

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ВОЛНОВОДЕ С ИЗЛОМОМ

И. Ю. ГОНЧАРОВА, В. Т. МАЦЫПУРА

*Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев*

Получено 8.05.98

Построено решение задачи о распространении звука в волноводе с изломом. Исследована зависимость прохождения звуковой волны за излом от параметров волновода. Проанализированы условия излучения поршня в волновод с изломом.

ВВЕДЕНИЕ

Волноводные системы с неоднородностями находят широкое применение в акустических и радиоэлектронных устройствах [см. 1, 2 и библиографию в них]. Если отношение характерного размера волновода к длине волны в свободном пространстве больше пяти, то при исследовании взаимодействия волны с неоднородностью волновода можно использовать методы геометрической теории дифракции. Теория волноводов с неоднородностями, когда характерный размер сравним с длиной волны, развита значительно слабее. Причиной этого являются объективные трудности, возникающие при построении строгого решения соответствующих граничных задач. Вместе с этим оказалось, что этот диапазон изменения волновых размеров богат различными волноводными эффектами, порой неожиданными и имеющими практическую ценность. Исследования в этом диапазоне проводились, в большей степени, специалистами в области электродинамики с применением, в основном, интегральных методов. Здесь следует особо отметить работу [3], в которой рассматривается постановка таких граничных задач и обсуждаются трудности их решения, а также монографию [4], в которой решение подобных акустических задач, при определенных граничных условиях, переносится на электромагнитные волноводы.

В предлагаемой статье с использованием модифицированного метода частичных областей [5] построено решение задачи распространения звуковой волны в волноводе с уголкового неоднородностью, позволяющее исследовать эффективность прохождения звуковой энергии через излом в зависимости от параметров волновода. Решена также задача о поршне, излучающем в волновод с изломом. Анализ этой задачи раскрывает характер нагрузки со стороны волновода на поршневой источник звука.

1. ПОСТАНОВКА И ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1.1. Прохождение звуковой волны через излом волновода

На рис. 1 изображен плоскопараллельный волновод с изломом, заполненный идеальной жидкостью с плотностью ρ и скоростью звука c . Характерные размеры волновода до и после излома определяются величинами h_1 и h_2 соответственно. Величина излома характеризуется углом θ , который может быть острым, прямым и тупым (рис. 1, а–в). Характеристики гармонического звукового поля внутри волновода определяются через функцию потенциала скоростей Φ , которая удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = k^2 \Phi = 0, \quad k = \omega/c. \quad (1)$$

Здесь ω – частота гармонической волны; временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опускается. Поверхности волновода определены абсолютно жесткими, тогда производная по нормали от потенциала скоростей на этих поверхностях равна нулю.

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_S = 0. \quad (2)$$

Из угловой точки, образованной верхними гранями волновода, опущены перпендикуляры на нижние грани. Таким образом, проведено разбиение всей области волновода на три области. Как показано на рис. 1, а, вводятся две декартовы системы координат XOY и $X'OY'$ с общим центром O .

Пусть слева на излом набегают одна из распространяющихся нормальных волн области I . В результате ее взаимодействия с изломом образуются отраженная и прошедшая в область II волны.

В соответствии с методом частичных областей следует записать выражения для звуковых полей

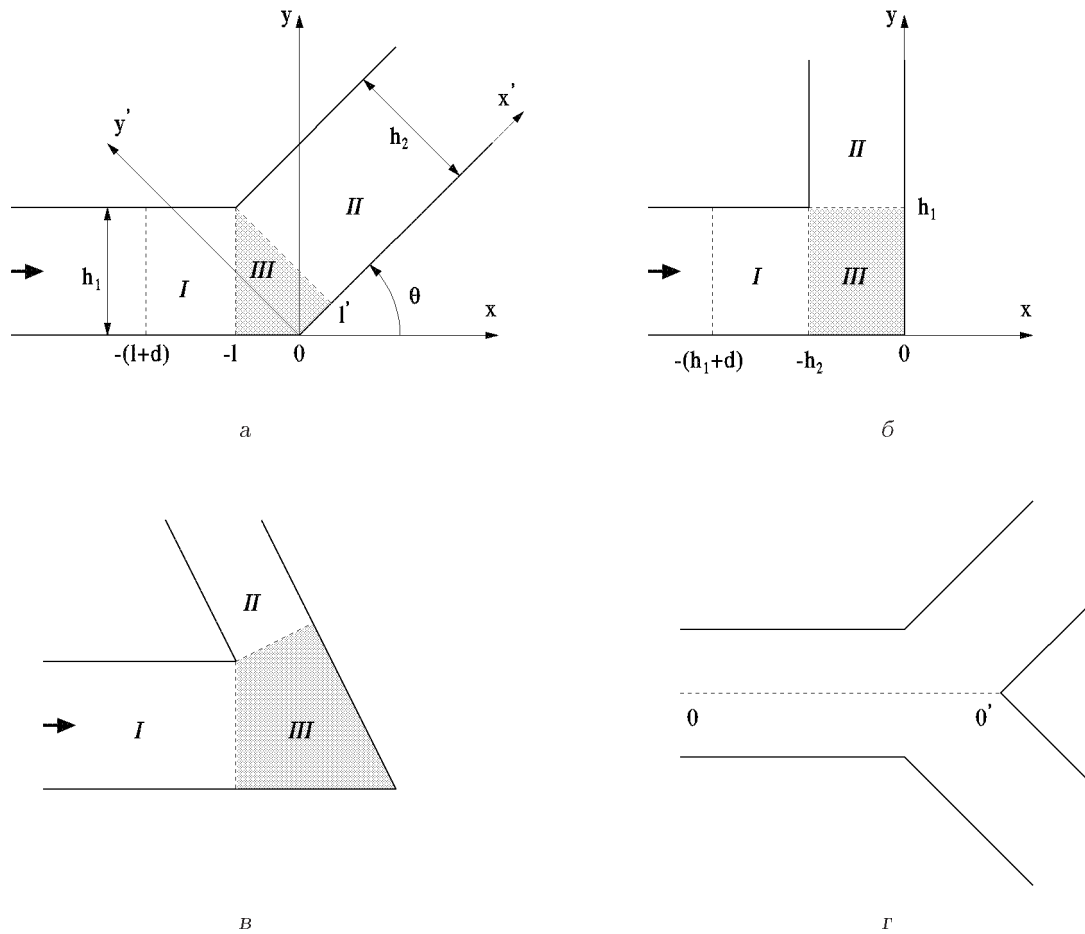


Рис. 1. Геометрия плоского волновода с изломом

в областях I, II, III . Представим отраженную волну в виде суперпозиции нормальных волн (мод) области I [7]. Тогда в системе координат XOY потенциал звукового поля в области I запишется в виде

$$\Phi_I(x, y) = \cos(\alpha_q y) e^{ik_q(x+l)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\alpha_n y) e^{-ik_n(x+l)}, \quad (3)$$

где q – номер набегающей на излом нормальной волны,

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{h_1}, \quad k_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha_n^2}, & k > \alpha_n; \\ i\sqrt{\alpha_n^2 - k^2}, & k < \alpha_n. \end{cases} \quad (4)$$

Выражение (3) является общим решением уравнения (1) для области I . Понятие общности означа-

ет, что форма представления потенциала скоростей не изменяется, какими бы ни были условия на границе областей I и III . Аналогично, но только в системе координат $X'OY'$, записывается звуковое поле в области II , определяющее прошедшую через излом волну

$$\Phi_{II}(x', y') = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos(\beta_n y') e^{i\gamma_n(x'-l')}, \quad (5)$$

где

$$\beta_n = \frac{n\pi}{h_2}, \quad \gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \beta_n^2}, & k > \beta_n; \\ i\sqrt{\beta_n^2 - k^2}, & k < \beta_n. \end{cases} \quad (6)$$

Поле в области III представляется в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{III}(x, y, x', y') = & \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(\alpha_n y) e^{ik_n(x+l)} + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \cos(\beta_n y') e^{-i\gamma_n(x'-l')} + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} E_n \cos(\xi_n x) e^{i\eta_n y} + \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos(\tau_n x') e^{i\zeta_n y'}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_n = \frac{n\pi}{l}, \quad \eta_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \xi_n^2}, & k > \xi_n; \\ i\sqrt{\xi_n^2 - k^2}, & k < \xi_n. \end{cases} \\ \tau_n = \frac{n\pi}{l'}, \quad \zeta_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \tau_n^2}, & k > \tau_n; \\ i\sqrt{\tau_n^2 - k^2}, & k < \tau_n. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

Решение для области III является общим. Действительно, выражение (7) содержит четыре ряда Фурье с произвольными коэффициентами, что позволяет выполнить условия сопряжения полей на границе областей I, III и II, III и граничные условия на жестких поверхностях в области III. При этом, первая сумма в выражении (7), за счет полноты системы функций $\cos(\alpha_n y)$ на отрезке $y = [0, h_1]$, гарантирует выполнение условий сопряжения звуковых полей на границе областей I и III: $x = -l, y \in [0, h_1]$. Вторая сумма за счет полноты системы функций $\cos(\beta_n y')$ на отрезке $y' \in [0, h_2]$ обеспечивает условие выполнения полей на границе областей II и III: $x' = l', y' \in [0, h_2]$. Третья сумма обеспечивает выполнение граничного условия на жесткой поверхности: $x \in [-l, 0], y = 0$, а четвертая – на жесткой поверхности $x' \in [0, l'], y' = 0$.

Условия сопряжения между выделенными областями и граничные условия на жестких поверхностях области III имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \Phi_I = \Phi_{II} \\ \frac{\partial \Phi_I}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x} \end{aligned} \right\} x = -l, \quad y \in [0, h_1]; \\ \left. \begin{aligned} \Phi_{II} = \Phi_{III} \\ \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial x'} = \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial x'} \end{aligned} \right\} x' = l', \quad y' \in [0, h_2]; \\ \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial y} = 0, \quad x \in [-l, 0], \quad y = 0; \\ \frac{\partial \Phi_{III}}{\partial y'} = 0, \quad x' \in [0, l'], \quad y' = 0; \end{aligned} \quad (9)$$

Подстановка выражений (3), (5), (7) в условия (9), с учетом формул, определяющих связь между системами координат XOY и X'OY', приводит к системе функциональных уравнений. Использование свойства ортогональности системы функций $\cos(\alpha_n y)$ на отрезке $y \in [0, h_1]$, системы функций $\cos(\beta_n y')$ на отрезке $y' \in [0, h_2]$, системы функций $\cos(\xi_n x)$ на отрезке $x \in [-l, 0]$, и системы функций $\cos(\tau_n x')$ на отрезке $x' \in [0, l']$ позволяет провести алгебраизацию функциональной системы. В результате образуется бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов $A_n, B_n, C_n, D_n, E_n, F_n$. Ввиду громоздкости система уравнений не приводится.

Полученное решение позволяет провести анализ волнового процесса в рассматриваемой структуре (рис. 1). Важное значение имеют энергетические характеристики распространения звуковой волны через излом волновода. Коэффициент прохождения $W^{(q)}$ определяется как отношение среднего потока мощности волны в области II к среднему потоку мощности q -ой нормальной волны, набегающей на излом в области I. После ряда преобразований получаем следующую формулу для коэффициента прохождения:

$$W^{(q)} = \sum_{n=0}^{N_2} W_n^{(q)}, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} W_n^{(q)} = |B_n|^2 \frac{\varepsilon_n \mathbf{Re} \gamma_n}{\varepsilon_q \mathbf{Re} k_q} \cdot \frac{h_2}{h_1}, \\ \varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 1/2, & n > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно выражениям (10) и (11), коэффициент прохождения $W^{(q)}$ представляется в виде суммы энергетических коэффициентов возбуждения $W_n^{(q)}$ нормальных волн в области II, или иначе, о выражении (10) можно говорить как о сумме коэффициентов трансформации q -ой нормальной волны области I в нормальные волны области II. Как следует из выражения (11), число слагаемых N_2 в формуле (10) равно количеству распространяющихся волн области II (для них $\mathbf{Re} \gamma_n \neq 0$).

Аналогично, коэффициент отражения $V^{(q)}$ представляется в виде

$$V^{(q)} = \sum_{n=0}^{N_1} V_n^{(q)}, \quad (12)$$

где

$$V_n^{(q)} = |A_n|^2 \frac{\varepsilon_n \mathbf{Re} k_n}{\varepsilon_q \mathbf{Re} k_q}. \quad (13)$$

Из закона сохранения энергии вытекает необходимость выполнения условия

$$V^{(q)} + W^{(q)} = 1.$$

Решение задачи о распространении звука в волноводе с изломом дает решение задачи о распространении звука в волноводе с разветвлением (рис. 1, г). Действительно, если в поле набегающей волны распределение потенциала скорости симметрично относительно сечения OO' , то нормальная составляющая скорости к сечению OO' равна нулю, что эквивалентно расположению в этом сечении абсолютно жесткой поверхности.

1.2. Излучение плоского поршня в волновод с изломом

Построенное решение позволяет также рассмотреть задачу о колебании абсолютно жесткого поршня в волноводе с изломом. Пусть поршень, расположенный в области I в некотором сечении $x = -(l + d)$ (рис. 1, а), совершает гармонические колебания с частотой ω . Тогда к системе функциональных уравнений (9) добавляется условие на поверхности колеблющегося поршня:

$$-\frac{\partial \Phi_I}{\partial x} \Big|_{x=-(l+d)} = v_0, \quad (14)$$

где v_0 – амплитуда колебательной скорости поршня. В этом случае поле в области I запишется в виде

$$\Phi_I(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(\alpha_n y) e^{-ik_n(x+l)} + \sum_{n=0}^{\infty} G_n \cos(\alpha_n y) e^{ik_n(x+l+d)}. \quad (15)$$

В такой задаче следует анализировать величину удельного сопротивления излучения поршня

$$z = \frac{1}{v_0 h_1} \int_0^{h_1} p dy, \quad (16)$$

где $p = -i\omega \Phi_I(-(l+d), y)$ – амплитуда давления на поверхности поршня. Решая систему уравнений (9), (14) и расписывая формулу (16), приходим к такому выражению для удельного сопротивления излучения поршня в волноводе с изломом в долях ρc :

$$z = -i \left(A_0 e^{ikd} + G_0 e^{-ikd} \right). \quad (17)$$

Здесь величина $v_0 = 1$.

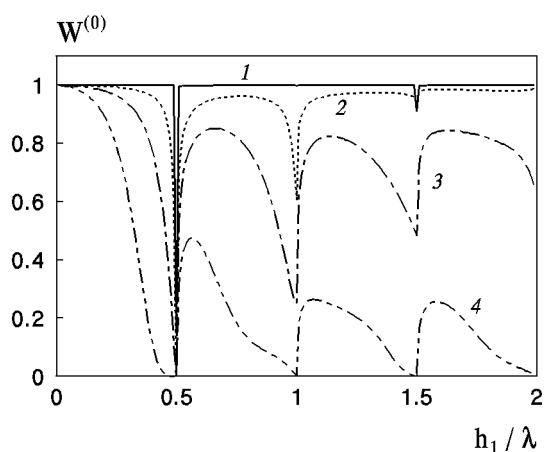
2. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При анализе полученных результатов в первую очередь представляет интерес степень выполнения условий шивания полей на границах выделенных областей и условий на жестких поверхностях в области III . В приведенных ниже расчетах выполнение этих условий происходит с точностью до третьего знака после запятой с ухудшением при приближении к угловым точкам. Такие результаты являются вполне удовлетворительными и позволяют рассчитывать энергетические коэффициенты отражения и прохождения звука с высокой точностью, при которой закон сохранения энергии выполняется с точностью не хуже 0.1%.

Следует заметить, что при угле излома $\theta < 90^\circ$ необходимо контролировать соотношение между параметрами волновода h_1, h_2, θ . Если $h_1 < h_2$, то должно выполняться неравенство $\cos \theta > h_1/h_2$, а при $h_1 > h_2$ соответственно $\cos \theta > h_2/h_1$. В противном случае форма области III изменится, а значит следует изменить и представление поля в области III , определяемое формулой (7).

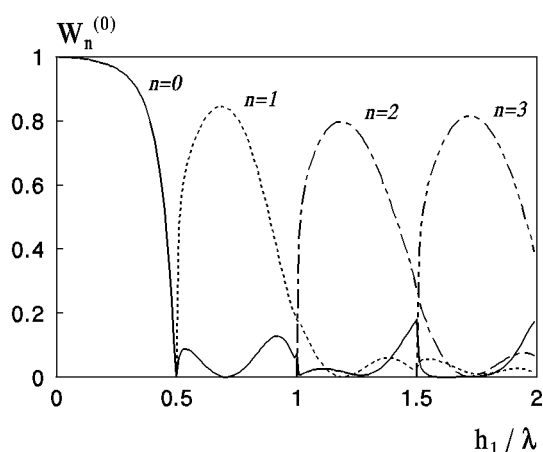
На рис. 2 приведены частотные характеристики коэффициента прохождения $W^{(0)}$ нулевой моды ($q = 0$) области I при различных углах излома (кривая 1 – $\theta = 5^\circ$, 2 – $\theta = 45^\circ$, 3 – $\theta = 65^\circ$, 4 – $\theta = 90^\circ$). Характерные размеры областей I и II принимались равными: $h_1 = h_2$; их волновые величины h_1/λ и h_2/λ определялись относительно длины звуковой волны в свободном пространстве $\lambda = 2\pi/k$. Как видим, для углов излома $\theta \leq 90^\circ$ наблюдается снижение коэффициента прохождения с ростом угла излома θ , что является физически понятным результатом. При $h_1 = h_2 \ll \lambda$ вне зависимости от угла излома волновода коэффициент прохождения $W^{(0)}$ равен единице, что соответствует распространению звука в “очень узкой трубе” [6]. В такой трубе волна распространяется, не замечая изломов, так же, как если бы труба была вытянута в прямую линию. Обращает на себя внимание наличие провалов в характеристиках при h_1 и h_2 кратных половине длины волны $\lambda/2$, а при угле излома $\theta = 90^\circ$ в этих случаях получаем нулевые значения коэффициента прохождения $W^{(0)}$.

Для понимания характера кривых, представленных на рис. 2, обратимся к аналогичным зависимостям для коэффициентов возбуждения нормальных волн $W_n^{(q)}$ области II . На рис. 3, а–в приводятся частотные зависимости коэффициентов возбуждения первых нормальных волн области II (номер кривой определяет соответствующую моду) при набегаии на излом в области I нулевой нормальной волны ($q = 0$), то есть плоской волны

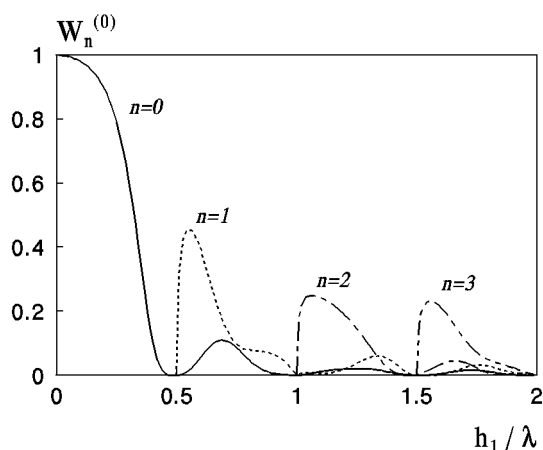
Рис. 2. Частотные характеристики коэффициента прохождения $W^{(0)}$

с равномерным распределением потенциала скорости по фронту волны. Следует отметить, что нулевая нормальная волна в однородном волноводе с жесткими границами является распространяющейся при любом волновом размере волновода. Нормальная волна с номером $n > 0$ является распространяющейся, когда характерный размер волновода $h > n\pi/k = n\lambda/2$ [6]. В этом случае средний поток мощности в данной нормальной волне не равен нулю. Рис. 3, а соответствует излому под углом $\theta = 65^\circ$, рис. 3, б – под углом $\theta = 90^\circ$ при $h_1 = h_2$.

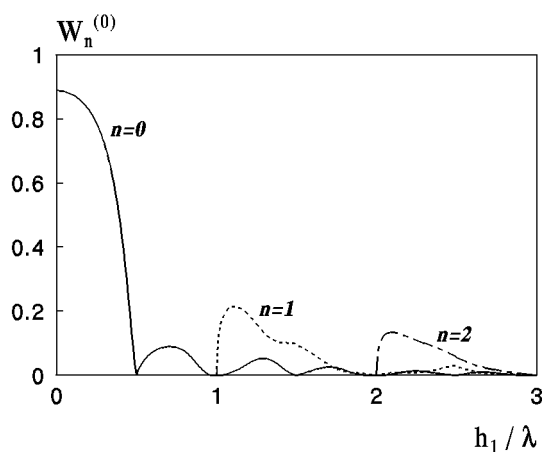
Графики показывают, что, если волновой размер $h_2/\lambda < 0.5$, то в области II распространяющейся является только нулевая нормальная волна (кривая 0), и она определяет прохождение нулевой нормальной волны области I через излом волновода. Ситуация меняется, если $h_2/\lambda > 0.5$. Так, при угле излома $\theta = 65^\circ$ (рис. 3, а) при $h_2/\lambda > 0.5$ возбуждается первая нормальная волна (кривая 1), которая по величине значительно превосходит нулевую, а при $h_2/\lambda > 1.0$ доминирует вторая нормальная волна (кривая 2) и далее более высокие моды. Таким образом, можно говорить о трансформации энергии нулевой нормальной волны области I в нормальные волны области II с номерами $n > 0$. Анализируя графики рис. 3, а, б, следует отметить уменьшение эффективности возбуждения нормальных волн области II при h_2 кратных $\lambda/2$, а значит и уменьшение коэффициента прохождения нулевой волны области I через излом, наблюдающийся на рис. 2. Если $\theta = 90^\circ$, то в точках частотного диапазона, где величина h_2 кратна половине длины волны, коэффициенты возбуждения мод, а следовательно, и коэффициент прохождения



а



б



в

Рис. 3. Частотные характеристики коэффициентов возбуждения нормальных волн области II

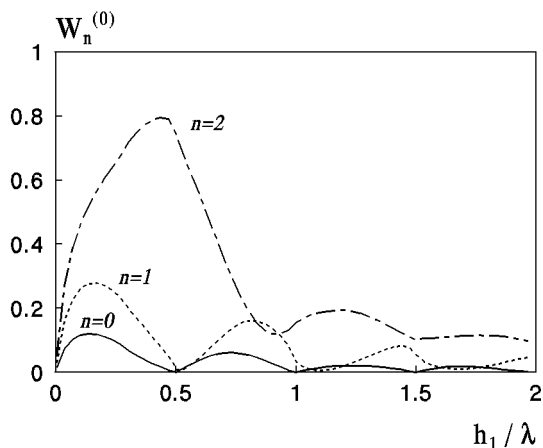


Рис. 4. Зависимость коэффициентов возбуждения нормальных волн области II от волнового размера области I ($h_2/\lambda=1.2$, $\theta=90^\circ$)

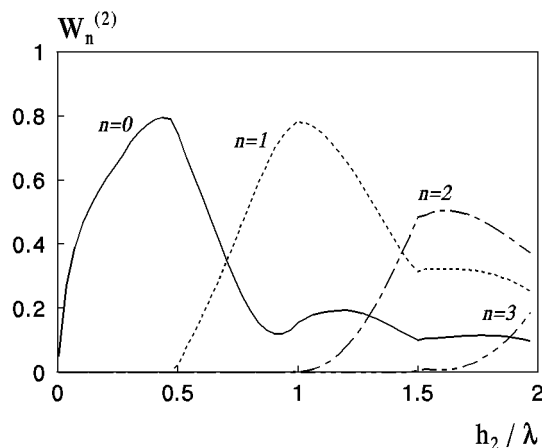


Рис. 5. Зависимость коэффициентов возбуждения нормальных волн области II от волнового размера области II ($h_1/\lambda=1.2$, $\theta=90^\circ$)

равны нулю (рис. 2 и 3, б), т. е. присутствует эффект “запирания” волновода.

Подобная ситуация наблюдается в волноводе при не равных, но кратных, размерах h_1 и h_2 . На рис. 3, в показаны частотные зависимости коэффициентов возбуждения $W_n^{(0)}$ нормальных волн области II при $h_2 = h_1/2$ (угол излома $\theta = 90^\circ$). Как видим, “запирание” волновода для нулевой моды области I происходит, как и в случае $h_1 = h_2$, при величине h_2 , кратной $\lambda/2$, а также при $h_2/\lambda = 0.25$, где $h_1/\lambda = 0.5$. Это говорит о том, что если величина h_1 будет кратна $\lambda/2$, а величина $h_2 \leq \lambda/2$, то волновод будет “заперт” для нулевой моды области I пока характерный размер области II не станет больше $\lambda/2$.

При условии $h_1 \ll \lambda$ и $h_2 \ll \lambda$ полученные результаты хорошо согласуются с теорией одномодового волновода, для которого энергетический коэффициент прохождения нулевой нормальной волны определяется в виде [7]

$$W^{(0)} = \frac{4h_2/h_1}{(1 + h_2/h_1)^2}. \quad (18)$$

Так, при $h_2/h_1=0.5$ согласно формулы (18) имеем $W^{(0)} \approx 0.89$, что совпадает с данными рис. 3, в.

Анализ приведенных результатов для волновода с равными (либо кратными) величинами h_1 и h_2 показывает, что снижение, а для угла излома $\theta = 90^\circ$ “запирание” волновода (рис. 3) тесно связано с моментом зарождения очередной нормальной волны волновода. Рассмотрим, например, волновод с прямоугольным изломом ($\theta = 90^\circ$) при $h_1 = h_2 = \lambda$ (рис. 2 и 3, б). В этой точке частотного диапазона волновод “заперт”. Здесь, как показы-

вают расчеты, $|A_0| = 1$; $|A_n| = 0$, $n > 0$; $|B_0| = 0$; $|B_1| = 0$; $|B_2| = 2$; $|B_n| = 0$, $n > 2$. При этом в сечении $x \in [-h_2, 0]$, $y = h_1$ (см. рис. 1, б) распределение давления соответствует второй нормальной волне области II, но колебательная скорость при этом равна нулю и поэтому поток мощности также равен нулю, то есть нулевая нормальная волна, набегающая на излом, полностью отражается.

Если характерные размеры волновода не кратны половине длины волны, то ситуация меняется. На рис. 4 представлены зависимости коэффициентов возбуждения нормальных волн области II как функции h_1/λ при фиксированном размере области II: $h_2/\lambda = 1.2$; $\theta = 90^\circ$, $q = 0$. Выбранный размер $h_2/\lambda = 1.2$ позволяет существовать трем распространяющимся нормальным волнам области II. Как следствие, коэффициент прохождения нулевой нормальной волны через излом не содержит нулей, хотя при h_1 , кратном $\lambda/2$, коэффициент возбуждения нулевой моды области II равен нулю.

На рис. 5 представлены зависимости коэффициентов возбуждения первых нормальных волн области II при набегающей на излом второй нормальной волны ($q = 2$) области I. Здесь размер $h_1/\lambda = 1.2$ фиксировался, а менялся волновой размер области II h_2/λ (угол излома $\theta = 90^\circ$). Из графиков следует, что если размер h_2 области II был недостаточен для возникновения распространяющейся второй нормальной волны, то вторая мода области I трансформировалась в нулевую, а затем в первую и далее, с ростом величины h_2/λ в звуковое поле распространяющихся мод вовлекаются все более высокие моды области II. Это означает,

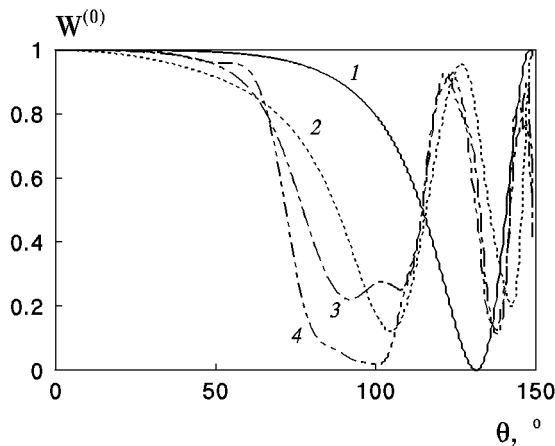


Рис. 6. Зависимость коэффициента прохождения $W^{(0)}$ от угла излома волновода

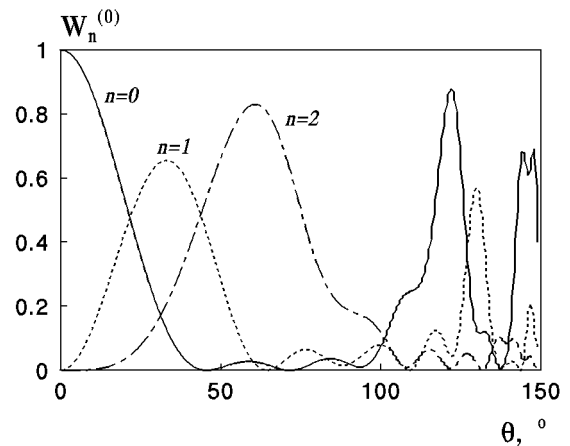


Рис. 7. Зависимость коэффициентов возбуждения нормальных волн области II от угла излома волновода при $h_1 = h_2 = 1.2\lambda$

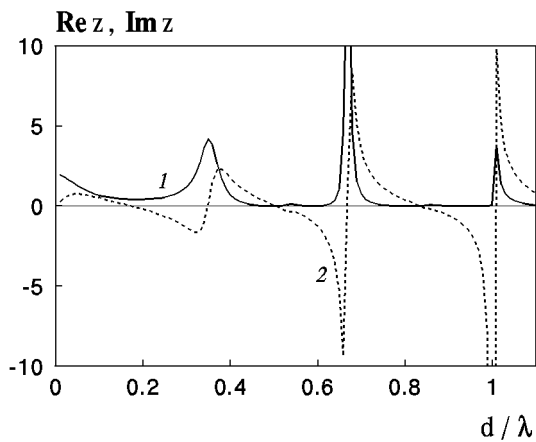
что возможна и обратная трансформация – высшей нормальной волны в низшую.

Обратимся к графикам, характеризующим свойства волновода при изменении угла излома θ . На рис. 6 показаны зависимости коэффициента прохождения $W^{(0)}$ от угла θ при фиксированных величинах h_1 и h_2 : кривая 1 – $h_1 = h_2 = 0.2\lambda$; 2 – $h_1 = h_2 = 0.6\lambda$; 3 – $h_1 = h_2 = 1.2\lambda$; 4 – $h_1 = h_2 = 2.4\lambda$. На излом набегают нулевая мода области I ($q=0$). Если для малого волнового размера h_1 и h_2 (кривая 1) наблюдается один глубокий провал в районе угла $\theta \approx 133^\circ$, то с ростом волнового размера h_1 и h_2 этот провал смещается в область меньших углов и формируется второй провал в районе угла $\theta \approx 140^\circ$. Для углов $\theta > 150^\circ$ расчет становится затруднительным в силу резкого увеличения угловой области III.

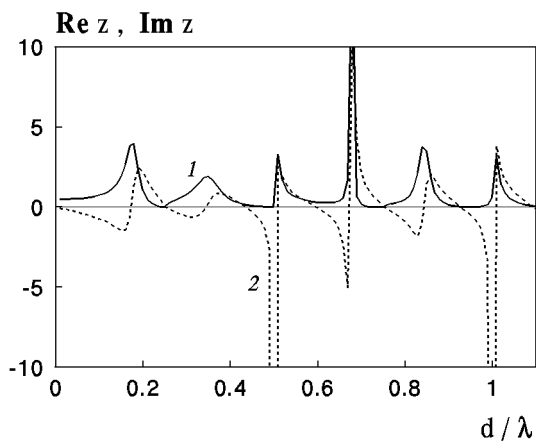
Рассмотрение характера возбуждения нормальных волн области II раскрывает природу этих провалов. На рис. 7 показаны зависимости коэффициентов возбуждения $W_n^{(0)}$ как функции угла θ при $h_1 = h_2 = 1.2\lambda$, что соответствует кривой 3 на рис. 6. Такой волновой размер определяет три распространяющиеся моды в области II. Как видно, зоны провалов кривой 3 (см. рис. 6) соответствуют областям неэффективного возбуждения нормальных волн области II. Кроме того, рис. 7 позволяет определить углы излома θ волновода (при заданных h_1 и h_2), для которых наблюдается наибольшая трансформация одной моды в другую. В данном случае при $\theta = 60^\circ$ ($h_1 = h_2 = 1.2\lambda$) нулевая мода области I трансформируется во вторую моду области II с эффективностью более 80%.

Перейдем к анализу задачи о колеблющемся

поршне в области I, расположенном в сечении $x = -(l + d)$ (см. рис. 1 а). В общем частотные зависимости сопротивления излучения поршня имеют черты, присущие любой сложной колебательной системе [8] – с ростом частоты можно наблюдать чередование так называемых резонансов и антирезонансов, что наиболее ярко отразилось в графиках для прямоугольного излома. Однако есть и свои особенности. На рис. 8 приведены частотные зависимости действительной (кривая 1) и мнимой (кривая 2) частей удельного сопротивления излучения поршня z (в долях ρc) при $\theta = 90^\circ$ (поршень расположен в сечении $x = -(h_1 + d)$, см. рис. 1, б), $d = h_1$; рис. 8, а соответствует $h_2 = h_1/2$, а рис. 8, б – $h_2 = 2h_1$. Интересно поведение вещественной $\text{Re } z$ и мнимой $\text{Im } z$ частей удельного сопротивления поршня в области низких частот. Как следует из графиков, $\text{Im } z$ в случае $h_2 = h_1/2$ имеет характер упругости, а в случае $h_2 = 2h_1$ – характер массы. Такой характер мнимой части сопротивления излучения соответствует физической сути явлений в волноводе со скачком сечения в области низких частот. При этом, в случае $h_2 = h_1/2$, $\text{Re } z \rightarrow -2$, а при $h_2 = 2h_1$ – $\text{Re } z \rightarrow 0.5$. Эти результаты согласуются с теорией одномодового волновода, для которого удельное сопротивление излучения поршня в волноводе со скачком сечения в долях ρc определяется соотношением $z = h_2/h_1$. Далее с ростом частоты наблюдается чередование частот резонансов и антирезонансов. Они более плотно располагаются на частотной оси для случая $h_2 = 2h_1$, что связано с большим диапазоном изменения волнового размера области II по сравнению со случаем $h_2 = h_1/2$.



а



б

Рис. 8. Частотные зависимости действительной и мнимой частей удельного сопротивления излучения поршня в долях ρc

На ряде частот антирезонансов, где характерные размеры волновода кратны $\lambda/2$, имеем $\text{Re } z = 0$ и $\text{Im } z = -\infty$. Эти условия соответствуют образованию узла колебательной скорости частиц среды на поверхности поршня. Такая ситуация отсутствует при углах излома, не равных 90° , что перекликается с анализом характеристик коэффициента прохождения нулевой моды области I через излом волновода (см. рис. 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенное решение позволяет получить численную оценку прохождения звуковой энергии через излом волновода. При этом закон сохранения

энергии выполняется с погрешностью не более 0.1%. Как показывает анализ, используя волновод с изломом, можно эффективно трансформировать энергию одной моды в другую, то есть менять структуру звуковой волны. Возможна трансформация энергии нижней нормальной волны в высшую и наоборот. При этом в определенной точке частотного диапазона удается добиться высокого коэффициента преобразования энергии одной моды в другую (до 90% и более). Очевидно, угловая неоднородность – это наиболее простое устройство, позволяющее проводить такие преобразования энергии с высокой эффективностью. Примером практического применения такого устройства является трансформация энергии нулевой нормальной волны в более высокие моды, что позволяет создать условия эффективного поглощения звука в волноводе [7]. Другим практическим примером эффекта трансформации может являться возможность изменения характеристики направленности открытого конца волновода, предполагаемого за изломом.

Анализ задачи излучения колеблющегося поршня в волновод с изломом указывает на возможность выбора параметров волновода, когда доля звуковой энергии, проникающей за излом, становится малой. Эти результаты могут быть использованы при решении задачи подавления шума в воздухопроводных системах.

1. Kazuo Tonaka, Masaaki Nakahara New boundary integral equations for CAD of waveguide circuits. Guided-mode extracted integral equations // IEEE Trans. Microwave theory and techniques.– 1992.– 40, N 8.– P. 1647–1653.
2. Reiter J. M., Arndt F. Rigorous analysis of arbitrarily shaped H-and E-plane discontinuities in rectangular waveguides by a full-wave boundary contours mode-matching method // IEEE Trans. Microwave theory and techniques.– 1995.– 43, N 8.– P. 796–801.
3. Lewin L. On the inadequacy of discrete mode-matching techniques in some waveguide discontinuity problems // IEEE Trans. Microwave theory and techniques.– 1970.– MTT-18 N 7.– P. 364–372.
4. Шестопалов В. П., Кирилленко А. П., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2.– К.: Наук. думка, 1986.– 215 с.
5. Вовк И. В., Гринченко В. Т. О расширении возможностей метода частичных областей применительно к задачам излучения и рассеяния звука // Акуст. ж.– 1989.– 35, N 1.– С. 29–26.
6. Исакович М. А. Общая акустика.– М.: Наука, 1973.– 495 с.
7. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука.– М.: МГУ, 1960.– 336 с.
8. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы.– М.: Мир, 1971.– 558 с.