

# СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЕСПИРАТОРНОГО ТРАКТА ЧЕЛОВЕКА

В. В. КРИЖАНОВСКИЙ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 22.12.97

Рассмотрен статистический подход к решению задачи оценки акустических параметров респираторного тракта человека. Выполнен синтез и анализ алгоритмов оценивания в сложных помеховых условиях, учитывающих присутствие сердечных тонов. Показано, что подавление помехи сердечных тонов может быть обеспечено с помощью компенсационных каналов, сформированных с учетом корреляционных характеристик помех в частотной или временной областях. Определены основные процедуры обработки входных сигналов и способы получения необходимых для их реализации данных. Исследована потенциальная эффективность алгоритмов для ряда моделей функций пространственной корреляции источников шумов дыхания. Отмечается, что при больших отношениях сигнал/помеха дисперсия оценок измеряемых акустических параметров мало чувствительна к изменению вида функции пространственной корреляции источников шумов дыхания. Приведены результаты экспериментальных исследований по оценке скорости распространения звука в паренхиме легких. Показано, что разработанный алгоритм обеспечивает формирование несмещенной оценки скорости звука, которая хорошо согласуется с известными экспериментальными данными для паренхимы легких.

## ВВЕДЕНИЕ

Ряд заболеваний респираторного тракта (РТ) человека приводит к поражению паренхимы легких и окружающих тканей. В результате этого изменяются акустические характеристики РТ (скорость распространения звука, затухание, плотность и др.). Выявление этих изменений может быть использовано для диагностики заболеваний легких. Так как непосредственный контакт с пораженными тканями требует оперативного вмешательства, то особый интерес вызывает разработка косвенных методов оценивания акустических характеристик РТ. В известных работах данного направления [1–3] рассматривалась задача оценки скорости распространения звука через паренхиму и воздушные пути РТ человека. При этом звуковые колебания возбуждались внешним источником и вводились в РТ человека через рот с помощью жесткой трубы. Измерения скорости звука были основаны на оценке задержки сигнала между точками, расположенными на заданном расстоянии на поверхности грудной клетки. В силу неоднородности тканевой структуры РТ оценивалась некоторая усредненная величина скорости распространения звука, которая в основном определялась паренхимой легких. Для реализации использованной в этих работах схемы измерений необходимо специальное аппаратное обеспечение для генерации и ввода звуковой энергии в РТ человека. Кроме того, требуется предварительная тренировка пациентов, что не всегда возможно для определенных категорий больных и форм заболеваний. В связи с этим целью данной работы

является разработка алгоритмов оценивания акустических параметров тканей РТ по шумам дыхания, регистрируемым на поверхности грудной клетки в естественных для жизнедеятельности пациентов условиях.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ: СТАТИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Задача оценки параметров РТ формулируется следующим образом. Пусть в некоторых точках  $\mathbf{r}$  на поверхности грудной клетки располагаются приемники акустических сигналов  $s(t, \mathbf{r})$ , генерируемых в процессе дыхания человека. Введем вектор  $\gamma$ , компонентами которого являются информативные акустические параметры тканей РТ. Так как сигналы проникают на поверхность через ткани грудной клетки, то они будут зависеть от конкретных значений компонент вектора  $\gamma$ . Таким образом, каждому вектору  $\gamma$  будет соответствовать сигнал  $s_\gamma(t, \mathbf{r}) = s(t, \mathbf{r}/\gamma)$ . Кроме полезного сигнала на приемники воздействует помеха  $N(t, \mathbf{r})$ , включающая шумы сердечных тонов и окружающий фоновый шум, куда можно также включить пересчитанный ко входу шум электрических цепей приемного тракта. Задача оценки состоит в том, чтобы по принятому полю  $u(t, \mathbf{r}) = s_\gamma(t, \mathbf{r}) + N(t, \mathbf{r})$  определить вектор акустических параметров  $\gamma$  полезного сигнала.

Согласно теории статистических оценок [4] в качестве решения указанной задачи можно принять оценки максимального правдоподобия (ОМП), которые находятся из системы уравнений

$$\{\partial \ln(\Lambda(u)) / \partial \gamma\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0, \quad (1)$$

где

$$\Lambda(u) = \frac{\mu_s(du)}{\mu_0(du)} - \quad (2)$$

отношение правдоподобия (ОП), а  $\mu_s(du)$  и  $\mu_0(du)$  – вероятностные меры измеряемого поля  $u(t, \mathbf{r})$ , вычисленные, соответственно, при условии наличия или отсутствия сигнала  $s_\gamma(t, \mathbf{r})$ .

Рассмотрим задачу синтеза алгоритма ОМП параметров РТ детальней. Для этого определим статистические свойства полей сигнала и помехи и на их основе получим выражение для отношения правдоподобия  $\Lambda(u)$ . В силу физической природы дыхания сигнал, создаваемый на поверхности  $S_0$  человеческого тела, является нестационарным случайнym полем. Интенсивность этого поля периодически меняется в течение фазы вдоха–выдоха. В качестве статистической модели такого сигнала примем поле

$$s_\gamma(t, \mathbf{r}) = m(t) s_0(t, \mathbf{r}/\gamma), \quad (3)$$

где  $m(t)$  – медленно меняющаяся модулирующая функция с периодом  $T_m$ , равным полному циклу дыхания;  $s_0(t, \mathbf{r}/\gamma)$  – стационарное случайное поле, определяемое соотношением

$$s_0(t, \mathbf{r}/\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega, \mathbf{r}/\gamma) \exp(j\omega t) d\omega, \quad (4)$$

где

$$S_0(\omega, \mathbf{r}/\gamma) = \int_{\Omega} G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}'/\gamma) Q(\omega, \mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (5)$$

$$Q(\omega, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t, \mathbf{r}) \exp(-j\omega t) dt, \quad (6)$$

$G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}'/\gamma)$  – функция Грина, зависящая от акустической модели РТ;  $q(t, \mathbf{r})$  – функция возбуждения источников дыхательных шумов. Предположим, что  $q(t, \mathbf{r})$  – стационарное случайное гауссовское поле. Тогда, в силу линейности преобразований (3) – (6), сигнал  $s_\gamma(t, \mathbf{r})$  также будет иметь гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и пространственно-временной корреляционной функцией

$$R_S(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') = m(t) m(t') \langle s_\gamma(t, \mathbf{r}) s_\gamma(t', \mathbf{r}') \rangle,$$

где  $\langle \rangle$  – символ статистического усреднения.

Определим теперь статистические характеристики помехи. Предположим, что помеха  $N(t, \mathbf{r})$  состоит из аддитивной смеси некоррелированной

компоненты  $n_0(t, \mathbf{r})$ , учитывающей действие фоновых окружающих шумов и компоненты  $n_H(t, \mathbf{r})$ , характеризующей действие сердечных сигналов:

$$N(t, \mathbf{r}) = n_0(t, \mathbf{r}) + n_H(t, \mathbf{r}).$$

Будем полагать, что помеха  $n_0(t, \mathbf{r})$  имеет гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией  $R_n(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Модель поля сердечных сигналов должна учитывать ряд характерных особенностей. Как известно из [5], сердечные сигналы являются периодически повторяющимся процессом с периодом  $T_c$  сердечного цикла, который для нормального состояния составляет около 0.8 с. При выслушивании сердца хорошо определяются два тона. Первый тон формируется в фазе систолы сердца, а второй возникает при диастоле сердца. Систола и диастола сердца имеют примерно одинаковую продолжительность, т. е. равномерно делят интервал  $T_c$ . Анализ структуры тонов показывает, что их можно рассматривать как последовательность тональных импульсов со случайной амплитудой и начальной фазой. Поэтому модель  $k$ -го тона сердечных сигналов представим в виде

$$n_H^{(k)}(t, \mathbf{r}) = \operatorname{Re} [A_k s_h(t - t_k) \times \\ \times G_H(\omega_H, \mathbf{r}, \mathbf{r}_H) \exp(j\omega_H t)], \quad (7)$$

где  $A_k = |A_k| \exp(j\varphi_k)$  – случайная комплексная амплитуда;  $t_k$  и  $\omega_H$  – задержка и частота  $k$ -го сигнала;  $s_h(t)$  – огибающая сердечных сигналов;  $G_H(\omega_H, \mathbf{r}, \mathbf{r}_H)$  – функция Грина, описывающая акустическую модель распространения сердечных тонов от источника с координатой  $\mathbf{r}_H$  до точки приема  $\mathbf{r}$ . Так как тоны сердца являются низкочастотными сигналами, то источник сердечных сигналов можно считать точечным. В дальнейшем для сокращения записей координату источника сердечных сигналов и частоту будем опускать. Учитывая периодичность сигналов, задержку  $t_k$  можно представить в виде  $t_k = t_0 + (k - 1)T_c/2$ . Будем предполагать, что начальная фаза тона сигнала  $\varphi_k$  равномерно распределена в интервале  $[0, 2\pi]$ , а амплитуда  $|A_k|$  имеет рэлеевское распределение вероятностей. Тогда поле сердечных сигналов с достаточной для практики точностью можно описывать гауссовской моделью с нулевым математическим ожиданием и соответствующей корреляционной функцией  $R_H(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle n_H(t, \mathbf{r}) n_H(t', \mathbf{r}') \rangle$ .

Для удобства дальнейшего анализа разобьем весь интервал наблюдения на  $L_0$  непересекающихся временных интервалов  $[(l - 1)T, lT]$ , ( $l =$

$= 1, \dots, L_0$ ). Будем полагать, что длительность  $T$  одного парциального интервала удовлетворяет системе неравенств

$$\begin{cases} \tau_k \ll T \ll T_m \\ T_H \leq T \leq T_c/2, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\tau_k$  – интервал корреляции шумов дыхания,  $T_H$  – длительность сердечных тонов. Тогда, в силу первого из неравенств (8), можно считать, что на парциальных временных интервалах модулирующая функция  $m(t)$  практически не меняется. Следовательно, при  $t, t' \in [(l-1)T, lT]$

$$R_S(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') \simeq D_l \langle s_0(t, \mathbf{r}/\gamma) s_0(t', \mathbf{r}'/\gamma) \rangle,$$

где  $D_l = m^2(lT)$ .

Из второго неравенства (8) следует, что на каждом интервале может присутствовать только один сердечный тон. Будем предполагать, что положение и форма огибающей тонов сердца в пределах каждого интервала мало отличаются. Это позволяет записать функцию корреляции сердечных тонов между  $l$ -м и  $m$ -м интервалами обработки в виде

$$R_H^{lm}(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0.5 \operatorname{Re}[r_{lm} R_h(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}')],$$

где

$$\begin{aligned} R_h(t, t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= s_h(t - t_0) s_h(t' - t_0) \times \\ &\times G_H(\mathbf{r}) G_H^*(\mathbf{r}') \exp[j\omega_H(t - t')], \end{aligned}$$

$r_{lm} = \langle A_l A_m^* \rangle$  – элементы корреляционной матрицы комплексных амплитуд тонов сердца.

Наличие корреляции помехи между интервалами наблюдения усложняет структуру отношения правдоподобия и создает существенные аналитические трудности при решении задачи оценки параметров РТ. Поэтому дальше мы рассмотрим частные случаи, которые позволяют определить основные принципы обработки сигналов при решении рассматриваемой задачи. Первый частный случай соответствует ситуации, когда корреляция сердечных сигналов между интервалами обработки отсутствует. При этом элементы корреляционной матрицы  $r_{lm} = r_{ll} \delta_{lm}$ , ( $l, m = 1, \dots, L_0$ ), т. е. матрица становится диагональной. Запишем для этого случая отношение правдоподобия. Введем спектр поля  $u(t, \mathbf{r})$ , вычисленный на  $l$ -ом временном интервале:

$$U_l(\omega_p, \mathbf{r}) = \int_{(l-1)T}^{lT} u(t, \mathbf{r}) \exp(-j\omega_p t) dt. \quad (9)$$

В силу сделанных выше предположений спектральные отсчеты  $U_l(\omega_p, \mathbf{r})$  распределены по нормальному закону как при наличии, так и при отсутствии сигнала на апертуре приемной антенны. Кроме того, в рассматриваемом случае значения  $U_l(\omega_p, \mathbf{r})$  и  $U_m(\omega_n, \mathbf{r}')$  некоррелированы на разных парциальных временных интервалах. Компоненты сигнала и помехи (за исключением тонов сердца) также некоррелированы на несовпадающих частотах  $\omega_p$  и  $\omega_n$ . В связи с тем, что помеха сердца нестационарна, то ее компоненты на разных частотах коррелированы. Однако область частот, в пределах которой необходимо учитывать корреляцию, в силу узкополосности сердечных тонов мала. Это позволяет рассматривать задачу для двух практически интересных ситуаций. Для первой ситуации мы пренебрегаем корреляцией сердечных тонов на разных частотах, полагая что полоса сердечных тонов меньше расстояния между частотами  $\omega_p$  и  $\omega_n$  преобразования Фурье (9). Это позволяет провести детальный анализ случая использования антенны приемников. Во второй ситуации будем учитывать корреляцию спектральных отсчетов в пределах полосы частот сердечных тонов. Для этой ситуации анализ из-за сложности структуры отношения правдоподобия будем проводить для одной точки приема.

Запишем отношение правдоподобия для некоррелированных по частоте спектральных отсчетов. Будем рассматривать обработку сигналов, регистрируемых несколькими датчиками на поверхности грудной клетки. Тогда, используя результаты работы [6], можем представить логарифм отношения правдоподобия в форме:

$$\ln \Lambda(u) = \sum_{l=1}^{L_0} \sum_p \mathbf{Sp} [(\mathbf{K}_N^{-1} - \mathbf{K}_l^{-1}) \mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \ln(\mathbf{K}_l \mathbf{K}_N^{-1})], \quad (10)$$

где  $\mathbf{Sp}$  – символ следа матрицы;  $\mathbf{K}_N^{-1}$  и  $\mathbf{K}_l^{-1}$  – матрицы, обратные матрицам  $\mathbf{K}_N = \mathbf{K}_n + \mathbf{K}_H$  и  $\mathbf{K}_l = \mathbf{K}_N + \mathbf{K}_{Sl}$  с элементами

$$\begin{aligned} K_N(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) &= \\ &= g_n(\omega_p) \mathbf{I} + g_H(\omega_p) G_H(\mathbf{r}_i) G_H^*(\mathbf{r}_k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{Sl}(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) &= D_l \iint_{\Omega} G_0(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}/\gamma) \times \\ &\times K_q(\omega_p; \mathbf{r}, \mathbf{r}') G_0^*(\omega_p; \mathbf{r}_k, \mathbf{r}'/\gamma) d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (11)$$

$$K_q(\omega_p; \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle Q(\omega_p, \mathbf{r}) Q^*(\omega_p, \mathbf{r}') \rangle,$$

которые представляют собой функции пространственной корреляции (ФПК) полей сигнала и помех на соответствующих частотах  $\omega_p$ . Здесь мы ввели обозначения  $g_n(\omega_p)$  – спектральная плотность мощности (СПМ) некоррелированной компоненты помехи;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $g_H(\omega_p) = 0.5 A^2 |S_{H0}(\omega_p - \omega_H)|^2$  – СПМ сердечных тонов, а  $S_{H0}(\omega_p - \omega_H)$  – спектр огибающей сердечных тонов.

Из выражений (10), (11) следует, что отношение правдоподобия функционально связано с вектором акустических параметров  $\gamma$ . Это позволяет формулировать задачу статистической оценки этого вектора в соответствии с (1), (2).

Рассмотрим теперь структуру отношения правдоподобия для коррелированных по частоте спектральных отсчетов. Анализ этой ситуации будем проводить для одной точки приема. Тогда отношение правдоподобия можно представить в следующем виде:

$$\ln \Lambda(u) = \sum_{l=1}^{L_0} \text{Sp} [(\mathbf{K}_N^{-1} - \mathbf{K}_l^{-1}) \mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \ln(\mathbf{K}_l \mathbf{K}_N^{-1})], \quad (12)$$

где элементами матриц  $\mathbf{K}_N$  и  $\mathbf{K}_l$  являются взаимные СПМ:

$$K_N(\omega_p, \omega_k) = g_n(\omega_p) \delta_{pk} + g_H H(\omega_p) H^*(\omega_k), \quad (13)$$

и

$$K_{Sl}(\omega_p, \omega_k, \mathbf{r}_i) = \delta_{pk} D_l \iint_{\Omega} G_0(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}/\gamma) \times \times K_q(\omega_p; \mathbf{r}, \mathbf{r}') G_0^*(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}'/\gamma) d\mathbf{r} d\mathbf{r}'. \quad (14)$$

Здесь мы использовали следующие обозначения:

$$g_H = 0.5 A^2 |G_H(\mathbf{r}_i)|^2, \quad (15)$$

$$H(\omega_p) = S_{H0}(\omega_p - \omega_H) \exp(-j\omega_p t_0).$$

Рассмотрим, наконец, структуру отношения правдоподобия для случая когда сердечные тоны коррелированы между интервалами обработки сигнала. Будем полагать, что прием сигналов осуществляется в одной точке на поверхности грудной клетки. В рамках сделанных ранее предположений о гауссовости принятых сигналов и помех отношение правдоподобия можно представить в виде

$$\ln \Lambda(u) = \text{Sp} [(\mathbf{K}_N^{-1} - \mathbf{K}^{-1}) \mathbf{U} \mathbf{U}^+ - \ln(\mathbf{K} \mathbf{K}_N^{-1})], \quad (16)$$

где матрицы  $\mathbf{K}_N = \mathbf{K}_n + \mathbf{K}_H$  и  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_N + \mathbf{K}_S$  имеют блочную структуру. Элементы блока с индексами  $(l, m)$  можно записать в форме, аналогичной по содержанию элементам матриц (13) и (14):

$$K_{lm}^{(N)}(\omega_p, \omega_k) = g_n(\omega_p) \delta_{lm} \delta_{pk} + g_H r_{lm} H(\omega_p) H^*(\omega_k) \quad (17)$$

и

$$K_{lm}^{(S)}(\omega_p, \omega_k, \mathbf{r}_i) = \delta_{lm} \delta_{pk} D_m \iint_{\Omega} G_0(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}/\gamma) \times \times K_q(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}') G_0^*(\omega_p; \mathbf{r}_i, \mathbf{r}'/\gamma) d\mathbf{r} d\mathbf{r}'.$$

$$(18)$$

Соответственно, в блочной форме представлен вектор спектральных отсчетов  $\mathbf{U}$ , где в  $l$ -ом блоке содержаться спектральные отсчеты для  $l$ -го интервала наблюдения. Переходим теперь к синтезу и анализу алгоритмов оценки параметров РТ.

## 2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РТ

Продифференцировав в соответствии с (1) полученные выше выражения для отношения правдоподобия  $\ln \Lambda(u)$  по  $\gamma$  и приравняв результат нулю, после ряда преобразований приходим к следующим матричным уравнениям для ОМП вектора  $\gamma$ . Для случая обработки сигналов антенной из нескольких приемников и некоррелированности спектральных отсчетов различных частот и интервалов наблюдения из (10) имеем:

$$\left\{ \sum_{l=1}^{L_0} \sum_p \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma} (\mathbf{K}_l^{-1} \mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0. \quad (19)$$

В случае использования одного приемника и коррелированности спектральных отсчетов различных частот уравнение ОМП, согласно (12), можно записать в форме

$$\left\{ \sum_{l=1}^{L_0} \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma} (\mathbf{K}_l^{-1} \mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0. \quad (20)$$

Наконец, если спектральные отсчеты различных интервалов наблюдения коррелированы, то для получения ОМП акустических параметров РТ надо использовать матричное уравнение вида

$$\left\{ \sum_{m=1}^{L_0} \sum_{n=1}^{L_0} \sum_{k=1}^{L_0} \text{Sp} \left[ \mathbf{K}_{mn}^{-1} \frac{\partial \mathbf{K}_{nk}}{\partial \gamma} \times \times \left( \sum_{l=1}^{L_0} \mathbf{K}_{kl}^{-1} \mathbf{U}_l \mathbf{U}_m^+ - \mathbf{I} \delta_{km} \right) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0. \quad (21)$$

Решить полученные уравнения в явном виде относительно оцениваемых параметров не удается. Поэтому представим эти уравнения в форме, которая позволяет установить связь оцениваемых параметров с известными статистическими характеристиками сигналов дыхания. Это позволяет свести задачу к оцениванию неизвестных параметров по этим характеристикам, что упрощает алгоритм оценивания.

Рассмотрим уравнение ОМП (19). Его можно преобразовать к виду

$$\left\{ \sum_p \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_S}{\partial \gamma} (\mathbf{K}_S^{-1} \hat{\mathbf{K}}_{S0} - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0, \quad (22)$$

где  $\mathbf{K}_S = \mathbf{G}_0 \mathbf{K}_q \mathbf{G}_0^+$ , а

$$\hat{\mathbf{K}}_{S0} = \frac{1}{L_0} \sum_{l=1}^{L_0} \mathbf{D}_l^{-1} (\mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{K}_N) — \quad (23)$$

оценка ФПК поля сигнала на апертуре антенны. Здесь мы учли, что задача оценивания решается, как правило, при больших отношениях сигнал/помеха. Согласно (22), вся информация, необходимая для оценки вектора акустических параметров РТ  $\gamma$  содержится в оценке  $\hat{\mathbf{K}}_{S0}$  ФПК поля сигнала на апертуре приемной антенны. Заметим, что фигурирующая в уравнении производная по оцениваемым параметрам подчеркивает наиболее информативную область частот. Как видно, эта область частот определяется ФПК шумов дыхания  $\mathbf{K}_S$ .

Аналогичным образом можно преобразовать уравнение (20):

$$\left\{ \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_S}{\partial \gamma} (\mathbf{K}_S^{-1} \hat{\mathbf{K}}_{S0} - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0, \quad (24)$$

где

$$\hat{\mathbf{K}}_{S0} = \frac{1}{L_0} \sum_{l=1}^{L_0} \mathbf{D}_l^{-1} (\mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{K}_N) — \quad (25)$$

оценка взаимной СПМ поля сигнала на выходах частотных каналов. Структура выражения (21) более сложная и его анализ мы выполним несколько позже. Заметим только, что при отсутствии сердечных сигналов это выражение переходит в (24).

Для реализации алгоритмов (22), (24) необходимо располагать информацией об ФПК источников сигнала  $\mathbf{K}_q$  и помехи  $\mathbf{K}_N$ , их взаимных СПМ, а также определить акустическую модель респираторного тракта, описываемую функцией Грина  $\mathbf{G}_0$ , и коэффициенты модуляции  $\mathbf{D}_l$ .

В силу сделанных ранее предположений ФПК некоррелированной компоненты помехи  $\mathbf{K}_n$  полностью определяется ее СПМ  $g_n(\omega_p)$ , которую можно считать медленно меняющейся в рабочем диапазоне частот. Ниже будет показано, что оценку  $g_n(\omega_p)$  можно получить на верхней частоте рабочего диапазона  $\omega_b$ , где вкладом других составляющих входного поля можно пренебречь. Структура алгоритма оценки имеет известный вид

$$\hat{\mathbf{K}}_n \approx \frac{1}{ML_0} \sum_{l=1}^{L_0} \text{Sp} (\mathbf{U}_l \mathbf{U}_l^+)_{\omega_p=\omega_b}, \quad (26)$$

где  $M$  – количество приемников в антенне. Для определения оценки ФПК тонов сердца  $\mathbf{K}_H$  можно использовать сигналы, полученные при задержке дыхания. При этом используется алгоритм, аналогичный (26) с добавлением процедуры вычитания оценки ФПК некоррелированной помехи  $\hat{\mathbf{K}}_n$ . Недостатком этого метода является дискомфортное состояние пациента, которое неприемлемо для определенных категорий больных. Кроме того, даже для здоровых людей задержка дыхания вызывает психологические реакции, меняющие характер сердечной деятельности, вследствие чего полученные оценки ФПК сердечных тонов могут заметно отличаться от ФПК при нормальных условиях функционирования тракта дыхания. Эффективность использования таких оценок существенно снижается. Поэтому целесообразно рассмотреть несколько иную форму оценки (23):

$$\hat{\mathbf{K}}_{S0} = \frac{1}{L_0} \sum_{l=1}^{L_0} \mathbf{D}_l^{-1} [(\mathbf{U}_l - \mathbf{W}_l \mathbf{U}_l) \mathbf{U}_l^+ - \mathbf{K}_N], \quad (27)$$

где

$$\mathbf{W}_l = \frac{g_H \mathbf{G}_H \mathbf{W}_{Hl}^+}{1 + g_H \mathbf{W}_{Hl}^+ \mathbf{G}_H} — \quad (28)$$

передаточная функция матричного фильтра, определяемая весовыми векторами

$$\mathbf{W}_{Hl} = (\mathbf{I} + \mathbf{D}_l \mathbf{B}_0 \mathbf{K}_q \mathbf{B}_0^+)^{-1} \mathbf{B}_H,$$

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{G}_0,$$

$$\mathbf{B}_H = \mathbf{K}_n^{-1} \mathbf{G}_H.$$

Можно показать, что этот фильтр формирует несмещенную оценку ФПК помехи тонов сердца. Как видно из (27), алгоритм требует организации двух каналов. В одном из каналов формируется вектор входных спектральных отсчетов  $\mathbf{U}_l$ , а в другом – производится обработка этих спектральных отсчетов пространственным матричным фильтром с передаточной функцией

$\mathbf{W}_l$ . Сформированный на выходе фильтра вектор отсчетов вычитается из соответствующих компонент входного вектора отсчетов  $\mathbf{U}_l$ . Из структуры (28) видно, что передаточная функция матричного фильтра определяется ФПК помехи сердца. Таким образом, в этой форме оценка ФПК сигнала  $\hat{\mathbf{K}}_{S0}$  формируется по текущей реализации, а влияние помехи сердца подавляется за счет использования согласованного с этой помехой компенсационного канала.

Аналогичную форму представления алгоритма обработки можно получить при наличии корреляции спектральных отсчетов различных частот. При этом в (28) вместо пространственного вектора  $\mathbf{G}_H$  надо подставить частотный вектор  $\mathbf{H}$  с элементами (15), а весовой вектор  $\mathbf{B}_H$  определить в форме  $\mathbf{B}_H = \mathbf{K}_n^{-1}\mathbf{H}$ . Как видно, и здесь оценка матрицы взаимной СПМ  $\hat{\mathbf{K}}_{S0}$  получается с использованием компенсационного канала. При этом матричный фильтр компенсационного канала осуществляет согласованную со спектром тонов сердца фильтрацию входного поля и обеспечивает формирование несмещенной оценки взаимной СПМ тонов сердца. Полученный на выходе вектор отсчетов вычитается из входного вектора отсчетов  $\mathbf{U}_l$ , компенсируя таким образом помеху тонов сердца. Передаточная функция матричного фильтра определяется матрицей взаимной СПМ тонов сердца.

Рассмотрим теперь особенности обработки при наличии корреляции сердечных тонов на смежных интервалах обработки. Сравнение алгоритмов ОМП (21) и (20) показывает, что при наличии межинтервальной корреляции помехи обработка спектральных отсчетов на каждом из интервалов должна производится с учетом результатов обработки на других интервалах. Ввиду сложности общей структуры алгоритма (21) анализ этого случая проведем в предположении, что обработка осуществляется по двум временным интервалам. При этом, согласно (21), матрица обработки спектральных отсчетов, заключенная в круглых скобках, содержит четыре блока  $A_{km}$ , ( $k, m = 1, 2$ ) вида:

$$A_{11} = \mathbf{K}_{11}^{-1} [\mathbf{U}_1 - \mathbf{K}_{12} \Delta^{-1} (\mathbf{U}_2 - \mathbf{K}_{21} \mathbf{K}_{11}^{-1} \mathbf{U}_1)] \mathbf{U}_1^+ - \mathbf{I}, \quad (29)$$

$$A_{12} = \mathbf{K}_{11}^{-1} [\mathbf{U}_1 - \mathbf{K}_{12} \Delta^{-1} (\mathbf{U}_2 - \mathbf{K}_{21} \mathbf{K}_{11}^{-1} \mathbf{U}_1)] \mathbf{U}_2^+, \quad (30)$$

$$A_{21} = \Delta^{-1} (\mathbf{U}_2 - \mathbf{K}_{21} \mathbf{K}_{11}^{-1} \mathbf{U}_1) \mathbf{U}_1^+, \quad (31)$$

$$A_{22} = \Delta^{-1} (\mathbf{U}_2 - \mathbf{K}_{21} \mathbf{K}_{11}^{-1} \mathbf{U}_1) \mathbf{U}_2^+ - \mathbf{I}. \quad (32)$$

Анализ структуры этих блоков показывает, что при наличии корреляции спектральных отсчетов между интервалами обработки алгоритм предписывает межинтервальное весовое вычитание спектральных уровней, сформированных на каждом из интервалов отсчетов. При этом весовые матрицы вычитаемых сигналов зависят от корреляции помехи между интервалами обработки  $\mathbf{K}_{km} = r_{km} \mathbf{K}_H$ , ( $k \neq m$ ). Эта процедура имеет ясный физический смысл. Так как спектральные отсчеты сигнала некоррелированы на разных интервалах, то такое вычитание будет уменьшать уровень коррелированной между интервалами помехи сердечных тонов.

Проведенный анализ показывает, что при решении задачи оценки параметров РТ необходимо проведение предварительной обработки с целью снижения уровня помех во входных реализациях. Для оптимального подавления помехи сердца требуется полная априорная информация об ФПК и СПМ сердечных тонов. Априорные трудности, связанные с отсутствием этих сведений, можно преодолеть, если использовать адаптивные методы подавления помехи сердца. В частности, для этой цели применимы адаптивные алгоритмы компенсации помех, реализуемые во временной или спектральной формах [7]. Использование адаптивных алгоритмов компенсации, в отличие от оптимальных, будет приводить к некоторому искажению оценок ФПК и СПМ дыхательных шумов, а значит и к ошибкам оценивания параметров РТ. Однако, если при построении компенсационного канала учесть, что помеха сердца средоточена, как по времени, так и по частоте, то можно существенно снизить эти искажения в информативной области частот. Полезно также при организации компенсационных каналов учитывать наличие межинтервальной корреляции тонов сердца. Из-за некоррелированности шумов дыхания на разных интервалах искажение их характеристик должно быть мало.

Учитывая вышеизложенное, последующий анализ задачи оценивания параметров РТ будем проводить полагая, что помеха тонов сердца подавляется во входных реализациях адаптивным компенсатором и учитывать ее не будем, т.е.  $\mathbf{K}_N \equiv \mathbf{K}_n$ . Тогда, в силу сделанных ранее предположений о некоррелированности спектральных отсчетов различных частот шумов дыхания, мы в дальнейшем можем исследовать алгоритм ОМП (22).

Перейдем к описанию ряда других характеристик, влияющих на эффективность решения за-

дачи оценивания параметров РТ. Для анализа влияния характеристик источника сигнала примем следующие модели ФПК:

$$K_q(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = g_S(\omega)q(\omega, \mathbf{r})q^*(\omega, \mathbf{r}') - \text{когерентный источник};$$

$$K_q(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = g_S(\omega)P_q(\omega, \mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \text{некоррелированный источник};$$

$$P_q(\omega, \mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) - \text{сосредоточенный в точке } \mathbf{r}_0 \text{ источник.}$$

Здесь  $g_S(\omega)$  – СПМ источника шумов дыхания, а  $q(\omega, \mathbf{r})$  и  $P_q(\omega, \mathbf{r})$  – функции пространственного распределения возбуждения источников. При численном моделировании предполагалось, что функции возбуждения имеют постоянный уровень, а СПМ источника сигнала  $g_S(\omega)$  и помехи  $g_N(\omega)$  можно считать мало меняющимися в рабочей полосе частот.

Важную роль при оценке акустических параметров РТ по шумам, регистрируемым на поверхности грудной клетки, играет акустическая модель РТ, определяющая структуру поля распространяющихся звуковых сигналов. При выборе акустической модели РТ необходимо, чтобы она адекватно отражала связь оцениваемых акустических параметров РТ с формируемым звуковым полем и была чувствительна к изменению этих параметров. Кроме этого, модель РТ должна быть проста с вычислительной точки зрения. Указанным требованиям удовлетворяет акустическая модель РТ, предложенная в работе [8]. В ней предполагалось, что паренхима легких расположена между двумя соосными цилиндрами длиной  $l_1$  и радиусами  $r_0$  и  $r_1$ . Плотность тканей паренхимы  $\rho_2$  и скорость распространения в ней звука  $c_2$ . Трахея моделировалась заполненным воздухом внутренним цилиндром. Источники шумов дыхания располагались на поверхности трахеи длиной  $l_0$ . Будем рассматривать частный случай  $l_1 = l_0$ . Тогда из [8] получаем функцию Грина вида

$$G_0(\omega, z, z') = \frac{4j}{\omega \pi r_1 \rho_2 l_1} \times \sum_{m=1}^{M_0} \frac{\sin(\alpha_{2m} z) \sin(\alpha_{2m} z')}{Z_0(k_{2m} r_0)}, \quad (33)$$

где

$$Z_0(k_{2m} r_0) = N_0(k_{2m} r_1) J_0(k_{2m} r_0) - N_0(k_{2m} r_0) J_0(k_{2m} r_1),$$

$$k_{2m} = \sqrt{\left| \left( \frac{\omega}{c_2 + j\delta c} \right)^2 - \alpha_{2m}^2 \right|},$$

$$\alpha_{2m} = \frac{\pi(2m-1)}{2l_1},$$

$M_0$  – количество распространяющихся мод, возбуждаемых источником;  $J_0(\xi)$  и  $N_0(\xi)$  – соответственно функции Бесселя и Неймана;  $\delta c$  – мимая добавка, определяющая коэффициент затухания звука в паренхиме.

Рассмотрим еще один параметр, используемый в алгоритме (22). Как видно из (23), в алгоритме используется процедура стационаризации сигнала путем нормировки спектральных отсчетов  $U_l(\omega, \mathbf{r}_i)$  на коэффициенты модуляции дыхания  $D_l$ . Оценки этих коэффициентов могут быть получены из экспериментальных данных с помощью алгоритма

$$\hat{D}_l = \frac{\int_0^{lT} u^2(t, \mathbf{r}_i) dt}{\int_0^{(l-1)T} u^2(t, \mathbf{r}_i) dt}. \quad (34)$$

Замена коэффициентов  $D_l$  в алгоритме (23) их оценками (34) влияет на точность оценивания тех компонент вектора  $\gamma$ , которые входят в амплитудные множители функции Грина (33). К таким параметрам, в частности, относится плотность тканей паренхимы легких  $\rho_2$ . Это объясняется тем, что математическое ожидание оценки (34) равно  $\langle \hat{D}_l \rangle = D_l/D_1$ , т. е. отличается от  $D_l$  постоянным коэффициентом  $D_1$ . Отсутствие информации об этом коэффициенте приводит к ошибкам смещения оценок параметров. Анализ уравнения (22) показывает, что влияние коэффициента  $D_1$  можно исключить при оценке СПМ источника согласно алгоритму

$$\hat{g}_S(\omega_0) = \frac{\text{Sp}(\hat{\mathbf{K}}_{S0})}{\text{Sp}(\mathbf{G}_0 \mathbf{K}_0 \mathbf{G}_0^+)}, \quad (35)$$

где  $\mathbf{K}_0 = \{\mathbf{K}_q\}_{g_S(\omega_0)=1}$ , а  $\omega_0$  – частота, на которой производится оценивание.

При этом появляется ошибка смещения за счет неточного задания вектора параметров  $\gamma$  при вычислении  $\mathbf{G}_0$  в алгоритме (35). Эту ошибку можно существенно снизить, если проводить оценивание на частоте  $\omega_0$ , расположенной в области, где элементы матрицы  $\partial \ln \mathbf{K}_S / \partial \gamma$  малы. Ниже будет показано, что этому требованию удовлетворяет область низких частот рабочего диапазона.

Таким образом, исходная задача оценки параметров РТ по нестационарному полю сведена к за-

даче обробки некоторого еквивалентного стационарного поля шумов дыхання з ФПК вида

$$\hat{\mathbf{K}}_S = \mathbf{G}_0 \hat{\mathbf{K}}_q \mathbf{G}_0^+,$$

де  $\hat{\mathbf{K}}_q = \hat{g}_S(\omega_0) \mathbf{K}_0$ . При цьому алгоритм оцінювання (22) приймає вигляд

$$\left\{ \sum_p \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \hat{\mathbf{K}}_S}{\partial \gamma} (\hat{\mathbf{K}}_S^{-1} \hat{\mathbf{K}}_{S0} - \mathbf{I}) \right] \right\}_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0. \quad (36)$$

Получене рівняння є не лінійним відносно ряду входящих в нього інформаційних акустических параметрів. В частності, к таким параметрам відноситься швидкість розповсюдження звука  $c_2$  в паренхімі легких. Розв'язання не лінійного рівняння (36) представляє складну комп'ютерну задачу. Поэтому переформулюємо її в еквивалентну задачу пошуку глобального максимума функції оцінюваних параметрів. При небольшому численні оцінюваних параметрів ця задача легко розв'язується методом перебору. Диференціюванням по вектору параметрів  $\gamma$  можна показати, що еквивалентом розв'язання задачі (36) є пошук максимума функції вида

$$F(\gamma) = \sum_p \text{Sp} [(\mathbf{K}_N^{-1} - \hat{\mathbf{K}}_\Sigma^{-1}) \hat{\mathbf{K}}_{\Sigma 0} - \ln(\hat{\mathbf{K}}_\Sigma \mathbf{K}_N^{-1})], \quad (37)$$

де  $\hat{\mathbf{K}}_\Sigma = \mathbf{K}_N + \hat{\mathbf{K}}_S$  і  $\hat{\mathbf{K}}_{\Sigma 0} = \mathbf{K}_N + \hat{\mathbf{K}}_{S0}$ .

Структура (37) співпадає з функцією ОП (10), в яку замість кореляційних матриць входних вимірювань подставлені їх оцінки, відповідні случаю стационарного поля сигналу ( $D_l = 1$ ,  $l = 1, \dots, L_0$ ). Поэтому потенціальні можливості синтезованого алгоритму можна досліджувати для цих умов.

### 3. АНАЛІЗ ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМОВ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Как известно из [6], качество оценивания вектора параметров  $\gamma_0$  определяется ошибкой смещения

$$\Delta\gamma = \gamma_0 - \langle \hat{\gamma} \rangle$$

и дисперсией оценок

$$\sigma^2(\gamma) = \langle (\hat{\gamma} - \langle \hat{\gamma} \rangle)^2 \rangle.$$

Ошибка смещения для алгоритма (37) функционально связана с величиной разности значений функций Грина

$$\Delta\mathbf{G}_0 = \mathbf{G}_0^{(0)} - \overline{\mathbf{G}}_0^{(0)},$$

де  $\mathbf{G}_0^{(0)} = \{\mathbf{G}_0\}_{\gamma=\gamma^{(0)}}$ ,  $\overline{\mathbf{G}}_0^{(0)} = \{\mathbf{G}_0\}_{\gamma=\gamma_0}$ . Задесь  $\gamma^{(0)}$  – некоторое начальное значение вектора параметров  $\gamma$  в алгоритме (37). Чем ближе  $\gamma^{(0)}$  к истинному значению  $\gamma_0$ , тем меньше ошибка смещения  $\Delta\gamma$ . Для минимизации ошибки смещения можно использовать следующую вычислительную процедуру. По известным опытным данным определяется интервал допустимых изменений вектора параметров  $\gamma$ . Затем из этого интервала выбирается начальный вектор параметров  $\gamma^{(0)}$  и для него находят точку максимума функції (37). Разность между полученной оценкой  $\hat{\gamma}$  и начальной  $\gamma^{(0)}$  определяет ошибку смещения оценки. Если эта величина превышает допустимую, то проводят повторную процедуру оценивания, используя в качестве начального приближения вектор  $\gamma^{(1)} = \hat{\gamma}$  и т.д.

Согласно [6], дисперсию эффективной несмещенной оценки максимального правдоподобия можно определить соотношением

$$\sigma^2(\gamma) = \text{diag}(\mathbf{J}^{-1}),$$

в котором  $\text{diag}(\mathbf{J}^{-1})$  обозначает диагональ дисперсионной матрицы  $\mathbf{J}^{-1}$ , обратной информационной матрице Фишера  $\mathbf{J}$  с элементами

$$J_{kj} = \langle -\frac{\partial^2 \ln \Lambda(u)}{\partial \gamma_k \partial \gamma_j} \rangle,$$

где  $\gamma_k$  и  $\gamma_j$  – компоненты вектора параметров  $\gamma$ . Для оптимального алгоритма (19) элементы информационной матрицы Фишера имеют вид

$$J_{kj} = \sum_{l=1}^{L_0} \sum_p \text{Sp} \left[ \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma_k} \frac{\partial \ln \mathbf{K}_l}{\partial \gamma_j} \right].$$

В частном случае стационарного поля ( $\mathbf{K}_l = \hat{\mathbf{K}}_\Sigma$ ) из этого соотношения получаем матрицу Фишера для оценки точности алгоритма (37). Из анализа этой матрицы следует, что точность оценивания вектора  $\gamma$  зависит от чувствительности функції Грина  $\mathbf{G}_0$  к изменению інформаційних акустических параметрів. Для ілюстрації на рис. 1 представлені частотні зависимости амплітуди  $|G_0(\omega)|$ , викреслені при декількох значеннях швидкості розповсюдження звука  $c_2$  (рис. 1, а) і константи затухання  $\delta c$  (рис. 1, б). Аналіз приведених зависимостей показує, що чувствительность функції Грина к изменению інформаційных параметрів возрастает при увеличении частоти. Поэтому настройку алгоритма (37) по уровню СПМ источника сигнала  $\hat{g}_S(\omega_0)$  надо проводить на низких частотах.

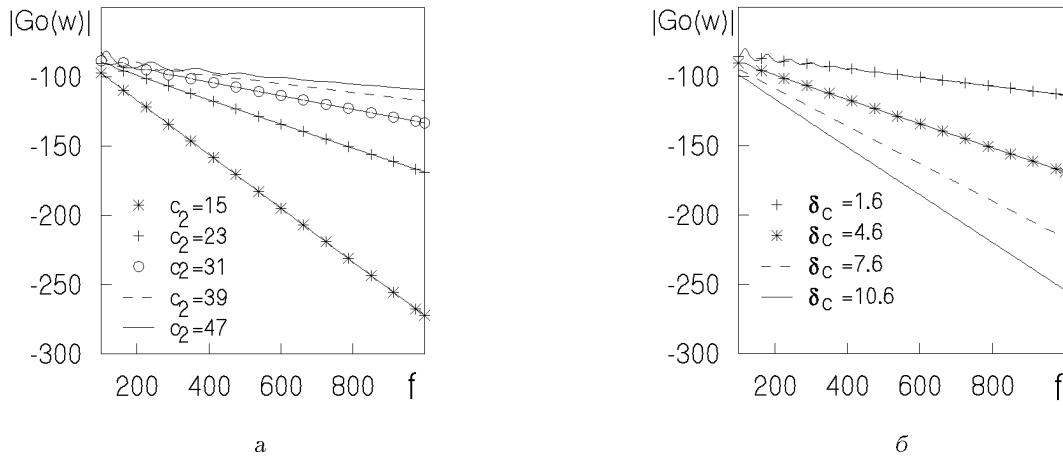


Рис. 1. Амплитудний спектр функції Грина РТ (результаты моделирования):

а – при вариациях параметра скорости звука  $c_2$ ,

б – при вариациях параметра затухания  $\delta_c$

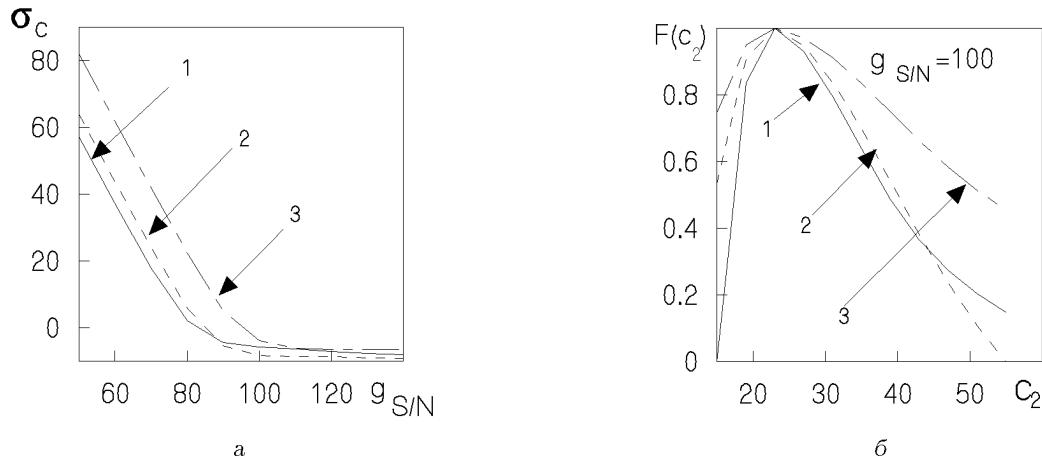


Рис. 2. Зависимость точности оценивания скорости звука  $c_2$  от вида ФПК источника:

а – нижняя граница Крамера – Рао,

б – чувствительность алгоритма (37)

Рассмотрим зависимость точности оценивания акустических параметров РТ от вида ФПК источника. На рис. 2, а представлены результаты расчетов дисперсии оценки  $\sigma^2(c_2)$  в зависимости от величины отношения СПМ источников сигнала и помехи  $g_{S/N} = 10 \lg(g_S/g_N)$ . Расчеты выполнены для трех видов ФПК поля источников: когерентный (кривая 1), некоррелированный (кривая 2) и сосредоточенный (кривая 3).

Как видно из графиков с ростом величины  $g_{S/N}$  дисперсии оценок уменьшаются и становятся мало чувствительными к изменению вида ФПК поля источника сигнала. На рис. 2, б представлены ре-

зультаты вычислений нормированной на максимум функции  $F(c_2)$  в окрестности точного значения  $c_{20} = 23$  м/с. Расчеты выполнены при  $g_{S/N} = 100$  дБ. Как видно, максимум функции  $F(c_2)$ , используемой для поиска оценок параметров РТ, соответствует точному значению  $c_{20} = 23$  м/с, т.е. дает несмещенную оценку для всех трех видов ФПК поля источников.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Рассмотрим результаты экспериментальной оценки скорости распространения звука в па-

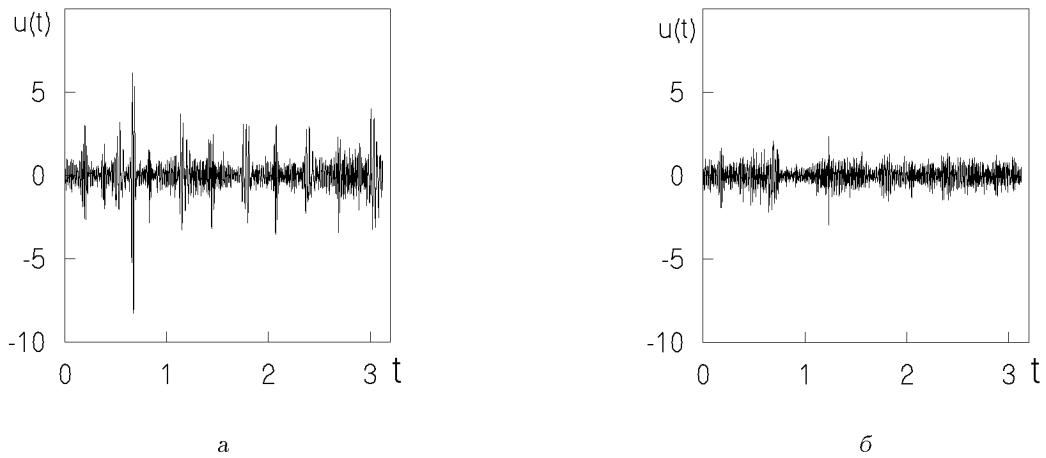


Рис. 3. Временная структура входных сигналов (данные экспериментов):

а – на выходе акселерометра,  
б – на выходе адаптивного компенсатора сердечных тонов

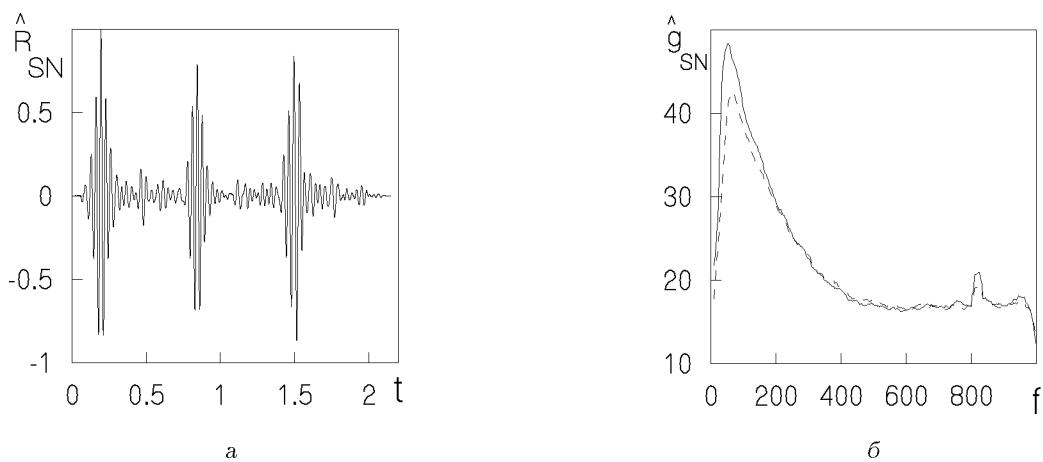


Рис. 4. Статистические характеристики входных сигналов:

а – корреляционные функции сердечных тонов,  
б – СПМ входных сигналов до (сплошная кривая) и после (пунктирная кривая) компенсации сердечных тонов

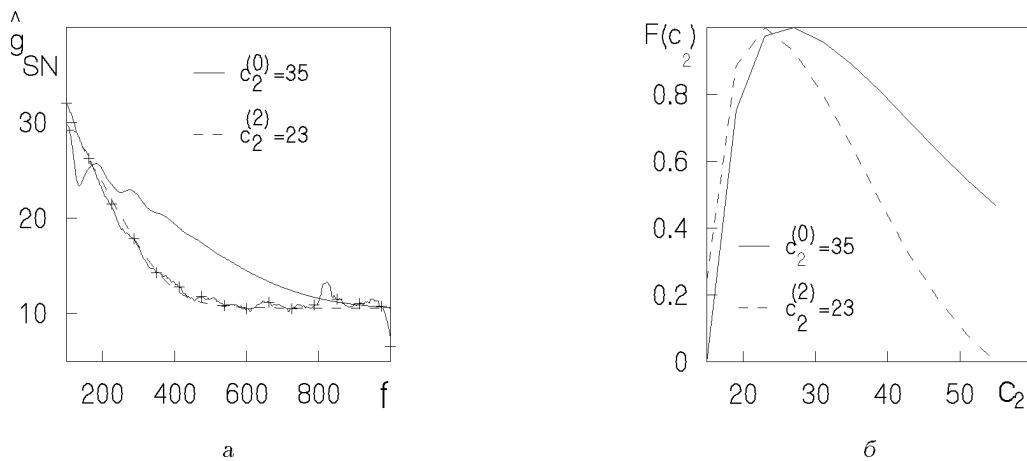
ренхиме легких. На рис. 3, а представлен фрагмент реализации шумов дыхания, зарегистрированных акселерометром на поверхности правой верхней половины грудной клетки пациента. С помощью адаптивного алгоритма межинтервальной компенсации помех принятая реализация была предварительно очищена от помехи тонов сердца (рис. 3, б).

Как видим, после обработки сердечные тоны практически не наблюдаются. Это является следствием высокой корреляции сердечных тонов на соседних интервалах, что подтверждает график на рис. 4, а, где представлена корреляция первого сер-

дечного тона, соответствующего первому интервалу с сердечными тонами нескольких соседних интервалов.

Заметим, что эффективная компенсация сердечных тонов не привела к существенным искажениям СПМ шумов дыхания в информативной области частот. Это видно из рис. 4, б, где представлены оценки СПМ входного (сплошная кривая) и выходного (пунктирная кривая) процессов, полученные по алгоритму (23). Усреднение проводилось по  $L_0 = 50$  циклам. Уровни оценок СПМ  $\hat{g}_{SN}(\omega_p)$  на графике заданы в дБ.

Согласно предложенной процедуре оценивания

Рис. 5. Результаты экспериментальной оценки  $c_2$ , м/с:

а – экспериментальные и модельные оценки СПМ шумов дыхания РТ,  
б – чувствительность алгоритма (37) на первом и последнем шаге итерации

был задан интервал допустимых для паренхимы легких изменений параметра  $c_2 \in [15; 55]$  м/с. В центре интервала выбрано начальное значение  $c_2^{(0)} = 35$  м/с. На основе этих данных по алгоритму (35) вычислена оценка  $\hat{g}_{SN}(\omega_0)$  СПМ источника сигнала на опорной частоте  $f_0 \approx 100$  Гц. Для настройки параметров алгоритма (37) по помехе использовалась оценка  $\hat{g}_{0N}(\omega_b) = \hat{g}_{SN}(\omega_b)$  на частоте  $f_b \approx 1000$  Гц, где влиянием сигнала можно пренебречь. Эти данные были учтены при построении модельной СПМ (рис. 5, а – сплошная кривая)

$$\hat{g}_{SN}(\omega) = \hat{g}_{0N}(\omega_b) + \hat{g}_{SN}(\omega_0) |G_0(\omega)|^2,$$

которая, как видно из рис. 3, а, заметно отличается от экспериментальной СПМ (кривая с маркером “+”).

В условиях эксперимента отношение СПМ источника сигнала и помехи

$$\hat{g}_{SN}(\omega_0) = 10 \lg(\hat{g}_S(\omega_0)/\hat{g}_N(\omega_b)) \approx 116 \text{ дБ.}$$

Как следует из рис. 2, а в этом случае дисперсии оценок параметра  $c_2$  достигают нижней границы и не превышают 5 %. Поэтому точность оценивания определялась ошибкой смещения. При указанных исходных данных по алгоритму (37) получена оценка  $\hat{c}_2^{(0)} = 27$  м/с. Так как ошибка смещения  $\Delta c_2 = 8$  м/с сравнима по величине с полученной оценкой  $\hat{c}_2^{(0)}$ , то процедура поиска оценки была продолжена с новым начальным значением параметра  $c_2^{(1)} = \hat{c}_2^{(0)}$ . Результатом этого этапа расчетов стала оценка  $\hat{c}_2^{(1)} = 23$  м/с. Как видно, ошибка

смещения  $\Delta c_2$  уменьшилась в два раза. Поэтому был проведен еще один этап расчетов с начальным значением  $c_2^{(2)} = \hat{c}_2^{(1)}$ . Полученная на этом этапе оценка  $\hat{c}_2^{(2)} = 23$  м/с совпала с начальным значением  $c_2^{(2)}$ . Таким образом, эту оценку можно считать несмещенной. Это подтверждает соответствующая этому случаю модельная СПМ, представленная на рис. 5, а пунктирной кривой. Она практически совпадает с экспериментальной СПМ. На рис. 5, б представлены результаты расчетов функции  $F(c_2)$  на первом ( $c_2^{(0)} = 35$  м/с) и последнем ( $c_2^{(2)} = 23$  м/с) этапах оценивания. Как видно, при приближении к точному значению оценки зона максимума функции  $F(c_2)$  сужается. Полученное значение оценки скорости распространения звука в паренхиме легких хорошо согласуется с результатами экспериментальных данных, представленных в [1].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый алгоритм оценивания скорости распространения звука в паренхиме легких существенным образом использует информацию о структуре СПМ шумов дыхания, снимаемых с поверхности грудной клетки. Результаты оценивания будут достоверны при условии, что СПМ источников шума дыхания медленно меняется в рабочей полосе частот, так как только в этом случае структура СПМ полностью определяется каналом распространения звука. Наблюдение сигналов в зоне верхней границы трахеи, где влияние проме-

жуточных тканей на распространение сигналов от источников до поверхности мало, позволяет контролировать структуру СПМ возбуждаемого источниками шума дыхания. Анализ экспериментальных данных СПМ шумов дыхания на верхней границе трахеи показывает, что в информативной области частот структура спектров мощности излучения в целом удовлетворяет требованиям равномерности. Учитывая это, при формировании банка экспериментальных данных для оценок акустических параметров тканей РТ человека необходимо исключать записи, содержащие хрипы, свисты и другие “сильные” посторонние сигналы с неравномерным спектром.

Обратим внимание еще на одно важное обстоятельство. Рассмотренный алгоритм позволяет проводить оценивание скорости распространения звука даже в случае регистрации сигналов только одним приемником. Это является существенной отличительной особенностью предложенного алгоритма по сравнению с классическими методами измерений скорости звука. Вместе с тем, как следует из приведенных выше теоретических результатов, алгоритм оценивания акустических параметров РТ в общем случае может использовать сигналы, регистрируемые антенной из нескольких приемников, расположенных на поверхности грудной клетки. При этом, за счет направленных свойств приемной антенны алгоритм позволяет проводить оценку скорости распространения звука для отдельных участков паренхимы легких,

что необходимо для более точной локализации пораженных болезнью областей. Практическая реализация этой возможности будет рассмотрена на последующих этапах исследований.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Автор глубоко признателен академику НАН Украины В. Т. Гринченко за постоянное внимание к работе, а также коллегам В. Г. Басовскому и А. Г. Рудницкому за любезно предоставленную ими запись шумов дыхания.

1. Kraman S. S. Speed of low-frequency sound through the lungs of normal men // J. Appl. Physiol.– 1983.– **55**. – P. 1862–1867.
2. Rice D. A. Sound speed in pulmonary parenchyma // J. Appl. Physiol.– 1983.– **54**. – P. 304–308.
3. Rice D. A. Sound speed in the upper airways // J. Appl. Physiol.– 1983.– **49**. – P. 326–336.
4. Крамер Г. Математические методы статистики.– М.: Мир, 1975.– 648 с.
5. Воробьев Е. А., Губарь А. В., Сафьянникова Е. Б. Анатомия и физиология.– М.: Медицина, 1981.– 416 с.
6. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1.– М.: Советское радио, 1972.– 744 с.
7. Ильичев В. И., Калюжный А. Я., Красный Л. Г., Лапин В. Ю. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов.– М.: Наука, 1992.– 415 с.
8. Вовк И. И., Залузкий К. Э., Красный Л. Г. Акустическая модель респираторного тракта человека // Акуст. журн.– 1994.– **40**, N 5.– С. 762–767.