

# ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ НА ИЗГИБНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОГО БИМОРФНОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ДИСКА

В. Н. ОЛИЙНЫК

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.11.97

В рамках теории тонких пьезоупругих пластин решена задача о гармонических колебаниях биморфного диска с электродированными поверхностями, включенного в пассивную электрическую цепь. Электрическое нагружение биморфа приводит к изменению генерируемого им выходного электрического напряжения. Показано, что в случае индуктивной электрической нагрузки причиной этого может служить существенное изменение характера изгибных колебаний биморфа.

## ВВЕДЕНИЕ

Пьезоэлектрические приемники, использующие двухслойные (биморфные) чувствительные элементы, пользуются заслуженной популярностью в акустике. Наряду с приемниками других типов, уже более полувека они успешно применяются для измерения вибрационных и акустических полей [1–4]. При малом весе и габаритах такие устройства имеют достаточно высокую чувствительность, практически не зависящую от частоты в широком диапазоне частот, лежащем ниже первого изгибного резонанса биморфа. Немаловажным достоинством является простота конструкции и калибровки такого датчика, что позволяет создавать биморфные приемники с заданными рабочими характеристиками в лабораторных условиях. Несмотря на перечисленные достоинства биморфных датчиков, в ряде случаев, например, при регистрации звуков дыхания с поверхности грудной клетки человека, остро встает вопрос дальнейшего повышения чувствительности датчиков, что позволило бы, например, ослабить требования к используемым при этом электронным усилителям.

Одним из возможных путей повышения эффективности пьезоэлектрических преобразователей является повышение коэффициента электромеханической трансформации в них за счет должного согласования собственно электрической части устройства с пьезоактивным элементом. Эта идея не нова, и существует довольно обширная литература, посвященная данному вопросу. Так, в гидроакустике известна возможность управления рабочими характеристиками пьезоэлектрических излучателей за счет включения в цепь генератора корректирующих электрических цепей [5, 6]. Ана-

логичные исследования проводились и для пьезо-приемников [7, 8]. Общей идеей упомянутых работ является компенсация собственной электрической емкости пьезоэлемента согласующей внешней индуктивностью.

Следует отметить, что подавляющее большинство исследователей, рассматривавших взаимодействие электромеханических преобразователей с электрическими цепями, имело дело с устройствами, использующими продольные колебания пьезоэлемента. При этом, как правило, считалось, что в пьезоэлементе возбуждается только одна колебательная мода. В рамках такого подхода пьезоэлемент фактически рассматривается как система с сосредоточенными параметрами.

Между тем, в тонких биморфных пластинках, являющихся чувствительными элементами приемников давления и вибродатчиков, в силу специфики их механического нагружения возбуждается весь спектр собственных изгибных мод, производящих выходной электрический сигнал. Не подлежит сомнению, что для корректного описания поведения такой пластиинки следует привлекать математические модели, характерные для механики сплошных сред и механики связанных полей. Теоретические основы такого подхода были изложены в монографии [9]. В ней была разработана строгая постановка сопряженных граничных задач линейной теории электроупругости (в том числе и для тонких биморфных пластинок) при произвольных параметрах внешней электрической цепи. Отметим, однако, что авторы упомянутой монографии ограничились рассмотрением задач лишь для предельных случаев разомкнутых и короткозамкнутых электродов на поверхности пьезоэлемента, а также для случая наличия генератора электрического напряжения с бесконечным внутренним со-

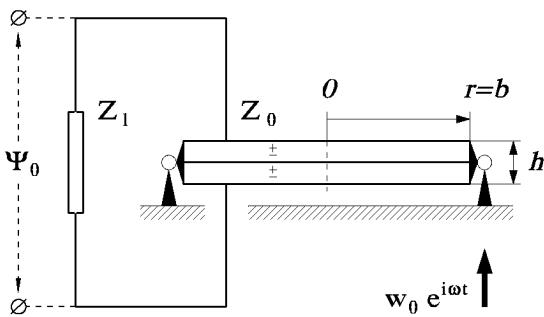


Рис. 1. Кинематически возбуждаемый пьезокерамический биморф с толщинной поляризацией, нагруженный на внешнюю электрическую цепь

противлением. Очевидно, что вышеперечисленные варианты нагружения пьезоэлементов, при всей своей практической важности, описывают их взаимодействие с внешними электрическими цепями далеко не исчерпывающим образом.

В работе [10] были представлены количественные данные о характере влияния внешней электрической цепи на сигнал, снимаемый на выходе биморфного вибродатчика. Было показано, что выходной сигнал нагруженного датчика может существенно отличаться от выходного сигнала датчика с разомкнутыми электродами, обычно принимающего за эталонный. Безусловно, в ряде случаев указанные различия можно объяснить тем, что внешняя цепь выступает как электрический делитель на выходе биморфа. Однако этого рассуждения оказывается недостаточно при рассмотрении биморфа, нагруженного на индуктивный контур. Для того, чтобы глубже понять механизм взаимодействия биморфа и внешней цепи, необходимо проследить как изменяется под влиянием ее присутствия характер изгибных колебаний биморфа на различных частотах. Исследование этого вопроса и составляет предмет настоящей статьи.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Перейдем к математической постановке задачи. Пусть чувствительный элемент рассматриваемого датчика представляет собой тонкий поперечно поляризованный биморфный пьезокерамический диск с толщиной  $h$  и внешним радиусом  $b$ . Его поверхности полностью электродированы, и электроды замкнуты на внешнюю электрическую цепь с импедансом  $Z_l$  (рис. 1). Будем считать, что биморфный диск свободно оперт по внешнему контуру, а опора совершає вертикальные гармонические колебания со смещением  $w_0 e^{i\omega t}$  (здесь и да-

лее  $\omega$  – круговая, а  $f = \omega/(2\pi)$  – соответствующая ей герцовая частота). Вследствие кинематического возбуждения на опоре возникают изгибные колебания биморфного диска, приводящие к появлению на его электродах электрического напряжения  $\Psi_0$ , которое и является выходным сигналом датчика. Рассматриваемая система может быть описана в рамках линейной теории тонких электроупругих пластин, аналогичной системе гипотез Кирхгоффа–Лява для пассивных упругих пластин, разработанной в [9]. Ввиду радиальной симметрии механической части постановки изгибные колебания биморфа естественно считать независящими от угловой координаты. В этом предположении уравнение колебаний тонкого биморфного диска имеет вид

$$\nabla^2 \nabla^2 w - k_0^4 w = 0, \\ \nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr}, \quad k_0^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{\tilde{D}}. \quad (1)$$

Здесь  $w = w(r)$  – функция прогиба биморфа;  $\rho_{11}^E$  – плотность пьезокерамики, ее податливость при постоянном электрическом поле и коэффициент Пуассона (в плоскости, параллельной электродам) соответственно. Изгибная жесткость биморфа  $\tilde{D}$  может быть вычислена по формуле

$$\tilde{D} = \zeta_p \cdot \frac{h^3}{12s_{11}^E(1-\nu^2)}, \\ \zeta_p = 1 + \frac{1-\nu}{8} \cdot \frac{\kappa_p^2}{1-\kappa_p^2}.$$

Очевидно, что смещения внешнего края биморфа равны смещениям опоры, а изгибный момент на опоре в условиях свободного опирания равен нулю. Это позволяет записать механические граничные условия при  $r=b$  в следующем виде:

$$w = w_0, \\ \tilde{D} \left( \nabla^2 w - \frac{1-\nu}{r} \cdot \frac{dw}{dr} \right) = \frac{h}{4} \cdot \frac{d_{31}\Psi_0}{s_{11}^E(1-\nu)}. \quad (2)$$

Здесь  $d_{31}$  – пьезомодуль.

Кроме механических граничных условий рассматриваемая задача предполагает также постановку естественного электрического условия – суммарное падение напряжений в полном контуре, включающем внешнюю цепь и биморф, должно равняться нулю:

$$I \cdot Z_l + \Psi_0 = 0, \\ I = \frac{1}{Z_0} \left( \Psi_0 + \frac{h^2}{8d_{31}} \cdot \frac{\kappa_p^2}{1-\kappa_p^2} \cdot \frac{1}{S} \int_S \nabla^2 w dS \right). \quad (3)$$

Здесь  $I$ ,  $S$ ,  $Z_0$  и  $\kappa_p$  – електрический ток во внешней цепи, площасть електрода, електрический импеданс биморфа и планарний коєфіцієнт електромеханіческої связі соотвественно;  $Z_0 = 1/(i\omega C_0)$ , где  $C_0$  – статическая емкость биморфа. Согласно [9], планарний коєфіцієнт електромеханіческої связі является вторичным параметром и может быть определен через материальныя константы пьезокерамики.

Легко заметить, что при помощи соотношений (3) из условия для изгибного момента, входящего в (2), могут быть исключены електрические функции  $I$  и  $\Psi_0$ . Таким образом, рассматриваемая сопряженная електромеханическая задача распадается на механическую и електрическую части, причем електрическое поле может быть рассчитано, исходя из решения преобразованной задачи для функции прогиба  $w$ . Немаловажным является и тот факт, что с учетом функциональных свойств  $w$  и геометрии задачи интеграл по поверхности електрода, входящий во второе соотношение (3), может быть приведен к простому виду

$$\frac{1}{S} \int_S \nabla^2 w dS = \frac{2}{b} \left( \frac{dw}{dr} \right)_{r=b}. \quad (4)$$

Тогда преобразованную задачу для  $w$  можно записать как уравнение колебаний (1) в совокупности с граничными условиями

$$\begin{aligned} w &= w_0, & r &= b, \\ \nabla^2 w - \frac{1-\nu-q}{r} \cdot \frac{dw}{dr} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

Задача (1), (5) с формальною точки зоряия абсолютно аналогична задаче о гармонических колебаниях пассивного упругого диска. Теперь влияние механоелектрического преобразования и наличие внешней електрическої цепи заложено в параметре  $q$ , зависящем от електроупругих констант, а также от отношения импедансов внешней цепи и биморфа:

$$q = \frac{Z_l}{Z_l + Z_0} \cdot \frac{3(1-\nu)}{4\zeta_p} \cdot \frac{\kappa_p^2}{1-\kappa_p^2}. \quad (6)$$

При короткозамкнутых електродах биморфа  $q=0$ , а при разомкнутых – стремится к своему предельному значению, известному из [9].

Исходя из уравнения (1), смещения биморфа будем искать в виде ряда

$$w(r) = w_0 \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n J_0(k_n r) + B_n I_0(k_n r)] \right). \quad (7)$$

Серии неизвестных коєфіциєнтов  $A_n$  и  $B_n$  могут быть определены из соотношений, получаемых из уравнений (5) путем их алгебраизации, а волновые числа  $k_n$  – из соответствующего дисперсионного уравнения:

$$2J_0(k_n b)I_0(k_n b) + \frac{1-\nu-q}{k_n b} \times [J'_0(k_n b)I_0(k_n b) - J_0(k_n b)I'_0(k_n b)] = 0. \quad (8)$$

В уравнениях (7) и (8)  $J_0$  – функція Бесселя,  $I_0$  – модифіцированная функція Бесселя I-го рода 0-го порядка, а штрихами обозначены производные по полному аргументу. Теперь, с учетом соотношений (5), выражение для прогиба  $w(r)$  может быть представлено в виде ряда по ортогональным собственным функціям  $w_n$ :

$$w(r) = w_0 \times \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^b w_n(k_n r) r dr}{\int_0^b w_n^2(k_n r) r dr} \cdot \frac{w_n(k_n r)}{(\omega_n/\omega)^2 - 1} \right). \quad (9)$$

Здесь  $\omega_n = k_n^2 \sqrt{\tilde{D}/(\rho h)}$ , а  $w_n$  имеет вид

$$w_n(k_n r) = [J_0(k_n r)I_0(k_n b) - I_0(k_n r)J_0(k_n b)].$$

Заметим, что согласно описанной в [12] методике, входящие в (9) весовые интегралы для произвольных граничных условий при  $r=b$  могут быть представлены в виде выражений, содержащих  $w_n$  и их производные:

$$\begin{aligned} \int_0^b w_n(k_n r) r dr &= \left\{ \frac{r}{k_n} (\bar{\nabla}^2 w_n)' \right\}_{r=b}, \\ \int_0^b w_n^2(k_n r) r dr &= \left\{ \frac{r}{4} \left[ w_n^2 + (\bar{\nabla}^2 w_n)^2 - 2w'_n[k_n r(\bar{\nabla}^2 w_n)' + \bar{\nabla}^2 w_n] \right] \right\}_{r=b}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\bar{\nabla}^2$  – оператор Лапласа по полному аргументу.

После определения  $w(r)$  значение выходного електрического напряжения может быть найдено из електрического условия (3):

$$\Psi_0 = -\frac{Z_l}{Z_l + Z_0} \cdot \frac{\kappa_p^2}{1-\kappa_p^2} \cdot \left( \frac{dw}{dr} \right)_{r=b}. \quad (11)$$

На практике важно знать также електрическое напряжение при единичной амплитуде смещений

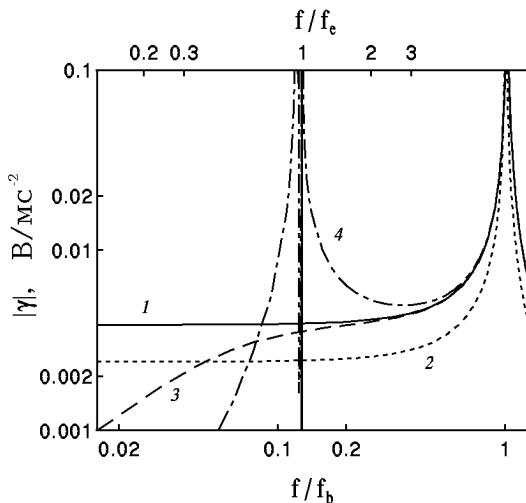


Рис. 2. Чувствительность биморфа по ускорению:  
 1 – при разомкнутых электродах,  
 2 – внешняя цепь с емкостью,  
 3 – внешняя цепь с активным сопротивлением,  
 4 – внешняя цепь с индуктивностью

опоры, характеризующее эффективность вибродатчика. В нашем случае целесообразно ввести чувствительность биморфа по ускорению  $\gamma$ , равную отношению  $\Psi_0$  к колебательному ускорению опоры:

$$\gamma = -\frac{\Psi_0}{\omega^2 w_0}. \quad (12)$$

Приведенные выкладки позволяют получить исчерпывающие количественные данные об электромеханических характеристиках кинематически возбуждаемого пьезокерамического биморфа.

## 2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ

Перейдем к обсуждению результатов численного анализа. Расчет проводился для биморфа с радиусом  $b = 11.5$  мм и толщиной  $h = 0.6$  мм. Константы пьезокерамики принимались равными  $\rho = 7.74 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $s_{11}^E = 1.52 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/Н,  $\nu = 0.3$ ,  $d_{31} = -1.14 \cdot 10^{-10}$  Кл/Н,  $C_0 = 15000$  пФ. Такие геометрические и физические параметры характерны для опытных образцов пьезоакселерометров, изготовленных в Институте гидромеханики НАН Украины [11].

Возвращаясь к (11), заметим, что выходное напряжение на обкладках электродов биморфаенным образом зависит, во-первых, от отношения его статического электрического импеданса и электрического импеданса внешнего контура, во-вторых, от характера функции прогиба биморфа. В свою очередь, наличие параметра  $q$  в выражениях (5), (8) свидетельствует о том, что изгибные колебания биморфа также зависят от отношения

$Z_l$  и  $Z_0$ . Следовательно, для адекватного понимания влияния электрической нагрузки на электромеханические характеристики пьезоакселерометра прежде всего необходимо изучить как изменяются под ее влиянием собственные числа изгибных мод колебаний биморфа.

Перейдем к анализу рассматриваемой системы при различных вариантах внешней цепи. На рис. 2 представлены частотные зависимости модуля чувствительности биморфа по ускорению при различных значениях  $Z_l$ . При расчетах параметры электрической нагрузки полагались равными  $C_l = 10000$  пФ,  $R_l = 50$  кОм,  $L_l = 10$  Гн. Для сравнения здесь же приведена частотная зависимость модуля чувствительности биморфа с разомкнутыми электродами (кривая 1). Она имеет весьма типичный вид – на низких частотах чувствительность постоянна, а в окрестности первого изгибного резонанса биморфа  $f_b$  резко возрастает. Для простоты считалось, что в системе отсутствуют механические потери, поэтому на самой частоте  $f_b$  расчетная чувствительность стремится к бесконечности.

### 2.1. Цепь с емкостным импедансом

Пусть электрический импеданс внешней цепи имеет чисто емкостной характер:  $Z_l = 1/(i\omega C_l)$ . Очевидно, что в этом случае  $q$  не зависит от частоты, поскольку  $Z_l/(Z_l + Z_0) = C_0/(C_l + C_0)$  (см. выражение (6)). Как и следовало ожидать, для всего диапазона значений  $0 < C_l < \infty$  собственные изгибные числа  $k_n$  лежат между предельными значениями для биморфа с разомкнутыми и короткозамкнутыми электродами, приближаясь к последним по мере увеличения  $C_l$ . Как видно из таблицы, предельные значения  $k_n$  сами по себе мало отличаются друг от друга. В расчетном случае  $C_l = 2C_0/3$  снижение первой изгибной частоты биморфа по сравнению со случаем разомкнутых электродов составляет не более 1%.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод о том, что при воздействии емкостной нагрузки форма изгибных колебаний биморфа практически не меняется. Следовательно, снижение уровня выходного напряжения, генерируемого биморфом, в  $C_0/(C_l + C_0)$  раз по сравнению со случаем разомкнутых электродов (ср. кривые 1 и 2 на рис. 2) происходит исключительно за счет электрического деления сигнала на емкостях  $C_l$  и  $C_0$ . Это позволяет сделать практически важный вывод о том, что для съема сигнала с пьезодатчиков следует использовать электрические устройства с емкостью  $C_l \ll C_0$ .

Таблица. Собственные числа круглого биморфа  $k_n b$  при радиально-симметричном изгибе

$n$	Электроды биморфа	
	разомкнуты	короткозамкнуты
1	2.2562	2.2215
2	5.4629	5.4516
3	8.6182	8.6114
4	11.7658	11.7609
5	14.9107	14.9069

## 2.2. Цепь с активным сопротивлением

Наличие во внешней цепи активного сопротивления указывает на то, что рассматриваемая система становится диссипативной. Это с неизбежностью приводит к появлению у собственных чисел биморфа мнимых частей (рис. 3) и ограничению резонансного максимума даже при отсутствии механических потерь (кривая 3 на рис. 2). Следует, однако, отметить, что величины мнимых частей собственных чисел незначительны, и характер колебаний биморфа не претерпевает существенных изменений по сравнению со случаями разомкнутых и короткозамкнутых электродов. Следовательно, как и в случае наличия внешней цепи емкостного типа, основную роль в формировании искаженной частотной характеристики  $\gamma$  здесь играет электрический делитель. На низких частотах  $f \ll 1/(2\pi R_l C_0)$  собственный электрический импеданс биморфа преобладает над импедансом внешней цепи, и резистор шунтирует выходной сигнал. С повышением частоты это соотношение меняется, и система приближается к биморфу, колеблющемуся с разомкнутыми электродами. Отметим, что реальные калибровочные характеристики пьезоакселерометров зачастую имеют вид, весьма сходный с кривой 3 на рис. 2, поскольку хотя и большое, но конечное сопротивление измерительного прибора вызывает “завал” чувствительности на низких частотах. Для прибора с сопротивлением порядка 5–10 МОм расчетная предельная частота, на которой не происходит существенного снижения чувствительности биморфа, составляет несколько герц.

## 2.3. Цепь с индуктивным импедансом

Наибольший интерес представляет случай, при котором внешний электрический контур имеет индуктивный импеданс (кривая 4 на рис. 2). Дело в

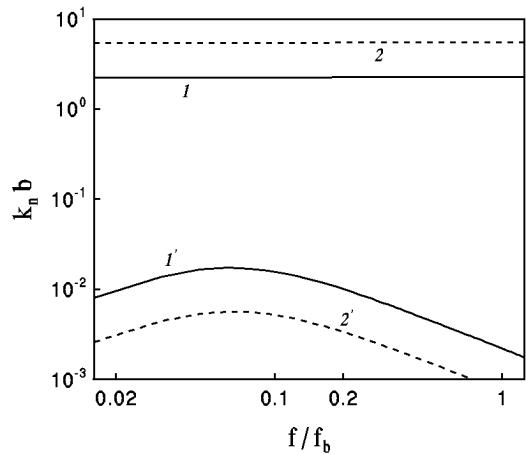


Рис. 3. Частотные зависимости первых двух собственных чисел для случая  $Z_l = R_l$  (номера кривых соответствуют номерам мод, номера со штрихами обозначают мнимые части собственных чисел)

том, что в окрестности частоты  $f_e = 1/(2\pi\sqrt{L_l C_0})$  электрическая нагрузка компенсирует электрический импеданс биморфа, что позволяет надеяться на возрастание величины выходного напряжения на его электродах [5–8]. Для определенности будем считать, что частота электрического резонанса лежит значительно ниже первой собственной изгибной частоты биморфа  $f_b$ .

Анализ корней дисперсионного уравнения для биморфа (8) показывает, что по мере приближения параметра  $q$  к величине  $-(1 + \nu)$  он начинает оказывать существенное влияние на величины собственных чисел  $k_n$ , а при  $q = -(1 + \nu)$  первый корень дисперсионного уравнения становится равным нулю (рис. 4). Это происходит на частоте  $f_q$ , определяемой следующим выражением:

$$f_q^2 = \frac{1}{4\pi^2 L_l C_0} \cdot \left( 1 + \frac{3}{4\zeta_p} \cdot \frac{1 - \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{\kappa_p^2}{1 - \kappa_p^2} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Как видно, частота  $f_q$  несколько меньше частоты электрического резонанса  $f_e$ . В нашем случае  $f_q \approx 0.961 f_e$ .

Асимптотический анализ дисперсионного уравнения показывает, что при  $q < -1 - \nu$  первый его корень становится комплексным и имеет вид  $k_1 = K\sqrt{i}$ , где  $K$  – некоторое действительное число. Формально это означает, что соответствующая этому корню собственная частота  $\omega_1$  становится мнимой, а временной множитель при первой изгибной моде приобретает вид  $e^{-|\omega_1|t}$ . Такое положение вещей противоречит определению собственной моды, которая для консервативной

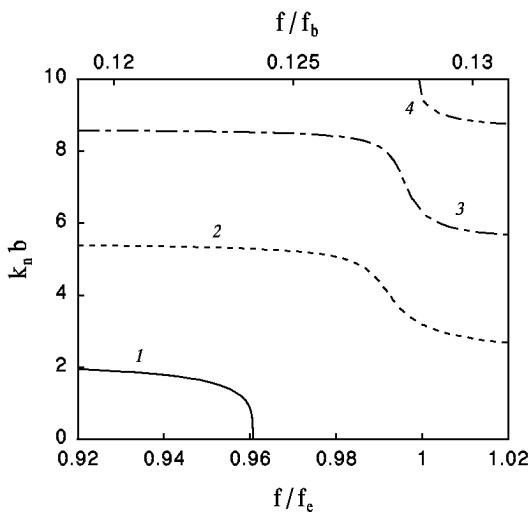


Рис. 4. Частотные зависимости первых четырех собственных чисел для случая  $Z_l = i\omega L_l$  (номера кривых соответствуют номерам мод)

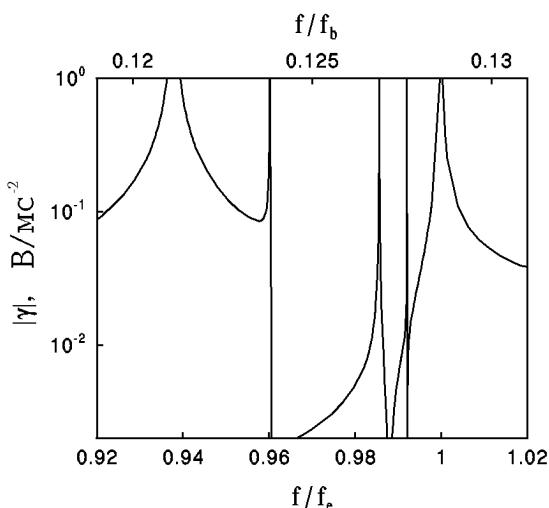


Рис. 5. Чувствительность биморфа по ускорению для случая  $Z_l = i\omega L_l$  в окрестности частоты электрического резонанса  $f_e$  (при расчете учитывались три собственные моды)

системы должна соответствовать незатухающим гармоническим колебаниям. Следовательно, первый (комплексный) корень (8) является нефизическим, и его следует исключить из рассмотрения. Отметим, что при  $Z_l = i\omega L_l$  такой корень существует для частот  $f_q < f < f_e$ . При переходе через электрический резонанс параметр  $q$  становится больше нуля, а все корни (8) – действительными, однако с формальной точки зрения при  $f > f_e$  следует продолжать считать, что первое собственное число биморфа имеет номер  $n = 2$ . Это же касается уравнений (7) и (11). Изменение кинематики биморфа в рассматриваемом диапазоне ча-

стот с неизбежностью приводит к формированию весьма сложной частотной зависимости его чувствительности (рис. 5). Для того, чтобы лучше понять причины такого ее поведения, представим общую чувствительность биморфа в виде суммы вкладов различных мод его колебаний:

$$\gamma = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n, \quad j = \begin{cases} 1 & \text{при } f \leq f_q, \\ 2 & \text{при } f > f_q. \end{cases}$$

Частотные зависимости  $|\gamma_n|$  изображены на рис. 6. Область  $f_q < f < f_e$  характеризуется наличием ряда резонансных пиков и антирезонансных провалов. Существование подавляющего большинства пиков связано с поочередным прохождением при  $q \rightarrow \infty$  частоты возбуждения через полюса интегралов в знаменателях весовых функций для каждой из мод (см. (9)). Нетрудно показать, что указанные резонансные пики с увеличением  $n$  скапливаются в окрестности некоторой предельной частоты  $f_i < f_e$ , приближаясь к ней снизу. Второй пик чувствительности выпадает из этого ряда. Он возникает из-за совпадения возбуждающей частоты  $\omega$  с первой собственной частотой биморфа  $\omega_1$  при текущем значении  $q$ . В этом случае резонансный множитель, входящий в слагаемое, описывающее вклад соответствующей изгибной моды, имеет традиционный вид.

На частоте  $f_e$  также наблюдается пик чувствительности, причем на нем все моды ведут себя аналогичным образом – они имеют разрывы второго рода с синхронной сменой знака. Это объясняется тем, что здесь знаменатель выражения  $Z_l/(Z_l + Z_0)$ , стоящего перед суммой в уравнении (11) обращается в нуль, т.е. свойства системы в окрестности  $f_e$  определяются электрическим резонансом цепи биморф–индуктивность.

Как и следовало ожидать, вне зоны электрического резонанса основное влияние на характер чувствительности биморфа вновь оказывает делитель электрического напряжения на его выходе. Так, на низких частотах  $f \ll f_e$  электроды биморфа закорочены через индуктивность (и  $|\gamma| \rightarrow 0$ ), а при  $f \gg f_e$  – разомкнуты, поскольку здесь  $Z_l \gg Z_0$ .

При  $f_e < f_b$  практический интерес представляет также участок между этими частотами – здесь  $|\gamma|$  имеет более высокое значение, чем для биморфа с разомкнутыми электродами. Следует, однако, отметить, что этот выигрыш достигается за счет сужения рабочей полосы датчика, так как на частотах ниже  $f_e$  электроды биморфа фактически являются короткозамкнутыми. Кроме того, такая подкорректированная характеристика чув-

ствительности в полосе между  $f_e$  и  $f_b$  обладает значительно большей неравномерностью, чем характеристика для биморфа с разомкнутыми электродами. Интересно также проследить за видом функции прогиба нагруженного на индуктивность биморфа (рис. 7). Как видно из рисунка, доминирование каждой из изгибных мод в окрестности соответствующего резонанса приводит к значительным искажениям формы прогиба биморфа по сравнению с внерезонансной зоной (здесь форма прогиба подобна форме, представленной кривой 1). Это позволяет сделать вывод о том, что в окрестности частоты электрического резонанса  $f_e$  к расчету электромеханических характеристик биморфа неприменим традиционный метод построения эквивалентных электромеханических схем [13], в котором форма колебаний пьезоэлемента предполагается неизменной независимо от характера акустической и электрической нагрузки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы:

1. Нагружение кинематически возбуждаемого пьезокерамического биморфа на внешнюю электрическую цепь с конечным импедансом приводит к изменению электрического напряжения на его выходе по сравнению со случаем разомкнутых электродов.
2. При наличии в цепи активных и емкостных составляющих параметры изгибных колебаний биморфа меняются несущественно, а изменение величины напряжения  $\Psi_0$  происходит преимущественно за счет электрического делителя на выходе биморфа. Влияние такого делителя проявляется в уменьшении величины  $\Psi_0$  во всем диапазоне частот ниже первого изгибного резонанса биморфа (при чисто емкостной нагрузке) или в его части.
3. При наличии во внешней цепи индуктивности наблюдается резкое изменение параметров колебаний биморфа в окрестности электрического резонанса полного контура, включающего внешнюю цепь и биморф. Это приводит к существенному изменению формы прогиба биморфа и формированию сложной частотной характеристики его чувствительности в указанном диапазоне. Вне зоны электрического резонанса основное влияние на изменение выходного сигнала по сравнению со случаем ра-

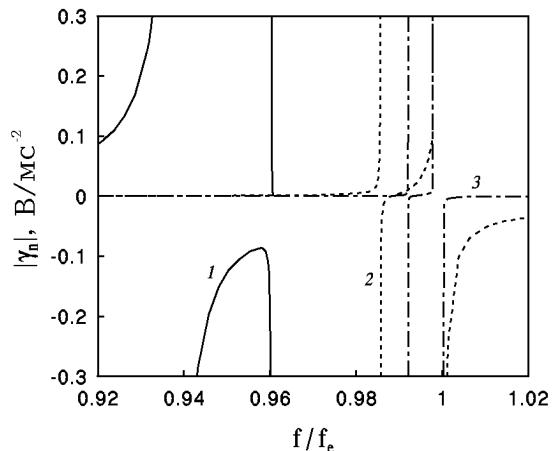


Рис. 6. Вклады изгибных мод биморфа  $\gamma_n$  в чувствительность для случая  $Z_l = i\omega L_l$  в окрестности частоты электрического резонанса  $f_e$  (номера кривых соответствуют номерам мод)

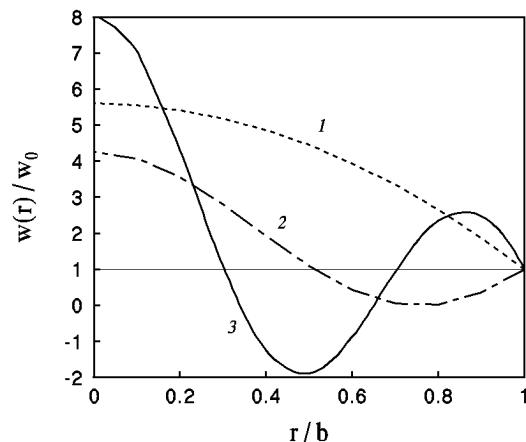


Рис. 7. Формы прогиба биморфа при  $Z_l = i\omega L_l$ :  
1 –  $f/f_e \approx 0.9601$ , 2 –  $f/f_e \approx 0.9856$ , 3 –  $f/f_e \approx 0.9920$

зомкнутых электродов вновь оказывает электрический делитель.

Таким образом, применение пассивных линейных электрических цепей с электрическим импедансом, имеющим тот же порядок величины, что и электрический импеданс заторможенного биморфа, позволяет производить существенную корректировку его чувствительности по сравнению со случаем разомкнутых электродов. Предложенная методика и полученные на ее основе количественные данные позволяют осуществить прогнозирование электромеханических свойств биморфов, нагруженных на более сложные электрические цепи, состоящие из элементов различных типов.

1. Benjamin Baumzweiger Application of Piezoelectric Vibration Pick-Ups to Measurement of Acceleration, Velocity and Displacement // J. Acoust. Soc. Amer.– 1940.– **11**.– P. 303–307.
2. Edward G. Thurston Theoretical Sensitivity of a Transversely Loaded, Circular Bimorph Transducer // J. Acoust. Soc. Amer.– 1952.– **24**.– P. 656–659.
3. Vermarien H., van Vollenhoven E. The Recording of Heart Vibrations: a Problem of Vibration Measurement on Soft Tissue // Med. & Biol. Eng. & Comput.– 1984.– **22**.– P. 168–178.
4. Bogue R. Developments in Vibration Sensors // Noise Vib. Worldwide.– 1994.– **25**, N 5.– P. 13–16.
5. Егорычев А. В., Прудников А. С., Чернышев К. В. Узкополосное согласование электроакустического преобразователя с генератором // Акуст. ж.– 1975.– **21**, N 4.– С. 544–550.
6. Пьезокерамические преобразователи. Справочник / Ред. С. И. Пугачева.– Л.: Судостроение, 1984.– 256 с.
7. Грищенко Е. К. Тонкостенный сферический пьезоприемник с управляемой электрической нагрузкой // Акуст. ж.– 1982.– **28**, N 1.– С. 25–31.
8. Быстров Ю. М., Кузьменко А. Г., Пигулевский Е. Д. Расширение полосы пропускания стержневых пьезоприемников при полной или частичной компенсации их электрической емкости // Акуст. ж.– 1985.– **31**, N 2.– С. 163–170.
9. Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А. Электроупругость / Механика связанных полей (в 5-ти томах). Т. 5.– К.: Наук. думка, 1989.– 280 с.
10. Oliynik V. N. Sensitivity of Piezoaccelerometer Loaded on Electric Circuit with Finite Admittance // Proc. of VI Session of the Russian Acoustical society “Acoustics at the Threshold of the XXI-st Century”.– Moscow, 1997.– P. 383–386.
11. Вовк И. В., Гринченко В. Т., Олейник В. Н. Проблемы моделирования акустических свойств грудной клетки и измерения шумов дыхания // Акуст. ж.– 1995.– **41**, N 5.– С. 758–768.
12. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей) Теория звука (в 2-х томах). Т. 1.– М.: ГИТТЛ, 1955.– 504 с.
13. Аронов Б. С. Об энергетическом методе расчета пьезокерамических электроакустических преобразователей // Вопросы судостроения. Сер. общетехн.– 1978.– Вып. 31.– С. 48–59.