

ПЛОСКАЯ СИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА УДАРА ТОНКОЙ УПРУГОЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ О ПОВЕРХНОСТЬ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ОТРЫВА

В. В. ГАВРИЛЕНКО

Украинский транспортный университет, Киев

Получено 30.07.97

Рассматривается плоская задача удара и погружения в сжимаемую жидкость тонкой упругой круговой цилиндрической оболочки с учетом влияния явления отрыва жидкости от оболочки в пределах ее смоченной поверхности. Решение краевой задачи сводится к решению бесконечной системы линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода. В численном примере для стальной оболочки проведен сравнительный анализ результатов с учетом влияния отрыва на процесс погружения и без учета.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема ударного взаимодействия жестких и упругих тел с жидкостью в 90-е годы остается актуальной. Свидетельством интереса к исследованиям в этой области, связанного с их практическим применением в различных отраслях промышленности: при строительстве гидросооружений, в судостроении (задача слемминга высокоскоростных судов), в современном машиностроении, при изучении приводнения летательных аппаратов, служит большое количество научных трудов, в частности [1–8].

В данной статье решается плоская симметричная задача удара и погружения в сжимаемую жидкость тонкой упругой круговой цилиндрической оболочки с учетом влияния на напряженно-деформированное состояние оболочки и на гидродинамические нагрузки, испытываемые ею при ударе и погружении в жидкость, явления нарушения неразрывного контакта оболочки с жидкостью (отрыва), возникающего в процессе погружения в пределах смоченной поверхности оболочки. Задача решается в постановке, не учитывающей подъем поверхности жидкости вблизи погружающейся в жидкость оболочки. Предполагается непроницаемость смоченной поверхности оболочки для жидкости, а также затухание на бесконечности возмущений, вызванных в жидкости погружающейся в нее оболочкой. Поведение жидкости описывается волновым уравнением, что накладывает ограничения на скорость и глубину погружения: скорость погружения рассматривается малой по сравнению со скоростью звука в жидкости, а глубина погружения – малой по сравнению с линейными размерами оболочки. Движение тонкой упругой круговой цилиндрической оболочки описывается систе-

мой основных уравнений динамики тонких упругих оболочек, основанной на гипотезах Кирхгофа – Лява.

На основе использования методов интегральных преобразований Лапласа по времени, разделения переменных, разложения в ряды Фурье по косинусам, решение краевой задачи сводится к решению бесконечной системы линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно коэффициентов разложения гидродинамического давления в ряд Фурье по косинусам. Следует отметить, что рассматриваемая задача является смешанной краевой задачей математической физики гиперболического типа.

Постановка и решение данной задачи является дальнейшим развитием модели исследования такого сложного многофакторного процесса, каким является процесс ударного взаимодействия тел с жидкостью. Моделирование данного процесса с учетом фактора отрыва усложняет реализацию задачи, однако позволяет описывать этот процесс более точно.

Полученные результаты являются дальнейшим развитием метода решения рассмотренной в [2, 3, 7, 9] задачи, в которой учет явления отрыва не проводился. Единый подход к решению задач с учетом и без учета отрыва позволяет оценить степень его влияния на напряженно-деформированное состояние оболочки и на гидродинамические нагрузки, испытываемые оболочкой в процессе удара и погружения ее в жидкость.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть тонкая упругая бесконечно-протяженная круговая цилиндрическая оболочка, двигаясь пер-

пендикулярно поверхности покоящейся жидкости, в некоторый момент $t=0$ достигает этой поверхности и начинает погружаться в жидкость со скоростью $v_0(t)$, причем начальная скорость погружения $v_0 = v_0(0)$. Считаем, что образующая поверхности оболочки на рассматриваемом временном интервале остается параллельной первоначально невозмущенной поверхности жидкости. Толщина оболочки h значительно меньше радиуса R срединной поверхности оболочки ($h/R \leq 0.05$). Жидкость считается невесомой, баротропной, идеальной сжимаемой.

Введем в полупространстве, занимаемом жидкостью, неподвижную декартову прямоугольную систему координат $Oxyz$: оси Ox и Oy направим по невозмущенной поверхности жидкости, кроме того, ось Oy – параллельно образующей поверхности оболочки, ось Oz – вглубь жидкости, т.е. невозмущенная поверхность жидкости совпадет с плоскостью $z=0$. Так как гидродинамическая картина процесса погружения в жидкость бесконечнопротяженной цилиндрической оболочки в произвольном поперечном ее сечении повторяется, то можно ограничиться рассмотрением движения в одном из сечений, например, в плоскости xOz .

Контур срединной поверхности оболочки в плоскости xOz свяжем с полярной системой координат: θ – полярный угол, откладываемый от положительного направления оси Oz , $f(\theta)$ – полярный радиус, O' – полюс, расположенный к моменту удара на оси Oz на расстоянии R от точек недеформированного контура срединной поверхности оболочки, т.е. в центре окружности радиуса R . Следовательно, до удара $f(\theta) = R$. Тогда полярные и декартовы координаты будут связаны соотношениями

$$x = f(\theta) \sin \theta, \quad z = f(\theta) \cos \theta + z^* - R, \quad (1)$$

где z^* – глубина погружения оболочки в жидкость (рис. 1).

Так как исследуется ранний этап процесса погружения в жидкость оболочки, когда ее контур в пределах области контакта с жидкостью слабо искривлен, при следующих ограничениях: рассматриваемые скорости погружения оболочки малы по сравнению со скоростью звука в жидкости C , т.е. $v_0/C \ll 1$, а глубины погружения оболочки в жидкость малы по сравнению с ее линейными размерами, т.е. $z^*/R \ll 1$, то величина угла θ также будет мала, а из выражений (1) будет следовать приближенное соотношение

$$|x| \approx R\theta. \quad (2)$$

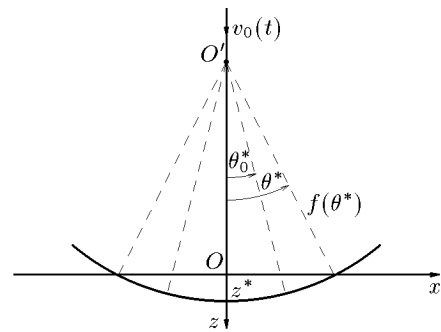


Рис. 1. Схема удара круговой цилиндрической оболочки о поверхность сжимаемой жидкости

Затупленность контура смоченной поверхности оболочки, малые глубины и скорости погружения ее в жидкость на раннем этапе дают возможность отождествить линейные координаты вдоль поверхностей жидкости и оболочки, что позволяет получить решение описывающего движение сжимаемой жидкости волнового уравнения и системы уравнений динамики оболочек в виде разложения по одной и той же системе ортогональных функций – по $\cos n\theta$, а также линейризовать граничные условия и снести их на невозмущенную поверхность жидкости $z=0$.

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \frac{Ct}{R}; & \bar{x} &= \frac{x}{R}; & \bar{z} &= \frac{z}{R}; \\ \bar{u} &= \frac{u}{R}; & \bar{w} &= \frac{w}{R}; & \bar{V} &= \frac{V}{C}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\bar{F} = \frac{F}{\rho C^2 R}; \quad \bar{p} = \frac{p}{\rho C^2}; \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\rho C^2}; \quad \bar{\varphi} = \frac{\varphi}{CR},$$

где ρ – плотность жидкости. Так как в дальнейшем будут использоваться только безразмерные переменные, то черточку над ними опустим.

Движение жидкости описывается в силу соотношения (2) волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

где φ – волновой потенциал, определяющий скорость деформирования поверхности жидкости $V(t, \theta)$ и гидродинамическое давление $p(t, \theta)$ по формулам

$$V(t, \theta) = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0}, \quad (5)$$

$$p(t, \theta) = - \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{z=0}. \quad (6)$$

В задаче осуществляется поиск области отрыва части смоченной поверхности оболочки от поверхности жидкости (способ ее обнаружения предложен ниже в конце раздела). Если область отрыва в процессе погружения оболочки в жидкость на рассматриваемом временном интервале образуется, то поверхность жидкости может быть разбита на три области: на свободную поверхность жидкости; область контакта оболочки с жидкостью; область отрыва, являющуюся внутренней по отношению к области контакта.

В пределах области отрыва и на свободной поверхности жидкости должно выполняться динамическое условие: давление в этих областях постоянно и для простоты считаем его равным нулю

$$- \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{z=0} = 0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_0^*, \quad (7)$$

$$- \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{z=0} = 0, \quad \theta > \theta_0^*, \quad (8)$$

где угол θ_0^* в каждый момент времени определяет внутреннюю границу области контакта оболочки с жидкостью, а угол θ^* – ее внешнюю границу.

В области контакта жидкости с оболочкой ее поверхность предполагается непроницаемой для жидкости

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=0} = v_0(t) - \dot{w}(t, \theta), \quad \theta_0^* < \theta < \theta^*, \quad (9)$$

где $\dot{w}(t, \theta)$ – скорость нормальных перемещений срединной поверхности оболочки, позволяющая учесть упругие деформации оболочки при ударе и погружении ее в жидкость.

Так как до начала взаимодействия оболочки с жидкостью последняя покоилась, то будем иметь нулевые начальные условия

$$\varphi|_{t=0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (10)$$

Возмущения, вызванные в жидкости оболочкой, на бесконечности затухают

$$\varphi \rightarrow 0, \quad \theta^2 + z^2 \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Закон движения тела в жидкости определяется из второго закона Ньютона

$$\mu \frac{dv_0(t)}{dt} = -F(t), \quad v_0(0) = v_0, \quad (12)$$

где μ – погонная масса оболочки, отнесенная к ρR^2 ; $F(t)$ – гидродинамическая сила сопротивления погружению оболочки со стороны жидкости, которая определяется, с учетом соотношений (2), как интеграл от давления, распределенного по области контакта оболочки с жидкостью, формулой

$$F(t) = 2 \int_{\theta_0^*}^{\theta^*} p(t, \theta) d\theta. \quad (13)$$

Движение находящейся в состоянии плоской деформации тонкой упругой цилиндрической оболочки описывается системой основных уравнений динамики тонких упругих оболочек, основанной на гипотезах Кирхгоффа – Лява, в перемещениях $u(t)$ и $w(t)$ точек срединной поверхности оболочки

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0; \\ \frac{\partial u}{\partial \theta} + w + \frac{h^2}{12R^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right) + \\ + \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{1}{C_0^2 m_0} p(t, \theta), \end{aligned} \quad (14)$$

где $C_0 = \sqrt{E/(\rho_0 C^2(1-\nu^2))}$ – безразмерная скорость звука в материале оболочки; $m_0 = \rho_0 h/(\rho R)$ – безразмерная масса единицы поверхности оболочки; ρ_0 – плотность материала оболочки; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона.

Так как подъем свободной поверхности жидкости вблизи погружающейся в нее оболочки в данной постановке задачи не учитывается, то внешняя граница области контакта оболочки с жидкостью задается величиной угла θ^* , которая в каждый момент времени t должна определяться в плоскости xOz точкой пересечения деформированного контура оболочки с невозмущенной поверхностью жидкости $z = 0$. Однако, учитывая, что деформации цилиндрической оболочки в пределах упругости можно считать малыми по сравнению с ее линейными размерами, внешняя граница области контакта оболочки с жидкостью будет определяться точкой пересечения жесткого контура оболочки (т.е. окружности) с невозмущенной поверхностью жидкости:

$$\theta^* = \arctg \left(\frac{\sqrt{1 - (1 - z^*)^2}}{1 - z^*} \right), \quad (15)$$

по известной в данный момент глубине погруже-

ния

$$z^* = \int_0^t v_0(\tau) d\tau. \quad (16)$$

Внутренняя граница области контакта оболочки с жидкостью (внешняя граница области отрыва) задается в каждый момент времени t величиной угла θ_0^* , определяемой соотношением:

$$\theta_0^* = \sup\{\theta \in [0, \theta^*] : p(t, \theta) = 0\}, \quad (17)$$

которое позволяет построить соответствующий итерационный процесс.

Сформулированная краевая задача (4), (7)–(17) является в общем случае нелинейной, так как в соотношении (13) гидродинамическая сила сложным функциональным образом определяется через искомые величины.

Следует отметить, что рассмотренная в [2, 3, 7, 9] постановка задачи, не учитывающая явления отрыва, является частным случаем данной постановки, если на всем рассматриваемом отрезке времени угол $\theta_0^* = 0$, т.е. явление отрыва отсутствует.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Прежде чем приступить к решению вышеприведенной краевой задачи в двух постановках, необходимо решить две вспомогательные задачи.

В первой из этих задач устанавливается взаимосвязь между скоростью деформирования поверхности жидкости $V(t, \theta)$ и гидродинамическим давлением $p(t, \theta)$ на этой поверхности.

Раскладываем в ряды Фурье по $\cos n\theta$ [10] скорость деформирования поверхности жидкости $V(t, \theta)$ и гидродинамическое давление $p(t, \theta)$:

$$V(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(t) \cos n\theta, \quad (18)$$

$$p(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \cos n\theta. \quad (19)$$

Применяя к уравнению (4) преобразование Лапласа по времени t с параметром s [11], получаем в пространстве изображений уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi^L}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi^L}{\partial z^2} - s^2 \varphi^L = 0. \quad (20)$$

Общее решение уравнения (20), удовлетворяющее условию затухания на бесконечности (11), имеет вид

$$\varphi^L = \sum_{n=0}^{\infty} A_n e^{-z\sqrt{s^2+n^2}} \cos n\theta, \quad (21)$$

где A_n – постоянные коэффициенты.

Применяя к выражениям (5), (6) и разложениям (18), (19) преобразования Лапласа по t и учитывая формулу (21), получаем соотношения

$$V_n^L(s) = \frac{\sqrt{s^2+n^2}}{s} p_n^L(s), \quad (22)$$

$$n = \overline{0, \infty}.$$

Тогда по теореме о свертке оригиналов двух функций [11] из соотношений (22) получаем зависимость

$$V_n(t) = p_n(t) + \int_0^t p_n(\tau) f_n(t-\tau) d\tau, \quad (23)$$

$$n = \overline{0, \infty},$$

связывающие коэффициенты $V_n(t)$ и $p_n(t)$, где

$$f_n(t) = \int_0^t \frac{n J_1(n\xi)}{\xi} d\xi,$$

$J_1(t)$ – цилиндрическая функция Бесселя первого рода первого порядка.

С учетом разложений (18), (19) и соотношений (23) получаем связь между скоростью $V(t, \theta)$ и давлением $p(t, \theta)$:

$$V(t, \theta) = p(t, \theta) + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_0^t p_n(\tau) f_n(t-\tau) d\tau \right) \cos n\theta. \quad (24)$$

Во второй вспомогательной задаче устанавливается взаимосвязь между нормальными, тангенциальными перемещениями точек срединной поверхности оболочки $w(t, \theta)$, $u(t, \theta)$, скоростью нормальных перемещений $\dot{w}(t, \theta)$ и давлением $p(t, \theta)$.

Раскладываем величины $u(t, \theta)$, $w(t, \theta)$, $\dot{w}(t, \theta)$ в ряды Фурье по $\cos n\theta$ и $\sin n\theta$:

$$u(t, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \sin n\theta, \quad (25)$$

$$w(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(t) \cos n\theta, \quad (26)$$

$$\dot{w}(t, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \dot{w}_n(t) \cos n\theta. \quad (27)$$

Применяя к системе основных уравнений динамики тонких упругих оболочек (14), а также к разложениям (25)–(27) преобразования Лапласа по

t , приравнивая коэффициенты при соответствующих косинусах и синусах, используя теорему о свертке оригиналов двух функций, получаем соотношения

$$u_n(t) = \int_0^t p_n(\tau) g_n^{(0)}(t - \tau) d\tau, \quad n = \overline{1, \infty}, \quad (28)$$

$$w_n(t) = \int_0^t p_n(\tau) g_n^{(1)}(t - \tau) d\tau, \quad n = \overline{0, \infty}, \quad (29)$$

$$\dot{w}_n(t) = \int_0^t p_n(\tau) g_n(t - \tau) d\tau, \quad n = \overline{0, \infty}, \quad (30)$$

где

$$g_1^{(0)}(t) = -\frac{1}{2m_0} \left(t - \frac{\sin \sqrt{2} C_0 t}{\sqrt{2} C_0} \right);$$

$$g_n^{(0)}(t) = \frac{-n C_0^2}{m_0(S_2 - S_1)} \left(\frac{\sin \sqrt{S_1} t}{\sqrt{S_1}} - \frac{\sin \sqrt{S_2} t}{\sqrt{S_2}} \right),$$

$$n = \overline{2, \infty};$$

$$g_0^{(1)}(t) = \frac{1}{m_0} \frac{\sin C_0 \sqrt{1 + \delta^2} t}{C_0 \sqrt{1 + \delta^2}};$$

$$g_1^{(1)}(t) = \frac{1}{2m_0} \left(t + \frac{\sin \sqrt{2} C_0 t}{\sqrt{2} C_0} \right);$$

$$g_n^{(1)}(t) = \frac{1}{m_0} \left(A_0 \frac{\sin \sqrt{S_1} t}{\sqrt{S_1}} + B_0 \frac{\sin \sqrt{S_2} t}{\sqrt{S_2}} \right),$$

$$n = \overline{2, \infty};$$

$$g_0(t) = \frac{1}{m_0} \cos C_0 \sqrt{1 + \delta^2} t;$$

$$g_1(t) = \frac{1}{2m_0} (1 + \cos \sqrt{2} C_0 t);$$

$$g_n(t) = \frac{1}{m_0} (A_0 \cos \sqrt{S_1} t + B_0 \cos \sqrt{S_2} t),$$

$$n = \overline{2, \infty};$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{h}{R} (n^2 - 1);$$

$$A_0 = \frac{n^2 C_0^2 - S_1}{S_2 - S_1}; \quad B_0 = \frac{S_2 - n^2 C_0^2}{S_2 - S_1};$$

$$S_1 = \frac{1}{2} C_0^2 (1 + n^2 + \delta^2 - \sqrt{(1 + n^2 - \delta^2)^2 + 4\delta^2});$$

$$S_2 = \frac{1}{2} C_0^2 (1 + n^2 + \delta^2 + \sqrt{(1 + n^2 - \delta^2)^2 + 4\delta^2}).$$

Удовлетворяя граничные условия (7)–(9) и используя соотношения (24), (27), (30), получаем

$$p(t, \theta) = H((\theta_0^* - \theta)(\theta - \theta^*)) \times \left\{ v_0(t) - \sum_{n=0}^{\infty} \left(\int_0^t p_n(\tau) h_n(t - \tau) d\tau \right) \cos n\theta \right\}, \quad (31)$$

где $H(\theta)$ – функция Хевисайда, имеющая вид $H(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{если } \theta > 0; \\ 0, & \text{если } \theta < 0; \end{cases}$ $h_n(t) = f_n(t) + g_n(t)$.

Раскладывая в ряды Фурье по $\cos n\theta$ каждый член выражения (31) и приравнивая коэффициенты при соответствующих косинусах, получаем бесконечную систему линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода относительно коэффициентов $p_n(t)$, ($n = \overline{0, \infty}$)

$$p_n(t) = v_{0n}(t) - \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_{mn}(\theta_0^*) - \alpha_{mn}(\theta^*)) \times \int_0^t p_m(\tau) h_m(t - \tau) d\tau, \quad (32)$$

где при $k_n = \begin{cases} 1, & \text{если } n = 0; \\ 2, & \text{если } n = \overline{1, \infty}. \end{cases}$ коэффициенты $v_{0n}(t)$ и $\alpha_{mn}(\theta)$ имеют вид

$$v_{0n}(t) = \frac{k_n}{\pi} v_0(t) \int_{\theta_0^*}^{\theta^*} \cos n\theta d\theta,$$

$$\alpha_{mn}(\theta) = \frac{k_n}{\pi} \int_{\theta}^{\pi} \cos m\theta \cos n\theta d\theta.$$

После преобразований коэффициенты $v_{0n}(t)$ и $\alpha_{mn}(\theta)$ принимают вид

$$v_{0n}(t) = \begin{cases} \frac{v_0(t)}{\pi} (\theta^* - \theta_0^*), & n = 0, \\ \frac{2v_0(t)}{\pi} \cdot \frac{\sin n\theta^* - \sin n\theta_0^*}{n}, & n = \overline{1, \infty}; \end{cases} \quad (33)$$

$$\alpha_{mn}(\theta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\pi} \theta, & m = n = 0; \\ -\frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin m\theta}{m}, & m \neq n, n = 0; \\ 1 - \frac{1}{\pi} \left(\theta + \frac{\sin 2m\theta}{2m} \right), & m = n, n \neq 0; \\ -\frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin(m-n)\theta}{m-n} + \frac{\sin(m+n)\theta}{m+n} \right), & m \neq n, n \neq 0. \end{cases} \quad (34)$$

С учетом найденных коэффициентов $p_n(t)$ коэффициенты $V_n(t)$ определяются по формуле (23), а скорость деформирования поверхности жидкости $V(t, \theta)$ и гидродинамическое давление $p(t, \theta)$ – соответственно по формулам (18), (19).

Используя соотношения (13) и (19), получаем гидродинамическую силу сопротивления погружению оболочки в жидкость

$$F(t) = 2 \left\{ p_0(t)(\theta^* - \theta_0^*) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n(t) \frac{\sin n\theta^* - \sin n\theta_0^*}{n} \right\}. \quad (35)$$

Тогда дифференциальное уравнение (12) принимает вид

$$\mu \frac{dv_0(t)}{dt} = -2 \left\{ p_0(t)(\theta^* - \theta_0^*) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n(t) \frac{\sin n\theta^* - \sin n\theta_0^*}{n} \right\}, \quad (36)$$

где $v_0(0) = v_0$.

Характеристики напряженно-деформированного состояния оболочки: тангенциальные, нормальные перемещения $u(t, \theta)$, $w(t, \theta)$ точек ее срединной поверхности, скорость нормальных перемещений $\dot{w}(t, \theta)$ вычисляются по формулам (25)–(30). Напряжения в оболочке вычисляются через перемещения по известным из теории оболочек формулам.

3. ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Решение краевой задачи в данной постановке, не учитывающей подъем поверхности жидкости вблизи погружающейся в нее оболочки, сводится к решению системы интегральных уравнений (32) совместно с дифференциальным уравнением (36) по определяемым в каждый момент времени t внешней и внутренней границам области контакта тела с жидкостью по формуле (15) и условию (17).

Реализация задачи осуществлялась на конечном отрезке времени $[0; T]$, который разбивался на равные части длиной Δt , и в полученных узлах разбиения вычислялись все искомые величины.

Бесконечная система интегральных уравнений (32) и дифференциальное уравнение (36) подвергались усечению. Порядок усечения выбирался из соображений практической сходимости решения (расчеты для 75, 100 и 150 членов ряда Фурье дали близкие по значению результаты). В системе (32) все интегралы вычислялись по квадратур-

ным формулам трапеций и Симпсона [12]. Решения системы интегральных уравнений (32) и дифференциального уравнения (36), а также определение внутренней границы области контакта тела с жидкостью осуществлялось итерационным методом последовательных приближений. Для улучшения сходимости рядов Фурье применялись множители Гиббса [13].

На временном интервале $[0; 2]$ рассматривался процесс погружения в жидкость стальной цилиндрической оболочки с параметрами $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; $\rho_0 = 8 \cdot 10^3$ кг/м³; $C_0^2 = 12.2$; $\nu = 0.3$. Варьировались в вычислениях следующие параметры: масса оболочки $\mu = 0.005 \div 20$; ∞ ; начальная скорость погружения $v_0 = 0.001 \div 0.1$; относительная толщина оболочки $h/R = 0.001 \div 0.05$.

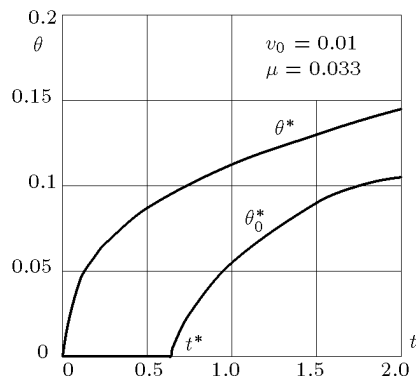
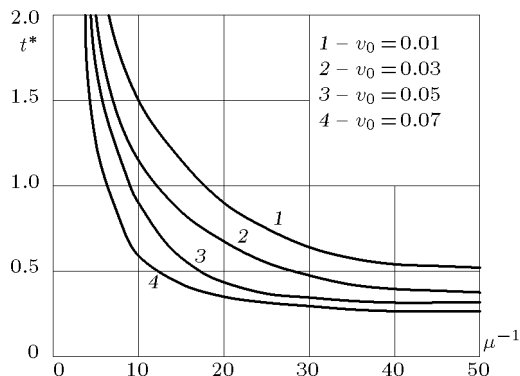
На рис. 2 показана зависимость от времени значений углов θ_0^* и θ^* , определяющих внутреннюю и внешнюю границы области контакта оболочки с жидкостью для значений параметров: $v_0 = 0.01$, $\mu = 0.033$, $h/R = 0.05$. Из рис. 2 видно, что:

- процесс отрыва начинается в момент времени t^* , равный для данного конкретного случая 0.65;
- с появлением зоны отрыва площадь области контакта оболочки с жидкостью уменьшается по сравнению со случаем, когда отрыв не учитывается (см. [2, 3, 7, 9]).

На рис. 3 показана зависимость параметра t^* , определяющего время начала процесса отрыва, от величины μ^{-1} для $h/R = 0.05$ и значений $v_0 = 0.01$; 0.03; 0.05; 0.07. Кривые, соответствующие перечисленным значениям скорости v_0 , отмечены на рисунке цифрами 1–4.

Из рис. 3 следует, что:

- на рассматриваемом временном интервале $[0; 2]$ для относительно тяжелых тел ($\mu^{-1} < 5$), а также для случая погружения с постоянной скоростью ($\mu^{-1} = 0$), при различных начальных скоростях погружения v_0 явление отрыва не проявлялось;
- чем больше масса погружающейся оболочки μ , тем позже наступает время начала процесса отрыва t^* ;
- вместе с тем, время начала процесса отрыва t^* жидкости от поверхности легких тел ($\mu^{-1} > 40$) при всех рассмотренных значениях v_0 практически не зависит от массы, но зависит от скорости v_0 , причем чем выше начальная скорость погружения v_0 , тем раньше наступает время начала процесса отрыва t^* .

Рис. 2. Зависимость значений углов θ_0^* и θ^* от времени t Рис. 3. Зависимость параметра t^* от величины μ^{-1} для $h/R=0.05$:кривые 1–4 соответствуют значениям $v_0 = 0.01; 0.03; 0.05; 0.07$

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами работ [2, 3, 7, 9]. Они полностью совпадают для относительно тяжелых оболочек ($\mu > 0.2$), так как для них на рассматриваемом временном интервале процесс отрыва не наблюдается; для относительно же легких оболочек начало процесса отрыва происходит в момент, когда абсолютные значения гидродинамического давления близки к нулю, поэтому влияние этого процесса на величины гидродинамических нагрузок и характеристики напряженно-деформированного состояния оболочек незначительно (соответствующие графики характеристик процесса ударного взаимодействия оболочки с жидкостью, полученные с учетом и без учета явления отрыва, мало отличаются друг от друга).

1. Веклич Н. А. Удар прямоугольной пластины о жидкое подпространство // Изв. РАН. Мех. жидкости и газа.– 1992.– N 5.– С. 120–126.
2. Гавриленко В. В. Ударное взаимодействие тонких упругих цилиндрических оболочек с жидкостью // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Всесоюз. межвуз. сб.– Горький, Горьк. ун-т, 1990.– С. 59–64.
3. Гавриленко В. В. Удар тонкой упругой цилиндрической оболочки о поверхность жидкости // Гидромеханика.– 1990.– Вып. 62.– С. 34–39.

4. Горшков А. Г., Дробышевский Н. И. Применение метода граничных элементов к задаче о проникновении тел в жидкость // Изв. РАН. Мех. тверд. тела.– 1995.– N 6.– С. 99–103.
5. Ерошин В. А. Высокоскоростной вход в воду тяжелого диска под малым углом к свободной поверхности // Изв. РАН. Мех. жидкости и газа.– 1995.– N 6.– С. 13–18.
6. Коробкин А. А. Акустическое приближение в задаче погружения затупленного контура в идеальную жидкость // Прикл. мех. и техн. физ.– 1992.– N 4.– С. 48–54.
7. Кубенко В. Д., Гавриленко В. В. Плоская задача проникания тонких упругих цилиндрических оболочек в сжимаемую жидкость // Прикл. мех.– 1990.– 26, N 9.– С. 66–75.
8. Норкин М. В. Удар вырожденного тора о жидкость бесконечной глубины // Изв. РАН. Мех. жидкости и газа.– 1995.– N 5.– С. 161–165.
9. Кубенко В. Д. Проникание упругих оболочек в сжимаемую жидкость.– Киев: Наук. думка, 1981.– 160 с.
10. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции.– М.: Наука, 1966.– 296 с.
11. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.– М.: Наука, 1965.– 751 с.
12. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики.– М.: Наука, 1977.– 456 с.
13. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа.– М.: Физматгиз, 1961.– 524 с.