Серийные установки для прессовой УЗС обычно комплектуются набором бустеров с различными коэффициентами трансформации перемещений.

Конфигурации сонотродов, напротив, определяются формой сварных швов в конкретных деталях. Поэтому они отличаются многообразием, обусловленным обширной номенклатурой свариваемых изделий. Каждое новое изделие, как правило, требует разработки нового сонотрода.

К этим элементам предъявляются два основных требования. Во-первых, они должны иметь резонанс на определенной частоте. Во-вторых, в зависимости от способа ввода колебаний в изде-

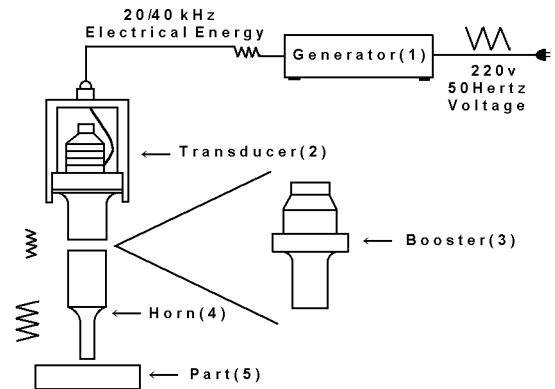


Рис. 1. Схема акустической системы для обработки материалов

лие резонансная мода движения должна характеризоваться однородным распределением нормальной или касательной составляющей перемещений на рабочей поверхности. К дополнительным требованиям относятся заданный коэффициент усиления перемещений, циклическая прочность, отстройка от паразитных частот, низкий уровень виброразогрева и т. п.

Задача проектирования состоит в том, чтобы по заданной форме сварного шва определить конфигурацию сонотрода, обеспечивающую выполнение указанных требований. Решение этой задачи существенно облегчается при наличии достаточно представительной и систематизированной базы эталонных конфигураций, обладающих заданными частотно-модальными характеристиками. Формированию системы базовых configura-

ций соноотродов, а также их классификации и посвящена данная статья.

Анализ источников [1, 3, 4] показывает, что многообразие пассивных резонансных элементов акустических систем технологического назначения можно сгруппировать в несколько классов. Принадлежность элементов к каждому классу определяется возможностью интерпретации реализуемых в них движений с помощью определенных участков кривых резонансного спектра некоторого тела конечных размеров [5]. Оказывается, что достаточно полный набор движений можно сформировать на основе спектров симметричных и несимметричных мод колебаний прямоугольника и кругового цилиндра.

Позитивный эффект классификации соноотродов обуславливается двумя обстоятельствами. Во-первых, хорошо изученные и систематизированные типы движений в прямоугольнике и цилиндре помогают понять характер движения в элементах и наметить пути их частотно-модального контроля. Во-вторых, содержащаяся в спектрах информация позволяет привлечь к практическому использованию некоторые обладающие полезными свойствами моды колебаний.

Естественно, что классификация соноотродов по модальному признаку не предполагает реализацию в конкретном элементе той или иной моды в чистом виде. Имеется в виду, что такая мода составляет лишь основу движения.

## 1. КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛАСТИНЧАТЫХ СОНОТРОДОВ

Для пластинчатых соноотродов (рис. 2) предполагается, что характерный толщинный размер (в направлении оси  $Oz$ ) существенно меньше размеров в плане и одновременно меньше характерной длины волны  $\lambda$ . Поскольку на ранних этапах развития УЗ техники акустические системы синтезировались из стержневых элементов, то в качестве  $\lambda$  принято использовать длину продольной волны в тонком стержне для некоторой частоты  $f$ :  $\lambda = f^{-1}(E/\rho)^{1/2}$ , где  $E$  и  $\rho$  – соответственно модуль Юнга и плотность материала.

Задача проектирования соноотрода конкретизируется следующим образом: по заданным значениям длины излучающей кромки  $S_1$  (длина сварного шва), резонансной частоты  $f_r$ , коэффициента усиления  $k_i$  нормальных перемещений от некоторой точки А на  $S_2$  к точке В на  $S_1$  и коэффициента однородности  $k_h$

$$k_i = |u_y(B)/u_y(A)|, \quad k_h = \min_{S_1} u_y / \max_{S_1} u_y \quad (1)$$

определить оставшиеся геометрические параметры.

Рассмотрим основные типы пластинчатых соноотродов и методы их модального контроля. Элементы в форме односвязных пластин переменного сечения (рис. 2, б, в) при  $2a \leq \lambda/3$  и при  $2a \cong \lambda/3$  обеспечивают квазипоршневое с однородностью  $k_h \geq 0.8$  и усилением  $k_i \cong h_{\max}/h_{\min}$  перемещение рабочей кромки  $S_1$ . Коэффициент  $k_h$  быстро уменьшается при  $2a \leq \lambda/3$ , а при  $2a \cong \lambda/2$  появляются две узловые точки распределения  $u_y$  на кромке  $S_1$ . Однако боковые выемки, показанные штриховыми линиями на рис. 2, б, позволяют повысить степень однородности до  $k_h \cong 0.95$  для  $\lambda/3 \leq 2a \leq \lambda/2$  при незначительном (менее 3–4%) изменении резонансной частоты. Возможности указанного метода быстро исчерпываются при дальнейшем увеличении ширины. В более протяженных ( $2a > \lambda/2$ ) элементах планарные моды колебаний с квазипоршневым распределением  $u_y$  на  $S_1$  формируются с помощью ряда узких щелей (рис. 2, г), перпендикулярных излучающей кромке [4, 6]. Этим достигается декомпозиция продольных и поперечных планарных движений и искомая мода формируется из синфазных продольных (обычно полуволновых) мод ансамбля межщелевых сегментов шириной  $W$ ,  $W \leq \lambda/3$ , т.е. по существу является мультипродольной. Такие формы имеют достаточно высокий для технологических приложений уровень однородности распределения перемещений  $u_y$  на  $S_1$ . Влияние параметров  $W$ ,  $S$ ,  $T$  и  $\delta$  на модальные характеристики является достаточно сложным. Результаты численного и экспериментального исследований позволили установить, что для каждой конфигурации пластины существуют оптимальные значения указанных параметров, которые максимизируют коэффициент  $k_h$ . Эти значения изменяются в следующих пределах:  $W \cong \lambda/5 \div \lambda/4$ ,  $S \cong \lambda/24$ ,  $T \cong \lambda/12 \div \lambda/9$ . Для пластин длиной  $\lambda/2 < 2a < 3\lambda/2$  однородность распределения перемещений может быть повышена с помощью боковых выемок ( $\delta > 0$ ) или выступов ( $\delta < 0$ ). Описанные выше методы при  $2a > 3\lambda/2$  оказываются недостаточными. Повысить значение  $k_h$  позволяет метод дополнительных малых колебательных систем (ДМКС) [6]. Сущность метода состоит в присоединении к верхней (нерабочей) кромке соноотрода малых колебательных систем, например стержней, которые повышают однородность распределения  $u_y$  на рабочей кромке  $S_1$ . Обычно длина стержня изменяется в пределах  $\lambda/4 < h_s < \lambda/2$ . Параметры и расположение стержней являются предметом задачи оптимизации по критерию максимума  $k_h$  [7].

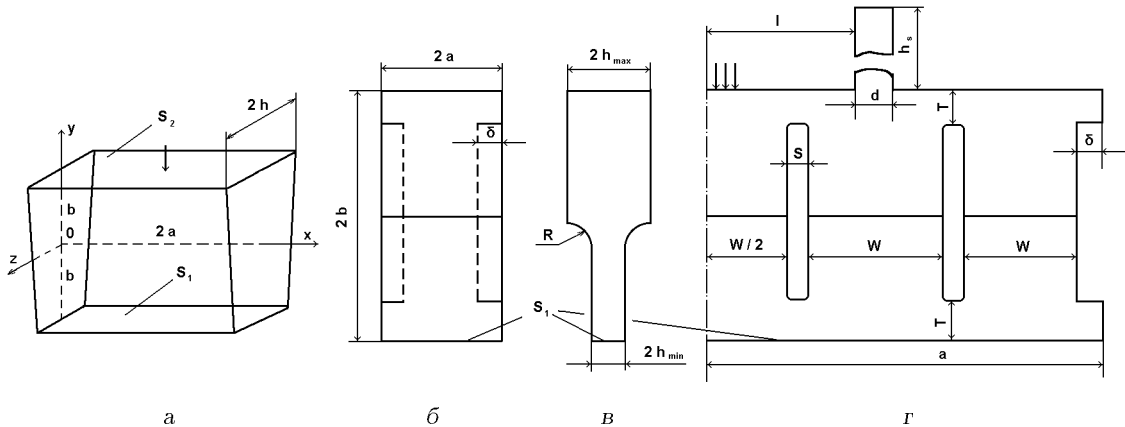


Рис. 2. Формы сплошных и щелевых пластинчатых соноотродов

Вместе с тем, возможности щелевых волноводов ограничены. Во-первых, при  $2a > 2\lambda$  техник ДМКС становится очень сложной как в методическом, так и вычислительном аспектах. Во-вторых, щели понижают изгибную жесткость элемента, что существенно уплотняет спектр паразитных планарных изгибных мод в окрестности частоты мультипродольной (рабочей) моды. В-третьих, наличие щелей вызывает концентрации напряжений и является основной причиной усталостного разрушения таких элементов.

Принципиально новый класс протяженных соноотродов предложен в работе [8]. В этих элементах резонансное движение с квазипоршневым перемещением на их длинных сторонах формируется на основе симметричной моды толщинного резонанса бесконечного слоя. Как и в случае щелевых элементов установлена возможность существенного повышения однородности перемещения на длинных краях методом ДМКС. Конкретизация геометрии соноотрода может рассматриваться как задача оптимального многокритериального проектирования. Развитию этого направления посвящены работы [9, 10].

Типы колебаний в рассмотренных соноотродах могут быть соотнесены с модами колебаний, отвечающими определенным участкам ветвей резонансного спектра симметричных колебаний прямоугольника  $|x| \leq a$ ,  $|y| \leq b$  в условиях плоского напряженного состояния. Такой спектр для коэффициента Пуассона  $\nu = 0.34$  приведен на рис. 3. Здесь  $\Omega$  – безразмерная частота,  $\Omega = 2\omega b / (\pi C_2)$ ;  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $C_2$  – скорость сдвиговой волны,  $C_2 = \sqrt{G/\rho}$ ;  $G$  – модуль сдвига;  $c = a/b$ .

В рассматриваемой частотной области можно выделить четыре характерные частоты. Частота

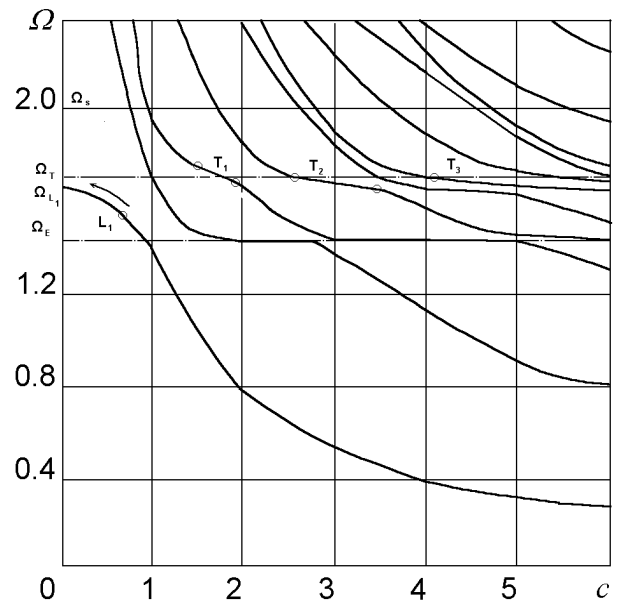


Рис. 3. Характерные участки ветвей частотного спектра симметричных мод

та  $\Omega_{L1} = \sqrt{2(1 + \nu)} \cong 1.63$ , отвечает полуволновому резонансу стержня. Анализ показывает, что распределения резонансных перемещений и напряжений в полуволновых и волновых пластинчатых соноотродах (рис. 2, б, в) идентичны модам на участках  $L_1$  и  $L_2$  первых двух ветвей спектра прямоугольника. Эти же участки кривых являются основой формирования мультипродольных мод в пластинчатых и кубообразных щелевых соноотродах. Частота  $\Omega_E \cong 1.43$  серии нижних плато отвечает краевой моде, характеризующейся локализацией кинематических и динамических

Табл. 1. Типы пластинчатых соноотродов

	$L_k$	
L	$pmL_k^{(\alpha)}$	
	$pmL_k^{(\alpha)(\beta)}$	
T	$T_k^{(\alpha)}$	
B	$pB_k$	

ческих параметров в окрестности угловых точек [5]. Краевые моды в пластинчатых соноотродах пока не нашли применения. Четвертая частота  $\Omega_T = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)} \cong 1.73$  – это частота второй серии плато  $T_1, T_2, \dots$ , вдоль которых реализуется квазитолщинная мода колебаний. Характерные особенности этой моды позволяют создать соноотроды большой протяженности с безузловым распределением нормальных перемещений на рабочей поверхности. Так, центру плато  $T_1$  отвечает значение  $c=1.5$ ,  $T_2 - c=2.7$ , а  $T_3 - c=4.0$ . Для плато  $T_3$ , например,  $2a \geq 2\lambda$ . Однако с увеличением номера плато спектр сгущается, что усложняет отстройку от лежащих рядом толщино-сдвиговых и изгибных мод. Наиболее привлекательным с этой точки зрения выглядит второе плато ( $T_2$ ).

Элементы на изгибных модах используются для тангенциального ввода колебаний в нагрузку в случае неэффективности нормального ввода, например, при УЗС металлов или тонких пленок [11]. Их размеры обычно удовлетворяют условиям  $(2h, 2a) \ll l_{r1}$ ,  $k=1, 2$  где  $l_{rk}$  – резонансные на заданной частоте длины балки ( $a/b \ll 1$ ). Следовательно, реализуемые в них резонансные движения могут быть ассоциированы с начальными участками  $B_1, B_2, \dots, B_N$  первых  $N$  ветвей резонансного спектра планарных изгибных колебаний прямоугольной пластины [12].

Основываясь на модальном критерии и учитывая приведенные выше рассуждения, можно предложить классификацию и маркировку соноотродов. Они иллюстрируются табл. 1. Тип элемента определяется модой движения – продольной (мультипродольной), толщинной или изгибной и обозначается соответственно буквами L, T и B. Нижний индекс резервируется за номером ветви или плато частотного спектра. Для продольных мод он показывает число полуволн, которые укладываются по высоте элемента. Щелевые соноотроды на мультипродольной моде идентифицируются как  $pmL_k$ . Буква p указывает на то, что эти элементы ограничены плоскими поверхностями. Количественная информация об их длине, определяющей размер сварного шва, дается верхними индексами.

Пластинчатые элементы толщиной  $2h_{max} \leq \lambda/2$  имеют один ряд щелей и для них используется один индекс  $\alpha$ . Он определяет число полуволн, содержащихся в длине элемента  $\alpha = 2a/(\lambda/2)$ . Кубообразные тела с  $2h_{max} \geq \lambda/2$  имеют две серии пересекающихся щелей. Для конкретизации их толщинного размера используется второй верхний индекс  $\beta$ ,  $\beta = 2h_{max}/(\lambda/2)$ . При этом элемент ориентируется таким образом, чтобы выполнялось неравенство

$\alpha \geq \beta$ .

Для полноты классификации определим соноотроды типа  $S$  с характеристиками толщинно-сдвигового резонанса слоя. Подобные движения реализуются в центральных частях третьей серии плато, которая формируется в окрестности частоты  $\Omega_S = 2.0$  при  $c \geq 10$ . Для  $S$ -моды характерно преобладание касательной компоненты движения на длинных гранях прямоугольника. Это качество оказывается полезным при длинноконтурной сварке жестких или тонколистовых изделий. Отметим, что эта часть спектра изучена недостаточно.

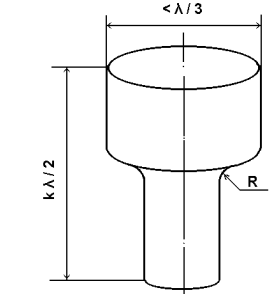
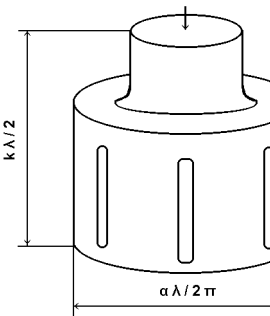
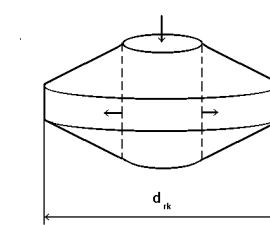
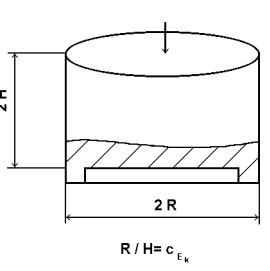
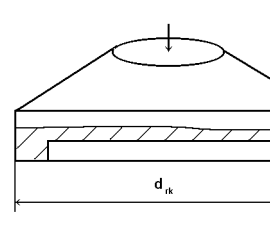
## 2. КЛАССИФИКАЦИЯ СОНОТРОДОВ, ИМЕЮЩИХ ФОРМУ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

Дадим характеристику этим элементам с акцентом на типы резонансных движений. Соноотроды в виде стержней переменного сечения – ступенчатые конические, экспоненциальные и др. – были исторически первыми из применявшихся в УЗ акустических системах [11–13]. И в настоящее время они широко используются, например, для точечной УЗС. Задача усложняется в случае необходимости сварки по круговой площадке или кольцевому контуру диаметром  $D_{\max} \geq \lambda/3$ . В этом случае “стержнеподобные” соноотроды в результате деформации сечений оказываются неэффективными с точки зрения возбуждения и усиления колебаний, а также однородности перемещений на рабочем торце.

Как и в случае пластинчатых элементов, для формирования поршневых движений широко используются щелевые структуры с теми же геометрическими параметрами  $W$ ,  $T$  и  $S$ . Радиальные перемещения наружных и внутренних цилиндрических поверхностей дисков применяются, в частности, при шовной УЗС вращающимся соноотродом и для активизации волочения проволоки путем наложения ультразвука [14, 15]. Соноотроды на осесимметричной изгибной моде колебаний могут иметь рабочие поверхности как на торцах, так и на цилиндрической поверхности. Первая схема используется при контурной, а вторая – при шовной сварке [16]. Отход от традиционных способов формирования однородного распределения нормальных перемещений  $u_z$  в кольцевой области большого диаметра намечен в работе [17], посвященной анализу возможности использования для контурной сварки краевой моды колебаний.

Модальные характеристики колебаний в рассмотренных резонаторах имеют общие признаки с модами, отвечающими определенным участкам ветвей частотного спектра осесимметричных коле-

Табл. 2. Типы соноотродов, имеющих форму тел вращения

L	$L_k$	
	$rmL_k^{(\alpha)}$	
R	$R_k$	
E	$E_k$	
B	$raB_k$	

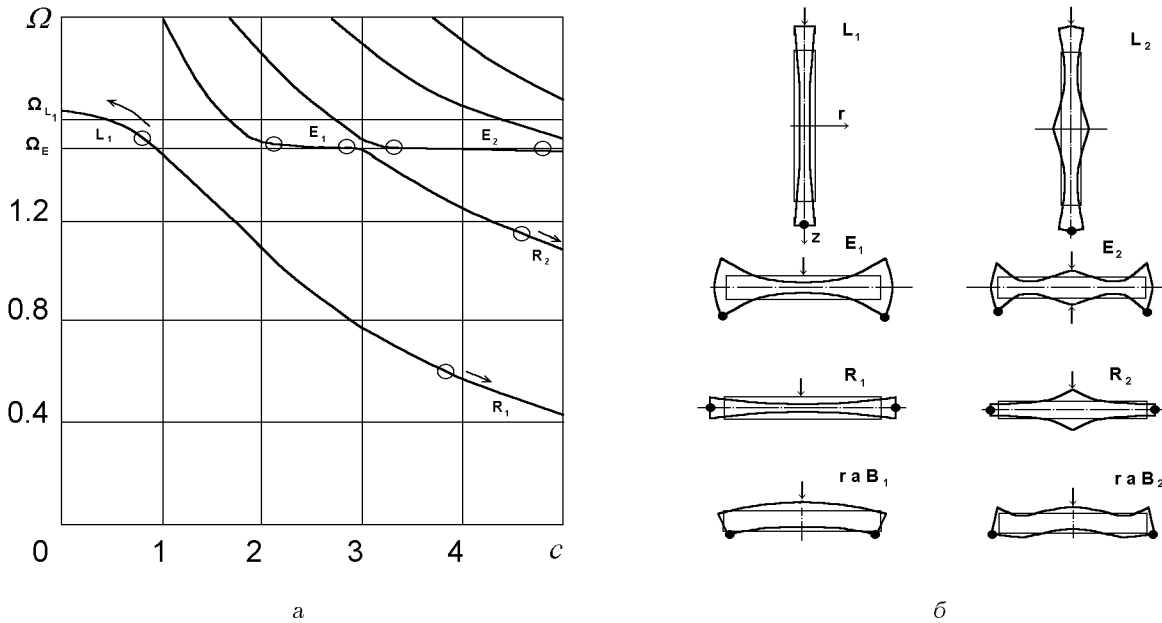


Рис. 4. Типы осесимметричных движений в сонотродах, имеющих форму тел вращения:  
 а – характерные участки ветвей частотного спектра сплошного цилиндра,  
 б – кинематика первых двух продольных, краевых, радиальных и изгибных осесимметричных мод

баний конечного цилиндра  $|z| \leq H, 0 < r < R$ . Часть такого спектра для  $\nu = 0.34$ , отвечающая симметричным относительно плоскости  $z = 0$  колебаниям, показана на рис. 4, а. Здесь  $\Omega = 2\omega H / \pi C_2$ ,  $c = R/H$ . Буквы  $L, R$  и  $E$  обозначают тип моды – продольная, краевая и радиальная. Нижний индекс – номер ветви или плато. Для элементов на осесимметричных изгибных модах принимается обозначение  $raB_k$ . Стоящие спереди малые буквы уточняют, что тело вращения ( $r$ ) подвергается изгибу по осесимметричной ( $a$ ) моде. Рис. 4, б иллюстрирует кинематику первых двух мод каждого из рассматриваемых типов. Стрелка показывает область возбуждения, а черный кружок – область контакта с нагрузкой. Такая информация чрезвычайно полезна для определений пучностей колебаний, являющихся зонами наиболее эффективного возбуждения конкретных мод.

Для дальнейшего анализа воспользуемся табл. 2. Выступы в нижней части сонотродов  $E_k$  и  $raB_k$  фиксируют их рабочие поверхности и показывают, что они используются для контурной сварки с кольцевым швом. Формально в этот перечень можно ввести осесимметричные резонаторы типа  $(r)T$  на квазитолщинной моде колебаний. Однако практическая реализация таких элементов усложняется рядом обстоятельств. Известно [5], что поршневое движение торца диска искажается взаимодействием “чистой”  $T$ -моды с  $R$ -и  $A$ -модами.

Оно усиливается с ростом коэффициента Пуассона и для значений  $0.28 \leq \nu \leq 0.35$ , типичных для материалов сонотродов, приводит к резкому снижению положительных качеств  $T$ -моды. По сравнению с планарной  $T$ -модой ситуация усугубляется близостью при  $\nu = 1/3$  частот толщинного и толщинно-сдвигового резонансов  $\Omega_T$  и  $\Omega_S$ . Это уплотняет спектр и усложняет отстройку от паразитных мод.

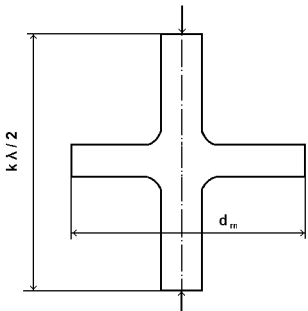
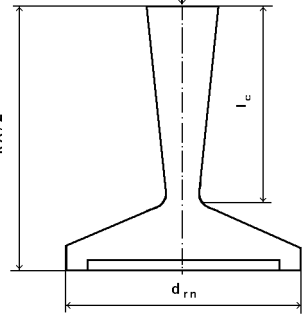
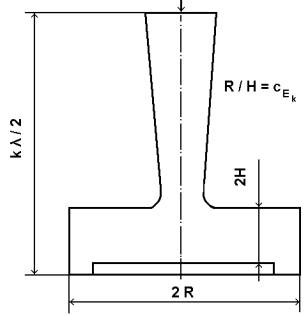
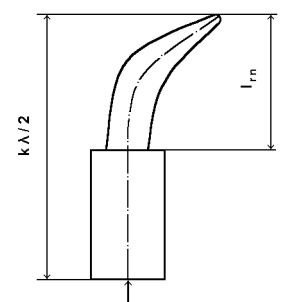
В работе [5] высокочастотные части спектров симметричных мод прямоугольника и цилиндра определяются заданием в качестве нижней границы частоты краевого резонанса  $\nu = 1/3$ . В соответствии с этим элементы типа  $E, T$  и  $S$  могут быть отнесены к высокочастотным, а элементы типа  $L, R$  и  $B$  – к низкочастотным.

### 3. СОНОТРОДЫ-КОНВЕРТОРЫ

Одномодовые резонаторы не всегда удовлетворяют функциональным требованиям. Это, как правило, связано с проблемой эффективного возбуждения некоторых мод колебаний. В этих случаях используют сонотроды-конверторы, в которых происходит преобразование хорошо возбуждаемой (например,  $L_1$ ) моды в слабо возбуждаемый тип движения – радиальный, краевой и т.п. [17–22]. Классификация и маркировка некоторых типов конверторов приведены в табл. 3.

В принятой маркировке на первом месте указы-

Табл. 3. Типы соноотродов-конверторов

$L_k CR_n$	
$L_k CpaB_n$	
$L_k CE_n$	
$L_k CpB_n$	

вается элемент, который возбуждается преобразователем и энергия которого конвертируется (буква  $C$ ) в колебания связанного с ним резонатора другого типа. Наиболее сильное взаимодействие и конвертация мод имеет место, когда частоты парциальных систем близки между собой и равны частоте возбуждения.

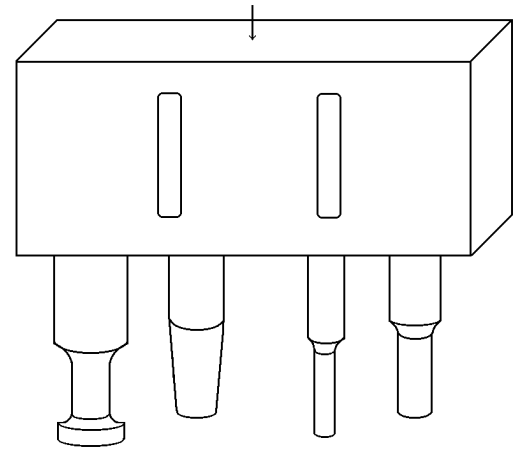


Рис. 5. Двухступенчатый соноотрод

#### 4. МНОГОСТУПЕНЧАТЫЕ СОНОТРОДЫ

Такие элементы используются для увеличения производительности процесса путем распределения акустической энергии одновременно между несколькими рабочими соноотродами. В частности, для многоточечной УЗС пластмасс широко применяются двухступенчатые схемы, показанные на рис. 5. От преобразователя к рабочим соноотродам колебания передаются с помощью соноотрода-распределителя типа  $pmL_1^{(\alpha)}$ ,  $pmL_1^{(\alpha)(\beta)}$  или  $rmL_1^{(\alpha)}$ . Рабочие соноотроды могут быть любых типов, однако чаще всего используются элементы типа  $L_1$ . Таким образом, многоступенчатые структуры состоят из последовательно соединяемых резонансно согласованных звеньев. Это позволяет в простейших случаях определить искомую конфигурацию путем простого синтеза ступеней [20].

В соответствии с развитой методологией системы с мультипродольным распределителем имеют маркировку  $zmL_k^{(\alpha)(\beta)}(N_1X_1 + N_2X_2 + \dots)$ . Здесь  $z = p, r$ ;  $X_1, X_2, \dots$  – типы резонаторов второй ступени;  $N_1, N_2, \dots$  – их количество. Принятая схема легко обобщается на произвольное число ступеней. Как конструктивно, так и функционально, многоступенчатые соноотроды близки к соноотродам-конверторам. Однако их существенное различие можно усмотреть в том, что в первых происходит однонаправленная передача и усиление однотипных (чаще всего продольных) движений. В конверторах чаще всего происходит преобразование либо типа моды, либо направления движения однотипных мод.

### 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ И ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА СОНОТРОДОВ

Приведенная выше классификация призвана упростить выполнение первого этапа проектирования сонотрода – определение его типа и базовой конфигурации. Сущность второго этапа состоит в ее модификации с целью удовлетворения комплексу частотно-модальных ограничений. Он содержит значения резонансной частоты  $f_r$ , интервалы ее отстройки  $\Delta f^+$  и  $\Delta f^-$ , коэффициенты  $k_i$  и  $k_h$ , и т. п. Наконец, третий этап включает оценку усталостной прочности и температуры диссипативного разогрева сонотрода. Выполнение последних двух этапов предусматривает использование методов численного моделирования.

Соноотроды функционируют в режиме интенсивных колебаний. Поэтому в общей математической модели процесса необходимо учитывать физическую нелинейность материала, вибрационный разогрев и зависимость свойств материала от температуры. Постановка задачи для пластинчатых (в плоскости  $xOy$ ) тел переменной толщины  $h=h(x, y)$  дана в работах [23, 24]. Она включает уравнения

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij,j} + \rho^* \tilde{u}_i &= 0, \\ \tilde{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i} \\ \tilde{\sigma}_{ij}^* &= 2\tilde{G}^* (\tilde{\varepsilon}_{ij} + \frac{\tilde{\nu}_1}{1-2\tilde{\nu}_1} \tilde{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij}), \quad i, j, k = x, y, \quad (2) \\ c_v^* \dot{\theta} &= (k^* \theta_{,i}), \quad i - 2\hat{\alpha}_1 (\theta - \theta_c) + D^*, \\ D^* &= \frac{\omega}{2} (\sigma_{ij}^{*''} \varepsilon_{ij}' - \sigma_{ij}' \varepsilon_{ij}^{*''}), \end{aligned}$$

граничные условия

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij}^* n_j &= \tilde{f}_i^*, \\ -k^* \theta_{,i} n_i &= \alpha_2^* (\theta - \theta_c) \end{aligned} \quad \text{на } l \quad (3)$$

и начальное условие

$$\theta = \theta_0 \quad \text{при } t = 0. \quad (4)$$

Здесь приняты обозначения:

$$\begin{aligned} \tilde{G}^* &= h\tilde{G}, \quad \rho^* = h\rho, \quad k^* = hk, \\ \tilde{c}_v^* &= hc_v, \quad \tilde{f}_i^* = hf_i, \\ \hat{\alpha}_1 &= \alpha_1 (1 + h_{,x}^2 + h_{,y}^2)^{1/2}, \quad (5) \\ \tilde{\nu}_1^* &= \frac{\tilde{\nu}(1 - \tilde{\Delta})}{1 + \tilde{\nu}(1 - 2\tilde{\Delta})}, \quad \tilde{\Delta} = \frac{\rho h^2 \tilde{\nu} \omega^2}{24(1 - \tilde{\nu})\tilde{G}}, \end{aligned}$$

причем  $\tilde{G}$  и  $\tilde{\nu}$  – комплексные модули сдвига и коэффициента Пуассона,  $\tilde{G} = G' + iG''$  и  $\tilde{\nu} = \nu' - \nu''$ ;  $\tilde{u}_i$ ,  $\tilde{\sigma}_{ij}$  и  $\tilde{\varepsilon}_{ij}$  – амплитуды компонент вектора перемещений, тензоров напряжений и деформаций;  $k$  и  $c_v$  – коэффициенты теплопроводности и объемной теплоемкости;  $\alpha_{1,2}$  – коэффициенты теплоотдачи;  $\tilde{f}_i$  – амплитуда компонент вектора напряжений на контуре  $l$ ;  $\theta_0$  – начальная температура;  $\theta_c$  – температура окружающей среды;  $\theta_{,x} = \partial\theta/\partial x$ ,  $\theta = \partial\theta/\partial t$ .

Физическая нелинейность описывается зависимостью модуля сдвига от интенсивности амплитуд напряжений

$$\tilde{G} = \tilde{G}(\omega, \theta, \sigma_u),$$

$$\sigma_u = \frac{1}{2^{1/2}} (|\tilde{\sigma}_{xx} - \tilde{\sigma}_{yy}|^2 + |\tilde{\sigma}_{xx}|^2 + |\tilde{\sigma}_{yy}|^2 + 6|\tilde{\sigma}_{xy}|^2)^{1/2}.$$

Задача решается итерационным методом переменных параметров упругости в сочетании с методом конечных элементов [24–27]. Уравнения колебаний и теплопроводности, дискретизированные с помощью указанного подхода, приводятся к системам линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} (\tilde{C} - \omega^2 M)\tilde{U} &= \tilde{F}, \\ \chi\dot{Q} &= -\xi Q + D. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\tilde{C}$  и  $M$  – матрицы жесткости и масс;  $\tilde{U}$  и  $Q$  – векторы узловых перемещений и температуры;  $\chi$  и  $\xi$  – матрицы теплоемкости и теплопроводности;  $\tilde{F}$  и  $D$  – векторы возбуждающих сил и тепловых поступлений. Уравнение теплопроводности интегрируется методом конечных разностей по времени. Диссипация энергии учитывается в тепловом источнике  $D$ .

В расчетах, связанных с частотно-модальными характеристиками, можно ограничиться линейно упругим изотермическим приближением задачи (2)–(4). При исследовании виброразогрева и усталостной прочности необходимо решать задачу в общей постановке.

Для выбора рациональной конфигурации используется метод проб и ошибок. В ряде случаев удается реализовать оптимизационные процедуры [9, 10]. Роль методов оптимального проектирования возрастает при расчете длинноконтурных, многоступенчатых и существенно трехмерных соноотродов [28], обладающих высокой структурной чувствительностью. Однако их практическое применение сдерживается необходимостью в мощных компьютерах и нетехнологичностью получаемых конфигураций. Рабочие частоты указанных элементов лежат в плотном спектре, по-



этому основная задача, решаемая на этапе конкретизации их геометрии, состоит в отстройке от паразитных частот. Для ее успешного решения необходимо достичь четких представлений о том, как изменение геометрии тела влияет на частоты рабочей и смежных паразитных мод.

В целом же проблема проектирования выходит за рамки расчета сонотрода как изолированного элемента системы. Подобная идеализация приемлема лишь для расчета его собственных характеристик и “холостых” режимов. Амплитуды и фазы перемещений, деформаций и напряжений в технологическом цикле определяются такими факторами как взаимодействие с изменяющейся во времени нагрузкой [29, 30], ширина полосы и тип автоподстройки частоты возбуждающего генератора [31] и т.п. Эти факторы являются определяющими при оценке усталостной прочности и вибро-разогрева элементов [30].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показано, что многообразие сонотродов, имеющих форму пластин и тел вращения, которые используются в технологических установках для ультразвуковой обработки материалов, допускают классификацию по модальному принципу. Типы реализуемых в них движений – продольные радиальные, толщинные и т.п. – могут быть соотнесены с характерными участками ветвей частотных спектров прямоугольника и цилиндра конечной длины. По расположению этих участков относительно частоты краевого резонанса типы сонотродов определяются как низко- и высокочастотные. Особенности структуры резонансной моды позволяют дополнительно определить три типа элементов – одномодовые, конверторы и многоступенчатые.

Предложена маркировка сонотродов, отражающая тип движений, волновые размеры а также типы конвертируемых или распределяемых мод. Выделены основные этапы проектирования сонотродов:

- 1) определение типа и базовой конфигурации;
- 2) ее модификация в соответствии с комплексом частотно-модальных ограничений;
- 3) оценка усталостной прочности и вибрационного разогрева.

Развитая классификация формирует основу для реализации первого этапа работы. В круге вопросов второго этапа отмечается сложная проблема

отстройки от паразитных мод в случае многощелевых, высокочастотных и многоступенчатых резонаторов. Корректное решение задач третьего этапа приводит к необходимости анализа их поведения в составе акустической системы в целом с учетом взаимодействия с нагрузкой, а также с преобразователем и генератором.

Круг очерченных выше вопросов изучен еще недостаточно. Их исследование и определит, по-видимому, направление работ в данной области на ближайшую перспективу.

1. Теумин И. И. Ультразвуковые колебательные системы.– М.: Гос. науч.-тех. изд-во машиностр. лит., 1959.– 332 с.
2. Физика и техника мощного ультразвука. Т. 3. / Физические основы ультразвуковой технологии. Ред. Л. Д. Розенберга.– М.: Наука, 1970.– 668 с.
3. Волков С. С., Орлов Ю. Н., Черняк Б. Я. Сварка пластмасс ультразвуком.– М.: Химия, 1974.– 364 с.
4. Andoh E., Kagawa Y. Finite element simulation of a ultrasonic vibrator for plastic welding // IEEE Ultrasonic Symp. Proc.– San-Francisco. Calif., 1985.– P. 563.
5. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 284 с.
6. Adachi K., Ucha S. Modal vibration control of large ultrasonic tool with the use of wave-trapped horns // J. Acoust. Soc. Jap.– 1990.– **87**, N 1.– P. 208–214.
7. Жук Я. А. Модальный контроль планарных колебаний многосвязных пластин // Тр. XVIII науч. конф. молодых ученых Ин-та механики АН Украины (Киев, 18–21 мая 1993 г.).– Киев, 1993. Ч. 2.– С. 44–48. Деп. в ГНТБ Украины 16.08.93. N 1765-Ук93.
8. Жук Я. А., Козлов В. И., Сенченков И. К. Новый класс волноводов, применяемых при ультразвуковой сварке пластмасс // Акуст. ж.– 1996.– **42**, N 4.– С. 517–521.
9. Богомолов С. И., Симпсон Э. А. Оптимальное проектирование концентраторов ультразвуковых колебаний // Акуст. ж.– 1981.– **27**, N 4.– С. 491–499.
10. Симпсон Э. А. Многокритериальные задачи оптимизации механической части ультразвуковых установок // Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения.– К.: Наук. думка, 1983.– С. 222–230.
11. Силин Л. Л., Баландин Г. Ф., Коган М. Г. Ультразвуковая сварка.– М.: Гос. науч.-тех. изд-во машиностр. лит., 1962.– 252 с.
12. Меркулов Л. Г. Теория ультразвуковых концентраторов // Акуст. ж.– 1959.– **3**, N 3.– С. 230–238.
13. Мачетнер Б. Х. Концентраторы – инструменты для ультразвуковой обработки, способы их крепления // Обзор НИИМАШ.– М., 1965.– С. 53.
14. Васильев П. Е., Савицкая И. А. Расчет кольцевых концентраторов радиальных колебаний // Акуст. ж.– 1979.– **25**, N 2.– С. 208–212.
15. Васильев П. Е. и др. Составной пьезоэлектрический преобразователь радиальных колебаний // Акуст. ж.– 1980.– **26**, N 4.– С. 517–521.

16. Волков С. С. Ультразвуковая контурная сварка цилиндрических изделий из полимерных материалов // Сварочное производство.– 1969.– N 5.– С. 39–40.
17. Сенченков И. К., Василенко О. Н., Козлов В. И. Осесимметричные сонотроды на краевой моде колебаний // Доповіді НАН України.– 1995.– N 3.– С. 44–45.
18. Марков А. И. Ультразвуковая обработка материалов.– М.: Машиностроение, 1980.– 237 с.
19. Iton K., Mori E. Studies on resonator with directional converter (R-L-type converter disk of various thickness) // J. Acoust. Soc. Jap.– 1974.– 30, N 11.– P. 587–591.
20. Сенченков И. К., Козлов В. И., Червинко О. П., Василенко О. Н. К проектированию волноводов с осесимметричной продольно-изгибной модой колебаний // Прикл. мех.– 1992.– 28, N 8.– С. 24–29.
21. Голямина И. П., Сазонов И. А., Хлыстунова Н. А. Ультразвуковые колебательные системы с изогнутой рабочей частью // Акуст. ж.– 1990.– 36, N 2.– С. 248–254.
22. Симпсон Э. А., Исаков С. Н., Богданов В. И. Особенности спектра собственных частот и форм колебаний ультразвуковых систем с криволинейным инструментом // Динамика и прочность машин.– Харьков: Вища школа, 1988.– Вып. 47.
23. Сенченков И. К., Беспалова Е. И., Козлов В. И., Якименко С. Н. О возможностях уточненного метода расчета планарных колебаний пластинчатых тел // Прикл. мех.– 1991.– 27, N 11.– С. 69–77.
24. Сенченков И. К., Козлов В. И., Якименко С. Н., Нестеренко Н. П. К расчету планарных колебаний и виброразогрева пластин переменной толщины // Прикл. мех.– 1992.– 28, N 5.– С. 64–69.
25. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 1. Термоупругость / Мотовиловец И. А., Козлов В. И.– К.: Наук. думка, 1987.– 264 с.
26. Сенченков И. К., Жук Я. А., Козлов В. И. Исследование планарных гармонических колебаний многосвязных пластин // Прикл. мех.– 1995.– 31, N 2.– С. 71–80.
27. Сенченков И. К., Карнаухов В. Г., Козлов В. И., Червинко О. П. Расчет стационарных колебаний и диссипативного разогрева нелинейных вязкоупругих тел при периодическом нагружении // Прикл. мех.– 1986.– 22, N 6.– С. 49–55.
28. Lin Shuju, Zhang Fucheng, Guo Xiaonk. Three dimensional coupled vibrations of block like resonators // Acta Acoust.– 1991.– 16, N 2.– P. 91–97.
29. Сенченков И. К., Тарасенко О. В., Черняк Б. Я. и др. К вопросу об акустическом контакте в процессе ультразвуковой сварки пластмасс // Прикл. мех.– 1987.– 23, N 2.– С. 60–67.
30. Сенченков И. К. Виброразогрев нелинейно-вязкоупругого стержня, взаимодействующего с вязкоупругим элементом // Прикл. мех.– 1991.– 27, N 5.– С. 95–102.
31. Сенченков И. К. Резонансные колебания стержневой электромеханической системы с автоподстройкой частоты // Прикл. мех.– 1991.– 27, N 9.– С. 92–99.